

**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL:
HIDRÁULICA Y ENERGÉTICA**
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS
DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS



**MODELOS DE EXPLOTACIÓN A CORTO PLAZO DE
CENTRALES HIDROELÉCTRICAS.
APLICACIÓN A LA GENERACIÓN
HIDROELÉCTRICA CON VELOCIDAD VARIABLE**

Autor: Juan Ignacio Pérez Díaz
Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos
por la UPM

Director: José Román Wilhelmi Ayza
Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos
por la UPM

Madrid, 2008



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS
DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

Departamento de Ingeniería Civil: Hidráulica y Energética

Tribunal nombrado por el Magnífico y Excelentísimo Sr. Rector de la
Universidad Politécnica de Madrid para juzgar la Tesis Doctoral

Presidente D.

Vocal D.

Vocal D.

Vocal D.

Secretario D.

Calificación

Madrid, a de de 2008.

EL PRESIDENTE

EL SECRETARIO

LOS VOCALES

*A mis padres:
Fernando y Juana María*

AGRADECIMIENTOS

Nunca pensé que fuera tan difícil escribir esta parte de la tesis. En algunos ratos libres durante los últimos meses he pensado cómo hacerlo, a quién debía mencionar y cómo plasmaría en unas pocas líneas algo tan difícil de describir como el *agradecimiento*. Soy consciente de que hay algunas personas a las que nunca podré agradecer como merecen el apoyo prestado durante todo este tiempo, pero desde estas líneas aprovecho para asegurarles que lo intentaré.

En realidad, debería remontarme al año 2002: lunes, martes o jueves del mes de octubre. Entonces no imaginaba que aquella persona tendría un papel tan importante en mi vida durante los próximos años. Durante los meses siguientes coincidimos a menudo aunque con menor frecuencia de lo que debería: mis motivaciones han cambiado mucho en este tiempo. Un amigo mío me contaba con entusiasmo lo que hacía cada jueves por la tarde en el laboratorio y la verdad: sonaba interesante. En octubre de 2003 pensé que quizás yo podría hacer algo parecido. No dudé ni siquiera un segundo con quién quería hacerlo y fui en su busca. Le encontré donde siempre ha estado, donde sigue estando y donde espero que esté por mucho tiempo.

El jueves 13 de noviembre de 2003 entré por la puerta del laboratorio de electrotecnia y charlamos un rato en el sofá verde de la entrada. Esto no es lo que yo esperaba, le dije a Miguelito aquella noche tomando una cerveza en un bar del barrio. Aun así, decidí intentarlo: el tema parecía interesante y aquella persona me inspiraba mucha confianza.

¿Me tomas por loco?, no pienso dedicarme en exclusiva al doctorado, le dije a Ángel en reprografía, a falta de pocos meses para terminar la carrera. Cuando por fin terminé la carrera, en junio de 2004, recibí el pésame de una de las personas con las que tuve el placer de trabajar durante el último curso, Pedro. De momento, el tiempo me ha dado la razón, y vosotros habéis tenido mucho que ver en ello.

El 1 de julio de 2004 dije adiós a un grupo de personas que me demostró ciertas cosas que antes me resultaban difíciles de creer. Así que, es posible, pensé. Con mucha alegría y con un poco de tristeza me marché lejos durante un tiempo. Tiempo es precisamente

lo que tuve en la India, pero sobre todo en Tíbet y en Nepal, para oír, ver, saborear, oler, tocar, aprender y pensar. Siete días atravesando El Himalaya y varias noches viendo desde la azotea como se acuesta y se despierta Katmandú dan para mucho. Todavía hoy me río a carcajadas cuando me veo en aquella azotea discutiendo con Emilio sobre centrales hidroeléctricas, Javier se llevaba las manos a la cabeza oyéndonos hablar; o cuando en algún lugar de El Himalaya le intenté explicar a Delphine qué era una tubería forzada. Entonces no me daba cuenta, pero ya era demasiado tarde.

Volví a España con una idea muy clara: intentaría como fuera dedicarme a algo que me hiciera feliz, y así lo hice. Pocos días después de volver fui a visitar a aquellas personas de las que hablé antes, estuvimos viendo juntos las fotos e hicimos el reparto de regalos. No estaban todos, así que prometí que volvería otro día a saludarles. Lo que nadie, ni yo mismo, imaginaba era que volvería tan pronto y con tanta frecuencia.

El 24 de septiembre de 2004, viernes, tuvo que subir el personal del albergue a abrir la puerta de la habitación. Aún no sé cómo, pero partí la llave de la puerta y nos quedamos encerrados. Era muy temprano y no quería despertar a mis compañeros, pero no fue posible. No pensé que fuera tan difícil encontrar conexión a Internet en Damasco. Desde allí, le pedí a José Román los datos necesarios para solicitar la beca: la primera de una larga lista.

El principio fue muy pesado: convocatorias, solicitudes, reclamaciones, un empeño irracional por algo que en realidad no conocía pero que presentía que sería maravilloso. Ministerios, universidades, fundaciones y agencias públicas y privadas: si el silencio administrativo hablara... Cómo podía estar tan seguro es justo lo que me preguntaba la noche anterior, cuando alguien me hizo recuperar la lucidez: a la última va la vencida, pero no antes.

El 17 de febrero de 2005, jueves, Petri me dio la buena noticia. Llamé por teléfono a mis padres y a Pablo, y bajé corriendo al laboratorio. Aquella tarde, después de la clase de doctorado, José Román me dio la bienvenida y me explicó con franqueza qué podía esperar del camino que estaba a punto de tomar y qué no. Hasta la fecha, puedo asegurar que no se ha equivocado en nada de lo que dijo.

Desde entonces hasta ahora, salvo un pequeño y corto bache que tuvo lugar el martes 31 de enero de 2006, todo ha sido aún mejor de lo que esperaba. Sois muchos los que durante este tiempo me habéis prestado vuestra ayuda, algunos incluso sin saberlo. He

aprendido mucho de vosotros, y no me refiero sólo al aspecto profesional sino también, y principalmente, al personal. Como dije antes, podéis estar seguros de que haré cuanto esté en mi mano para agradecer vuestra ayuda.

En primer lugar, debo dar las gracias a dos personas muy importantes, de aquellas a las que va a ser muy difícil agradecer como se merecen todo cuanto han hecho por mí a lo largo de tantos años: mis padres. Hay tantas cosas por las que debo darles las gracias que sería ridículo tratar solamente de enumerarlas, pero no por ello voy a dejar de decirles algo que sé que debería decirles más a menudo: gracias. Junto con ellos, a mi hermana, a mi cuñado y a mi sobrino Alejandro les doy las gracias por confiar siempre en mí.

En segundo lugar, quisiera dar las gracias a mi profesor, tutor, director de tesis, compañero y amigo, José Román. Gracias por tu constante apoyo, por dejarme disponer de tu valioso tiempo, por compartir conmigo tantas cosas, por enseñarme casi todo de lo poco que sé, por confiar en mí ciegamente, por hacerme sentir útil y por hacer de guía particular de este gran museo.

A continuación, me gustaría darle las gracias al grupo de personas del que he hablado antes en varias ocasiones, en el que se encuentra mi director de tesis, y con el que tengo el placer de trabajar a diario. Este grupo, o familia, lo forman: Jesús Fraile Mora, Jesús Fraile Ardanuy, Pedro García, José Ángel Sánchez, Cristina Gordillo, Carmelo Herranz, Jesús Maroto, Nieves Herrero, Luis Arévalo; y, hasta hace poco tiempo, Enrique Arnau y Antonio Ruiz. Gracias a todos por hacerme sentir como en casa; por demostrarme que, en efecto, es posible; por ayudarme desinteresadamente en tantas ocasiones; y sobre todo, por hacerme pasar ratos inolvidables. Me he sentido muy querido durante todos estos años, lo cual para mí es algo muy importante. Dentro de este grupo, debo dar las gracias de forma particular a mi amigo y compañero de correrías y carreras, Jesús Fraile Ardanuy, por muchas cosas, pero sobre todo, por haber tirado con fuerza de este pesado carro.

Hace casi dos años que comparto mi vida con dos personas a las que desde aquí quiero enviar mi más sincero agradecimiento, Ramón y Santi. De amigos de la infancia a compañeros de piso y hermanos, no sé si esto hubiera sido posible sin vuestra ayuda: muchísimas gracias. También debo dar las gracias a mis amigos Jesús, Ignacio y Pablo por demostrarme que siempre han estado y siguen estando ahí (yo también os he echado

mucho de menos); y a mi amiga Sonia, por enseñarme aquel gran libro y por animarme siempre a seguir adelante.

Cada semana desde hace varios años, tengo la suerte de perderme durante unas horas con Javier, Rubén, David y Diego en un lugar en el que nadie puede encontrarnos y en el que todo lo que sucede fuera del mismo cobra la importancia que realmente tiene y que, en general, es muy poca. Muchas gracias por compartir conmigo algo sin lo que la vida resultaría mucho más difícil: la música.

También cada semana, concretamente los viernes al mediodía, pero desde hace sólo unos meses, como con Gonzalo y Pavel, dos amigos a los que quiero dar las gracias por compartir conmigo ilusiones, ideas, pensamientos y experiencias tan reveladoras.

Por último, debo dar las gracias a alguien que irrumpió en mi vida hace algo más de un año *como un rayo que te parte los huesos y te deja estaqueado en mitad del patio*. Parecía imposible al principio pero a medida que pasaba el tiempo iba cobrando más y más sentido. Gracias por escucharme cada día, por esperarme durante tanto tiempo, por dormir rápido con tal de hablar conmigo, por aceptar formar parte de mi vida y dejar que yo forme parte de la tuya, y sobre todo, por ser como eres. Mereció la pena romper aquel trato, pero debemos darnos prisa: ya quedan menos de diez.

He soñado despierto cientos de veces con este momento. He soñado cosas peores durmiendo, pero ya casi ni me acuerdo. Tener memoria selectiva es estupendo, siempre que sea uno mismo quién escoge el recuerdo. ¿Qué estaba diciendo? ¡Ah!, ya me acuerdo...Gracias.

*“No hay amor por la vida
sin desesperación por la vida”*

Albert Camus

ÍNDICE GENERAL

	Pág.
LISTAS DE FIGURAS Y TABLAS	vii
LISTA DE SÍMBOLOS	xiii
RESUMEN DE LA TESIS	xxiii
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 Contexto de la tesis	3
1.2 Objetivos y alcance de la tesis	11
1.3 Estructura de la tesis	13
2. ESTADO DEL ARTE	15
2.1 Introducción	17
2.1.1 Marco regulatorio	17
2.1.2 Condicionantes del sistema de producción	18
2.1.3 Alcance temporal y capacidad de regulación	19
2.2 Característica de generación	23
2.3 Modelos de explotación	26
2.3.1 Teoría del control óptimo	26
2.3.2 Programación dinámica	28
2.3.3 Procedimientos heurísticos	31
2.3.4 Programación lineal	33
2.3.5 Programación lineal entera mixta	35
2.3.6 Programación no lineal	38
2.3.7 Técnicas de descomposición	41
2.3.8 Técnicas de control inteligente	45
2.4 Generación hidroeléctrica con velocidad variable	47
2.5 Estudios de rentabilidad de centrales hidroeléctricas	55
3. CARACTERÍSTICA DE GENERACIÓN	59
3.1 Introducción	61
3.2 Central con un único grupo	65
3.3 Central con varios grupos	68

4. MODELOS DE EXPLOTACIÓN	75
4.1 Introducción	77
4.2 Modelo de programación lineal entera mixta	79
4.2.1 Introducción	80
4.2.2 Modelado de la característica de generación	80
4.2.3 Procedimiento iterativo	83
4.2.4 Resultados y conclusiones	84
4.3 Modelo de programación no lineal	88
4.3.1 Introducción	88
4.3.2 Modelado de la característica de generación	89
4.3.3 Problema inicial	92
4.3.4 Procedimiento iterativo	93
4.3.5 Inicialización	95
4.3.6 Resultados y conclusiones	97
4.4 Modelo de programación dinámica	105
4.4.1 Introducción	105
4.4.2 Discretización de la región factible	107
4.4.3 Ecuación recursiva	112
4.4.4 Resultados y conclusiones	113
4.5 Conclusiones generales	117
5. APLICACIONES	123
5.1 Introducción	125
5.2 Generación hidroeléctrica con velocidad variable	125
5.2.1 Introducción	125
5.2.2 Planteamiento del problema	133
5.2.3 Influencia de la operación con velocidad variable en la zona de operación de la central	136
5.2.4 Característica de generación de una central de velocidad variable	138
5.2.4.1 Central con un único grupo	138
5.2.4.2 Central con varios grupos	141
5.2.5 Aplicación de los modelos de explotación desarrollados	144
5.2.6 Resultados y conclusiones	145
5.2.6.1 Modelo de programación lineal entera mixta	146
5.2.6.2 Modelo de programación no lineal	148
5.2.6.3 Modelo de programación dinámica	149

5.3 Rentabilidad de la inversión	152
5.3.1 Introducción	152
5.3.2 Ampliación del alcance temporal del modelo	155
5.3.3 Funciones de máximos ingresos	156
5.3.4 Modelo anual de programación no lineal para el cálculo de los ingresos de la central	158
5.3.5 Resultados y conclusiones	159
6. CONCLUSIONES	163
6.1 Resumen de aportaciones originales	165
6.2 Conclusiones	168
6.3 Futuras líneas de investigación	179
BIBLIOGRAFÍA	181
APÉNDICE A. CÁLCULO INFORMÁTICO DE LA CARACTERÍSTICA DE GENERACIÓN	201
A.1 Introducción	203
A.2 Programa cg4.m	203
A.3 Programa cg2v.m	205
APÉNDICE B. CARACTERÍSTICAS DE LA CENTRAL DE REFERENCIA	209
B.1 Introducción	211
B.2 Datos técnicos de la central de referencia	211
APÉNDICE C. CÓDIGO DE LOS MODELOS DE EXPLOTACIÓN	215
C.1 Introducción	217
C.2 Modelo de programación lineal entera mixta	217
C.3 Modelo de programación no lineal	225
C.3.1 Modelo simplificado y problema inicial	225
C.3.2 Problema '1'	232
C.3.3 Problema '2'	237
C.3.4 Batchfile	241
C.4 Modelo de programación dinámica	241
APÉNDICE D. RESULTADOS	249
D.1 Introducción	251
D.2 Datos de los casos analizados	251

D.3 Resultados	252
D.3.1 Caso A	252
D.3.2 Caso B	254
D.3.3 Caso C	255
APÉNDICE E. COMPARACIÓN DE RESULTADOS: VELOCIDAD FIJA - VELOCIDAD VARIABLE	257
E.1 Introducción	259
E.2 Datos de los casos analizados	259
E.3 Resultados velocidad fija	260
E.3.1 Caso D	260
E.3.2 Caso E	261
E.3.3 Caso F	262
E.3.4 Caso G	263
E.4 Resultados velocidad variable	264
E.4.1 Caso D	264
E.4.2 Caso E	265
E.4.3 Caso F	266
E.4.4 Caso G	267
APÉNDICE F. CÁLCULO DE LOS INGRESOS ANUALES DE LA CENTRAL DE REFERENCIA	269
F.1 Introducción	271
F.2 Previsiones de precios horarios	271
F.3 Previsiones de aportaciones	275
F.4 Funciones de máximos ingresos	279
F.5 Código GAMS del modelo anual	280
F.6 Casos anuales analizados	282

***LISTAS DE
FIGURAS Y TABLAS***

Índice de figuras

	Pág.
Figura 2-1. Niveles de planificación de la explotación	20
Figura 3-1. Curvas características de rendimiento (I)	62
Figura 3-2. Curvas características de rendimiento (II)	63
Figura 3-3. Colina de rendimientos de una serie de turbinas Francis	64
Figura 3-4. Límites de operación de la <i>central de referencia</i> con un grupo	67
Figura 3-5. Metodología propuesta para el caso de un grupo	67
Figura 3-6. Característica de generación de la <i>central de referencia</i> con un grupo	68
Figura 3-7. Cálculo de los caudales máximo y mínimo del grupo j	69
Figura 3-8. Región factible del problema de programación dinámica para obtener la característica de generación de una central con varios grupos	70
Figura 3-9. Característica de generación de la <i>central de referencia</i> con cuatro grupos	71
Figura 3-10. Puntos singulares en la característica de generación de la <i>central de referencia</i> con cuatro grupos (coordenadas unitarias)	72
Figura 3-11. Puntos singulares de la característica de generación de la <i>central de referencia</i> (I)	72
Figura 3-12. Puntos singulares de la característica de generación de la <i>central de referencia</i> (II)	73
Figura 4-1. Característica de generación de la <i>central de referencia</i> con dos grupos	79
Figura 4-2. Aproximación lineal de una curva característica. Modelo de Plem	81
Figura 4-3. Aproximación lineal de una curva característica con puntos singulares. Modelo de Plem	81
Figura 4-4. Posibles efectos de la pérdida de la concavidad en la aproximación lineal	82
Figura 4-5. Resultados caso i.2. Ingresos y función objetivo en todas las iteraciones. Modelo de Plem	85
Figura 4-6. Resultados caso i.2. Modelo de Plem	86
Figura 4-7. <i>Zigzagging</i>	87
Figura 4-8. Aproximación lineal de una curva característica. Modelo de Pnl	90
Figura 4-9. Parametrización de la característica de generación. Modelo de Pnl	91
Figura 4-10. Aproximación no lineal de una curva característica. Modelo de Pnl	92
Figura 4-11. «Árbol» del procedimiento iterativo. Modelo de Pnl	94

Figura 4-12. Comparación <i>programa preliminar-programa inicial</i>	99
Figura 4-13. Resultados caso i.2. Modelo de Pnl	100
Figura 4-14. Resultados caso i.1. Modelo de Pnl	103
Figura 4-15. Principio de óptimo	105
Figura 4-16. <i>Región factible provisional</i>	108
Figura 4-17. Discretización de la región factible (I)	109
Figura 4-18. Discretización de la región factible (II)	110
Figura 4-19. <i>Región factible definitiva</i>	111
Figura 4-20. Resultados caso i.2. Modelo de Pd	114
Figura 5-1. Resultados de las simulaciones de [Fraile-Ardanuy et al., 2006b]	129
Figura 5-2. Diagrama de bloques de una central fluyente de velocidad variable propuesto en [Fraile-Ardanuy et al.,2006a]	134
Figura 5-3. Resultados de las simulaciones de [Fraile-Ardanuy et al., 2006a]	135
Figura 5-4. Ampliación de la zona de operación con velocidad variable	137
Figura 5-5. Metodología para obtener la característica de generación de una central con un grupo de velocidad variable	139
Figura 5-6. Característica de generación de la <i>central de referencia</i> con un grupo de velocidad variable	140
Figura 5-7. Característica de generación de la <i>central de referencia</i> con dos grupos de velocidad variable	142
Figura 5-8. Colina de rendimientos de una turbina Kaplan para una posición fija de los álabes del rodete	144
Figura 5-9. Resultados caso i.2. Modelo de Plem. Velocidad variable	146
Figura 5-10. Polinomios de ajuste de las pendientes de los tramos de aproximación de la característica de generación de la <i>central de referencia</i> con dos grupos de velocidad variable	148
Figura 5-11. Resultados caso i.2. Modelo de Pd. Velocidad variable	149
Figura 5-12. Resultados del modelo de explotación semanal	156
Figura 5-13. Función de máximos ingresos. Semana número 1	157
Figura 5-14. Máximos ingresos anuales. Caso 2	159
Figura B-1. Ley de variación del nivel en la zona de descarga de la <i>central de referencia</i>	212
Figura B-2. Relación altura-volumen de embalse en la <i>central de referencia</i>	212
Figura B-3. Vertido a través del aliviadero del embalse de la <i>central de referencia</i>	213
Figura D-1. Precios horarios de venta de energía	252
Figura D-2. Resultados caso A. Modelo de Plem	252
Figura D-3. Resultados caso A. Modelo de Pnl	253
Figura D-4. Resultados caso A. Modelo de Pd	253

Figura D-5. Resultados caso B. Modelo de Plem	254
Figura D-6. Resultados caso B. Modelo de Pnl	254
Figura D-7. Resultados caso B. Modelo de Pd	255
Figura D-8. Resultados caso C. Modelo de Plem	255
Figura D-9. Resultados caso C. Modelo de Pnl	256
Figura D-10. Resultados caso C. Modelo de Pd	256
Figura E-1. Resultados caso D. Modelo de Plem. Velocidad fija	260
Figura E-2. Resultados caso D. Modelo de Pd. Velocidad fija	260
Figura E-3. Resultados caso E. Modelo de Plem. Velocidad fija	261
Figura E-4. Resultados caso E. Modelo de Pd. Velocidad fija	261
Figura E-5. Resultados caso F. Modelo de Plem. Velocidad fija	262
Figura E-6. Resultados caso F. Modelo de Pd. Velocidad fija	262
Figura E-7. Resultados caso G. Modelo de Plem. Velocidad fija	263
Figura E-8. Resultados caso G. Modelo de Pd. Velocidad fija	263
Figura E-9. Resultados caso D. Modelo de Plem. Velocidad variable	264
Figura E-10. Resultados caso D. Modelo de Pd. Velocidad variable	264
Figura E-11. Resultados caso E. Modelo de Plem. Velocidad variable	265
Figura E-12. Resultados caso E. Modelo de Pd. Velocidad variable	265
Figura E-13. Resultados caso F. Modelo de Plem. Velocidad variable	266
Figura E-14. Resultados caso F. Modelo de Pd. Velocidad variable	266
Figura E-15. Resultados caso G. Modelo de Plem. Velocidad variable	267
Figura E-16. Resultados caso G. Modelo de Pd. Velocidad variable	267
Figura F-1. Resultados caso anual 1	282
Figura F-2. Resultados caso anual 2	282
Figura F-3. Resultados caso anual 3	283
Figura F-4. Resultados caso anual 4	283
Figura F-5. Resultados caso anual 5	283
Figura F-6. Resultados caso anual 6	284
Figura F-7. Resultados caso anual 7	284
Figura F-8. Resultados caso anual 8	284
Figura F-9. Resultados caso anual 9	285

Índice de tablas

	Pág.
Tabla 3-1. Rango de saltos netos recomendado para cada tipo de turbina	66
Tabla 4-1. Resultados caso i.2. Modelo de Plem	85

Tabla 5-1.	Coste específico de convertidores de frecuencia	127
Tabla 5-2.	Resultados de las simulaciones de [Campos et al., 1996]	128
Tabla 5-3.	Resultados de las simulaciones de [Pérez et al., 2008]	132
Tabla 5-4.	Límites de operación de la <i>central de referencia</i> con velocidad fija y variable (un grupo)	140
Tabla 5-5.	Límites de operación de la <i>central de referencia</i> con velocidad fija y variable (dos grupos)	143
Tabla 5-6.	Resultados caso i.2. Modelo de Plem. Velocidad variable	146
Tabla B-1.	Datos técnicos de los grupos de la <i>central de referencia</i>	211
Tabla D-1.	Datos de los casos analizados	251
Tabla D-2.	Resultados caso A. Modelo de Plem	253
Tabla D-3.	Resultados caso B. Modelo de Plem	254
Tabla D-4.	Resultados caso C. Modelo de Plem	255
Tabla E-1.	Datos de los casos analizados	259
Tabla E-2.	Resultados caso D. Modelo de Plem. Velocidad fija	260
Tabla E-3.	Resultados caso E. Modelo de Plem. Velocidad fija	261
Tabla E-4.	Resultados caso F. Modelo de Plem. Velocidad fija	262
Tabla E-5.	Resultados caso G. Modelo de Plem. Velocidad fija	263
Tabla E-6.	Resultados caso D. Modelo de Plem. Velocidad variable	264
Tabla E-7.	Resultados caso E. Modelo de Plem. Velocidad variable	265
Tabla E-8.	Resultados caso F. Modelo de Plem. Velocidad variable	266
Tabla E-9.	Resultados caso G. Modelo de Plem. Velocidad variable	267
Tabla F-1.	Precios finales horarios de energía en el año hidrológico 2003-2004 (céntimos de €/kWh)	271
Tabla F-2.	Serie anual de aportaciones (m ³ /s)	275
Tabla F-3.	<i>Funciones de máximos ingresos</i>	280
Tabla F-4.	Comparación de ajustes	280
Tabla F-5.	Datos de los casos anuales analizados	282

LISTA DE SÍMBOLOS

De la central y su característica de generación

c_d	Coefficiente de desagüe del aliviadero.
c_{1u}	Velocidad tangencial del agua en la sección de entrada al rodete.
c_{2u}	Velocidad tangencial del agua en la sección de salida del rodete.
D	Diámetro del rodete.
$F_j(x_j)$	Máxima potencia generada desde el estado intermedio x_j hasta el estado final x_{nd+1} .
g	Aceleración de la gravedad.
h	Salto neto.
h_e	Altura del embalse.
h_{\min}	Salto neto mínimo.
h_{\min}^j	Salto neto mínimo del grupo j .
h_{\max}	Salto neto máximo.
h_{\max}^j	Salto neto máximo del grupo j .
h_u	Salto útil.
H	Elevación de la lámina de agua sobre el nivel del labio del aliviadero.
k_c	Coefficiente de pérdidas en las conducciones.
l_i^s	Longitud del tramo i de la curva de vertido a través del aliviadero.
L_a	Longitud del labio del aliviadero.
n	Velocidad de giro de la turbina.
nd	Número de grupos disponibles para un rango de saltos netos determinado.
n_t	Velocidad unitaria.
n_t^j	Velocidad unitaria del grupo j .
n_t^{1g}	Velocidad unitaria funcionando un solo grupo.
n_t^{2g}	Velocidad unitaria funcionando dos grupos.
n_s	Velocidad específica.
N	Conjunto de grupos de la central.

ND	Conjunto de grupos disponibles para un rango de salto neto determinado.
p	Potencia mecánica transmitida al generador.
p_h	Potencia hidráulica.
p_{\max}	Potencia máxima admisible.
q	Caudal.
q_d	Caudal disponible para producir energía.
q_l	Caudal unitario.
$q_{l_{\max}}^j$	Caudal unitario máximo del grupo j .
$q_{l_{\min}}^j$	Caudal unitario mínimo del grupo j .
q_l^{1g}	Caudal unitario funcionando un grupo.
q_l^{2g}	Caudal unitario funcionando dos grupos.
q_{\max}^j	Caudal máximo del grupo j .
q_{\min}^j	Caudal mínimo del grupo j .
r_i^s	Coefficientes de la curva de vertido a través del aliviadero.
s_a	Caudal vertido a través del aliviadero.
u_1	Velocidad periférica de la turbina en la sección de entrada del agua al rodete.
u_2	Velocidad periférica de la turbina en la sección de salida del agua del rodete.
u_j	Caudal turbinado para el grupo j .
v	Volumen del embalse.
v_i^s	Volumen en el tramo i de la curva de vertido a través del aliviadero.
v_l	Volumen embalsado a la altura del labio del aliviadero.
x_j	Caudal disponible para el grupo j .
γ	Peso específico del agua.
Δh_c	Pérdidas de carga en las conducciones.
Δh_d	Variación del nivel en la zona de descarga de la central.
η	Rendimiento hidráulico.
η_g	Rendimiento del generador.
η^j	Rendimiento hidráulico del grupo j .
<i>Del modelo de programación lineal entera mixta</i>	
B	Función objetivo.

f_c	Factor de conversión de m^3/s a hm^3 .
I	Ingresos que recibe la central por la venta de energía.
K	Conjunto de etapas en las que se divide el periodo de explotación.
l_{ij}	Longitud del tramo i de la curva característica j .
MI	Número máximo de iteraciones.
nc	Número de curvas características obtenidas.
p_j	Potencia en la curva característica j .
p_k	Potencia generada en la etapa k .
pv_1	Pivote extremo correspondiente al punto de caudal mínimo de la curva.
pv_2	Pivote central.
pv_3	Pivote extremo correspondiente al punto de caudal máximo de la curva.
$p_{0,j}$	Potencia mínima de la curva característica j .
q_{ec}	Caudal ecológico.
q_{ij}	Caudal en el tramo i de la curva característica j .
q_j	Caudal turbinado en la curva característica j .
q_j^{\min}	Caudal mínimo de la curva característica j .
q_k	Caudal turbinado en la etapa k .
r_{ij}	Pendiente del tramo de i de la curva característica j .
s_{ak}	Caudal vertido a través del aliviadero en la etapa k .
s_k	Caudal vertido en la etapa k .
T	Duración del periodo de explotación.
u_k	Variable binaria que indica si la central está arrancada {1} o parada {0} en la etapa k .
v_f	Volumen final del embalse.
v_j	Volumen correspondiente a la curva característica j .
v_k	Volumen del embalse al final de la etapa k .
$v_k^{\beta)}$	Volumen medio en la etapa k en la iteración β .
v_{\min}	Volumen mínimo del embalse.
v_{\max}	Volumen máximo del embalse.
v_0	Volumen inicial del embalse.
w_k	Aportación que llega al embalse en la etapa k .

z_{ij}	Variable binaria correspondiente al tramo i de la curva característica j , necesaria para evitar soluciones que sobreestimen la potencia generada.
α	Parámetro para reducir la longitud de paso de la fórmula de actualización del volumen.
β	Contador de iteraciones.
ε	Error cometido en la estimación del volumen.
ε_f	Error máximo admisible para determinar el fin de las iteraciones.
π_k	Precio de venta de la energía en la etapa k .

Del modelo de programación no lineal

B_{sim}	Función objetivo del <i>modelo simplificado</i> .
cl_j^i	Coefficientes del polinomio que expresa la longitud del tramo i en función del volumen.
cr_j^i	Coefficientes del polinomio que expresa la pendiente del tramo i en función del volumen.
$E_I^{\delta)}$	Conjunto de etapas infactibles en el problema δ .
$E_F^{\delta)}$	Resto de etapas en el problema δ .
$E_0^{\delta)}$	Conjunto de etapas en las que la central está parada en el problema δ .
f_c	Factor de conversión de m^3/s a hm^3 .
I_{sim}	Ingresos que recibe la central por la venta de energía (solución del <i>modelo simplificado</i>).
I_0	Ingresos que recibe la central por la venta de energía (<i>problema inicial</i>).
K	Conjunto de etapas en las que se divide el periodo de explotación.
l_{ij}	Longitud del tramo i de la curva característica j .
$l_{ik}^{\delta)}$	Longitud del tramo i de la curva característica de la etapa k según la solución del problema δ .
$l_i(v)$	Longitud del tramo i de la curva característica correspondiente al volumen v .
nc	Número de curvas características obtenidas.
p_j	Potencia en la curva característica j .
p_k	Potencia generada en la etapa k .
$p_k^{\delta)}$	Potencia generada en la etapa k en el problema δ .

$p(q, v)$	Potencia generada con un caudal q y un volumen v .
pV_1	Pivote extremo correspondiente al punto de caudal mínimo de la curva.
pV_2	Pivote central.
pV_3	Pivote extremo correspondiente al punto de caudal máximo de la curva.
q	Caudal turbinado.
q_{ec}	Caudal ecológico.
q_{ij}	Caudal en el tramo i de la curva característica j .
$q_{ik} \cdot l$	Valor inicial asignado al caudal turbinado en el tramo i de la curva característica correspondiente a la etapa k .
$q_i(v)$	Caudal en el tramo i de la curva característica correspondiente al volumen v .
q_j	Caudal turbinado en la curva característica j .
q_j^{\min}	Caudal mínimo de la curva característica j .
q_k	Caudal turbinado en la etapa k .
$q_k \cdot l$	Valor inicial asignado al caudal turbinado en la etapa k .
q_k^{\max}	Caudal máximo en la etapa k .
q_k^{\min}	Caudal mínimo en la etapa k .
$q_k^{\delta)}$	Caudal turbinado en la etapa k en el problema δ .
r_{ij}	Pendiente del tramo de i de la curva característica j .
$r_i(v)$	Pendiente del tramo i de la curva característica correspondiente al volumen v .
s_{ak}	Caudal vertido a través del aliviadero en la etapa k .
s_k	Caudal vertido en la etapa k .
T	Duración del periodo de explotación.
v_f	Volumen final del embalse.
v_j	Volumen correspondiente a la curva característica j .
v_k	Volumen del embalse al final de la etapa k .
v_{\min}	Volumen mínimo del embalse.
v_{\max}	Volumen máximo del embalse.
v_0	Volumen inicial del embalse.
w_k	Aportación que llega al embalse en la etapa k .

Del modelo de programación dinámica

$I(i, j, k)$	Ingresos parciales correspondientes a la trayectoria i - j en la etapa k .
$\bar{I}(i, k)$	Máximos ingresos acumulados desde el estado intermedio i , al inicio de la etapa k , hasta el estado final relajado.
$p(i, j, k)$	Potencia generada en la trayectoria i - j en la etapa k .
$\bar{q}(i, j, k)$	Caudal vertido en la trayectoria i - j en la etapa k (incluye el caudal turbinado y el caudal vertido a través del aliviadero).
q^{\max}	Caudal máximo de la central.
$q^{\max}(i, j, k)$	Caudal máximo en la trayectoria i - j en la etapa k .
$q^{\min}(i, j, k)$	Caudal mínimo en la trayectoria i - j en la etapa k .
$s(i, j, k)$	Caudal vertido a través del aliviadero en la trayectoria i - j en la etapa k .
v_{df}	Estado final definitivo.
\bar{v}_d^k	Límite superior definitivo de la región factible al final de la etapa k .
\underline{v}_d^k	Límite inferior definitivo de la región factible al final de la etapa k .
v_f	Volumen final del embalse.
$\bar{v}(i, j, k)$	Volumen medio en la trayectoria i - j en la etapa k .
$v(j, k)$	Volumen del embalse en el estado intermedio j al final de la etapa k .
v_{\max}	Volumen máximo del embalse.
v_{\min}	Volumen mínimo del embalse.
\bar{v}_p^k	Límite superior provisional de la región factible al final de la etapa k .
\underline{v}_p^k	Límite inferior provisional de la región factible al final de la etapa k .
v_0	Volumen inicial del embalse.
$w(k)$	Aportación que llega al embalse en la etapa k .
Δv	Intervalo de discretización.
ε_v	Error cometido al relajar la consigna de explotación.
$\pi(k)$	Precio de venta de la energía en la etapa k .

De la aplicación a una central de velocidad variable

g	Aceleración de la gravedad.
h	Salto neto.
h_b	Salto bruto.
h_e	Altura del embalse.
n	Velocidad de giro de la turbina.

N	Conjunto de grupos de la central.
nd	Número de grupos disponibles para un rango de saltos netos determinado.
ND	Conjunto de grupos disponibles para el rango de saltos netos.
n_t	Velocidad unitaria.
\vec{n}_t	Vector de velocidades unitarias.
p	Potencia mecánica transmitida al generador.
q	Caudal.
q_d	Caudal disponible.
q_t	Caudal unitario.
\vec{q}_t^j	Vector de caudales unitarios del grupo j .
\vec{q}^j	Vector de caudales del grupo j .
q_{\max}	Caudal máximo de la central.
q_{\max}^j	Caudal máximo del grupo j .
q_{\min}	Caudal mínimo de la central.
q_{\min}^j	Caudal mínimo del grupo j .
\vec{q}_t^j	Vector de caudales turbinables del grupo j .
u_j	Caudal turbinado para el grupo j .
v	Volumen del embalse.
x_j	Caudal disponible para el grupo j .
γ	Peso específico del agua.
Δh_c	Pérdidas de carga en las conducciones.
Δh_d	Variación del nivel de la zona de descarga de la central.
η	Máximo rendimiento del vector de rendimientos (un grupo).
$\vec{\eta}$	Vector de rendimientos.
η_k^j	Máximo rendimiento del vector de rendimientos del grupo j .

De la aplicación a estudios de rentabilidad

A	Capital inicial invertido.
dtr	Desviación típica de los residuos.
ec	Error cuadrático.
E_n	Esperanza matemática del escenario de operación n .
FC_t	Flujo de caja de la central en el año t .

f^{k_s}	Función de máximos ingresos en la semana k_s .
$f_n^{k_s}$	Función de máximos ingresos en la semana k_s del escenario n .
I_{anual}	Ingresos que produce la central durante un año.
$I_{ms}^{k_s}$	Máximos ingresos esperados en la semana k_s .
k	Tasa de interés o de actualización considerada.
K_s	Conjunto de etapas de una semana en las que se divide el año hidrológico.
n	Duración en años del periodo de vida útil de la central.
ne	Número de escenarios de operación.
nk	Número de coeficientes de regresión.
nm	Número de casos analizados (muestras).
VAN	Valor actual neto.
v_f^{anual}	Volumen del embalse al final del año.
$v_f^{k_s}$	Volumen del embalse al final de la semana k_s .
v_{max}	Volumen máximo del embalse.
v_{min}	Volumen mínimo del embalse.
$v_0^{k_s}$	Volumen del embalse al comienzo de la semana k_s .
v_0^{anual}	Volumen del embalse al comienzo del año.
TIR	Tasa interna de retorno.

RESUMEN DE LA TESIS

En esta tesis, se estudia con detalle el problema de *planificación de la operación o la explotación a corto plazo de una central hidroeléctrica tomadora de precios* que vende su energía en un mercado eléctrico liberalizado y organizado sobre la base de un sistema de ofertas de compra y venta de energía, poniendo un énfasis especial en el caso de las centrales con una *capacidad de regulación semanal, diaria o menor*, en las que es muy importante tener en cuenta, en el corto plazo, el efecto de la variación del salto, o del volumen.

Analizando los modelos de explotación a corto plazo descritos en la bibliografía, se detectan en éstos ciertas limitaciones que pueden resumirse en los siguientes puntos:

- a) Es frecuente ignorar en los estudios a corto plazo la influencia de la variación del volumen del embalse a lo largo del periodo de explotación.
- b) Se recurre generalmente a dividir el problema en dos partes o problemas distintos: la asignación óptima de grupos y el despacho económico o de carga de los grupos asignados.

En esta tesis, se desarrollan *tres modelos de explotación a corto plazo originales*, que se basan respectivamente en programación lineal entera mixta, programación no lineal y programación dinámica. Los tres modelos *resuelven simultáneamente la asignación y el despacho económico* de los grupos de la central y los dos últimos tienen en cuenta el *efecto de la variación del salto* durante el proceso de optimización, superando así las principales limitaciones de la mayoría de los modelos existentes.

Los tres modelos se apoyan en la *metodología* que se propone en la tesis para obtener la *característica de generación de la central*, quedando implícitos en la solución de los tres modelos el estado óptimo (arranque/parada) y la potencia que producen todos los grupos de la central. Los tres modelos se apoyan además en una serie de *procedimientos iterativos, de modelado y de discretización*, algunos de los cuales son *originales*, y otros se basan parcialmente en procedimientos conocidos. Para comprobar la validez de los modelos, se estudia con éstos la explotación a corto plazo de una *central de referencia* formada por dos grupos generadores, bajo distintas condiciones de operación.

Además del desarrollo de nuevos modelos de explotación a corto plazo, se encuentran entre los objetivos de esta tesis la aplicación de los modelos desarrollados a una central de *generación hidroeléctrica con velocidad variable* y su utilización como *herramienta de apoyo en estudios de rentabilidad* de centrales hidroeléctricas.

De acuerdo con los objetivos previstos, se describe en la tesis la *metodología* a seguir para aplicar los modelos desarrollados a una central de velocidad variable y se estudia la explotación a corto plazo de la *central de referencia* con dos grupos de velocidad variable bajo distintas condiciones de operación, demostrándose que, al permitir que los grupos de la central giren siempre a su velocidad óptima, aumentan considerablemente:

- a) El *rango de caudales turbinables* para cada nivel o volumen de embalse.
- b) La *carrera de embalse aprovechable* para producir energía.
- c) La *potencia* que produce la central en las mismas condiciones de caudal y salto.
- d) Los *ingresos* que recibe la central por vender su energía en el mercado.

Cabe destacar que la aplicación de estos modelos a una central de velocidad variable constituye una de las *principales aportaciones* de esta tesis, ya que no se ha encontrado en la bibliografía ningún modelo de explotación a corto plazo aplicado a una central de este tipo.

Por último, se presenta en esta tesis una *metodología* para estimar, a partir de unas previsiones de aportaciones y de precios horarios, los *ingresos anuales* que produce una central hidroeléctrica, utilizando los modelos desarrollados. Aplicando esta metodología se obtienen unos resultados más precisos que los que se obtienen en la mayoría de los estudios de rentabilidad consultados, ya que se tienen en cuenta los siguientes aspectos:

- a) La *variación del rendimiento* global de la planta en función de las condiciones de operación y del número de grupos que están en funcionamiento.
- b) La *variación horaria de los precios* de venta de la energía.
- c) La *capacidad de gestión* de la central para maximizar sus ingresos, distribuyendo el agua de la mejor forma posible entre todas las etapas del periodo de estudio, y para maximizar la energía generada en cada etapa, repartiendo de forma óptima el agua asignada entre todos los grupos disponibles.

Cabe señalar que toda la tesis se desarrolla bajo un *enfoque determinista* en lo que se refiere al tratamiento de las aportaciones, los precios y la disponibilidad de los grupos.

In this thesis, the *short-term scheduling of a price-taker hydropower plant* that sells its energy in pool-based electricity market is studied in detail, with special emphasis in the case of plants associated to a reservoir the *regulating capability* of which is *weekly, daily or even smaller*, where it is specially important to consider, in the short-term, the influence of the head, or volume, variation.

When analyzing the short-term scheduling models found in the technical literature, it is noticeable that there are some limitations that can be summarized as follows:

- a) In short-term studies, it is usual to neglect the influence of the head, or volume, variation throughout the time horizon.
- b) The short-term scheduling problem is generally decomposed into two different problems: the unit commitment and the economic dispatch of the committed units.

In this thesis, *three novel short-term scheduling models*, based respectively on mixed integer linear programming, nonlinear programming and dynamic programming are developed. The three models *solve simultaneously the commitment and load dispatch* of all the plant generating units, and the last two models consider also the influence of the head, or volume, variation during the optimization process, thus overcoming the main limitations found in the existing models.

The three models are based on the *methodology* proposed in this thesis to obtain the *plant generation characteristic*, which implicitly includes the optimal status (on/off) and the power produced by all the plant generating units. Furthermore, these models use some *iterative, modelling and discretization procedures*, some of which are original, whereas others are partially based on known procedures. In order to check the validity of these models, they are applied to solve the short-term scheduling of a hydropower plant with two generating units, under different operating conditions.

Besides the development of new short-term scheduling models, two more objectives are pursued in this work: the application of the developed models to an *adjustable speed hydropower plant* and the use of these models as a *supporting tool to estimate the economic feasibility* of a hydropower plant project.

According to the proposed objectives, the application of the developed models to an adjustable speed hydropower plant is discussed in this thesis. The results of the short-term scheduling of a hydropower plant with two adjustable speed generating units are presented. It is demonstrated that, by allowing all the plant generating units to run at their optimal speed, an increase in the following magnitudes results:

- a) The *range of operating flows* for each reservoir level or volume.
- b) The *range of operating volumes* to produce energy.
- c) The *power* produced by the plant under the same operating conditions.
- d) The *income* that the plant receives from selling energy in the electricity market.

It is worthy to mention that the application of the developed models to an adjustable speed hydropower plant is one of the *main contributions* of this thesis, provided that, so far, no short-term scheduling model applied to such type of hydropower plants has been found in the technical literature.

Finally, it is presented a *methodology* based on the developed models to estimate the *annual income* of a hydropower plant, given a series of forecasted water inflows and energy prices. Compared with usual procedures, the approach proposed in this thesis leads to more accurate results, since the following aspects are considered in detail:

- a) The *variation of the plant efficiency* with the operating conditions and the number of generating units in operation.
- b) The *hourly variation of the energy prices*.
- c) The *management capability* of the plant to optimally distribute the water among the available generating units and throughout the time, thus maximizing the energy generated stage and the income that the plant receives from selling energy.

It is important to note that the entire thesis is developed in a deterministic framework in that respect to the water inflows, the energy prices and the units' availability.

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

1.1 Contexto de la tesis

La energía eléctrica es un servicio social esencial y, como tal, debe ser económico y fiable. Es necesaria para el bienestar social y se ha convertido en una de las bases para el desarrollo industrial y el crecimiento económico de cualquier país. En relativamente poco tiempo, la energía eléctrica ha pasado de ser un lujo que se encontraba al alcance de un número reducido de personas, a ser un bien de primera necesidad [Göl, 2008].

Dados los elevados costes de inversión y los nada desdeñables costes de producción, las empresas eléctricas han buscado, desde que las tecnologías de la computación lo han permitido, el respaldo de programas informáticos para facilitar sus procesos de toma de decisiones. Estos programas, basados en un modelado matemático del funcionamiento de los sistemas eléctricos, se han especializado en numerosas facetas de las actividades del sector, cubriendo aspectos tan dispares como las decisiones de inversión en grupos generadores, los estudios de fiabilidad del sistema, la optimización de la producción, la expansión y la operación de la red de transporte de la energía, etc. [Rivier, 1998].

Tras unos inicios marcados por la iniciativa de unos cuantos pioneros privados, la producción, el transporte y la distribución de electricidad han contado tradicionalmente y desde muy temprano con la importante tutela y protección del estado [Rivier, 1998]. En sus primeros años de existencia, la industria eléctrica de la mayoría de los países desarrollados era un sector fragmentado y disperso. A principios del siglo pasado, los gobiernos comenzaron a considerar el suministro eléctrico como un servicio público, y la electrificación comenzó a llegar a algunas zonas rurales. Fue después de la Segunda Guerra Mundial cuando los gobiernos empezaron a considerar al sector eléctrico como un *monopolio natural*, debido, entre otras cosas, al aumento de las economías de escala [Fernández, 2003]. En este contexto, las decisiones relativas al desarrollo del sistema eléctrico eran tomadas de forma centralizada y la participación de las empresas privadas estaba condicionada en gran medida por la acción de los correspondientes organismos reguladores [Vázquez, 2003].

En el sistema eléctrico español, la regulación por parte del estado se instrumentaba, fundamentalmente, a través de políticas de planificación de los medios de generación y transporte, y del establecimiento de la tarifa eléctrica. Hasta la década de los noventa, el desarrollo y la expansión del sector eléctrico a largo plazo se encontraba contenido en los Planes Energéticos Nacionales, que elaboraban los gobiernos correspondientes y que establecían las líneas básicas de la política energética española. Estos planes definían, entre otras cosas, la potencia y localización de las nuevas centrales eléctricas [UNESA, 2003].

Durante las décadas de los ochenta y los noventa, diferentes circunstancias motivaron una serie de reformas liberalizadoras en los sectores eléctricos de varios países. Pueden clasificarse estos factores en tres tipos [Sánchez, 2000; en Fernández, 2003]:

- Económicos: el tamaño de los mercados energéticos aumentó de forma apreciable debido, fundamentalmente, a la globalización de los productos energéticos y al desarrollo de la capacidad de interconexión de los sistemas eléctricos y gasistas.
- Técnicos: disminuyó el tamaño mínimo eficiente de las centrales de generación.
- Políticos: la búsqueda de la eficiencia económica incentiva la creación de un marco competitivo en el sector eléctrico.

Por estos motivos, en 1996, se aprobó la Directiva 96/92/CE del Parlamento Europeo y del Consejo sobre normas comunes para el mercado interior de la electricidad, que contiene unos criterios mínimos de liberalización e introducción de la competencia en los sistemas eléctricos que obligaban a la mayoría de los países de la Unión Europea a modificar sus correspondientes legislaciones eléctricas con anterioridad al 19 de febrero de 1999 [Marcos, 2002]. Con la entrada en vigor de la Ley 54/1997 de 27 de noviembre, del Sector Eléctrico, España se convirtió en uno de los primeros países de la Unión en introducir la liberalización del mercado de la electricidad.

Salvo excepciones, todos los mercados competitivos de energía eléctrica se articulan en torno a un mercado mayorista de corto plazo, o *pool*, donde los diferentes agentes del mercado realizan sus correspondientes ofertas de compra y venta de energía eléctrica. En estos mercados eléctricos organizados se establecen las reglas que han de promover la eficiencia económica de modo que la búsqueda del máximo beneficio por parte de los agentes participantes en el mercado conduzca a la obtención del mínimo coste global en la explotación [De Cuadra, 1998].

El valor marginal de la energía representa, en muchos de estos sistemas competitivos o liberalizados, el precio de toda la energía intercambiada en el mercado, por lo que su correcta estimación es fundamental para evaluar los ingresos de cualquier instalación de producción. Dicho valor marginal representa el precio al que el mercado de generación está dispuesto a cubrir un incremento puntual de la demanda o, lo que es lo mismo, el coste adicional de satisfacer un megavatio más de energía de acuerdo con el precio de la oferta de generación no casada más barata.

Los marcos competitivos en los que se desarrolla hoy día la actividad de producción de energía eléctrica, han provocado un importante impulso en el desarrollo de modelos de explotación. El objetivo principal de estos modelos es la evaluación de los distintos aspectos de la planificación de los sistemas de generación de energía eléctrica, mediante una representación matemática de los mismos. Las decisiones de planificación corren ahora a cargo de las compañías eléctricas, cuyo objetivo principal es obtener el máximo beneficio económico posible, con un nivel de riesgo aceptable. Dadas las consecuencias económicas que se derivan de los estudios de planificación, los modelos de explotación tienden a incorporar cada vez mayores niveles de detalle.

Las decisiones de planificación que toman las compañías eléctricas son ciertamente complejas por lo que, generalmente, suelen desagregarse en distintos niveles, en función del horizonte temporal que éstas abarcan. Los distintos niveles en los que se toman las decisiones de planificación de una compañía eléctrica obedecen a una estructura jerárquica, en el sentido de que las decisiones tomadas en los niveles superiores se utilizan como datos de partida en los niveles inferiores [Ramos, 1990; Pereira and Pinto, 1982].

El alcance u horizonte temporal influye considerablemente en las características de un modelo de explotación, dándole más o menos importancia a unos u otros parámetros del modelo según el mismo. En general, cuanto mayor es el alcance temporal de un modelo de explotación, menor es el nivel de detalle del mismo, y viceversa. En el corto plazo, es muy importante representar correctamente el funcionamiento de los grupos generadores para obtener políticas de explotación lo más realistas posibles, mientras que en el medio y largo plazo, se recurre habitualmente a modelos muy simplificados en este aspecto. Por el contrario, la incertidumbre asociada a algunas variables aleatorias que intervienen en la explotación de un sistema de energía eléctrica, tales como las aportaciones, los

precios de la energía o la indisponibilidad de los grupos de generación, aumenta con el horizonte o alcance temporal del modelo.

En el mercado eléctrico español, las compañías generadoras presentan sus ofertas de venta de energía en el *mercado diario* para cada periodo horario y para cada *unidad de producción*. Se entiende por unidad de producción: grupo térmico, central de bombeo puro, unidad de gestión de centrales hidráulicas, unidad de gestión de aerogeneradores de un parque, unidad de representación en el mercado por parte de un agente vendedor de instalaciones de régimen especial y unidad de gestión de agentes externos habilitados para vender energía en el mercado [OMEL, 2005]. La capacidad de generación de una unidad de producción condiciona el enfoque del modelo de explotación que utiliza la compañía para elaborar las ofertas de venta de energía en el mercado diario. Según su capacidad de generación, las ofertas de venta correspondientes pueden o no influir en el *precio de cierre* del mercado, que se obtiene como resultado de la casación de ofertas de compra y venta de energía que efectúa el *operador del mercado* (OMEL), dividiéndose las unidades de producción en dos categorías: *tomadoras* y *fijadoras de precios*. Las primeras son un caso muy frecuente en España, donde existe un número significativo de productores independientes y el mercado eléctrico es de índole *oligopolista*, ya que gran parte de la oferta del sector se concentra en un número reducido de empresas.

Esta tesis se centra fundamentalmente en el **estudio de modelos de explotación a corto plazo de una central hidroeléctrica tomadora de precios** bajo un enfoque *determinista* en el tratamiento de las aportaciones, los precios y la disponibilidad de los grupos generadores. Las estrategias que utilizan las compañías propietarias de centrales o de unidades de producción fijadoras de precios para la elaboración de sus ofertas de venta de energía quedan por tanto fuera del alcance de esta tesis.

Desde el punto de vista del sistema eléctrico, los aprovechamientos hidroeléctricos, especialmente aquellos que se encuentran asociados a un embalse con cierta capacidad de regulación, proporcionan unos niveles elevados de calidad y garantía de suministro de la energía eléctrica, facilitando además el seguimiento de la curva de demanda, la regulación de la frecuencia y de la tensión, y contribuyendo, en caso necesario, a la rápida reposición del servicio o a la sustitución inmediata de la producción de centrales térmicas y nucleares, en caso de indisponibilidad fortuita de estas últimas [Marcos, 2006].

Por otro lado, desde un punto de vista medioambiental, si bien es cierto que, durante algún tiempo, ha existido cierta controversia a la hora de considerar la energía hidroeléctrica como una fuente de energía renovable, en los últimos años parece haberse alcanzado un consenso en este aspecto, desde que en la Cumbre Mundial de Desarrollo Sostenible, celebrada en el año 2002 en Johannesburgo, fuera declarada fuente de energía renovable en todas sus modalidades [IHA, 2008]. Además, favorece el desarrollo y la penetración en el sistema eléctrico de otras fuentes de energía renovables, como la energía eólica, compensando en mayor o menor medida el carácter *no gestionable* de la energía que ésta introduce en la red eléctrica [Pérez Arriaga et al., 2005].

Asimismo, desde un punto de vista económico, la energía hidroeléctrica contribuye al desarrollo económico de un país y reduce su dependencia energética del exterior, ya que el agua es un recurso autóctono, que no está sujeto a la fuerte variación de los precios de los combustibles fósiles. Actualmente, existe un gran potencial a nivel mundial para invertir en instalaciones de generación hidroeléctrica, tal y como se puso de manifiesto en el IV Forum Mundial del Agua, celebrado en el año 2006, en la Ciudad de México [WWC, 2006]. Todos estos motivos han llevado a centrar la tesis en la explotación de centrales de generación hidroeléctrica.

Las decisiones de explotación en el corto plazo de una central hidroeléctrica tienen un alcance temporal que va desde un día hasta una semana, y se centran fundamentalmente en la obtención del programa de operación que maximiza el beneficio o los ingresos que recibe la central por vender su energía en el mercado.

Una de las principales dificultades a la que se enfrentan los modelos de explotación de centrales hidroeléctricas es la de representar el fenómeno de producción de energía que tiene lugar en la central. La potencia generada en una central hidroeléctrica depende de forma no lineal del caudal turbinado y del salto neto, y este último depende a su vez del nivel que alcanza el agua en el embalse o zona de captación, de las características de las conducciones y de las dimensiones de la zona de descarga. La relación no lineal y en general no cóncava que existe entre la potencia generada, el caudal y el salto neto, o el volumen del embalse, recibe el nombre de *característica de generación*. En los estudios a corto plazo es frecuente ignorar la variación del nivel en el embalse durante el periodo de explotación. Éste puede ser un enfoque razonable cuando la capacidad de regulación

del embalse asociado a la central es mensual o superior, o cuando se trata de una central fluyente. Sin embargo, son cada vez más frecuentes los embalses hidroeléctricos cuya capacidad de regulación es semanal, diaria e incluso inferior debido, entre otras cosas, a una mayor preocupación social por el medioambiente, que genera una fuerte oposición a los embalses de mayor tamaño. En este tipo de aprovechamientos hidroeléctricos, es muy importante tener en cuenta en el corto plazo la variación del volumen para calcular el programa óptimo de explotación que maximiza los ingresos que cabe esperar por la venta de energía.

Otra de las dificultades a las que se enfrentan los modelos de explotación de centrales hidroeléctricas es el carácter discreto de ciertas decisiones de explotación, tales como la selección óptima de los grupos que en cada instante se encuentran arrancados o parados. Éste es un aspecto difícil de tratar, por lo que se recurre con frecuencia a independizar unas decisiones de otras, dividiendo el modelo en dos partes distintas: por un lado, se seleccionan en cada etapa los grupos que deben estar en funcionamiento, problema que se conoce con el nombre de *asignación de grupos* («*unit commitment*»); y por otro lado, se calcula en cada etapa el punto de funcionamiento de todos los grupos asignados en el problema anterior, problema que se conoce con el nombre de *despacho económico o de carga* («*economic dispatch*» o «*load dispatch*»).

En general, todos los grupos de una central hidroeléctrica están sujetos a unos *límites de operación*, más o menos amplios en función el tipo de turbina y sus características. El funcionamiento de los grupos fuera de la zona de operación marcada por estos límites provoca la aparición de fenómenos indeseables, tales como *cavitación* o vibraciones en el tubo de descarga, que favorecen el desgaste o deterioro de los equipos y producen el encarecimiento de los costes de mantenimiento y el consiguiente desaprovechamiento de los recursos durante los periodos de mantenimiento de la central.

Además de las restricciones técnicas de los grupos, la operación a corto plazo de una central hidroeléctrica suele estar sujeta a restricciones estratégicas impuestas a partir de los resultados de modelos de explotación de mayor alcance temporal. Estas restricciones o *consignas de explotación* suelen representarse por curvas guía de la evolución de los embalses, admitiendo generalmente un cierto margen de variación.

Encontrar el programa óptimo de explotación que maximiza los ingresos que obtiene una central hidroeléctrica por vender su energía en el mercado es por tanto un problema

no lineal, que está sujeto a fuertes restricciones estratégicas y de operación, y en el que intervienen variables continuas y enteras. Éste es un problema muy complejo, en el que suelen llevarse a cabo fuertes simplificaciones, y cuyo análisis detallado es el objetivo principal de esta tesis doctoral.

Salvo excepciones, las centrales hidroeléctricas se conectan a una red eléctrica de frecuencia constante. Las variaciones de esta magnitud deben mantenerse dentro de límites muy estrictos para asegurar el correcto funcionamiento de los equipos conectados a la red. Por este motivo, los grupos hidroeléctricos convencionales con generadores síncronos deben girar a velocidad constante; en centrales de menor tamaño con generadores asíncronos, la velocidad de los grupos se desvía sólo en un pequeño porcentaje de su velocidad de sincronismo, por lo que a los efectos de lo que sigue, pueden considerarse también de velocidad constante. Esto limita notablemente las condiciones de operación de la central, ya que el rendimiento de los grupos cae más o menos bruscamente según el tipo de turbina y sus características, cuando éstos operan fuera del *punto de diseño*.

Las centrales hidroeléctricas pueden sufrir fuertes variaciones en las condiciones de operación, especialmente en los casos de centrales fluyentes y de centrales asociadas a embalses cuyo uso prioritario no es hidroeléctrico. Asimismo, las centrales con grandes embalses reguladores de uso prioritario hidroeléctrico pueden estar sujetas a importantes variaciones de las condiciones de operación si el régimen hidrológico de la cuenca en la que se encuentran experimenta fuertes cambios estacionales, como sucede en una gran parte del territorio español. En estos casos, el rendimiento global de la planta disminuye considerablemente y los grupos pueden verse sometidos a largos periodos de inactividad en los que deben permanecer parados por motivos técnicos.

Modificando la velocidad de giro de los grupos es posible adaptarse en mayor medida a las condiciones de operación de la central y mejorar el rendimiento global de la planta. Se reduce además el riesgo de que se produzca cavitación y de que aparezcan fluctuaciones de presión en el tubo de descarga, y pueden ampliarse significativamente los límites de operación de la central.

La *generación hidroeléctrica con velocidad variable* lleva muchos años siendo objeto de atención [Gish et al., 1981]. No obstante, su estudio ha sufrido ciertos altibajos a lo largo del tiempo, que han estado motivados principalmente por los elevados costes de

los equipos *convertidores electrónicos de frecuencia* necesarios para entregar la energía generada a una red eléctrica de frecuencia fija. Afortunadamente, se han llevado a cabo grandes avances en el campo de la electrónica de potencia durante los últimos años, que han provocado un importante descenso en los costes de estos equipos. Cabe esperar, por tanto, que el descenso de estos costes suscite nuevamente el interés por esta tecnología.

Si bien es cierto que se han llevado a cabo numerosos proyectos que demuestran la viabilidad técnica de la implantación de centrales hidroeléctricas de velocidad variable, son muy pocos los casos en los que se han estimado con cierta precisión los beneficios que cabe esperar mediante la aplicación de esta tecnología, en los aspectos energético, económico y ambiental. Los únicos estudios encontrados en la literatura técnica en los que se han estimado estos beneficios con cierta precisión, se presentaron en [Campos et al., 1996] y en [Ardanuy et al., 2006b]. Los resultados de estos dos estudios demuestran que mediante la operación con velocidad variable cabe esperar, en general, un aumento significativo de la producción y, en bastantes casos, una reducción del área inundada por el embalse, sin que por ello disminuya la energía generada en la central, ocasionando así un impacto ambiental menor.

Por otro lado, en lo que se refiere a la planificación de la operación de centrales de velocidad variable, cabe destacar que no se ha encontrado en la literatura técnica ningún modelo de explotación aplicado a una central de este tipo, lo cual ha motivado el interés de esta tesis por el desarrollo de **modelos de explotación** a corto plazo que puedan ser **aplicables a una central de velocidad variable**.

Por último, cabe señalar que hoy en día existe un cierto rechazo por parte de algunos organismos financiadores para llevar a cabo inversiones en instalaciones de generación hidroeléctrica. Cabe destacar, entre otros motivos, el largo procedimiento de tramitación concesional al que están sujetos en España los aprovechamientos hidroeléctricos, y la imprecisión con la que se estima generalmente la rentabilidad de este tipo de proyectos [Martínez y Serrano, 2004].

En cuanto a los aspectos administrativos, tal y como se refleja en el Plan de Energías Renovables 2005-2010 [IDAE, 2005], los organismos competentes en la resolución de los expedientes concesionales de los aprovechamientos hidroeléctricos, deben tomar las medidas necesarias para reducir el periodo de obtención de las resoluciones definitivas de concesión, que actualmente puede superar los 5 años.

En cuanto a la estimación de la rentabilidad de los proyectos de inversión en centrales hidroeléctricas, se confirma en la bibliografía y en los proyectos consultados que ésta se estima de una forma un tanto simplificada. Generalmente, la rentabilidad de un proyecto de inversión se mide mediante criterios o indicadores tradicionales como el *valor actual neto* (VAN) y la *tasa interna de retorno* (TIR). En ambos casos, es necesario estimar los *flujos de caja* (*cash-flow*) anuales que producirá el proyecto en el que se ha invertido un determinado capital inicial, y que vienen dados por la diferencia entre los ingresos y los gastos anuales estimados. Los ingresos anuales que producirá una central hidroeléctrica se calculan generalmente a partir de una estimación de la producción anual de la central. En la mayoría de los estudios de rentabilidad consultados, se realizan simplificaciones en el cálculo de la energía y los ingresos anuales en los siguientes aspectos:

- Se toma un valor constante del rendimiento de la central para calcular la energía anual, ignorando que éste puede variar en función de las condiciones de operación y del número de grupos que están en funcionamiento.
- No se tiene en cuenta la variación horaria de los precios de la energía para calcular los ingresos anuales sino que, habitualmente, se toma un precio anual constante.
- No se aprovecha la capacidad de gestión de la central para maximizar la energía generada y los ingresos.

Es evidente que antes de asumir el riesgo de la inversión en una central hidroeléctrica, debe tenerse una cierta seguridad de que ésta, en un futuro, puede producir beneficios. Para ello, es fundamental estimar correctamente la energía, los ingresos y los gastos que produce anualmente la central. Se ha detectado una falta de precisión en estos aspectos, en la mayoría de los estudios de rentabilidad consultados, lo cual ha motivado el interés de esta tesis por el desarrollo de **herramientas de apoyo para estimar la rentabilidad de proyectos de inversión en centrales hidroeléctricas**.

1.2 Objetivos y alcance de la tesis

Los objetivos que se ha pretendido alcanzar con el desarrollo de esta tesis son:

- a. Estudiar con el mayor detalle posible la *planificación de la operación a corto plazo de una central hidroeléctrica tomadora de precios* que vende su energía en un mercado eléctrico liberalizado, organizado sobre la base de un sistema de ofertas de compra y venta de energía, con el objetivo principal de maximizar sus ingresos. Se

hace especial hincapié en el caso de las centrales hidroeléctricas con capacidad de regulación semanal, diaria o menor, en las que es muy importante tener en cuenta, en el corto plazo, el *efecto de la variación del salto*, o del volumen, para calcular el programa óptimo de explotación.

- b. Desarrollar una *metodología* adecuada para obtener de la forma más precisa posible la *característica de generación* de una central hidroeléctrica teniendo en cuenta la *variación de los límites de operación* (caudales mínimo y máximo) de los grupos en función del volumen embalsado y la posibilidad de que éstos tengan *diferentes rangos de salto neto admisible*.
- c. Analizar críticamente los *modelos de explotación a corto plazo* encontrados en la bibliografía, y *desarrollar nuevos modelos de explotación a corto plazo* que resuelvan simultáneamente la *asignación óptima* y el *despacho económico* de los grupos de la central, teniendo en cuenta el *efecto de la variación del salto*. Se pretende desarrollar modelos basados en técnicas de: *programación lineal entera mixta*, *programación no lineal* y *programación dinámica*, que utilicen *modelos matemáticos* precisos de la característica de generación, adecuados a cada una de las técnicas de resolución utilizadas.
- d. Aplicar los modelos de explotación desarrollados a una *central hidroeléctrica de velocidad variable* y estimar cualitativa y cuantitativamente las ventajas que, desde los puntos de vista técnico y económico, puede aportar esta tecnología. Se presta especial atención a: la *ampliación de la zona de operación* de la central, en lo que se refiere al rango de caudales turbinables y a la carrera de embalse aprovechable para generar energía, y a los *incrementos de producción y de ingresos* que cabe esperar como consecuencia de hacer que los grupos de la central giren siempre a su velocidad óptima.
- e. Valorar la utilización de los modelos desarrollados como *herramienta de apoyo* para estimar la *rentabilidad de proyectos de inversión en centrales hidroeléctricas*. Se tiene en cuenta para ello: la *variación del rendimiento de la central* con las condiciones de operación y con el número de grupos que están en funcionamiento; la *variación horaria de los precios* de la energía; y la *capacidad de gestión* de la central para maximizar sus ingresos.

Cabe señalar que la tesis se desarrolla bajo un *enfoque determinista* y que, con objeto de ilustrar mejor el funcionamiento de los modelos de explotación desarrollados y sus

aplicaciones, se analizan los resultados obtenidos con una *central de referencia* que dispone, según el caso, de uno o varios grupos generadores, y cuyas características se recogen en un apéndice al final de la tesis.

Por último, es importante tener en cuenta que quedan fuera del alcance de esta tesis:

- i. El diseño de estrategias para la elaboración de ofertas que se utilizan habitualmente en centrales fijadoras de precios.
- ii. El estudio de los sistemas de regulación y control que se utilizan en una central de velocidad variable para ajustar en cada instante la velocidad de giro de los grupos a su valor óptimo.
- iii. El cálculo de la rentabilidad de la inversión en los *convertidores electrónicos de frecuencia* necesarios para entregar la energía generada por los grupos de velocidad variable a una red eléctrica de frecuencia fija.

1.3 Estructura de la tesis

El trabajo desarrollado en esta tesis se estructura en seis capítulos y seis apéndices. A continuación, se describe de forma breve el contenido de los cinco capítulos restantes y de los seis apéndices.

En el capítulo 2, se presenta una revisión del estado del arte de los principales temas tratados en la tesis. El capítulo comienza exponiendo algunos de los factores que pueden influir en el enfoque de un modelo de explotación de una central hidroeléctrica. El resto del capítulo se divide en cuatro apartados, que corresponden a los cuatro bloques en los que se dividen las referencias bibliográficas consultadas para el desarrollo de la tesis, a saber: característica de generación de centrales hidroeléctricas, modelos de explotación, generación hidroeléctrica con velocidad variable y estudios de rentabilidad de centrales hidroeléctricas.

A continuación, en el capítulo 3, se propone una metodología para obtener los puntos de la característica de generación de una central hidroeléctrica con embalse regulador, de la que se suponen conocidos: la relación volumen-altura del embalse; el coeficiente de pérdidas de carga en las conducciones; la ley de variación del nivel en la descarga en función del caudal; y la colina de rendimientos o, en su defecto, unas curvas que expresen el rendimiento en función del caudal y del salto neto, de todos los grupos de la central.

En el capítulo 4, se desarrollan tres modelos de explotación a corto plazo, basados en técnicas de *programación lineal entera mixta*, *programación no lineal* y *programación dinámica*. El objetivo de los tres modelos consiste en maximizar los ingresos que recibe la central por vender su energía en el mercado diario. El *modelo de programación lineal entera mixta* está basado en el modelo propuesto en [García-González et al., 2003], con algunas modificaciones para considerar la posibilidad de que la central esté formada por varios grupos generadores. Los *modelos de programación no lineal* y de *programación dinámica* son originales.

En el capítulo 5, se estudia la aplicación de los modelos de explotación desarrollados en el capítulo anterior a una central de velocidad variable y se presenta una metodología para utilizar estos modelos como herramienta de apoyo para estimar la rentabilidad de proyectos de inversión en centrales hidroeléctricas.

En el último capítulo, capítulo 6, se recogen las principales conclusiones de la tesis, se exponen las contribuciones más importantes de la misma, y se proponen varias líneas de investigación para continuar el trabajo realizado.

Por último, se incluyen las referencias bibliográficas utilizadas para el desarrollo de la tesis y seis apéndices. En el apéndice A, se recogen los programas MATLAB[®] que se han utilizado para obtener la característica de generación de la *central de referencia* con cuatro grupos de velocidad fija, y con dos grupos de velocidad variable. En el apéndice B, se describen las características técnicas de la *central de referencia*. En el apéndice C, se recogen los códigos GAMS y MATLAB[®] de los modelos de explotación descritos en el capítulo 4. En el apéndice D, se presentan los datos y los resultados de algunos casos de estudio analizados con los modelos de explotación descritos en el capítulo 4. En el apéndice E, se presentan los datos y los resultados de varios casos de estudio analizados con los *modelos de programación lineal entera mixta* y de *programación dinámica*, con la *central de referencia* en dos situaciones distintas: con dos grupos de velocidad fija y con dos grupos de velocidad variable. Finalmente, en el apéndice F, se recogen los datos y los resultados de algunos casos de estudio, en los que se calculan los ingresos anuales de la *central de referencia*, aplicando la metodología descrita en el capítulo 5.

Capítulo 2

ESTADO DEL ARTE

2.1 Introducción

El consumo creciente de energía eléctrica, los costes asociados a su generación y la toma de conciencia sobre la limitación de las reservas de combustibles fósiles así como sobre el impacto que su utilización produce en el medio ambiente, fomentan desde hace tiempo la necesidad de desarrollar herramientas de análisis eficaces con el fin de obtener un aprovechamiento óptimo de los recursos. En este aspecto, los modelos de explotación constituyen una herramienta fundamental para los estudios de planificación de la operación de centrales y sistemas de generación de energía eléctrica, a corto, medio y largo plazo. En un mercado eléctrico liberalizado, como es el caso del actual mercado eléctrico español, se han convertido en una herramienta indispensable para las compañías generadoras de energía eléctrica ya que las decisiones de planificación de la operación corren ahora a cargo de éstas [Centeno y Ventosa, 2007].

El ámbito de aplicación de los modelos de explotación es realmente amplio. Pueden citarse como ejemplo de diferentes ámbitos de aplicación: la planificación de la ampliación de la capacidad de generación; la planificación del mantenimiento de los equipos; la gestión del riesgo; la coordinación hidrotérmica; la elaboración de ofertas de venta de energía, etc. Existe por tanto una gran variedad de enfoques en los modelos de explotación atendiendo no sólo a su ámbito de aplicación, sino también a una serie de factores muy diversos, algunos de los cuales se describen a continuación.

2.1.1 Marco regulatorio

El régimen en el que se desarrolla la actividad de producción de energía eléctrica influye notablemente en el planteamiento de los modelos de explotación. En un marco centralizado, el operador del sistema se hace cargo de la planificación conjunta de la operación de todo el sistema, con el objetivo de minimizar el coste total de generación. En un marco descentralizado, como es el caso del mercado eléctrico español desde la entrada en vigor de la ley 54/1997 del Sector Eléctrico, los agentes productores del mercado planifican su propia producción y presentan ofertas de venta de energía en el mercado, con el objetivo de maximizar sus propios ingresos.

En los mercados eléctricos organizados en base a un sistema de ofertas de compra y venta de energía eléctrica, la potencia instalada de la central puede influir en el enfoque del modelo de explotación. Según la capacidad de generación de la central, ésta puede o no influir en el precio de cierre del mercado, obtenido como resultado de la casación de ofertas de compra y venta de energía efectuada por parte del agente que se encarga de la gestión económica del mercado. Las centrales cuya influencia en el precio de cierre del mercado puede considerarse irrelevante reciben el nombre de tomadoras de precios. Éste es un caso bastante frecuente en España, donde el mercado eléctrico es de índole oligopolística, dado que gran parte de la oferta del sector se concentra en un número reducido de empresas.

Las centrales cuya producción puede alterar significativamente el precio de cierre del mercado elaboran sus ofertas de venta teniendo en cuenta su posible influencia en el mercado, mientras que las centrales tomadoras de precios ofertan su producción en función de las previsiones de los precios futuros.

2.1.2 Condicionantes del sistema de producción

Es frecuente que una central hidroeléctrica pertenezca a un sistema de producción de energía eléctrica formado bien por un conjunto de centrales hidroeléctricas (sistema hidroeléctrico), o bien por un conjunto de centrales hidroeléctricas y térmicas (*sistema hidrotérmico*). La compañía que se encarga de la gestión del sistema debe llevar a cabo una planificación coordinada de la explotación del mismo.

El agua empleada para la generación de energía no tiene asignada a priori ningún coste, sin embargo, el consumo de combustible, e indirectamente el coste de producción térmica, crece de forma no lineal con la potencia generada. La energía hidroeléctrica generada en un sistema hidrotérmico reduce el coste de producción térmica, hablándose entonces de *costes evitados*. Parece por tanto razonable que uno de los objetivos a corto plazo de la explotación de un sistema hidrotérmico sea producir energía hidroeléctrica en periodos de puntas de demanda, en los que el *coste de sustitución* de energía térmica es mayor.

En el caso de un sistema hidroeléctrico, uno de los objetivos de la explotación es maximizar los ingresos obtenidos por la venta de energía en el mercado, lo que en el corto plazo se traduce generalmente en producir energía en los periodos de puntas de

demanda, en los que el precio de venta de la energía es mayor. El objetivo a corto plazo de la explotación de una central hidroeléctrica que forma parte de un sistema hidroeléctrico es por tanto equivalente al de una central que forma parte de un sistema hidrotérmico. No obstante, los modelos de explotación de sistemas hidrotérmicos son por lo general más complejos que los de sistemas exclusivamente hidroeléctricos.

La estructura del sistema de producción al que pertenece la central influye de forma considerable en el enfoque de los modelos de explotación. Son frecuentes los casos en que la central forma parte de un sistema de centrales situadas en una misma cuenca hidrológica. En estos casos debe tenerse en cuenta que los caudales vertidos en las centrales situadas en la parte más alta de la cuenca pueden formar parte de las aportaciones disponibles para generar energía en las centrales situadas en la parte más baja, una vez transcurrido el tiempo que tarda el agua en recorrer la distancia entre éstas. Asimismo, puede darse el caso de que el nivel del embalse de una central influya en el nivel de descarga de la central situada inmediatamente aguas arriba y viceversa, fenómeno conocido como *acoplamiento hidráulico*. Generalmente, estos fenómenos se tienen en cuenta en los modelos de explotación a través de un conjunto de restricciones.

Cabe mencionar los casos en que la central está asociada a un embalse cuyo uso prioritario no es hidroeléctrico, sino otro distinto como regadío, abastecimiento, etc. En estos casos la explotación de la central está sujeta a unos condicionantes muy fuertes que suelen plasmarse en los modelos de explotación en forma de restricciones. Los caudales ecológicos, fijados por las Confederaciones Hidrográficas en sus respectivos Planes Hidrológicos de cuenca (Ley 11/2005, por la que se modifica la Ley 10/2001, del Plan Hidrológico Nacional), tienen también carácter de uso, debiendo considerarse éstos como una restricción impuesta, con carácter general, a cualquier sistema de explotación.

Por último, debe considerarse la posibilidad que ofrecen las centrales hidroeléctricas de prestar otros servicios al sistema eléctrico. Pueden señalarse entre otros: los servicios complementarios de regulación secundaria y terciaria; la gestión de los desvíos; y la nivelación de la curva de demanda efectuada por centrales reversibles. Estos aspectos pueden influir considerablemente en el enfoque del modelo de explotación de la central.

2.1.3 Alcance temporal y capacidad de regulación

La toma de decisiones de explotación de una central hidroeléctrica entraña una gran dificultad. La imposibilidad de encontrar un modelo capaz de representar con suficiente detalle todos los aspectos de la explotación de una central hidroeléctrica, obliga a dividir la planificación de la explotación en distintos niveles según su alcance u horizonte temporal. Los distintos niveles en los que se divide la planificación de la explotación obedecen a una estructura jerárquica, en el sentido de que las decisiones de los niveles superiores se toman como datos de partida en los niveles inferiores [Pereira and Pinto, 1982; Cohen and Sherkat, 1987; Ramos, 1990; Wilhelmi, 2000].

De forma genérica puede dividirse la planificación de la explotación en tres niveles distintos (ver figura 2-1): largo, medio y corto plazo. Los modelos de explotación a largo plazo abarcan un horizonte temporal superior a un año, que se divide en etapas o periodos de uno o varios meses. Los modelos de explotación a medio plazo suelen abarcar horizontes temporales que van desde un mes hasta un año y que se dividen en periodos de una semana o un día. Por último, los modelos de explotación a corto plazo abarcan un horizonte temporal diario o semanal que se divide habitualmente en periodos de una hora.

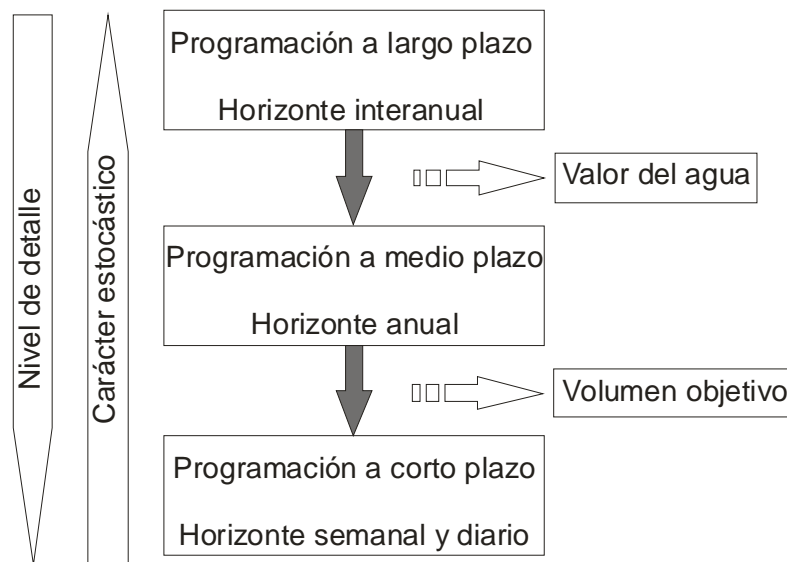


Figura 2-1: Niveles de planificación de la explotación.

Los modelos de explotación a largo plazo determinan las producciones y cuotas de mercado objetivo, así como el precio equivalente o valor marginal del agua, calculado como coste de sustitución de producción térmica. Los modelos de explotación a medio plazo emplean este dato para determinar las consignas de explotación de los modelos a

corto plazo, que suelen representarse como curvas guía de la evolución de los embalses, admitiendo un cierto margen de variación.

Los modelos de explotación presentan características de modelado muy distintas según el horizonte temporal considerado. El alcance u horizonte temporal del modelo de explotación influye fundamentalmente en dos aspectos: el nivel de detalle de los modelos y la consideración del carácter estocástico de algunas variables del modelo.

La estocasticidad o incertidumbre aparece en mayor o menor medida en todos los sistemas de producción de energía eléctrica, pero hasta hace poco tiempo no era posible considerarla de forma explícita en los modelos de explotación ya que introducía un grado de complejidad prácticamente inabordable. Ha sido el gran avance experimentado en el campo de la informática durante los últimos años, el que ha devuelto el interés por temas como la optimización estocástica. En los sistemas de producción de energía eléctrica la incertidumbre aparece fundamentalmente en: la demanda y los precios de venta de la energía; las aportaciones hidráulicas; y la indisponibilidad de los equipos. La demanda y las aportaciones están fuertemente relacionadas con las condiciones climáticas, mientras que la indisponibilidad de los grupos es más bien un aspecto de carácter técnico.

A medida que aumenta el alcance temporal del modelo de explotación, aumenta el riesgo que supone obviar la incertidumbre asociada a ciertas variables. En los modelos de explotación a largo plazo es frecuente representar la demanda por medio de curvas duración-carga, que representan la probabilidad de superar un determinado nivel o valor de la demanda. En cuanto a las aportaciones, es habitual definir distintos escenarios de operación, cada uno con una probabilidad de ocurrencia, y estudiar la explotación en cada uno de ellos. Estos escenarios pueden definirse bien a partir de series históricas de datos o bien mediante la elaboración de series sintéticas. La indisponibilidad de los grupos se tiene en cuenta, en el largo plazo, de forma simplificada mediante modelos de coste de producción [Wood and Wollenberg, 1996].

En los modelos de explotación a medio y corto plazo, es frecuente utilizar enfoques deterministas en lo que respecta al tratamiento de las aportaciones y de la demanda o los precios de mercado. Éstos suelen representarse a través de sus valores medios esperados obtenidos a partir de unos modelos de previsión adecuados, cuyo estudio está fuera del alcance de este trabajo. La indisponibilidad de los grupos puede tenerse en cuenta en los

estudios de medio plazo, bien mediante modelos de coste de producción, o bien a través de una demanda equivalente que debe ser cubierta por el resto de grupos disponibles.

Cabe mencionar en este aspecto que todos los modelos de explotación propuestos en esta tesis son deterministas, es decir, se consideran conocidos los valores medios de las aportaciones y de los precios de mercado.

Al contrario de lo que sucede con el riesgo que puede suponer no tener en cuenta el carácter aleatorio de ciertas variables, el nivel de detalle de los modelos de explotación decrece con el alcance temporal [Ramos, 1990]. Los modelos de explotación a corto plazo requieren un nivel de detalle muy superior al requerido en modelos de explotación a más largo plazo, en especial en lo que se refiere al modelo matemático de la central. En el corto plazo es muy importante representar correctamente el funcionamiento de los grupos de producción para obtener así políticas de explotación lo más realistas posibles, mientras que en el medio y largo plazo se recurre en la mayoría de los casos a modelos de producción más simplificados.

La capacidad de regulación de los embalses juega, junto con el alcance temporal del modelo, un papel fundamental a la hora de representar con más o menos detalle el modelo matemático de la central. La capacidad de regulación de un embalse depende de su capacidad de almacenamiento y de las aportaciones que recibe periódicamente. Por ejemplo, en un modelo de explotación a corto plazo de una central hidroeléctrica cuyo embalse asociado tiene una capacidad de regulación mensual o superior, no tiene interés práctico considerar la variación del salto bruto en el modelo matemático puesto que, en el periodo de tiempo considerado, ésta puede considerarse despreciable. En estos casos es habitual recurrir a aproximaciones lineales y suponer que la potencia de la central varía linealmente con el caudal, a través de un coeficiente energético apropiado.

Sin embargo, son cada vez más frecuentes los casos de embalses hidroeléctricos cuya capacidad de regulación es semanal, diaria e incluso inferior debido, entre otras cosas, a una mayor preocupación social por el medioambiente, que se opone fuertemente a la implantación de centrales de gran tamaño. En este tipo de centrales debe tenerse en cuenta, en el corto plazo, la variación del salto bruto si quieren obtenerse programas de explotación realistas. Este aspecto recibe escasa atención en la bibliografía consultada, y ello ha motivado una parte del desarrollo de esta tesis.

Este capítulo resume el estado del arte de los modelos de explotación a corto plazo de centrales hidroeléctricas encontrados en las referencias consultadas para el desarrollo de esta tesis. Éstas se han clasificado en los siguientes bloques: característica de generación; modelos de explotación; generación hidroeléctrica con velocidad variable; y estudios de rentabilidad. El resto del capítulo se ha dividido en cuatro apartados, cada uno de los cuales se corresponde con uno de estos bloques.

2.2 Característica de generación

Para llevar a cabo la planificación de la explotación de una central hidroeléctrica resulta imprescindible disponer de un modelo matemático que represente de una forma adecuada el fenómeno de producción de energía en dicha central. En caso contrario, las previsiones obtenidas a partir de los modelos de explotación (producción, ingresos, disponibilidad, etc.) no serían realistas, lo que conlleva un riesgo importante si se tiene en cuenta la elevada cantidad de dinero que puede estar en juego. Este modelo recibe habitualmente el nombre de modelo de producción o característica de generación.

La obtención de modelos matemáticos de centrales hidroeléctricas viene siendo objeto de estudio desde principios del siglo pasado [Nagler, 1929]. No obstante, no se conoce hasta el momento ningún modelo analítico que permita calcular con precisión la potencia generada por un grupo hidroeléctrico. Existen sin embargo en la literatura una gran cantidad de modelos empíricos que permiten calcular la potencia generada por un grupo hidroeléctrico de una forma suficientemente aproximada para los fines que aquí se persiguen.

La elección del modelo más adecuado para representar la producción de un grupo hidroeléctrico depende en gran medida del alcance temporal del modelo de explotación y de la técnica empleada en su resolución [De Cuadra, 1998]. Los modelos con mayor detalle son aquellos que se emplean para el estudio de los fenómenos transitorios que tienen lugar como consecuencia del accionamiento de los sistemas de regulación y control (frecuencia-potencia) de la central [Brekke and Xin-Xin, 1988], mientras que los modelos con menor grado de detalle son aquellos que se emplean en los modelos de explotación a más largo plazo [Little, 1955].

El-Hawary analiza en [El-Hawary and Kumar, 1986] cuatro expresiones matemáticas distintas de la característica de generación, empleadas con frecuencia durante la segunda

mitad del siglo pasado. Formula en todos los casos el problema de ajuste por mínimos cuadrados y propone varios métodos para estimar los valores iniciales de los coeficientes de los problemas de regresión no lineal resultantes. Entre las conclusiones a las que llega El-Hawary, cabe destacar que las expresiones utilizadas en [Glimn and Kirchmayer, 1958] y [Hamilton and Lamont, 1977; citado en El-Hawary and Kumar, 1986] proporcionan un mejor ajuste de la característica de generación que las usadas en [Hildebrand, 1960; citado en El-Hawary and Kumar, 1986] y [Arvanitidis and Rosing, 1970]. La primera expresa el caudal turbinado como el producto de dos polinomios de segundo grado, uno en función de la potencia generada y otro en función del salto neto, y se empleó en un modelo de explotación diaria de una central hidroeléctrica, mientras que la última expresa la potencia generada como producto del caudal turbinado, el salto neto y un término exponencial que depende a su vez del salto neto, y se empleó como característica de generación de un embalse equivalente en un modelo de explotación mensual de un sistema hidroeléctrico multiembalse.

En [Soares et al., 1980] se define la potencia generada en una central hidroeléctrica mediante un polinomio de dos variables, caudal turbinado y volumen embalsado, con el que se estudia la explotación a medio plazo de un sistema hidrotérmico. Aunque este modelo no fue considerado en [El-Hawary and Kumar, 1986], sí lo fue en [Yang et al., 1996], donde se utilizó para estudiar la explotación óptima de un sistema hidrotérmico durante un periodo de 24 horas, y en [Naresh and Sharma, 2002] donde se empleó en un problema de la misma índole. En las dos últimas referencias se aborda el problema de la coordinación hidrotérmica mediante la aplicación de técnicas de control inteligente, tal como la programación evolutiva y las redes neuronales artificiales. Las redes neuronales artificiales se han empleado recientemente en [Chang and Zhong, 2004] para representar el funcionamiento de una turbina Francis en un modelo de simulación del sistema de regulación de velocidad de una central hidroeléctrica.

Como ejemplo curioso, cabe citar [Soares and Salmazo, 1997], en el que, para cada combinación posible de los grupos de la central, se calcula una curva de pérdidas de potencia generada, obtenida por composición de otras tres curvas de pérdidas distintas, que representan respectivamente las pérdidas de potencia producidas por: el rozamiento, la variación del nivel en la descarga y la disminución del rendimiento con respecto al pico de la colina de rendimientos. Dado el corto alcance temporal del estudio realizado

en este artículo y el tamaño de la central considerada en el mismo, tienen en cuenta una única curva de rendimiento, expresada en función del caudal turbinado. El problema consiste en minimizar las pérdidas, cubriendo la demanda durante las veinticuatro horas del día.

Los modelos matemáticos de centrales hidroeléctricas utilizados en estudios de estabilidad suelen ser los que presentan un mayor nivel de detalle [Zamora et al., 1997], dado el corto alcance temporal de los fenómenos transitorios que en ellos se analizan. En [De Jaeger et al., 1994] se define la potencia generada por un grupo hidroeléctrico como el producto del caudal turbinado por el salto neto, menos un término de pérdidas de carga internas que depende del caudal turbinado y de la velocidad de giro de la turbina. Esta expresión forma parte del modelo de simulación del sistema de regulación de velocidad del grupo turbina-generator de una central hidroeléctrica con diferentes configuraciones, a saber: un único grupo; o varios grupos, alimentados por la misma tubería forzada.

En [Brezovec et al., 2006], se define la potencia generada por una turbina Kaplan como una función no lineal del salto neto, la apertura del distribuidor y la posición de los álabes del rodete. A partir de datos experimentales, se ajustan las familias de curvas caudal-distribuidor y rendimiento-distribuidor, para distintas posiciones de los álabes, efectuando sucesivas interpolaciones mediante splines cúbicos, y se generan sendas tablas de datos que se emplean para simular la respuesta dinámica de la central ante variaciones en la consigna de carga.

Por último, en [Mannes and Doering, 2005] se presenta un modelo matemático para calcular el rendimiento de turbinas tipo hélice de flujo axial. Éste depende, entre otras cosas, del tiempo de puesta en servicio del rodete y de su diseño, concretamente de la velocidad de sincronismo y de su diámetro.

Como puede verse, existe en la literatura una gran variedad de modelos matemáticos que representan de forma más o menos exacta el fenómeno de producción de energía en una central hidroeléctrica. Por tanto, según el objetivo y el alcance temporal del estudio en el que se va a utilizar el modelo, y las particularidades de la central o el grupo cuya característica de generación se quiere representar, entre otros, se debe escoger el modelo que se considere más adecuado. Asimismo, deberá tenerse en cuenta que el modelo

escogido debe cumplir una serie de condiciones según la técnica de resolución del estudio que quiere llevarse a cabo.

2.3 Modelos de explotación

A comienzos del siglo pasado surge la inquietud de buscar la mejor forma de explotar las centrales y, en general, los sistemas de producción de energía eléctrica. En [Pollock, 1923] puede percibirse de forma clara este planteamiento. En dicha referencia se expone un método heurístico empleado por una compañía generadora para la explotación de un sistema hidrotérmico y se cita alguna idea que más adelante será utilizada con carácter general para la explotación de este tipo de sistemas.

Dado el tiempo que lleva siendo objeto de estudio, es lógico que exista en la literatura una gran cantidad de modelos de explotación de centrales y sistemas de producción de energía eléctrica, independientemente de su ámbito de aplicación o su alcance temporal. En efecto, así lo confirman las referencias [Yeh, 1985] y [Labadie, 2004] que resumen el estado del arte de los modelos de explotación de centrales y sistemas de producción de energía hidroeléctrica.

Tomando en consideración la exhaustiva clasificación que se presenta en estas referencias, se presenta a continuación un breve resumen de los modelos de explotación consultados para el desarrollo de esta tesis. Éstos han sido clasificados en función de la técnica de resolución empleada ya que, independientemente del ámbito de aplicación, el alcance temporal o las características propias de cada sistema de producción, el enfoque de estos modelos es en general aplicable a una gran cantidad de casos.

2.3.1 Teoría del control óptimo

Los problemas de control óptimo consisten básicamente en la búsqueda de la acción de control que se debe ejercer sobre un sistema dinámico cuya evolución temporal viene dada por una serie de ecuaciones diferenciales llamadas ecuaciones de estado, para que éste describa una trayectoria óptima. La trayectoria óptima será aquella que minimice o maximice un determinado funcional.

Uno de los métodos de resolución de problemas de control óptimo es el cálculo de variaciones. El cálculo de variaciones es la rama de la matemática que se encarga de determinar las trayectorias que minimizan o maximizan un funcional [Aracil y Gómez-

Estern, 2007]. Su origen se remonta a mediados del siglo XVII, cuando Pierre de Fermat postuló el principio de que la luz viaja a través de una secuencia de medios ópticos en un tiempo mínimo [Bryson, 1996]. Desde entonces se ha aplicado el cálculo de variaciones en numerosos campos de la ciencia.

En 1956, los matemáticos rusos Pontryagin, Boltianskii y Gamkrelidze, enunciaron el *principio de máximo* que lleva el nombre del primero de éstos. El principio de máximo de Pontryagin no es más que una extensión del cálculo de variaciones a la resolución de problemas de control óptimo en los que las variables de decisión deben mantenerse dentro de ciertos límites especificados mediante las correspondientes restricciones. Éste es considerado por muchos el origen de la teoría moderna de control óptimo.

La explotación óptima de una central hidroeléctrica puede considerarse un problema de control óptimo que consiste en encontrar las decisiones de producción que hacen que el embalse siga una trayectoria óptima. La trayectoria óptima es aquella que minimiza o maximiza un determinado funcional que puede venir dado por el beneficio obtenido por la venta de energía en el mercado o por el coste de producción térmica en un sistema hidrotérmico, entre otros. [Glimn and Kirchmayer, 1958] es quizás una de las primeras referencias en las que resuelven un problema de coordinación hidrotérmica diaria por métodos variacionales.

El gran avance que ha experimentado el campo de la informática durante la segunda mitad del siglo pasado ha contribuido al desarrollo de algoritmos de control óptimo para la resolución de problemas de gran dimensión. Tal es el caso de [Papageorgiu, 1985], en donde se presenta un algoritmo de control óptimo basado en el principio de máximo de Pontryagin para la explotación óptima de un sistema de diez embalses hidroeléctricos, o el de [Mizyed et al., 1992], en el que obtiene por medio de un algoritmo de control óptimo la explotación óptima anual de un sistema formado por diecinueve embalses hidroeléctricos teniendo en cuenta de forma implícita el carácter estocástico de algunas variables.

Una de las principales ventajas de los algoritmos de control óptimo es que permiten tener en cuenta el carácter no lineal de la función objetivo, las ecuaciones de estado y las restricciones. No obstante, el empleo de variables enteras para tener en cuenta los arranques y paradas de los grupos o la existencia de zonas de operación restringidas, da lugar a un problema de control óptimo de un sistema híbrido no lineal, generalmente

difícil de resolver. Existen algunos algoritmos de resolución de problemas de control óptimo híbrido basados en *métodos de colocación directa*, tales como DIRCOL [Buss et al., 2000], que pueden aplicarse para resolver este tipo de problemas, sin embargo, no se ha encontrado en la literatura ningún caso en el que éstos se hayan aplicado al problema aquí presentado.

2.3.2 Programación dinámica

La programación dinámica ha sido probablemente la técnica más empleada para la determinación de la operación óptima de centrales hidroeléctricas. El llamado *principio de óptimo*, enunciado por Richard E. Bellman en 1954, es considerado la base de la programación dinámica. Desde entonces hasta ahora, ésta ha sido aplicada en una gran cantidad de casos [Little, 1955; Bernholtz and Graham, 1960; Allen and Bridgeman, 1986; Yang and Chen, 1989; Arce et al., 2002].

La programación dinámica se basa en un enfoque diferente para resolver problemas de control óptimo. Según el principio de óptimo de Bellman, dada la trayectoria óptima que sigue un determinado sistema dinámico para evolucionar desde un estado inicial A hasta un estado final B, la trayectoria óptima que deberá seguir el mismo sistema para ir desde un estado intermedio C de la trayectoria dada, hasta el estado final B, deberá coincidir con el tramo CB de la trayectoria óptima dada. En resumen, una trayectoria óptima sólo puede estar formada por subtrayectorias óptimas [Kaufmann, 1971]. Si se divide el problema original en etapas, puede obtenerse la trayectoria óptima del sistema resolviendo secuencialmente en cada etapa una serie de subproblemas que consisten en determinar la subtrayectoria óptima que debe seguir el sistema para evolucionar desde cada estado factible inicial de dicha etapa hasta el estado final.

Una de las principales ventajas de la programación dinámica es que permite reducir considerablemente la dimensión del problema original ya que el número de trayectorias que deben compararse crece linealmente con el número de etapas del problema mientras que si se procede por comparación directa, el número de trayectorias a comparar crece de forma exponencial con el número de etapas.

No obstante, aplicando la metodología de la programación dinámica, el número de trayectorias factibles es proporcional al cuadrado del número de estados factibles en los que se divide el espacio de estados, enfrentándose así a lo que el propio Bellman bautizó

con el nombre de “*maldición de dimensionalidad*”. Por tanto, no es recomendable su uso en sistemas de gran dimensión, formados por varios embalses hidroeléctricos.

La programación dinámica es una herramienta muy versátil, aplicable a problemas de índole muy diversa. En [Allen and Bridgeman, 1986], se deja constancia de este hecho, aplicándola en tres casos distintos. El primero de estos casos es un despacho de carga instantáneo cuyo objetivo es repartir de forma óptima el caudal disponible entre los siete grupos de una central hidroeléctrica, que constituyen las etapas en las que se divide el problema para aplicar la programación dinámica. Este caso es semejante a la búsqueda de la programación diaria óptima de una central hidroeléctrica en un mercado eléctrico liberalizado, con la salvedad de que en el caso del despacho de carga instantáneo no hay acoplamiento temporal entre las etapas en las que se divide el problema, como ocurre en el modelo de programación diaria.

El segundo caso analizado en la referencia anterior es un despacho de carga diario y semanal, dividido en etapas de una hora, de un sistema de producción formado por dos centrales hidroeléctricas situadas en cascada y, por último, el tercer caso es un despacho de carga anual, dividido en etapas de un mes, de un sistema de producción formado por nueve centrales hidroeléctricas que están repartidas a lo largo de dos ríos pertenecientes a una misma cuenca. El objetivo de este último es evaluar la implantación de un nuevo sistema tarifario que establece un coste de compra de energía distinto según se trate de un periodo de punta de demanda o de un periodo de valle y según la estación del año en que se efectúe la compra. En los tres casos analizados, se emplea un software específico para la resolución de problemas de programación dinámica (CSUDP) desarrollado en la Universidad de Colorado.

Existen ciertas variantes de la programación dinámica que reducen considerablemente la dimensión del problema y alcanzan soluciones con un grado de fiabilidad aceptable. Entre éstas cabe mencionar la programación dinámica diferencial discreta, que es en realidad una generalización de la programación dinámica incremental [Bernholtz and Graham, 1960], y la programación dinámica diferencial.

La programación dinámica diferencial discreta es un método iterativo que parte de una trayectoria inicial factible con su correspondiente valor de la función objetivo. En un entorno más o menos próximo de ésta se delimita la región factible del problema y se resuelve éste aplicando la ecuación recursiva de la programación dinámica. Si el nuevo

valor óptimo de la función objetivo es mejor que el anterior, se repite el procedimiento tomando como trayectoria inicial la correspondiente a dicho valor óptimo. Uno de los principales inconvenientes de este método es que la solución obtenida es muy sensible a la trayectoria inicial elegida. Por ello, es recomendable delimitar la región factible en cada iteración en un entorno suficientemente amplio de la trayectoria inicial, prestando siempre atención a la dimensión del problema resultante.

En [Yang and Chen, 1989], se presenta un algoritmo de programación dinámica multipaso para llevar a cabo la explotación diaria de un sistema hidrotérmico formado por cuarenta y siete grupos hidroeléctricos y dos centrales térmicas. La programación dinámica multipaso es un procedimiento iterativo similar a la programación dinámica diferencial discreta, con la salvedad de que en el caso de la programación multipaso el número de etapas en las que se divide el problema aumenta a medida que avanzan las iteraciones hasta un cierto límite.

La programación dinámica diferencial fue desarrollada inicialmente como un método analítico de resolución de problemas de control óptimo sin restricciones en los que la función objetivo viene dada por una función cuadrática y las ecuaciones de estado son lineales [Labadie, 2004]. Mediante la aplicación de procedimientos iterativos y de técnicas de relajación apropiadas, su uso se ha generalizado a problemas de control óptimo con restricciones. En [Chang et al., 1990], se presenta un modelo de explotación a corto plazo de un sistema hidrotérmico formado por diez centrales hidroeléctricas y una serie de centrales térmicas agregadas en una única central cuya función de coste es calculada resolviendo previamente el despacho económico de las centrales térmicas para cada valor de la demanda. El problema se descompone en: un problema maestro en el que se calculan los multiplicadores correspondientes a las restricciones relajadas; y un problema de control óptimo en tiempo discreto y sin restricciones, cuyos estados inicial y final son conocidos, cuya función objetivo se aproxima convenientemente por una expresión de segundo orden, y cuya ecuación de estado es lineal. Éste último es resuelto con éxito mediante la aplicación de la programación dinámica diferencial.

Aplicaciones recientes de la programación dinámica en modelos de explotación de centrales o sistemas hidroeléctricos pueden verse en las referencias [Arce et al., 2002] y [Yi et al., 2003]. En la primera, se resuelven simultáneamente la asignación de grupos y el despacho de carga de la central de Itaipú, mediante la aplicación de la programación

dinámica y una meticulosa labor de modelado de la característica de generación de la central. Cabe mencionar la peculiaridad de este estudio en cuanto a la formulación del problema para la aplicación de la programación dinámica, ya que se emplea como variable de estado el número de grupos que están en funcionamiento en cada etapa. Asimismo, cabe destacar el hecho de que se tenga en cuenta en la función objetivo el coste de los arranques y paradas de los grupos. En la segunda de estas referencias, se presenta un modelo de explotación diaria de un sistema de generación compuesto diecinueve grupos hidroeléctricos repartidos en tres centrales situadas en la misma cuenca. Cabe destacar, entre otras cosas, que se consideran tres estados distintos para cada uno de los grupos: generador, parada y motor. Este último se tiene en cuenta para suministrar la reserva rodante del sistema. También es destacable el criterio empleado para formular el problema, ya que son los grupos, en lugar del tiempo, los que constituyen las distintas etapas en las que se divide el problema para poder así aplicar la ecuación recursiva Bellman.

Como puede verse, la programación dinámica ha sido utilizada con éxito en una gran cantidad de modelos de explotación de sistemas de generación de energía debido, entre otras cosas, a que reduce considerablemente la dimensión del problema inicial y a que permite tener en cuenta las no linealidades que suelen aparecer en la función objetivo y en las restricciones de estos modelos. No obstante, presenta dificultades a la hora de considerar zonas de operación restringidas por motivos técnicos, a no ser que se lleve a cabo una exhaustiva labor de modelado antes de aplicar el algoritmo de programación dinámica correspondiente. Asimismo, debe destacarse el hecho de que en ninguna de las referencias consultadas se ha considerado la variación del salto a lo largo del periodo de explotación.

Una taxonomía más exhaustiva de soluciones alternativas a la programación dinámica convencional, entre las que se encuentran las citadas programación dinámica diferencial discreta y programación dinámica diferencial, puede encontrarse en [Esogbue, 1986].

2.3.3 Procedimientos heurísticos

Desde que se puso en funcionamiento la primera central de generación de energía eléctrica se han desarrollado numerosos procedimientos heurísticos para llevar a cabo un aprovechamiento óptimo del recurso correspondiente: agua, carbón, etc. Muchos de estos procedimientos ni siquiera se han publicado, sino que se han utilizado sin darse a

conocer durante un periodo de tiempo, hasta que herramientas más precisas, basadas en teorías matemáticas concretas, pasaron a ocupar su lugar. Por su antigüedad, merece la pena mencionar el artículo [Pollock, 1923] en el que se pone de manifiesto la incipiente inquietud por encontrar técnicas más precisas que permitan explotar de forma óptima los sistemas de generación hidrotérmicos recientemente implantados. Cabe mencionar, como curiosidad, que en este artículo se comenta una idea que más adelante ha sido utilizada con carácter general en la explotación de sistemas hidrotérmicos.

Esta idea es precisamente la base de otro procedimiento heurístico conocido como *descreste de puntas*. El método del descreste de puntas consiste en buscar en la curva de demandas una potencia térmica constante tal que el área que queda por encima de ésta sea igual a la energía hidroeléctrica disponible para el periodo considerado. El descreste de puntas surge de la idea de que resulta más económico asignar energía hidroeléctrica en los periodos de puntas de demanda, debido al coste marginal creciente de las centrales térmicas.

En [Wu et al., 1989], se compara el método del descreste de puntas con la aplicación directa de las ecuaciones de coordinación. Éstas provienen de aplicar directamente el cálculo de variaciones al problema de minimizar el coste de producción de energía en un sistema hidrotérmico [El-Hawary and Christensen, 1979; Wood and Wollenberg, 1996]. Cabe señalar que el método del descreste de puntas resulta equivalente al de las ecuaciones de coordinación si en éstas se realizan tres simplificaciones: se ignoran las pérdidas en el transporte; se supone despreciable la influencia de la variación del volumen embalsado; y se supone lineal la característica de generación hidroeléctrica.

Analizando los resultados obtenidos en [Wu et al., 1989], se llega a la conclusión de que las diferencias que se presentan en el coste total de producción y en la cantidad de energía hidroeléctrica generada pueden considerarse despreciables. Por otro lado, como conclusiones adicionales, cabe destacar que el método del descreste de puntas favorece la nivelación de la producción térmica y que su resolución consume menos recursos (tiempo de CPU).

Aunque durante la década de los noventa y el inicio del presente siglo ha aumentado considerablemente la capacidad de procesamiento de los ordenadores personales, no se ha perdido el interés por el método del descreste de puntas, tal y como puede verse en [Simopoulos et al., 2007]. En este artículo, se presenta un método de resolución de

problemas de coordinación hidrotérmica basado en el descreste de puntas convencional. Uno de los principales inconvenientes que presenta el descreste de puntas convencional es que no permite tener en cuenta el acoplamiento hidráulico que puede tener lugar entre embalses situados en cascada en una misma cuenca, o el tiempo que tarda el agua en recorrer la distancia que separa dos embalses consecutivos, entre otros. El método propuesto consta de dos pasos. En el primer paso se obtiene la producción hidroeléctrica de cada central aplicando el método tradicional del descreste de puntas. En el segundo paso se calculan los nuevos valores de la producción hidroeléctrica que minimizan la suma del cuadrado de las desviaciones con respecto a los valores obtenidos con el método tradicional y que cumplen todas las restricciones hidráulicas ignoradas en el paso anterior.

Los métodos heurísticos siguen por tanto estando en vigor, y probablemente seguirán estándolo, pero no debe olvidarse nunca que, en la mayoría de los casos, sólo pueden proporcionar soluciones factibles, que pueden estar más o menos próximas a la solución óptima.

2.3.4 Programación lineal

La programación lineal es una técnica de resolución de problemas de programación matemática cuya función objetivo y cuyas restricciones son lineales, y cuyas variables son reales. El método o algoritmo de resolución de problemas de programación lineal más conocido es el *método simplex*, desarrollado en 1947 por G.B. Dantzig. Existen muchas variantes del método simplex, tales como el *simplex revisado*, el *simplex dual*, etc. Sin embargo, el fundamento de todos estos métodos es el mismo: la búsqueda del valor óptimo de la función objetivo en los extremos de la región factible, es decir, en las soluciones básicas factibles del problema.

Como alternativa al método simplex, cabe mencionar el *método del punto interior*, desarrollado en 1984 en los Estados Unidos por N. Karmarkar, de los laboratorios Bell [Karmarkar, 1984]. Al igual que el método simplex, éste ha dado lugar a numerosos algoritmos similares. Los algoritmos basados en el método del punto interior, llevan a cabo la búsqueda de la solución óptima en el interior de la región factible, mediante un procedimiento iterativo, incluyendo en la función objetivo un término de penalización que depende de un parámetro que se actualiza convenientemente en cada iteración.

La ventaja del método del punto interior respecto al método simplex radica en que, mientras que el tiempo necesario para resolver un problema por el método simplex crece exponencialmente con el número de variables y de restricciones del problema, el tiempo necesario para resolver un problema por el método del punto interior crece sólo de forma polinómica [Caballero y Grossmann, 2007]. Por tanto, los algoritmos basados en el método del punto interior se utilizan con preferencia en la resolución de problemas de gran dimensión. En cualquier texto general de técnicas de programación matemática [Castillo et al., 2002; Conejo, 1997] puede encontrarse información suficiente acerca de los diferentes algoritmos de resolución de problemas de programación lineal.

La programación lineal ha sido, junto con la programación dinámica, la técnica de resolución más empleada en la explotación de sistemas hidroeléctricos. Este hecho se debe fundamentalmente a que los algoritmos de programación lineal son muy eficientes para resolver problemas de gran dimensión; a que convergen en la mayoría de los casos a soluciones óptimas globales; y a que por regla general puede extraerse a partir de sus resultados una información muy valiosa, como es la sensibilidad de la función objetivo ante variaciones en ciertos parámetros del problema.

Uno de los principales problemas que presentan los modelos de programación lineal es que ignoran la influencia del volumen embalsado, o del salto neto, en la característica de generación de las centrales hidroeléctricas del sistema. Ésta suele aproximarse por una serie de tramos lineales [Wood and Wollenberg, 1996], o linealizarse en torno a un determinado punto de operación [Tufegdžic et al., 1996]. Esta aproximación puede resultar apropiada sólo en aquellos casos en los que, por la forma y las dimensiones del embalse, o por el alcance temporal del modelo, pueda suponerse constante el nivel del embalse.

Asimismo, debe prestarse especial atención a la aproximación lineal efectuada, ya que si ésta resulta no convexa (o no cóncava), pueden obtenerse resultados incoherentes. Esta situación es especialmente problemática cuando la central consta de varios grupos. En tal caso, puede rectificarse la aproximación anterior y efectuarse una aproximación lineal que pase por los puntos de tangencia de la curva característica. En la mayoría de los casos la central funcionará en uno de los puntos de tangencia pero puede haber casos en los que el punto de funcionamiento se encuentre alejado de éstos, sobrestimando la capacidad de generación de la central [Nilsson and Sjelvgren, 1997b].

Por otro lado, resulta difícil resolver de forma simultánea la asignación de grupos y el despacho de carga de una central con modelos de programación lineal. En [Piekutowski et al., 1994] presentan un modelo de explotación diaria y semanal de un sistema hidroeléctrico formado por veinticinco centrales con un total de cuarenta y ocho grupos de generación distintos. Los autores sostienen que llevando a cabo una aproximación lineal adecuada de la característica de generación de los grupos pueden tenerse en cuenta los arranques y paradas de éstos. La aproximación propuesta consta de dos tramos lineales: el primero va desde el origen de coordenadas hasta el punto de máximo rendimiento; y el segundo va desde el final del tramo anterior hasta el punto de caudal máximo (*full gate*). Si bien es cierto que en la mayoría de los casos los grupos funcionarán en uno de los vértices de la característica de generación, hay bastantes casos en los que esto no sucederá.

2.3.5 Programación lineal entera mixta

La programación lineal entera mixta es una técnica de resolución de problemas de programación matemática cuya función objetivo y cuyas restricciones son lineales, y cuyas variables pueden tomar valores reales y enteros. En aquellos casos en los que las variables enteras del problema sean variables binarias, puede hablarse de programación lineal entera mixta 0/1.

El método de resolución de problemas de programación lineal entera mixta más conocido es el *método de ramificación y acotación (branch and bound method)*. Éste es un procedimiento iterativo en el que se resuelve una secuencia ordenada de problemas de programación lineal, relajando las restricciones de integralidad de las variables, y añadiendo, de forma progresiva, restricciones adicionales. Se fijan inicialmente unas cotas superior e inferior, al valor óptimo de la función objetivo, y se van actualizando a medida que avanza el proceso iterativo. El método original fue propuesto por A.H. Land and A.G. Loig en 1960 [Land and Doig, 1960] y fue mejorado poco después por N.J. Driebeek [Driebeek, 1966].

Como alternativa al método anterior, cabe destacar el método iterativo de los *Cortes de Gomory* [Gomory, 1960; citado en Beale, 1965], en el que se añade en cada iteración una nueva restricción o corte de Gomory al problema original relajado, de forma que la región factible entera mixta se va reduciendo progresivamente. En general, el método de ramificación y acotación es más eficiente que el método de los Cortes de Gomory. De

hecho, la convergencia de este último a una solución entera factible no está garantizada [Conejo, 1997]. En cualquier texto general de técnicas de programación matemática [Castillo et al., 2002; Conejo, 1997] se describen los diferentes algoritmos de resolución de problemas de programación lineal entera mixta.

Una de las ventajas que presentan los modelos de programación lineal entera mixta es que permiten gestionar mediante el empleo de variables binarias los arranques y paradas de los grupos. No cabe duda de que una correcta gestión de los arranques y paradas de los grupos favorece la explotación óptima de los recursos hidroeléctricos disponibles. Los costes de arranque de los grupos hidroeléctricos se han considerado hasta hace poco tiempo despreciables debido, entre otras cosas, al desconocimiento de sus causas, pero a finales de los noventa se publicó un interesante artículo [Nilsson and Sjelvgren, 1997a] que clarificó bastante la incertidumbre existente en torno a este tema. Los autores de este artículo entrevistaron personalmente a empleados de ocho compañías eléctricas suecas e identificaron, entre otras cosas, las principales causas de los costes de arranque de los grupos hidráulicos. Obtuvieron además una serie de estimaciones económicas de éstos y averiguaron que, aunque de forma heurística, algunas compañías suecas ya los tenían en cuenta en la planificación de la operación sus centrales.

Entre las estrategias más comunes para tener en cuenta los costes de arranque de los grupos en los modelos de explotación pueden mencionarse las siguientes: incluir en la función objetivo un término que penalice los arranques [Tufegdzcic and Hyslop, 1997]; limitar el número máximo de arranques y paradas durante el periodo de explotación [Tufegdzcic et al., 1996]; o fijar un tiempo mínimo durante el cual el grupo debe permanecer en el mismo estado, arrancado o parado [Chang et al., 2001].

Dado que la función objetivo y las restricciones del problema deben ser lineales, suele aproximarse la característica de generación de los grupos por dos tramos lineales [Chang and Waight, 1999], que van desde el mínimo técnico hasta el punto de máximo rendimiento, y desde éste último hasta el punto de caudal máximo, ignorando por tanto la influencia del volumen embalsado. En este caso, que la aproximación sea cóncava o convexa no supone ningún inconveniente, ya que puede evitarse fácilmente la aparición de resultados incoherentes sin más que añadir una variable binaria y una restricción adicionales por cada tramo de aproximación [Castillo et al., 2002].

La influencia del volumen embalsado en la característica de generación de la central ha sido parcialmente considerada en algunos modelos de programación lineal entera mixta. Tal es el caso de [Conejo et al., 2002], en el que presentan un modelo de explotación diaria de un sistema hidroeléctrico que tiene en cuenta tres niveles de embalse distintos, añadiendo al problema una serie de variables binarias y restricciones adicionales. Un planteamiento similar al anterior es el de [García-González and Alonso, 2001], en el que se aproxima la superficie característica de generación por una malla de puntos escogidos convenientemente, a partir de los cuales se obtiene el resto de puntos de la superficie característica aplicando un determinado método de interpolación lineal. Dicho método de interpolación lineal introduce un elevado número de variables binarias y restricciones al problema, de modo que se ha de llegar a una solución de compromiso entre el número de variables y de restricciones y la precisión con que se pretende aproximar la superficie característica.

En [García-González et al., 2003] se propone un procedimiento iterativo para resolver la programación a corto plazo de un sistema hidroeléctrico. Partiendo de una estimación inicial del volumen embalsado, se resuelve en cada paso de las iteraciones un problema de programación lineal entera mixta y se actualiza, a partir de los resultados, el valor del volumen embalsado en todas las etapas del problema. El proceso anterior se repite hasta alcanzar la convergencia. El problema es que desde un punto de vista teórico, no puede garantizarse que se vaya a alcanzar la convergencia, ni que la solución obtenida sea una solución óptima. Este procedimiento iterativo fue propuesto en [Revelle, 1999] sin tener en cuenta entonces los arranques y paradas de los grupos, resolviendo en cada paso de las iteraciones un problema de programación lineal.

Un planteamiento similar al anterior puede encontrarse en [Fosso and Belsnes, 2004]. En este caso, se descompone el problema en dos subproblemas: la asignación de grupos y el despacho de carga. Ambos se resuelven por separado y de forma iterativa. En el primero, se resuelve en iteración un problema de programación lineal entera mixta, y en el segundo, partiendo del resultado obtenido en el problema anterior se calcula el punto exacto de funcionamiento.

Por último, cabe citar la referencia [Trezos, 1991] en la que se presenta un modelo de programación lineal entera mixta para resolver la explotación a medio y a corto plazo de un sistema de generación eléctrica formado por nueve centrales hidroeléctricas situadas

en la misma cuenca. En este artículo, se pone de manifiesto que introduciendo pequeñas variaciones en algunas restricciones del modelo, éste puede adaptarse con facilidad a los requerimientos de los distintos horizontes temporales.

En general puede decirse que, en los modelos de explotación basados en técnicas de programación lineal (real y entera), al no considerar en la característica de generación de los grupos la influencia del salto o del volumen embalsado, no se considera el hecho de que las decisiones tomadas en una etapa pueden afectar a las decisiones tomadas en etapas posteriores. Ni siquiera en los casos en los que mediante un proceso iterativo se va actualizando el valor del volumen embalsado se tiene en cuenta este hecho, ya que, en definitiva, la actualización del volumen en cada paso de las iteraciones, equivale a fijar una única curva de producción en cada etapa, ignorando que las decisiones tomadas en una determinada etapa afectan a la curva de producción de las etapas posteriores. En resumen, el principal inconveniente que presentan los modelos de programación lineal (real y entera) es que no tienen capacidad para predecir cómo evoluciona el sistema si en una etapa se almacena o se turbinada una determinada cantidad de agua.

2.3.6 Programación no lineal

La programación no lineal es una técnica de resolución de problemas de programación matemática cuya función objetivo y cuyas restricciones pueden ser no lineales, y cuyas variables pueden tomar únicamente valores reales. Su aplicación en el campo de la explotación de sistemas hidroeléctricos no tuvo durante las décadas de los sesenta y setenta tanta aceptación como la que tuvieron la programación lineal o la programación dinámica debido, entre otras cosas, a que la mayoría de los algoritmos de resolución de problemas de programación no lineal requieren en comparación con éstas una mayor capacidad de procesamiento [Yeh, 1985]. No obstante, durante las últimas dos décadas del siglo pasado, aumentó considerablemente el interés por su aplicación en diversas áreas del conocimiento.

Las condiciones *necesarias* para que la solución de un problema de programación no lineal sea un óptimo local vienen dadas por las condiciones de *Karush-Kuhn-Tucker*. Éstas son condiciones *necesarias y suficientes* para asegurar que la solución de un problema de programación no lineal es un óptimo global, si se trata de un problema de *programación convexa*. Un problema de programación convexa consiste en minimizar (o maximizar) una función convexa sobre un conjunto de restricciones que definen una

región factible convexa. Las condiciones de Karush-Kuhn-Tucker son posiblemente el resultado teórico más importante en el campo de la programación no lineal [Castillo et al., 2002].

La mayoría de los algoritmos de resolución de problemas de programación no lineal requieren que el problema sea convexo y diferenciable para asegurar la convergencia. Los problemas de programación no lineal pueden dividirse en dos grandes grupos según estén o no sujetos a restricciones.

Los problemas de programación no lineal sin restricciones se resuelven generalmente aplicando los *métodos de direcciones de descenso*. Éstos parten de un determinado valor de la función objetivo, determinan una dirección de descenso y un paso de avance sobre ésta, generando así una secuencia de puntos en los que el valor de la función objetivo disminuye progresivamente. Existe una amplia variedad de métodos de direcciones de descenso, según las diferentes formas de obtener la dirección de descenso. Pueden citarse, entre otros: el método del gradiente, el método de Newton, los métodos quasi-Newton y los métodos de direcciones conjugadas.

Del mismo modo, existen varias familias de métodos de resolución de problemas de programación no lineal con restricciones, entre las que cabe destacar las siguientes:

- *Métodos duales*, en los que se resuelve el problema dual.
- *Métodos de penalizaciones*, en los que se transforma el problema con restricciones en una sucesión de problemas sin restricciones, introduciendo en la función objetivo un término que penaliza el incumplimiento de las restricciones relajadas, llamado *función de penalización*. Éstos se dividen en métodos de penalización exterior y métodos de penalización interior, o métodos barrera.
- *Método de los multiplicadores o del Lagrangiano aumentado*. Éste es un caso especial de método de penalización, en el que la función de penalización se introduce en función lagrangiana.

En cualquier texto genérico de técnicas de programación matemática [Castillo et al., 2002; Conejo, 1997] puede encontrarse información suficiente acerca de los diferentes algoritmos de resolución de problemas de programación no lineal.

Una de las principales ventajas que presentan los modelos de programación no lineal es que permiten considerar la influencia del volumen o del salto en la característica de

generación de los grupos, mediante aproximaciones polinómicas de varias variables. Debe tenerse en cuenta que en los casos en los que no se puede garantizar la concavidad (o la convexidad) de dicha aproximación, se puede complicar la aplicación de métodos de programación no lineal, ya que éstos suelen llevar a cabo la búsqueda de la solución óptimo partiendo de un determinado valor de la función objetivo y de una determinada dirección de avance sobre la que se obtiene un nuevo valor de la función objetivo, mayor o menor que el valor de partida, según se trate de un problema de maximización o de minimización. Este proceso se repite hasta que no es posible aumentar, o disminuir, el valor de la función objetivo. De ahí que la solución óptima obtenida sólo tenga, en la mayoría de los casos, carácter local.

Puede citarse, a título de ejemplo, el caso descrito en [Catalao et al., 2006], donde se presenta un modelo de programación no lineal para la explotación semanal de un sistema hidroeléctrico. La potencia generada por un grupo viene dada en este caso por una expresión polinómica de segundo grado y depende del caudal y del volumen, dando lugar a un problema de programación cuadrática no cóncavo. Aplicando las condiciones de KKT al problema y las condiciones necesarias de segundo orden para que la solución sea óptima, llegan a la conclusión de que un punto de partida adecuado en cuyo entorno buscar una solución óptima global puede obtenerse resolviendo el problema lineal relajado. Analizan el caso de un sistema compuesto por tres centrales hidroeléctricas situadas en cascada en una misma cuenca y comparan los resultados obtenidos con los que proporciona un modelo de programación lineal que ignora la influencia del volumen, obteniendo en todos los casos mejores resultados con el modelo no lineal.

Una comparación minuciosa entre un modelo de programación no lineal y un modelo de programación lineal puede encontrarse en [Moreno et al., 1997]. En este artículo se aborda la explotación a corto plazo del sistema de embalses hidroeléctricos de la cuenca del río Duero por medio de sendos modelos lineal y no lineal. Una observación interesante de este artículo es que el modelo lineal produce discrepancias importantes en la estimación de la energía generada y del beneficio obtenido por su venta en el mercado. Asimismo, entre las conclusiones citadas en este artículo, cabe mencionar que las centrales que más contribuyen a la producción de energía en la cuenca son las que tienen menor capacidad de regulación, es decir, aquellas que se caracterizan por el pequeño volumen de su embalse y por la importancia relativa de su potencia instalada.

La gestión de los arranques y paradas de los grupos mediante variables binarias conduce en estos casos a problemas de programación no lineal entera mixta, que son generalmente difíciles de resolver, en parte por el carácter no diferenciable de las funciones involucradas en éstos, y que requieren en muchos casos llevar a cabo un análisis exhaustivo de las características del problema antes de proceder a su resolución [Conejo et al., 2006]. Asimismo, resulta complicado tener en cuenta ciertas zonas de operación de los grupos que pueden estar restringidas por motivos técnicos, dado que éstas confieren también al problema un carácter no diferenciable.

Un ejemplo de modelo de programación no lineal entera mixta puede encontrarse en [Finardi and da Silva, 2005]. En este artículo, se presenta un modelo de explotación a corto plazo de un sistema hidroeléctrico. Un modelo lineal, en el que cada central consta de un solo grupo, obtenido mediante la adecuada agregación de todos los grupos de la central, calcula el caudal que debe ser turbinado por cada central en cada una de las etapas del problema. A continuación, un modelo de programación no lineal entera mixta se encarga de llevar a cabo la asignación óptima de grupos en cada una de las centrales del sistema. Por último, un modelo heurístico se encarga de ajustar las discrepancias existentes entre los resultados de los modelos anteriores, en caso de haberlas. El modelo de programación no lineal entera mixta se divide a su vez en dos partes. En primer lugar, un algoritmo basado en el método de ramificación y corte selecciona las combinaciones de grupos factibles para un caudal objetivo dado y, a continuación, se resuelve un problema de programación no lineal convencional para cada una de estas combinaciones. Finalmente, se escoge la combinación factible que haya dado un mejor resultado. La mayoría de los algoritmos de programación no lineal entera mixta aíslan o independizan las decisiones enteras de las continuas [Caballero y Grossmann, 2007].

Por último, cabe destacar como ejemplo de aplicación interesante el caso analizado en [Teegavarapu and Simonovic, 2000], en el que se presenta un modelo de programación no lineal entera mixta para la explotación a corto plazo de un sistema de embalses hidroeléctricos que están acoplados hidráulicamente. En este caso, no se emplean las variables enteras para gestionar los arranques y paradas de los grupos, sino para seleccionar la curva de variación del nivel en la descarga más apropiada en cada caso.

2.3.7 Técnicas de descomposición

Las técnicas de descomposición se utilizan generalmente para resolver problemas de optimización que presentan una estructura que facilita su descomposición en problemas de menor tamaño o subproblemas. Por medio de un procedimiento iterativo se resuelven alternativamente estos subproblemas y un problema denominado maestro, reduciéndose en cada paso de las iteraciones el tamaño de la región factible.

Los problemas susceptibles de ser resueltos por técnicas de descomposición poseen generalmente variables o restricciones de complicación. Las variables de complicación son variables que cuando toman valores conocidos, simplifican el problema de forma considerable, bien porque permiten que éste se descomponga en problemas más fáciles, bien porque el resto de variables que intervienen en el problema son variables continuas, etc. Las restricciones de complicación son a su vez restricciones que al relajarse reducen sustancialmente la dificultad del problema, generalmente debido a que así permiten su descomposición en problemas más sencillos [Conejo, 1997].

Pueden citarse a título de ejemplo los problemas de expansión de una empresa, en los que por un lado, deben tomarse decisiones de carácter discreto, como por ejemplo si se debe instalar o no un centro de producción en un determinado lugar, y por otro lado, deben tomarse decisiones de carácter continuo, como por ejemplo qué cantidad de materia prima se necesitará para cubrir la demanda de un determinado producto en el lugar donde hayamos decidido construir ese nuevo centro de producción.

Existen numerosas técnicas de descomposición, aplicables en función de la naturaleza del problema que se quiere resolver. La descripción detallada de cada una de éstas está fuera del alcance de esta tesis. A continuación, se van a citar algunas referencias en las que se han aplicado estas técnicas a la explotación de sistemas eléctrico. Un tratamiento más detallado puede verse en [Conejo et al., 2006].

Uno de los artículos más citados sobre aplicación de técnicas de descomposición a la explotación de sistemas eléctricos es el de [Pereira and Pinto, 1985] en el que se emplea la *descomposición de Benders* para resolver un problema de coordinación hidrotérmica a medio plazo, teniendo en cuenta el carácter estocástico de las aportaciones que llegan a cada uno de los embalses de la cuenca mediante la consideración de varios escenarios. La descomposición de Benders fue propuesta en 1962 por J.F. Benders para resolver problemas de optimización con variables de complicación. A continuación, se describe someramente el algoritmo de descomposición de Benders.

Partiendo de un valor inicial factible de las variables de complicación, se resuelve una serie de subproblemas. Se obtienen así el resto de variables y las sensibilidades de las restricciones que fijan el valor de las variables de complicación, y se actualiza la cota superior, o inferior, de la función objetivo, según sea el problema de maximización o de minimización. Se resuelve a continuación el problema maestro que sólo depende de las variables de complicación, y cuya solución es una cota inferior, o superior, de la función objetivo. Se establece así un procedimiento iterativo que, a medida que avanza, se va acercando a la solución óptima, ya que en cada iteración se añade una nueva restricción al problema maestro. Estas restricciones se denominan *cortes de Benders*.

La *relajación lagrangiana* es una técnica de resolución de problemas de optimización con restricciones de complicación y ha sido sin duda la técnica de descomposición más utilizada en la explotación de sistemas eléctricos. Su aplicación consiste básicamente en lo siguiente: en primer lugar, se formula el problema primal relajado incorporando las restricciones de complicación a la función objetivo por medio de los correspondientes multiplicadores; a continuación se resuelve éste, partiendo de una estimación inicial del valor de los multiplicadores, obteniéndose así una cota inferior de la función objetivo del problema; en tercer lugar, se actualiza el valor de los multiplicadores, o variables duales, resolviendo el correspondiente problema dual; y por último, se comprueba la convergencia mediante un criterio apropiado. Si ésta ha sido alcanzada, se dan por concluidas las iteraciones. En caso contrario, se vuelve a resolver el problema primal relajado, y así sucesivamente. Debe tenerse en cuenta que el problema dual suele ser un problema de optimización no diferenciable, que se resuelve generalmente por el método del subgradiente o de los hiperplanos secantes. En [Jiménez and Conejo, 1999; Jiménez et al., 1997], se presenta un método alternativo a éstos para resolver el problema dual.

Además de la relajación lagrangiana, existen otras técnicas de descomposición para resolver problemas de optimización con restricciones de complicación, tales como la descomposición a partir del *lagrangiano aumentado*, o la *descomposición de Dantzig-Wolfe*, para problemas de programación lineal.

La relajación lagrangiana se ha empleado con frecuencia para resolver problemas de coordinación hidrotérmica. En éstos, la principal restricción de complicación viene dada por la cobertura de la demanda, aunque puede haber otras como, por ejemplo, la reserva rodante. Relajando las restricciones de complicación, se divide el problema primal en un

subproblema por cada central térmica y por cada central hidroeléctrica. Ésta es una de las principales ventajas de la relajación lagrangiana. De forma parecida puede aplicarse ésta a la explotación de sistemas exclusivamente hidroeléctricos.

Como ejemplo de aplicación de la relajación lagrangiana en un sistema hidroeléctrico puede citarse [Soares et al., 2003] en el que se presenta un modelo de explotación diaria de un sistema compuesto por nueve centrales hidroeléctricas. Las restricciones de complicación vienen dadas en este caso por la cobertura de la demanda en cada hora del día y por un requerimiento de producción mínima a lo largo del día en cada central. La asignación óptima de grupos se resuelve mediante un procedimiento heurístico, cuyos resultados son tomados como datos para calcular el despacho óptimo de carga mediante un algoritmo iterativo similar al descrito más arriba.

Por último, merece la pena citar el artículo [Guan et al., 1999], donde se presenta un modelo de explotación a corto plazo de un sistema hidroeléctrico, descomponiendo el problema mediante relajación lagrangiana. En este caso, las restricciones de complicación vienen dadas por ciertas zonas de operación de los grupos restringidas por motivos técnicos, y por el ritmo máximo y mínimo de variación de la descarga, que puede ser impuesto por motivos medioambientales o por la existencia de otros usos distintos al hidroeléctrico: usos recreativos, regadíos, etc. Las restricciones que impiden el funcionamiento de los grupos en las zonas de operación restringidas añaden variables enteras al problema. Al incorporarse estas restricciones a la función objetivo por medio de los correspondientes multiplicadores, se obtiene un problema primal relajado con variables reales y enteras, que se divide a su vez en un problema continuo único para todos los grupos, y en un subproblema entero para cada grupo que se resuelve por programación dinámica. El problema continuo y los subproblemas enteros se resuelven por separado, coordinados por un algoritmo apropiado que actualiza los multiplicadores. Las soluciones obtenidas no son en general factibles, de modo que debe modificarse la región factible en torno a una solución dual previa, por medio de procedimientos heurísticos.

Cuando se intenta resolver de forma simultánea la asignación de grupos y el despacho de carga de un sistema hidroeléctrico, bien sea para cubrir una demanda conocida o para maximizar el beneficio por la venta de energía, la relajación lagrangiana da lugar a un problema primal relajado no lineal con variables reales y enteras. Éste suele dividirse a

su vez en uno o varios problemas de carácter continuo, y en uno o varios problemas de carácter discreto. Mediante un método adecuado, deben actualizarse los multiplicadores, presentes algunos de ellos en los problemas continuos y en los discretos, coordinando así la resolución de estos problemas. En general, no puede asegurarse que las soluciones obtenidas por este método sean factibles, por lo que se recurre habitualmente al empleo de métodos heurísticos para reducir el espacio de búsqueda, o directamente a resolver la asignación de grupos por separado, tomando sus resultados como datos de partida en el despacho de carga, que sí se descompone mediante relajación lagrangiana.

2.3.8 Técnicas de control inteligente

Aunque la aparición de estas técnicas es relativamente reciente, su aplicación se ha extendido rápidamente en campos muy distintos de la ciencia. Se han encontrado en la literatura científica muchas aplicaciones de estas técnicas a la explotación de sistemas eléctricos, pero sólo se van a citar algunas relacionadas con los algoritmos genéticos y las redes neuronales, por ser quizás éstas las más utilizadas en esta área.

Los algoritmos genéticos llevan a cabo la optimización mediante un proceso análogo al mecanismo de la selección natural. Éstos parten de una población de individuos cada uno de los cuales representa una solución factible del problema. A cada individuo le corresponde un valor relacionado con la optimalidad y la factibilidad de la solución que éste representa. Como sucede en la naturaleza, los individuos que mejor se adapten a las condiciones del problema, tendrán mayor probabilidad de reproducirse. A partir del cruce de los individuos mejor adaptados, se crea una nueva población de individuos, o posibles soluciones, que reemplaza a la anterior y que mejora las características de ésta. Si se repite este proceso sucesivamente, las mejores características de cada generación se irán propagando a lo largo de las sucesivas generaciones, y la población convergirá a una solución óptima del problema original. Los principios básicos de los algoritmos genéticos fueron establecidos por J.H. Holland en 1975.

En [Ohishi et al., 2005], se compara un modelo similar al presentado en [Soares et al., 2003], con la salvedad de que el problema de la asignación de grupos se resuelve en este caso por programación dinámica en lugar de por un procedimiento heurístico, con un modelo que genera en cada iteración y mediante un algoritmo genético, soluciones al problema de la asignación de grupos, las cuales son tomadas como datos de partida para resolver el correspondiente problema de despacho de carga. El modelo genético obtuvo

mejores resultados en términos de energía, pero su solución provocó un número mucho mayor de arranques y paradas de los grupos y requirió un tiempo de cálculo mucho mayor.

Las redes neuronales artificiales pueden considerarse un modelo muy simplificado del sistema nervioso central. Puede decirse que, aunque nunca de forma tan eficiente como el sistema neuronal biológico, las redes neuronales artificiales pueden reproducir ciertas funciones de éste, como el aprendizaje.

La unidad básica de procesamiento de las redes neuronales artificiales está inspirada en la célula fundamental del sistema nervioso humano: la neurona. Las redes neuronales artificiales están formadas por varias capas de neuronas interconectadas, que trabajan en paralelo. El funcionamiento de la red depende principalmente del valor o peso, asociado a cada uno de las conexiones neuronales [Hagan et al., 1996; Fraile-Ardanuy, 2005].

El desarrollo más importante en el área de las redes neuronales fue el descubrimiento del algoritmo de retropropagación. Éste es un algoritmo de aprendizaje o entrenamiento que permite ajustar los pesos de una red multicapa, minimizando una función de error. Desde su descubrimiento, las redes neuronales pueden aprender y reproducir cualquier tipo de relación compleja estática y no lineal, presente en un determinado sistema.

En [Naresh and Sharma, 2002], se emplea una red neuronal similar a la red de Hopfield para resolver la explotación a corto plazo de un sistema hidroeléctrico. Las redes de Hopfield son un tipo de redes neuronales recurrentes, que se utilizan con frecuencia para resolver problemas de optimización. El modelo neuronal propuesto en este artículo lleva a cabo la búsqueda de la solución óptima en dos fases. En la primera fase, obtiene de forma iterativa una solución cercana a la región factible mediante una apropiada función de penalización, y en la segunda fase se refina la solución anterior, también de forma iterativa, actualizando en cada iteración los multiplicadores del lagrangiano aumentado del problema original. El grado de fiabilidad de la solución depende fundamentalmente de una correcta estimación de los parámetros de la red y de los valores iniciales de las variables de control del problema.

Aunque se utilicen para resolver problemas de optimización, las redes neuronales no suelen clasificarse como una técnica o método de optimización, sino más bien como una herramienta de predicción y modelización. Esta faceta ha sido también aprovechada en

los modelos de explotación de sistemas eléctricos. Tal es el caso analizado en [Paravan et al., 2004], donde se emplea un modelo neuronal para predecir a corto plazo las aportaciones de un río y mejorar así la gestión del agua en un sistema formado por tres centrales fluyentes; o el que se describe en [Gareta et al., 2006], donde mediante un modelo neuronal se predicen los precios de venta de energía en el mercado diario.

2.4 Generación hidroeléctrica con velocidad variable

El mantenimiento de la frecuencia en el sistema eléctrico obliga a los generadores conectados al mismo a funcionar en sincronismo, lo cual implica que los alternadores deben girar a su velocidad de sincronismo; en el caso de los generadores asíncronos, su velocidad se desvía sólo ligeramente de la velocidad de sincronismo. Esto supone una limitación cuando las condiciones de operación se alejan del punto de funcionamiento nominal, dando lugar a disminuciones significativas del rendimiento.

Las centrales hidroeléctricas pueden sufrir fuertes variaciones en las condiciones de operación, especialmente si se trata de centrales fluyentes, las cuales deben adaptarse de forma continua al régimen de caudales del río, o si la central se encuentra asociada a un embalse cuyo uso prioritario no es la producción de energía, sino cualquier otro como por ejemplo, el riego o el abastecimiento. Asimismo, las centrales con grandes embalses reguladores cuyo uso prioritario es el hidroeléctrico pueden estar sujetas a importantes variaciones de las condiciones de operación si el régimen hidrológico de la cuenca en la que se encuentran experimenta fuertes cambios estacionales, como sucede en una gran parte del territorio español. Debe citarse por último el caso de los grupos ecológicos que deben descargar de forma continua un determinado caudal, impuesto por el organismo de cuenca correspondiente, mientras que el salto bruto puede experimentar variaciones importantes.

En todos estos casos, el rendimiento global de la planta disminuye considerablemente y los grupos pueden verse sometidos a largos periodos de inactividad, en los que deben permanecer parados por motivos técnicos. No cabe duda de que una buena planificación de la operación, con la ayuda de eficaces modelos de explotación, contribuye a reducir dichos periodos de inactividad y a mejorar el rendimiento global de la planta, pero en general habrá casos en los que estas situaciones serán inevitables.

Modificando en estos casos la velocidad de giro de los grupos es posible adaptarse en mayor medida a las condiciones de operación de la central y mejorar así el rendimiento global de la planta. Se reducen además las probabilidades de que se produzca cavitación y de que aparezcan fluctuaciones de presión en el tubo de descarga.

Dado que la frecuencia de la corriente eléctrica generada depende de la velocidad de giro de los grupos, será necesario instalar convertidores electrónicos de frecuencia entre el generador y el punto de conexión a la red. Los distintos esquemas de funcionamiento dependen fundamentalmente del tipo de máquina y de su capacidad de generación. Los aspectos técnicos de la generación hidroeléctrica con velocidad variable se tratan en el capítulo 5.

Entre todas las aplicaciones de los modelos de explotación desarrollados en esta tesis, la generación hidroeléctrica con velocidad variable merece una especial atención ya que no se ha encontrado en la literatura científica ningún modelo de explotación específico para este tipo de centrales. La aplicación de estos modelos a la explotación de centrales de velocidad variable supone por tanto una importante aportación de esta tesis.

No obstante, la generación hidroeléctrica con velocidad variable es un tema que lleva muchos años siendo objeto de estudio. Las primeras referencias consultadas acerca de este tema son de principios de la década de los ochenta. Se planteaban ya entonces la posibilidad de instalar grupos hidroeléctricos doblemente alimentados [Gish et al., 1981]. La solución convencional de conectar un alternador a la red a través de un convertidor c.a.-c.c.-c.a. era técnicamente viable, pero no económicamente, ya que éste debe dimensionarse para la potencia máxima de la máquina a la que está conectado, lo que entonces suponía un coste aproximado del 430% del coste del alternador. Sin embargo, en el caso de las máquinas doblemente alimentadas, una variación de la velocidad de $\pm 20\%$ con respecto a la velocidad de sincronismo sólo suponía un coste aproximado del 125% con respecto al coste del alternador. El concepto de máquina doblemente alimentada fue introducido a principios de la década de los cuarenta, sin embargo, no fue hasta finales de la década de los setenta cuando resurgió el interés por este tipo de máquina, debido fundamentalmente a la reciente aparición de tiristores de apagado por puerta (GTO) para potencias elevadas. Estos dispositivos semiconductores conducen o no la corriente eléctrica según se aplique un impulso positivo o negativo a la corriente de puerta [Fraile-Mora, 2008].

En el año 1983, se celebró en la sede del U.S. Bureau of Reclamation en Denver, una reunión técnica organizada por el Departamento de Energía (DOE) y el Instituto de Investigación en Energía Eléctrica (EPRI) de los Estados Unidos, cuyo tema principal eran las aplicaciones hidroeléctricas de generadores de velocidad variable, y de la que lamentablemente no se ha encontrado ninguna referencia. Un año después se publicó el artículo [Sheldon, 1984], en el que se llevó a cabo la simulación de la operación con velocidad variable de una turbina hélice de álabes fijos, en tres modos de operación distintos (rendimiento máximo, potencia constante y caudal constante), suponiendo en los tres casos una fuerte variación del salto. En los tres casos, la relación energía generada-caudal turbinado con velocidad variable fue mayor que con velocidad fija, obteniéndose con el modo de rendimiento máximo los resultados más prometedores. Un año antes, L.H. Sheldon había llevado a cabo el mismo estudio con una turbina Francis, obteniendo unos resultados muy parecidos, que fueron presentados en la reunión citada anteriormente [Sheldon 1983; citado en Sheldon, 1984].

Un estudio similar a los dos anteriores se presentó en [Farrell and Gulliver, 1987]. En este artículo, analizan la posibilidad de utilizar turbinas de velocidad variable como herramientas de control del caudal, y aportan interesantes ideas acerca de cómo varía el caudal turbinado en función de la velocidad, según sea el tipo de turbina. Sus ideas, en este aspecto, coinciden por completo con las de [Ilyinykh, 1985]. Concluyen su estudio diciendo que la velocidad variable tiene pocas posibilidades de futuro como herramienta de control del caudal, aunque sostienen que una turbina específicamente diseñada para funcionar con velocidad variable debería dar mejores resultados.

Durante la década de los ochenta se produjeron en Japón aportaciones relevantes en el campo de la velocidad variable. Ingenieros de la compañía Hitachi Ltd. realizaron varias patentes de equipos y sistemas de control para la generación hidroeléctrica y el bombeo con velocidad variable [Kuwabara, 1986; Haraguchi et al., 1987; Sakayori et al., 1989]. Asimismo, se pusieron en funcionamiento varias centrales de generación y bombeo con velocidad variable, demostrando así la viabilidad técnica de esta nueva tecnología. En 1987 se puso en marcha en Japón el primer grupo reversible de velocidad variable. Éste formó parte del proyecto de rehabilitación de la central hidroeléctrica Narude, llevado a cabo por la compañía KEPCO (*Kansai Electric Power Company*) [Kita et al., 1994]. Tres años después, otra compañía japonesa, TEPCO (*Tokyo Electric Power Company*),

puso en marcha otro grupo reversible de velocidad variable, de mayor tamaño, en la central hidroeléctrica Yagisawa. Este grupo sustituyó a otro anterior, de velocidad fija, que presentaba fuertes vibraciones cuando funcionaba con potencias inferiores a la nominal. Se sustituyó entonces el inductor de polos salientes de aquel grupo por un rotor bobinado y se instalaron los equipos necesarios para controlar su excitación [Byers, 1994].

Posteriormente, se llevaron a cabo en Japón sendos proyectos de centrales reversibles de velocidad variable de dimensiones importantes. El primero de estos proyectos fue el de la central Ohkawachi que está formada por cuatro grupos reversibles, dos de los cuales son de velocidad variable con rotor bobinado que se conecta a la red a través de un cicloconvertidor c.a.-c.a. El primer grupo de velocidad variable se puso en marcha en 1993 y dos años más tarde se conectó el segundo [Kuwabara et al., 1996]. Estos dos grupos son actualmente los mayores grupos reversibles de velocidad variable en todo el mundo (400 MW). El segundo proyecto es el de la central Okukiyotsu nº 2, formada por dos grupos reversibles de 300 MW, uno de los cuales es de velocidad variable con rotor bobinado que se conecta a la red a través de un convertidor trifásico doble, formado por cuatro puentes de tiristores GTO conectados en oposición. Este grupo entró en servicio en 1996 y sigue siendo actualmente el grupo de velocidad variable de mayor salto (470 m) del mundo [Hachiya et al., 1995].

El mismo año en que entró en servicio el primer grupo de la central Ohkawachi, se puso en marcha en la central hidroeléctrica española de Compuerto (Palencia) un grupo de velocidad variable equipado con un alternador Varspeed de la casa ABB y una turbina Francis. El proyecto piloto de Compuerto fue un proyecto de rehabilitación en el que se sustituyó, en uno de los alternadores ya existentes, el rotor de polos salientes por un rotor trifásico con anillos colectores, alimentado por un cicloconvertidor c.a.-c.a. [Merino y López, 1996]. La casa ABB acumulaba entonces buena experiencia en este tema ya que había suministrado equipos similares a distintas compañías ferroviarias y había instalado años antes en la central china Panjiakou un grupo síncrono reversible de velocidad variable, conectado a la red a través de un convertidor estático de frecuencia, formado por tres puentes de tiristores GTO conectados en oposición [Terens and Schäfer, 1993].

A mediados de la década de los noventa, se publicó un importante estudio en la revista *Electra* del CIGRE (*Conseil International des Grands Réseaux Électrique*) [Campos et al., 1996] en el que se incluyen los resultados de las simulaciones realizadas en una serie de centrales hidroeléctricas brasileñas funcionando con velocidad variable. En este artículo, se llega a la conclusión de que la velocidad variable puede ofrecer ventajas significativas en tres aspectos fundamentales. Como consecuencia del aumento del rendimiento global de la planta, es posible reducir el área inundada por el embalse sin que por ello disminuya la energía generada en la central, ocasionando así un impacto ambiental menor, o aumentar la energía generada por la central almacenando en el embalse la misma cantidad de agua. Asimismo, desde un punto de vista hidráulico, disminuyen el riesgo de aparición de oscilaciones en el tubo de descarga y de la entrada en cavitación. Por último, los autores de este artículo insisten en que las centrales que pueden beneficiarse en mayor medida de la velocidad variable son aquéllas que están sometidas a una fuerte variación relativa del salto.

En el año 1997, se celebró en la Escuela de Ingeniería de Itajubá, en Brasil, el 4º Encuentro Latinoamericano sobre Mecánica de Fluidos, donde se presentaron los resultados de las simulaciones anteriores [Saidel e dos Reis, 1997]. Un grupo de investigación de la Escuela de Itajubá presentó dos años más tarde en la 5ª Reunión del Grupo de trabajo de Hidromecánica de la IAHR (*Internacional Association of Hydraulic Engineering and Research*) un estudio experimental en el que, a partir de los ensayos realizados en el laboratorio, obtuvieron un modelo informático de una turbina Francis y analizaron las ventajas de la velocidad variable en unas condiciones de operación definidas por una fuerte variación del caudal y un salto prácticamente constante [Carvalho e Souza, 1999]. Los resultados obtenidos en este estudio no fueron tan prometedores como los obtenidos en [Farrell and Gulliver, 1987] a partir de un estudio similar, pero corroboran la posibilidad de obtener unos beneficios energéticos y económicos significativos. Asimismo, coinciden con [Campos et al., 1996] en la idea de que las centrales que pueden beneficiarse en mayor medida de la velocidad variable son aquéllas que están sometidas a una fuerte variación relativa del salto.

Durante los últimos años, ha habido un interés creciente por el estudio de la llamada *energía minihidráulica*. Si bien es cierto que no existe un acuerdo internacional para definir este concepto, la IEA (*International Energy Agency*) la define como la energía

eléctrica generada en una central hidroeléctrica cuya potencia instalada es menor de 10 MW. Son varios los motivos que han suscitado el interés por este tipo de energía. En primer lugar, existe desde hace tiempo una mayor preocupación por el medioambiente, lo cual ha supuesto una gran barrera al desarrollo de centrales de mayor tamaño que requieren la construcción de una presa y la inundación de un determinado espacio de terreno. Tanto es así que en muchos casos la energía hidroeléctrica proveniente de centrales convencionales no aparece en algunas relaciones de fuentes renovables de energía.

En segundo lugar, existe una larga experiencia en el sector hidroeléctrico, avalada por más de cien años de investigación y desarrollo, desde que en 1882 se puso en marcha la primera central hidroeléctrica del mundo para servicio comercial [UNESA, 2003]. De modo que ahora se plantean nuevos objetivos para el desarrollo del sector, entre los que la energía minihidráulica ocupa un lugar privilegiado [DGRTD, 2006].

La velocidad variable puede jugar un papel fundamental en el desarrollo de nuevas minicentrales hidroeléctricas, especialmente en las centrales de bajo salto, en las que es más probable que haya una fuerte variación relativa de éste. En la Unión Europea se han puesto en marcha durante los últimos años varias minicentrales con velocidad variable como puede verse en [DGET, 2000]. Éste es un documento de referencia de la Unión Europea en el que, además de exponer los aspectos técnicos de la velocidad variable y explicar los distintos esquemas de funcionamiento de este tipo de centrales, describen con bastante detalle una serie de proyectos, algunos financiados por la Unión Europea y otros por empresas privadas, en los que se han utilizado grupos de velocidad variable. Desde 1991, se han llevado a cabo quince proyectos de minicentrales hidroeléctricas en distintos países de la Unión Europea: Alemania, Suiza, Luxemburgo, Reino Unido, etc. Cabe mencionar, por curiosidad, el proyecto de rehabilitación de un antiguo molino en Luxemburgo y el grupo de velocidad variable instalado en una red de abastecimiento de agua en Suiza para controlar la presión, sustituyendo al control tradicional por medio de una válvula. Por último, cabe señalar una de las conclusiones de este documento en la que afirman que, según los estudios realizados, los generadores de imanes permanentes son probablemente la solución más prometedora para minicentrales hidroeléctricas de velocidad variable.

Por este motivo, en el año 2001 comenzó el proyecto VASOCOMPACT (*V*ariable *S*peed *O*peration of *S*ubmersible *C*OMPACT *T*urbines), financiado por la Dirección General de Energía y Transportes de la Unión Europea en el contexto del 5º programa marco [Bard et al., 2006]. En primer lugar, se diseñó mediante CFD (*C*omputational *F*luid *D*ynamics) un rodete con una fuerte dependencia entre el caudal y la velocidad de giro, ya que uno de los objetivos del proyecto era poder controlar el nivel en un pequeño azud variando la velocidad de giro de la turbina. Este rodete se ensayó en el banco de pruebas del laboratorio de Hidráulica de la Universidad de Stuttgart, con el propósito de representar, a partir de las medidas realizadas, su colina de rendimientos y determinar sus límites de operación. En segundo lugar, se diseñó un generador síncrono de imanes permanentes y, después de estudiar varias opciones, se decidieron por un convertidor trifásico doble a.c.-d.c.-a.c. formado por IGBTs (*I*nsulated *G*ate *B*ipolar *T*ransistor) tanto en el lado red como en el lado máquina. Tras una fuerte campaña de ensayos en los laboratorios de la empresa ELMOTEC, se fabricaron en el año 2005 prototipos de la turbina, el generador y el convertidor de frecuencia y se instalaron en una central piloto situada en el sur de Finlandia, donde se llevaron a cabo una serie de pruebas de campo que finalizaron en noviembre de 2005. Se obtuvieron rendimientos globales (potencia eléctrica entregada a la red/potencia hidráulica disponible) muy altos y desde entonces el grupo de velocidad variable se utiliza para controlar el nivel del azud, funcionando en paralelo con dos grupos de velocidad fija sin ningún tipo de regulación.

Para terminar esta parte del estado del arte, deben mencionarse los proyectos y las publicaciones del grupo de investigación al que pertenece desde el año 2003 el autor de esta tesis. En primer lugar, en el año 2001 se llevó a cabo en el laboratorio de Hidráulica de la Escuela de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos un proyecto financiado por la UPM (*U*niversidad *P*olitécnica de *M*adrid), en el que se ensayó en un banco de pruebas una turbina hélice tubular conectada a un generador asíncrono, que entrega su energía a la red a través de un convertidor de frecuencia regenerativo. Las medidas realizadas se utilizaron para entrenar dos redes neuronales artificiales: una de ellas identificaba el estado del sistema a partir de una serie de parámetros; y la otra calculaba la velocidad óptima de giro de la turbina. Los resultados parciales de la investigación se describen en [Fraile-Ardanuy et al., 2002a], [Fraile-Ardanuy et al., 2002b] y [Wilhelmi et al., 2003]. Una vez finalizado el proyecto, se llevó a cabo un estudio en el que se simuló la operación con velocidad fija y variable de una central fluyente durante un

periodo de 33 años hidrológicos consecutivos, obteniéndose anualmente una media del 6,5% más de energía con velocidad variable. Los resultados definitivos del proyecto anterior, junto con los de este estudio se publicaron en [Fraile-Ardanuy et al., 2006b].

En la actualidad, el grupo de investigación citado está llevando a cabo un proyecto de investigación financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia en el marco del Plan Nacional de I+D+I (2004-2007), que puede considerarse una continuación del anterior. Se trata de estudiar la operación con velocidad variable de una central en derivación fluyente, con conducción en presión y control de nivel en el azud. Se está utilizando la turbina hélice tubular del proyecto anterior, pero en esta ocasión unos álabes orientables conectados a un servomotor constituyen un órgano de regulación adicional. A partir de las medidas realizadas en una primera fase del proyecto, se decidió emplear la velocidad de la turbina como variable de control para mantener constante el nivel de agua en el depósito que hace las veces de azud. La capacidad de regulación de los álabes resultó ser mucho menor que la de la turbina, de modo que en un segundo lazo de control se variará la posición de éstos para buscar en cada caso el punto de máximo rendimiento. Los resultados preliminares del proyecto se describen en [Sánchez et al., 2007].

A la vista de las referencias consultadas, puede decirse que el tema de la generación hidroeléctrica con velocidad variable es un tema que ha sufrido ciertos altibajos a lo largo del tiempo y que ha sido investigado sólo en unos pocos grupos muy dispersos geográficamente. A principios de la década de los ochenta se celebró en Denver una reunión específica sobre este tema. Mientras tanto, se llevaron a cabo en Japón una serie de estudios que dieron lugar a un buen número de patentes de equipos de generación y bombeo con velocidad variable, que se pusieron en explotación en varias centrales reversibles de gran tamaño desde finales de los ochenta hasta mediados de los noventa. Éstas han sido en realidad las únicas aplicaciones de velocidad variable en centrales de gran tamaño encontradas en la literatura. Es cierto que en Brasil se llevaron a cabo varias simulaciones en centrales de gran tamaño, pero no se tiene constancia de que esta tecnología haya sido aplicada en ninguna instalación real, y en la Unión Europea todas las aplicaciones conocidas han tenido lugar en minicentrales. Parece lógico pensar que durante la década de los ochenta e incluso en la de los noventa, se perdiera el interés por las aplicaciones en grandes centrales, ya que el coste de los convertidores de frecuencia hacía esta aplicación poco rentable. No obstante, el campo de la electrónica de potencia

ha experimentado un gran avance durante los últimos años, lo cual puede traducirse en un descenso de los costes de estos equipos; así que es posible que en el futuro vuelva a mostrarse cierto interés por esta tecnología. En cualquier caso, parece evidente el interés existente en las aplicaciones de velocidad variable para minicentrales hidroeléctricas y, según la opinión de varios expertos en el tema, hay motivos para pensar que aumentará con el tiempo el número de aplicaciones de esta tecnología.

2.5 Estudios de rentabilidad de centrales hidroeléctricas

Por último, otra aplicación interesante de los modelos de explotación desarrollados en esta tesis puede ser la estimación de la rentabilidad de un proyecto de inversión en una central hidroeléctrica. Se han consultado varios estudios de rentabilidad de centrales hidroeléctricas de distintos tamaños para el desarrollo de la tesis y, en la mayor parte de los casos, se ha observado que aquélla suele estimarse de una forma un tanto imprecisa o simplificada.

Es evidente que antes de asumir el riesgo que supone la inversión de un determinado capital en una central hidroeléctrica, debe tenerse una cierta seguridad de que ésta, en un futuro, puede producir beneficios, es decir, debe valorarse si ésta será o no rentable. Generalmente, la rentabilidad de un proyecto de inversión se mide mediante criterios o indicadores tradicionales como el valor actual neto (VAN) y la tasa interna de retorno (TIR). En ambos casos, es necesario estimar los flujos de caja (cash-flow) anuales que producirá el proyecto, y que vienen dados por la diferencia entre los ingresos y los gastos anuales estimados. Los ingresos anuales que producirá una central hidroeléctrica se calculan a partir de una estimación de la energía anual producible. Aunque la mayoría de los estudios de rentabilidad consultados para el desarrollo de esta tesis forman parte de algún proyecto de construcción, se citan a continuación varios artículos de investigación, siguiendo un orden cronológico según la fecha de su publicación, y se comentan algunas carencias o limitaciones detectadas en éstos.

Una de las carencias detectadas en la bibliografía es que no suele tenerse en cuenta la variación del salto, o del volumen del embalse, en el cálculo de la energía producible, sino que suele suponerse un valor constante de éste más o menos realista. La variación del volumen de un embalse a lo largo de un determinado periodo de tiempo depende de muchos factores, a saber: de su capacidad de almacenamiento; del régimen hidrológico

de la cuenca en la que está ubicado; de su uso prioritario, que condiciona su régimen de explotación, etc. En cualquier caso, los horizontes temporales manejados generalmente en los estudios de rentabilidad son tales que, difícilmente, el embalse podrá mantenerse siquiera variando en un entorno cercano a un determinado nivel sino que, generalmente, las variaciones de nivel serán bastante acusadas, especialmente en el caso de España, cuyas condiciones hidrológicas son fuertemente variables según la zona y la época del año.

En [Voros et al., 2000], se presenta un método interesante para diseñar una central de menos de 100 MW. Se plantea el diseño como un problema de optimización en el que la función objetivo consiste en maximizar el rendimiento de la inversión y la variable de decisión es el caudal nominal o de diseño del grupo (se supone que la central tiene un solo grupo). El rendimiento de la inversión se define en este artículo como el cociente entre el beneficio anual esperado y el coste total de la inversión. El beneficio anual esperado se calcula como la diferencia entre los ingresos anuales esperados por la venta de energía y el coste anual, teniendo en cuenta este último el coste de operación y el de la instalación, aplicando la correspondiente *tasa de amortización*. Para el cálculo de los ingresos anuales esperados se estima la energía anual producible a partir de: una curva de caudales clasificados; una curva de variación del rendimiento en función del caudal; y un valor constante del salto disponible en el embalse. Repitiendo este estudio para tres turbinas comerciales (Pelton, Francis y Kaplan) y en varios escenarios de operación, se define el rango de utilización de cada una de éstas, en función de dos parámetros de la curva de caudales clasificados. Aunque en el artículo se comenta que el salto disponible en el embalse afecta de forma significativa a los resultados del problema, no se tiene en cuenta su variación a lo largo del periodo de estudio. No obstante, cabe destacar de este artículo, que es la única referencia, entre todos los proyectos y artículos consultados, en la que se tiene en cuenta que el rendimiento de la central puede variar en función de las condiciones de operación.

Otro grupo de investigación griego desarrolló un programa informático para realizar un estudio de viabilidad técnico-económica de la instalación de una minicentral [Karlis and Papadopoulos, 2000]. En este caso, está en cierto modo justificado que no se tenga en cuenta la variación del salto, ya que el programa está fundamentalmente diseñado para minicentrales fluyentes en las que, por su escasa capacidad de regulación, el salto

se mantiene prácticamente constante. Como sucedía en el caso anterior, el programa calcula la energía anual producible a partir de la curva de caudales clasificados.

Otra de las carencias detectadas en las referencias consultadas es que suele tomarse un valor constante del precio de la energía para el periodo considerado, tal como puede verse en [Montanari, 2003] y en los dos casos anteriores. En este último, se calcula la energía producible a partir de la curva de caudales clasificados definida por su función de distribución de Gumbel.

Precisamente, una de las barreras existentes hoy en día para llevar a cabo inversiones en centrales hidroeléctricas es, según [Martínez y Serrano, 2004], el rechazo que existe por parte de los entes financiadores para llevar a cabo inversiones en instalaciones de generación hidroeléctrica, debido fundamentalmente al enfoque determinista con el que se llevan a cabo la mayoría de los estudios de rentabilidad. En este artículo se propone aplicar el *método de Hertz* para estimar la rentabilidad de una minicentral hidroeléctrica, partiendo de la distribución de probabilidad de todas las variables que intervienen en el problema y llevando a cabo una serie de simulaciones de Montecarlo. Se obtiene así la rentabilidad de la minicentral, definida por su esperanza matemática y su desviación media. De este modo el ente u organismo financiador puede valorar mejor el riesgo que asume en la inversión.

Un modelo similar al anterior es el que se propone como futura línea de investigación en [Roy, 2005]. En este artículo se presenta un método para decidir dónde, cuántos y qué tipo de grupos hidroeléctricos de baja potencia (menos de 500 kW) deben instalarse en una cuenca de la que se conocen los lugares potenciales para instalar uno de estos grupos, su topografía y el hidrograma de escorrentía o, en su defecto, una serie de datos a partir de los cuales es posible obtener dicho hidrograma. Se aborda el problema como un problema de programación matemática cuya función objetivo consiste en maximizar el ratio energía producible-coste de inversión. En este caso, los precios de venta de la energía ni siquiera intervienen en el problema.

La aleatoriedad de los precios de venta de la energía se tiene en cuenta en [Conejo et al., 2004] mediante la introducción de un término de penalización en la función objetivo. Éste viene dado por el producto de un parámetro que indica el nivel de compromiso que asume la empresa entre dos objetivos distintos, maximizar el beneficio y minimizar el riesgo, por la varianza de los ingresos obtenidos en cada una de las

etapas en las que se divide el problema. Aunque en este artículo se analiza el caso de una central térmica que vende su energía en el mercado diario, la metodología propuesta puede ser aplicable para calcular a más largo plazo los ingresos esperados por una central hidroeléctrica que decide asumir un determinado nivel de riesgo en la inversión.

La última referencia consultada acerca de este tema es [Kaldellis et al., 2005], en la que para calcular el coste total de una instalación hidroeléctrica se tiene en cuenta, con un alto grado de detalle, una gran variedad de factores, entre los que cabe mencionar los siguientes: el coste de los equipos, el coste de la obra civil o los costes fijo y variable de mantenimiento. Sin embargo, a la hora de calcular los ingresos esperados se supone que el precio de venta de la energía permanece constante a lo largo de cada año.

De todo lo expuesto anteriormente, puede decirse que, en la mayoría de los casos, los estudios de rentabilidad de centrales hidroeléctricas carecen de un suficiente grado de detalle en lo que respecta al cálculo de la energía y los ingresos anuales que produce la central. En general, no se consideran en estos cálculos: la variación de los precios de la energía; la variación del rendimiento en función de las condiciones de operación; la capacidad de gestión de la central para definir un programa de explotación que trate de maximizar la energía o los ingresos al cabo del año. Se recurre a estas simplificaciones por motivos prácticos, generalmente, aunque en realidad es posible tenerlos en cuenta, al menos de forma aproximada, sin que por ello aumente significativamente la dificultad del problema. Asimismo, sin necesidad de recurrir a técnicas complejas de optimización estocástica, puede tenerse en cuenta la aleatoriedad de ciertas variables resolviendo el problema en distintos escenarios cuidadosamente seleccionados.

Capítulo 3

CARACTERÍSTICA DE GENERACIÓN

3.1 Introducción

En las turbinas hidráulicas se produce una transformación de la energía cinética y potencial del agua, en energía mecánica. Ésta se transmite a través de un eje a una máquina eléctrica que actúa como generador. La energía mecánica por unidad de masa intercambiada en el rodete de la turbina, o salto útil h_u , viene dada por la *ecuación de Euler* (3-1).

$$h_u = \frac{1}{g} (u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u}) \quad (3-1)$$

Esta ecuación se obtiene aplicando el teorema del momento cinético a un tubo de corriente entre las superficies de entrada y salida del rodete. Según este teorema, la variación del momento cinético del fluido contenido entre dos superficies de control transversales al movimiento del mismo, es igual al momento de las fuerzas que actúan sobre el fluido [Mataix, 1975].

La energía por unidad de masa disponible en la sección final de la tubería forzada para efectuar el intercambio de energía en la turbina se denomina *salto neto*, h . Puede decirse entonces que la turbina absorbe del fluido una potencia hidráulica p_h , dada por la ecuación (3-2), y transmite al generador a través de su eje una potencia mecánica p , dada a su vez por la ecuación (3-3).

$$p_h = \gamma q h \quad (3-2)$$

$$p = \gamma q h_u \quad (3-3)$$

La energía mecánica transmitida al generador a través del eje de la turbina es menor que la energía hidráulica disponible en la sección de entrada al rodete, debido a que en el interior de la turbina se producen unas pérdidas denominadas en [Cuesta y Vallarino, 2000] pérdidas manométricas, producidas por el rozamiento, el choque y los cambios bruscos de dirección que experimenta el agua al entrar en contacto con los álabes de la turbina. Se define así el *rendimiento hidráulico* η de la turbina como el cociente entre el salto útil, o energía por unidad de masa transmitida al generador, y el salto neto, o

energía por unidad de masa disponible a la entrada del rodete. La potencia mecánica transmitida al generador suele expresarse por tanto por la siguiente ecuación:

$$p = \gamma \eta q h \quad (3-4)$$

Las únicas fórmulas analíticas para calcular el rendimiento hidráulico de una turbina que se han encontrado en la literatura son las de [Delgado, 1974]. Estas expresiones han sido utilizadas en algunos estudios anteriores para obtener el rendimiento de una turbina Francis [Fraile-Ardanuy et al., 2006c], pero al comparar los rendimientos obtenidos con esta expresión, con los datos experimentales de la turbina hélice del proyecto del Plan Nacional de I+D+I (2004-2007) titulado *Aplicación de las tecnologías de velocidad variable y control inteligente a la generación hidroeléctrica* [Pérez and Fraile-Ardanuy, 2008], se ha observado que en algunos casos se producen errores considerables en la estimación del rendimiento.

El porcentaje de la energía mecánica transmitida al rotor de la máquina que se transforma en energía eléctrica viene dado por el rendimiento del generador η_g . Aunque éste es creciente con la potencia generada [Arce et al., 2002], puede considerarse constante para un amplio rango de puntos de funcionamiento [Finardi and da Silva, 2005], y suele englobarse dentro del término de rendimiento de la ecuación (3-4), recibiendo el nombre de rendimiento global del grupo [Cuesta y Vallarino, 2000].

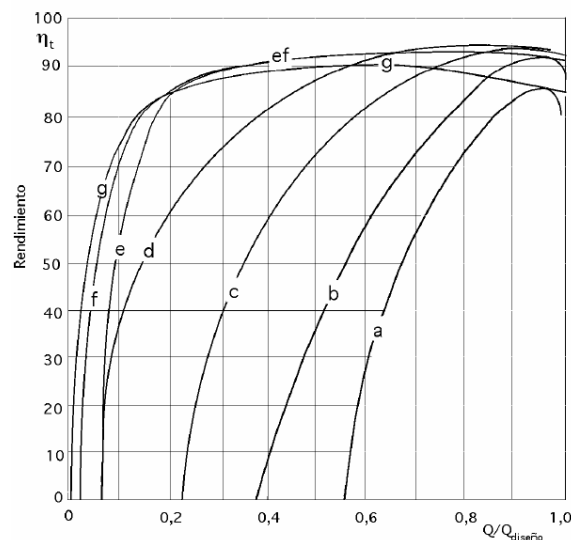


Figura 3-1: Curvas características de rendimiento (I). (a) Turbina Hélice $n_s=1050$; (b) Turbina Hélice $n_s=650$; (c) Turbina Francis $n_s=500$; (d) Turbina Francis $n_s=250$; (e) Turbina Kaplan $n_s=230$; (f) Turbina Kaplan $n_s=500$; (g) Turbina Pelton $n_s=10$ a 30.

Figura tomada de [Fernández-Díez, 2002].

Las curvas de la figura anterior representan la variación del rendimiento, a medida que varía el caudal, para un valor constante del salto neto y de la velocidad de giro de la turbina. Como puede verse en aquella figura, el rendimiento de una turbina depende en mayor o menor medida del caudal en función del tipo de turbina y de su velocidad específica. Además, como puede verse en la figura 3-2, el rendimiento también depende en mayor o menor medida del salto neto en función del tipo de turbina y de su velocidad específica.

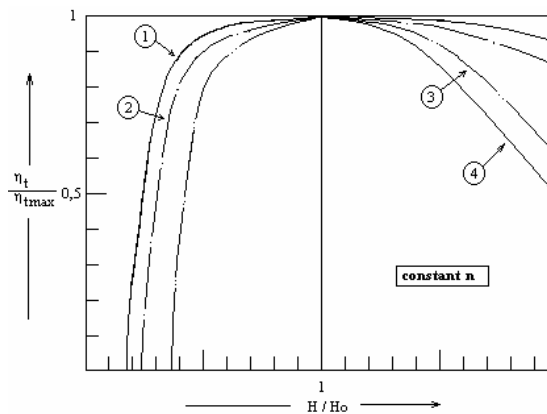


Figura 3-2: Curvas características de rendimiento (II). (1) Turbina Hélice; (2) Francis rápida; (3) Pelton; (4) Francis lenta. Figura tomada de [Vivier, 1966; citado en Carvalho e Souza, 1999].

La representación gráfica de las condiciones de funcionamiento de una turbina hidráulica suele hacerse a través de *curvas características*. La obtención de estas curvas características debe hacerse experimentalmente, bien “in situ” o bien mediante ensayos de laboratorio en modelos reducidos, aplicando posteriormente las *leyes de semejanza hidráulica* para estimar el comportamiento del prototipo.

Por motivos prácticos, es frecuente referir una serie de turbinas semejantes a una turbina de dicha serie con un diámetro de rodete de 1 m., funcionando con un salto neto de 1 m. [Mataix, 1975]. Los parámetros de esta turbina, llamada en algunas referencias *turbina unidad*, reciben el nombre de *valores reducidos o unitarios*, y se designan mediante el subíndice *I* (*I*, 1 ó 11, según el autor). De éstos, los de mayor interés son el caudal unitario q_I y la velocidad unitaria n_I (3-5), debido fundamentalmente a que en los ensayos de laboratorio suele fijarse el valor del salto.

$$n_I = \frac{nD}{\sqrt{h}} ; q_I = \frac{q}{D^2 \sqrt{h}} \tag{3-5}$$

Es habitual representar sobre el plano $n_I - q_I$ las curvas de nivel que describen algunas variables que intervienen en el funcionamiento de la turbina, tales como la apertura del

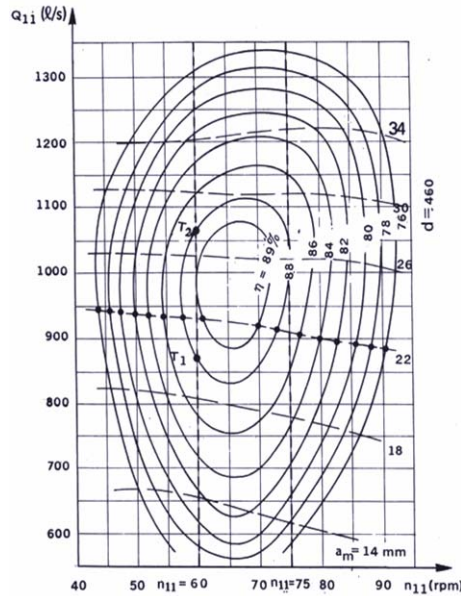


Figura 3-3: Colina de rendimientos de una serie de turbinas Francis. Tomada de [Mataix, 1975]

distribuidor o el rendimiento. Estos diagramas representan las características de toda la serie de turbinas semejantes y reciben el nombre de *curvas características universales*. De éstas, las isolíneas de rendimiento son las más importantes y su representación en el plano $n_1 - q_1$ recibe el nombre de *colina de rendimientos*.

La *característica de generación* de un grupo hidroeléctrico describe la relación no lineal y en general no cóncava que existe entre la potencia generada, el caudal y el salto neto, como puede verse a partir de (3-4) y de las figuras 3-1 a 3-3. El salto neto viene dado por la diferencia de nivel entre la superficie del agua en la toma y en la descarga, descontando las pérdidas de carga que se producen en las conducciones. El conjunto de todas estas pérdidas se representa por Δh_c , y puede considerarse una función cuadrática del caudal, por medio de un *coeficiente de pérdidas* apropiado k_c .

$$\Delta h_c = k_c q^2 \quad (3-6)$$

En general, el nivel en la descarga puede experimentar a su vez ciertas variaciones Δh_d en función del caudal, que serán más o menos acusadas según la forma y las dimensiones de la zona de descarga. En las referencias consultadas se describen varios casos que van desde aquéllos en los que se supone despreciable [Chang et al., 2001], hasta aquéllos en los que se expresa por una función de cuarto orden del caudal [Finardi and da Silva, 2005].

Puede decirse entonces que en una central hidroeléctrica con embalse regulador, si se conocen la ley de variación del nivel en la descarga, el coeficiente de pérdidas en las

conducciones y la relación volumen-altura de embalse, el salto neto puede expresarse en función del caudal y del volumen embalsado. Por motivos prácticos, suele representarse en la literatura la característica generación de una central como una familia de curvas potencia-caudal, cada una de ellas correspondiente a un valor del volumen [Tang, 1995; Parrilla and García-González, 2003].

En este capítulo se presenta una metodología para obtener por puntos la característica de generación de una central hidroeléctrica con embalse regulador, de la que se suponen conocidos: la relación volumen-altura del embalse; el coeficiente de pérdidas de carga en las conducciones; la ley de variación del nivel en la descarga en función del caudal; y la colina de rendimientos o, en su defecto, unas curvas que expresen el rendimiento en función del caudal y del salto neto, en todos los grupos de la central. En el segundo apartado se presenta el caso más sencillo de una central hidroeléctrica con un único grupo y se analiza con detalle la problemática que presentan los límites de operación de la central. Finalmente, en el último apartado se presenta el caso más general de una central con varios grupos que comparten tubería forzada, poniendo también especial énfasis en los límites de operación de la central. En este último caso, se obtiene la característica de generación de la central por programación dinámica. Para ilustrar mejor la metodología propuesta se obtiene en cada apartado la característica de generación de la *central de referencia* del apéndice B, para los casos de uno y cuatro grupos de la serie de turbinas semejantes de la colina de rendimientos de la figura 3-3. El caso en que los grupos están alimentados por varias tuberías forzadas independientes no difiere sustancialmente del tratado aquí [Ponrajah et al., 1998].

3.2 Central con un único grupo

Si la central consta de un único grupo, la obtención de la característica de generación es casi inmediata. No obstante, deben definirse previamente los *límites de operación* del grupo. Una turbina girando a velocidad constante alcanza su máximo rendimiento en un único punto de funcionamiento, llamado *punto de diseño* [US Bureau, 1976]. Fuera del punto de diseño el rendimiento caerá más o menos bruscamente según el tipo de turbina y su velocidad específica, entre otros motivos.

El funcionamiento de una turbina en puntos de bajo rendimiento favorece la aparición de fenómenos indeseables, tales como *cavitación* o vibraciones en el tubo de descarga,

que aceleran el desgaste de los equipos, produciendo el encarecimiento de los costes de mantenimiento de la central y el consiguiente desaprovechamiento de los recursos durante los periodos de indisponibilidad de la central.

Para evitar que todo esto suceda, las turbinas hidráulicas deben estar sujetas a unos límites de operación que serán más o menos amplios según el tipo de turbina y sus características. En cualquier caso, debe ser el fabricante de la turbina quien se encargue de proporcionar los datos relativos a los límites de operación de la turbina. Éstos suelen obtenerse por medio de *ensayos experimentales de cavitación* en modelo reducido, en los que se determinan los correspondientes *coeficientes de cavitación*, que se mantienen invariantes del modelo al prototipo [Mataix, 1975].

Si no se dispone de información suficiente sobre los límites de operación de la turbina puede consultarse la referencia [US Bureau, 1976], siempre que se trate de una turbina de reacción. En este documento se dan algunas recomendaciones generales para fijar los límites de operación de las turbinas de reacción. En primer lugar, establecen para los tres tipos más comunes de turbinas de reacción el rango de saltos netos dentro del cual cabe esperar un funcionamiento adecuado (tabla 4-1). En segundo lugar, recomiendan como norma general evitar el funcionamiento de la turbina con un rendimiento menor del 80%. Para el desarrollo de esta tesis se han utilizado estas recomendaciones como referencia a la hora de fijar los límites de operación de la central.

Tabla 3-1: Rango de saltos netos recomendado para cada tipo de turbina. Tomada de [US Bureau, 1976].

Tipo de turbina	h_{max} (%)	h_{min} (%)
Francis	125	65
Hélice	110	90
Kaplan	125	65

Además de asegurar un funcionamiento hidráulico y mecánico correcto, debe tenerse en cuenta que la turbina está acoplada a una máquina eléctrica que tiene una *potencia máxima admisible*, por encima de la cual no es aconsejable el funcionamiento en régimen permanente por motivos de seguridad. En la figura 3-4 pueden verse los límites de operación de la central representados en el plano $n_t - q_t$ y superpuestos en la colina de rendimientos de la figura 3-3. La central debe funcionar dentro de la zona de operación definida en esta figura o de lo contrario se estará infringiendo alguno de los límites de operación citados.

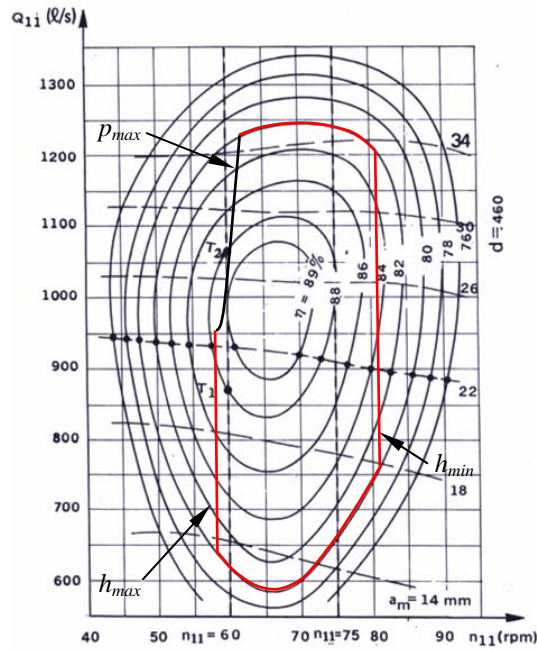


Figura 3-4: Límites de operación de la central de referencia con un grupo.

Una vez que se han determinado los límites de operación de la central, la metodología propuesta para obtener por puntos la característica de generación de la central consiste en resolver, para cada punto de operación definido por el caudal q y el volumen v , los tres pasos siguientes:

Paso 1. Se calcula el salto neto h restando a la altura del embalse h_e las pérdidas de carga en las conducciones Δh_c y la variación del nivel en la zona de descarga Δh_d .

Paso 2. Se calculan a partir de (3-5) el caudal unitario q_l y la velocidad unitaria n_l .

Paso 3. Se obtiene el rendimiento η por interpolación en la colina de rendimientos y se calcula por medio de (3-4) la potencia hidroeléctrica generada. En caso de que el punto (n_l, q_l) esté fuera de la zona de operación definida en la figura 3-4, se descarta el punto de funcionamiento (q, v) por infringir los límites de operación de la central.

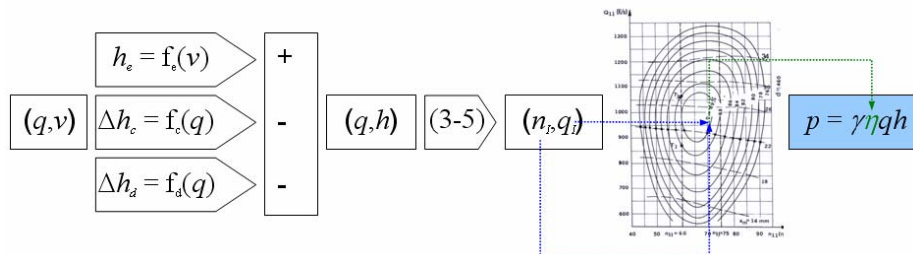


Figura 3-5: Metodología propuesta para el caso de un grupo.

La característica de generación de la *central de referencia* para el caso de un grupo, obtenida aplicando esta metodología, puede verse en la siguiente figura.

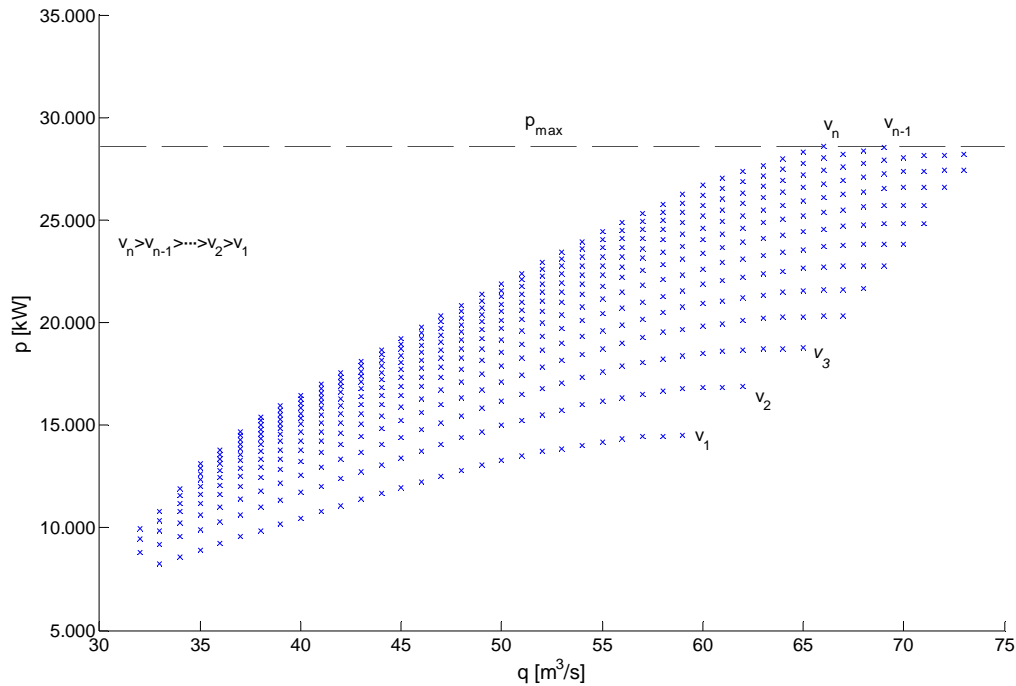


Figura 3-6: Característica de generación de la *central de referencia* con un grupo.

3.3 Central con varios grupos

En el caso más general de una central hidroeléctrica con varios grupos que comparten tubería forzada, la metodología propuesta consiste en resolver sucesivamente un algoritmo de programación dinámica similar al que se utiliza en [Allen and Bridgeman, 1986] para resolver el despacho de carga instantáneo de una central de características similares. Se han añadido algunas modificaciones a este algoritmo para tener en cuenta ciertos aspectos que se consideran importantes y que no se han tenido en cuenta en la referencia citada. Igual que en el apartado anterior, se suponen conocidas: la relación altura-volumen de embalse; la ley de variación del nivel en la descarga; el coeficiente de pérdidas de carga en las conducciones; y la colina de rendimientos de todos los grupos de la central. La metodología que se propone para el caso general se divide en cuatro pasos que se describen a continuación.

Paso 1. La primera parte de este algoritmo responde al esquema propuesto para el caso de un único grupo (figura 3-5): a partir de un punto de operación definido por un caudal q_d y un volumen v , se calcula el salto neto h restando a la altura del embalse h_e las pérdidas de carga en las conducciones Δh_c y la variación del nivel en la zona de descarga Δh_d . Se seleccionan a continuación solamente aquellos grupos j cuyo rango de saltos netos contenga el valor del salto neto calculado.

$$ND \equiv \{j \in N / h \in [h_{\min}^j, h_{\max}^j]\} \quad (3-7)$$

Paso 2. A partir del salto anterior h se calcula la velocidad unitaria de cada uno de los grupos seleccionados. Entrando con este valor en la colina de rendimientos de cada grupo se obtienen los valores máximo y mínimo del caudal unitario (ver figura 3-7). Sustituyendo estos valores en las ecuaciones (3-5) se obtienen los caudales absolutos máximo y mínimo de cada grupo, q_{\max}^j y q_{\min}^j .

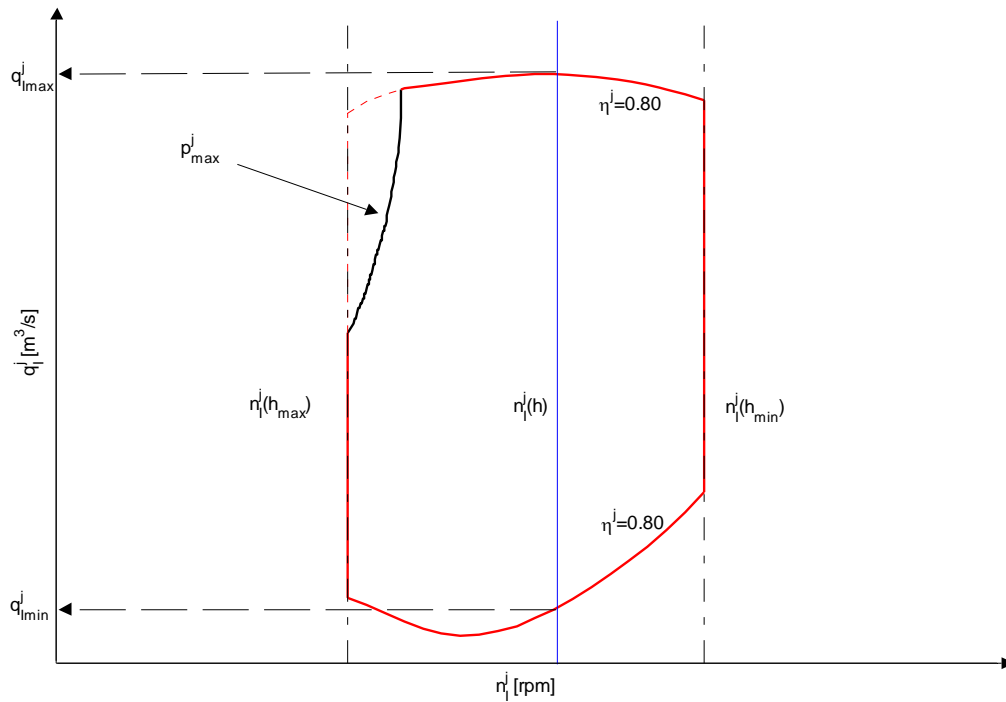


Figura 3-7: Cálculo de los caudales máximo y mínimo del grupo j .

Paso 3. Se define la región factible del problema. Éste se divide en tantas etapas como grupos seleccionados en el paso 1, ordenando éstos de forma arbitraria. Se toma como variable de estado el caudal disponible x_j en cada etapa, o grupo, que coincide en la primera etapa con el caudal q_d , y como variable de decisión el caudal turbinado u_j , debiendo cumplirse las ecuaciones (3-8) y (3-9) en cada etapa, y la condición de contorno (3-10). El número de estados intermedios de la región factible puede variar según la precisión requerida en cada caso pero, dada la capacidad de cálculo de los ordenadores actuales, es posible obtener una malla suficientemente fina sin que ello suponga un aumento perceptible del tiempo de cálculo. De esta manera, se obtiene una región factible similar a la de la figura 3-8.

$$x_{j+1} = x_j - u_j \quad \forall j = 1, \dots, nd - 1 \quad (3-8)$$

$$0 \leq u_j \leq q_{\max}^j \quad \forall j = 1, \dots, nd \quad (3-9)$$

$$\sum_{j=1}^{nd} u_j = q_d \quad (3-10)$$

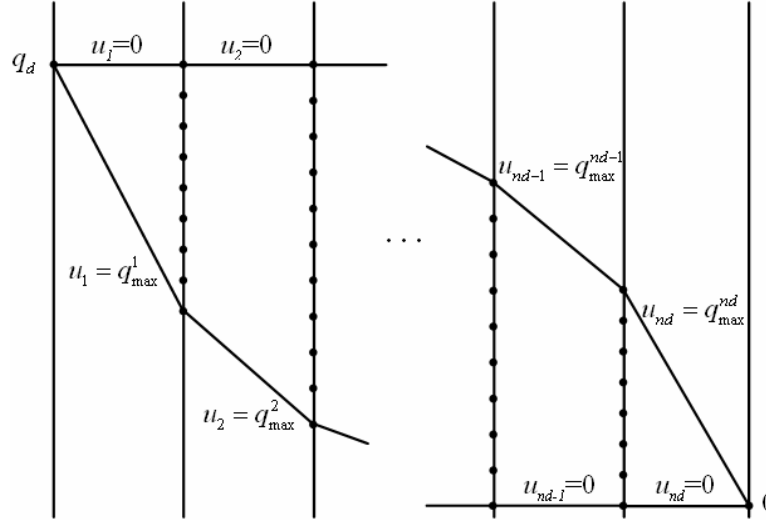


Figura 3-8: Región factible del problema de programación dinámica para obtener la característica de generación de una central con varios grupos.

Paso 4. Se calcula, aplicando el principio de óptimo, la máxima potencia que pueden generar los grupos seleccionados. Para ello, se resuelve secuencialmente, desde el último grupo, o etapa, hasta el primero, y en cada estado, la ecuación recursiva de la programación dinámica (3-11). En esta ecuación $F_j(x_j)$ representa la máxima potencia generada desde el estado intermedio x_j hasta el estado final x_{nd+1} .

$$F_j(x_j) = \max_{u_j} \{ \gamma \eta(u_j) u_j h + F_{j+1}(x_{j+1}) \} \quad (3-11)$$

El rendimiento $\eta(u_j)$ se calcula sustituyendo el caudal u_j y el salto h en las ecuaciones (3-5) e interpolando en la colina de rendimientos con los valores unitarios calculados, siempre y cuando el caudal u_j se encuentre dentro de los límites de operación del grupo, $q_{\min}^j \leq u_j \leq q_{\max}^j$. En caso contrario, pueden darse dos situaciones distintas:

- i. $u_j = 0$. La potencia que genera el grupo j en esta trayectoria es nula. Se asigna por tanto un valor nulo al rendimiento del grupo: $\eta(u_j) = 0$.
- ii. $u_j \neq 0$. Ésta es una trayectoria infactible que debe descartarse. Para ello, se asigna al rendimiento del grupo un valor que asegure que esta trayectoria queda, en efecto, descartada: $\eta(u_j) = -\infty$.

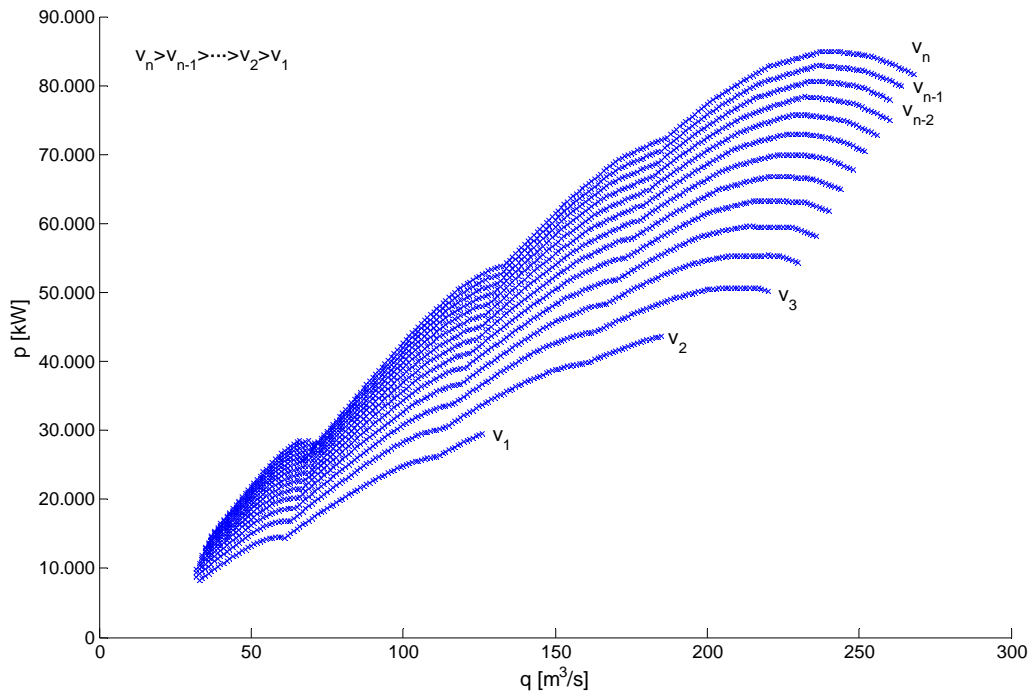


Figura 3-9: Característica de generación de la *central de referencia* con cuatro grupos.

Por último, se «reconstruye» la trayectoria óptima del problema y se obtiene el punto de funcionamiento de todos los grupos.

Resolviendo estos cuatro pasos para cada pareja de valores caudal-volumen (q_d, v), se obtienen los puntos de la característica de generación de la central. Este procedimiento se ha implementado en un programa MATLAB® [Fraile-Ardanuy, 2004], cuyo código se encuentra recogido en el apéndice A, y se ha utilizado para obtener la característica de la *central de referencia* para el caso de cuatro grupos, que puede verse en la figura 3-9. Para ello, se han elegido previamente unos valores del volumen del embalse, entre los volúmenes mínimo y máximo, y se han «barrido», para cada uno de estos valores, todos los valores del caudal, desde el caudal mínimo hasta el máximo. Si se hiciera una ampliación de la figura anterior en la zona de transición de uno a dos grupos, se vería que existen discontinuidades, o puntos singulares, en los que se infringen los límites de operación de algún grupo. En la figura 3-10, pueden verse dos casos (q_A, v_A) y (q_B, v_B), en los que se infringen estos límites.

En el punto A, cuando funciona sólo el primer grupo se rebasa la potencia máxima admisible del generador mientras que, si funcionan dos grupos, el rendimiento de éstos se encuentra por debajo del 80%. En el punto B, funcionando uno o dos grupos, el rendimiento se encuentra por debajo del 80%. Afortunadamente, son muy pocos los casos en los que se han infringido los límites de operación de los grupos de la *central de*

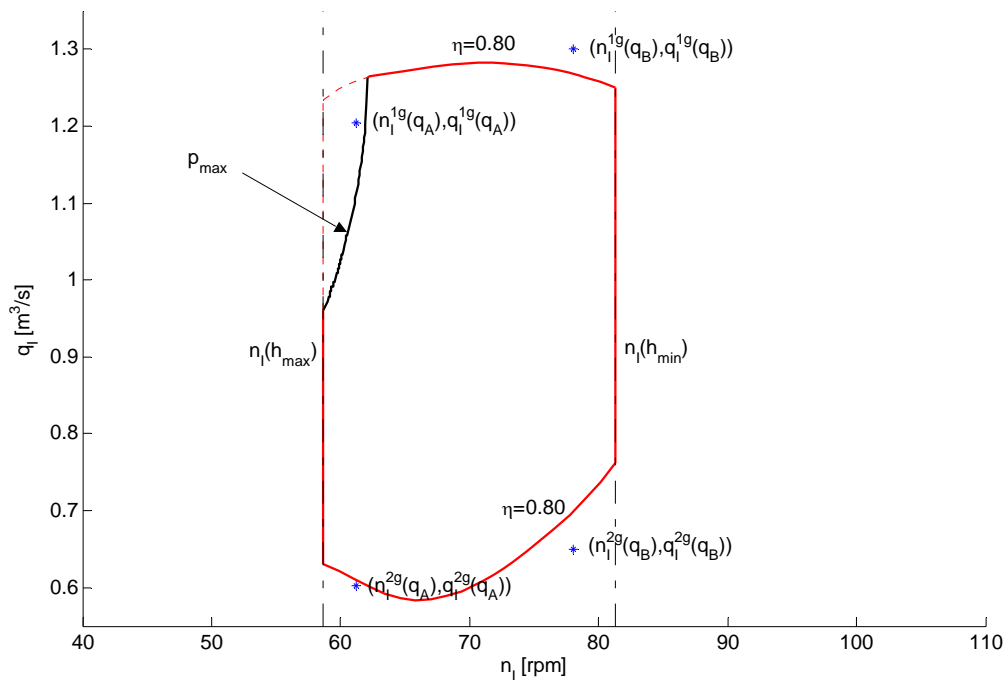


Figura 3-10: Puntos singulares en la característica de generación de la *central de referencia* con cuatro grupos (coordenadas unitarias).

referencia. En estos casos se ha optado por relajar la restricción de rendimiento mínimo, obteniéndose, en el peor de los casos, un rendimiento del 76%. En las figuras 3-11 y 3-12 pueden verse dos curvas características, correspondientes a dos valores distintos del volumen del embalse, en los que ha sido necesario relajar la restricción de rendimiento mínimo en la zona de transición de uno a dos grupos.

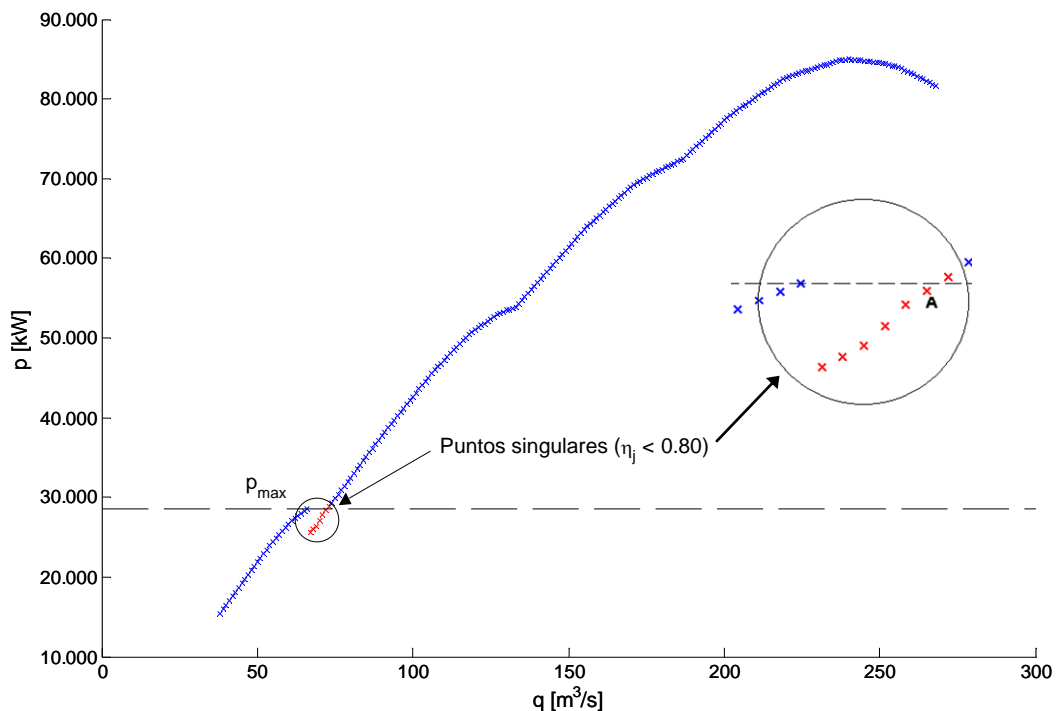


Figura 3-11: Puntos singulares de la característica de generación de la *central de referencia* (I).

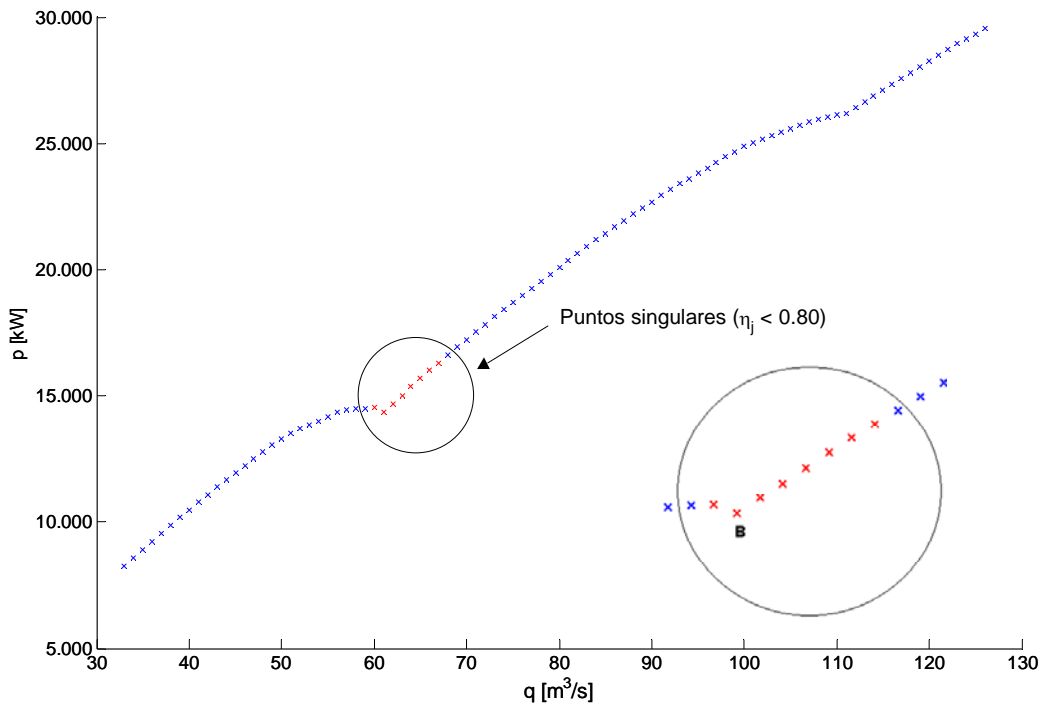


Figura 3-12: Puntos singulares de la característica de generación de la *central de referencia* (II).

Capítulo 4

MODELOS DE EXPLOTACIÓN

4.1 Introducción

En este capítulo se estudia la explotación a corto plazo de una central hidroeléctrica en un *mercado eléctrico liberalizado*, como es el caso del mercado eléctrico español, en el que los agentes productores presentan sus ofertas de venta de energía al Operador del Mercado, con el objetivo principal de maximizar los ingresos obtenidos por la venta de energía. Para ello se presentan tres algoritmos o modelos de explotación distintos que se basan respectivamente en técnicas de programación lineal entera mixta, programación no lineal y programación dinámica.

El planteamiento de estos modelos se presenta en los siguientes apartados de forma general pero, con objeto de ilustrar mejor su funcionamiento, se estudia con cada uno de ellos la explotación óptima a corto plazo de una *central hidroeléctrica de referencia*, cuyas principales características se encuentran recogidas en el apéndice B. Debe tenerse en cuenta que la *central de referencia* es una central tomadora de precios que, por su potencia instalada (55 MW), carece de *poder de mercado*, es decir, su influencia en los precios de venta de la energía puede considerarse despreciable. Las estrategias que usan las compañías eléctricas con poder de mercado para elaborar sus ofertas de venta de energía en el mercado quedan por tanto fuera del alcance de esta tesis.

Como se dijo en el capítulo del estado del arte, una de las principales dificultades que entrañan los modelos de explotación de centrales hidroeléctricas es la de considerar el acoplamiento temporal existente entre las diferentes variables del problema. Un modelo de explotación adecuado debe tener en cuenta que las decisiones tomadas en un instante de tiempo determinado afectan de forma más o menos apreciable a las condiciones, o estado, del sistema en los instantes posteriores, ya que el sistema formado por la central y su embalse, o azud, asociado es un *sistema dinámico*. Considerar el carácter dinámico del sistema no es en general tarea fácil, por lo que habitualmente se recurre a efectuar ciertas simplificaciones. En el corto plazo, por ejemplo, cuando se trata de centrales de gran tamaño, suele considerarse un volumen de embalse constante despreciándose así el carácter dinámico del sistema [Arce et al., 2002]. Sin embargo, en el caso de centrales

cuya capacidad de regulación es semanal, diaria o incluso menor, es importante tener en cuenta la variación del volumen durante el periodo de explotación, si quieren obtenerse unos resultados realistas. Además, es importante tener en cuenta esta variación ya que, como se ha visto en el capítulo 3, los límites de operación de los grupos hidroeléctricos varían en función del salto bruto, existiendo una zona de operación determinada, fuera de la cual aumenta la probabilidad de que aparezcan fenómenos indeseables, tales como cavitación, vibraciones en el eje, etc.

Tanto en España como en una gran parte del mundo son cada vez más frecuentes las centrales hidroeléctricas de pequeño tamaño asociadas a embalses con una capacidad de regulación semanal, diaria o menor. La construcción de nuevas centrales hidroeléctricas de mayor tamaño, asociadas a grandes embalses reguladores, presenta en la actualidad de buena fama principalmente por motivos medioambientales. Este hecho queda incluso reflejado en la normativa en vigor en nuestro país. En la actual ley 54/1997 del Sector Eléctrico la producción de energía hidroeléctrica en centrales cuya potencia instalada es inferior a 50 MW recibe el nombre de *producción en régimen especial* y goza de ciertos privilegios con respecto a la producción de energía hidroeléctrica en centrales de mayor tamaño, o *producción en régimen ordinario*, como la recepción de primas e incentivos por participar en el mercado. Los modelos de explotación descritos en los siguientes apartados tienen especial interés en el caso de centrales hidroeléctricas asociadas a embalses cuya capacidad de regulación es semanal, diaria o menor, sean o no centrales de producción en régimen especial. Por esta razón, la *central de referencia* cuya explotación a corto plazo se estudia en el presente capítulo consta de dos grupos, siendo su capacidad de regulación inferior a un día. La característica de generación de la *central de referencia* se ha obtenido aplicando la metodología expuesta en el capítulo 3 y puede verse en la figura 4-1.

El *horizonte temporal* considerado en los modelos de explotación que se presentan en este capítulo va desde un día hasta una semana, dividido en etapas de una hora. Dado el corto alcance temporal de estos modelos, se ha adoptado en los tres casos un enfoque determinista, suponiendo conocidos los valores medios previstos de los precios de venta de la energía y de las aportaciones. Asimismo, se ha supuesto en todos los casos que un modelo de explotación a más largo plazo fija los volúmenes inicial y final del embalse como consigna de explotación. Por motivos prácticos, se ha seleccionado el caso en que

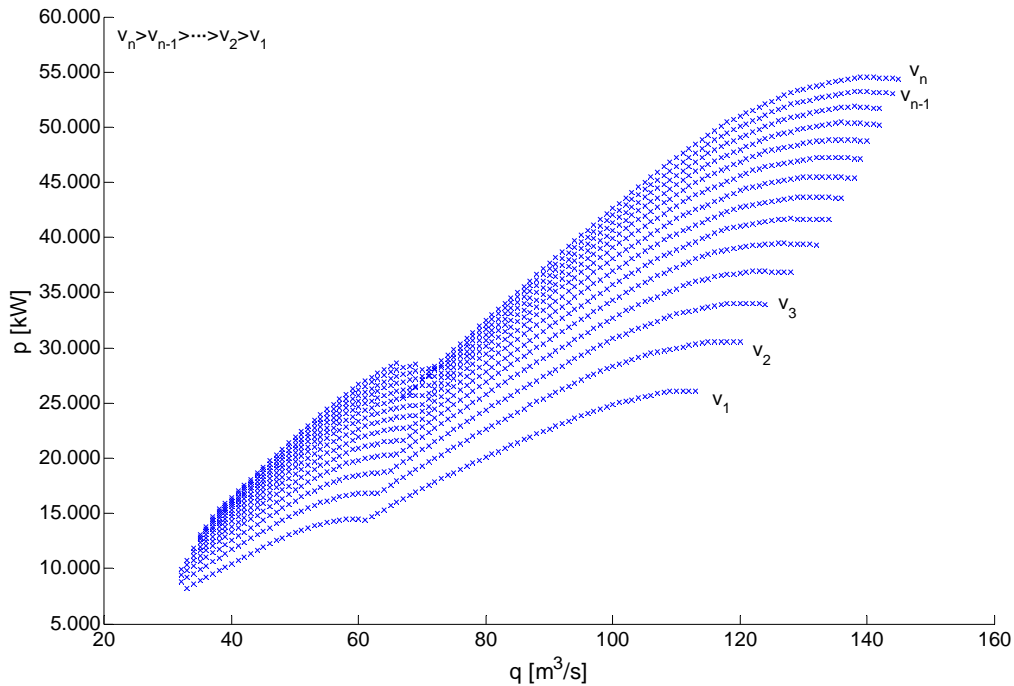


Figura 4-1: Característica de generación de la *central de referencia* con dos grupos.

éstos deben coincidir, quedando así disponible toda la aportación para la producción de energía hidroeléctrica.

El objetivo de los tres modelos es el mismo: obtener el programa de explotación que maximiza los ingresos que recibe la central por la venta de energía en el mercado diario. La diferencia entre ellos radica principalmente en la forma de calcular la potencia que debe producir la central y de considerar la posibilidad de arrancar y parar la misma en cualquiera de las etapas en las que se divide el periodo de explotación: éstas se adaptan en cada modelo al método de resolución utilizado. Se ha estudiado con los tres modelos la explotación a corto plazo de la *central de referencia* bajo diferentes condiciones de operación, dadas por distintos valores de las aportaciones y de los volúmenes inicial y final del embalse. Los datos y los resultados de los casos más representativos están recogidos en el apéndice D. Por motivos prácticos, todos los casos presentados en este apéndice son casos de explotación diaria: la aplicación de los modelos a la explotación semanal es equivalente al caso diario, sin más que aumentar el número de etapas del modelo. Por último, cabe destacar que todos los modelos pueden emplearse para maximizar la energía generada suponiendo en todas las etapas el mismo precio de venta de la energía.

4.2 Modelo de programación lineal entera mixta

4.2.1 Introducción

En primer lugar se propone la utilización de un modelo de *programación lineal entera mixta*, similar al propuesto en [García-González et al., 2003] para la explotación a corto plazo de un sistema compuesto por varias centrales situadas en cascada en una misma cuenca. El modelo propuesto en esta tesis puede utilizarse para obtener la programación a corto plazo de un sistema compuesto por varias centrales pero, por motivos prácticos, toda la exposición se centra en el caso de una central hidroeléctrica. No obstante, se han hecho algunas modificaciones con respecto a la referencia citada para considerar la posibilidad de que la central esté formada por varios grupos.

La programación lineal entera mixta es un método de resolución de problemas de programación matemática en los que la función objetivo y las restricciones son lineales y en los que alguna o algunas de las variables del problema pueden tomar únicamente valores enteros. A priori no parece por tanto posible tener en cuenta la relación no lineal existente entre la potencia generada, el caudal turbinado y el salto neto. Por este motivo, se lleva a cabo en este modelo un procedimiento iterativo en el que, partiendo de una estimación inicial del volumen embalsado, se resuelve en cada iteración un problema de programación lineal entera mixta a partir de cuyos resultados se actualiza el valor del volumen en todas las etapas del problema [García-González et al., 2003; Revelle, 1999]. En cada etapa, se toma una única curva característica potencia-caudal que corresponde al valor actualizado del volumen embalsado en dicha etapa y que se aproxima por cuatro tramos lineales. No obstante, cabe destacar que existen en la bibliografía dos modelos de programación lineal entera mixta que tienen en cuenta aquella relación sin llevar a cabo ningún procedimiento iterativo [Conejo et al., 2002; García-González and Alonso, 2001].

4.2.2 Modelado de la característica de generación

Para llevar a cabo la aproximación, se toman tres puntos de la curva característica y, pivotando sobre ellos, se buscan los dos puntos que minimizan las áreas comprendidas entre la curva característica y la aproximación lineal a ambos lados del punto o pivote central pv_2 (ver figura 4-2). Se toman como pivotes extremos pv_1 y pv_3 los puntos de caudal mínimo y máximo de cada curva característica, y como pivote central el punto en el que entra en funcionamiento el segundo grupo generador salvo en dos casos: en las dos curvas en las que se infringen la restricción de potencia máxima cuando funciona un

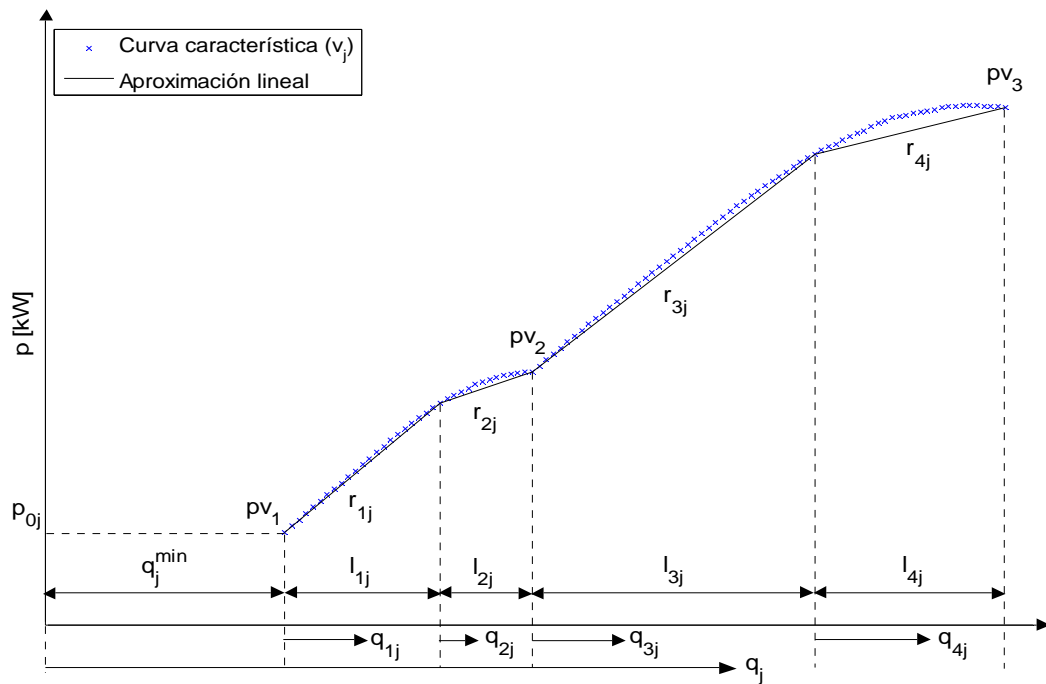


Figura 4-2: Aproximación lineal de una curva característica. Modelo de Plem.

grupo, y la de rendimiento mínimo cuando funcionan dos grupos, se toma como pivote central el primer punto de la curva en el que, funcionando los dos grupos, vuelve a cumplirse la restricción de rendimiento mínimo (ver figuras 4-3 y 3-11).

De este modo, la curva característica correspondiente a un volumen v_j viene dada por las siguientes ecuaciones:

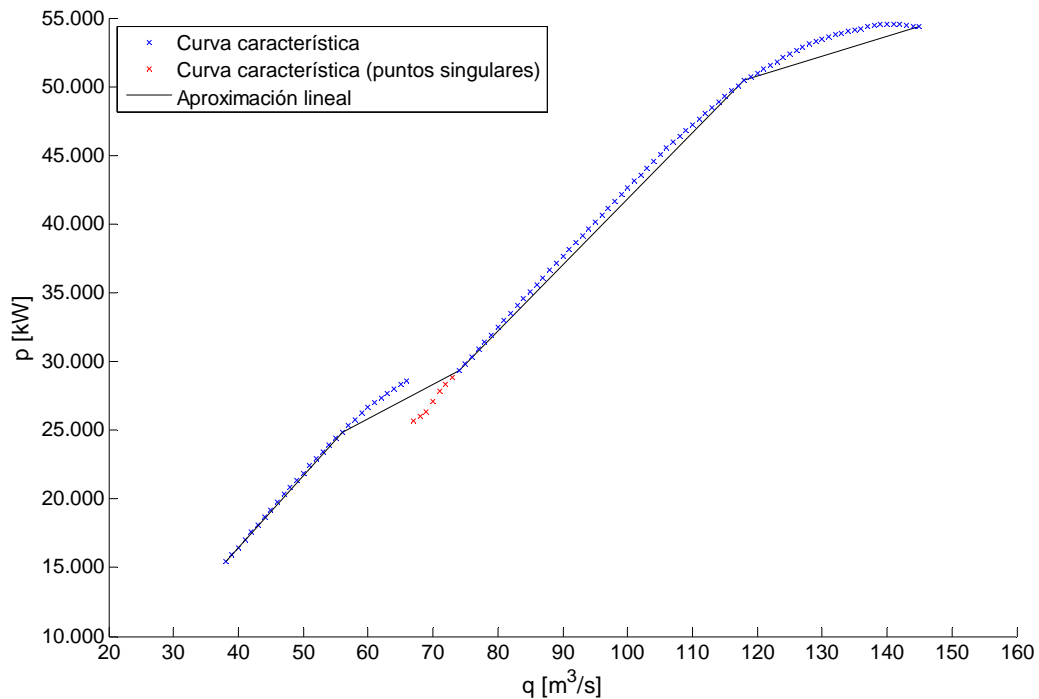


Figura 4-3: Aproximación lineal de una curva característica con puntos singulares. Modelo de Plem.

$$p_j = p_{0j} + \sum_{i=1}^4 r_{ij} q_{ij}; \quad \forall j = 1, \dots, nc \quad (4-1)$$

$$q_j = q_j^{\min} + \sum_{i=1}^4 q_{ij}; \quad \forall j = 1, \dots, nc \quad (4-2)$$

$$q_{ij} \leq l_{ij}; \quad \forall i = 1, \dots, 4; \quad \forall j = 1, \dots, nc \quad (4-3)$$

Dado que estas curvas van a formar parte de la función objetivo del problema, y éste es un problema de maximización, debe prestarse especial atención al carácter cóncavo de la expresión (4-1). Si la pendiente del tramo de aproximación i es superior a la del tramo $i-1$ en alguna curva característica, la aproximación lineal (4-1) pierde el carácter cóncavo y puede darse una situación parecida a la de la figura 4-4. Para evitar que esto suceda, deben tenerse en cuenta ciertas restricciones expresadas en función de variables binarias, una por cada tramo de aproximación. Estas restricciones vienen dadas por las siguientes ecuaciones:

$$z_{i,j} l_{ij} \leq q_{ij} \leq z_{i-1,j} l_{ij}; \quad \forall i = 2, \dots, 4; \quad \forall j = 1, \dots, nc \quad (4-4)$$

$$z_{ij} \geq z_{i+1,j}; \quad \forall i = 1, \dots, 3; \quad \forall j = 1, \dots, nc \quad (4-5)$$

$$z_{ij} \in \{0,1\}; \quad \forall i = 1, \dots, 4; \quad \forall j = 1, \dots, nc \quad (4-6)$$

Los arranques y paradas de la central se tienen en cuenta mediante la variable binaria u_k , que multiplica a los términos p_{0j} , q_j^{\min} y l_{ij} en las restricciones (4-1) a (4-3), y que toma el valor 0 si la central está parada y el valor 1 si está arrancada.

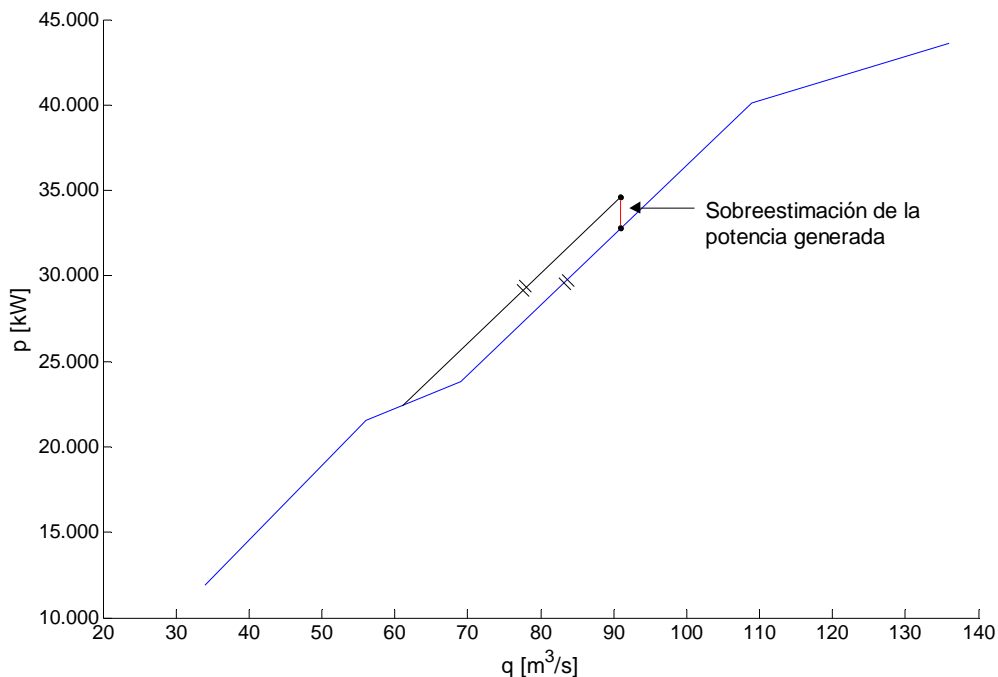


Figura 4-4: Posibles efectos de la pérdida de la concavidad en la aproximación lineal.

4.2.3 Procedimiento iterativo

El procedimiento iterativo propuesto consiste en los siguientes pasos:

Paso 1. Se fijan el error máximo admisible ε_f y el número máximo de iteraciones MI ; se inicializa el contador de iteraciones $\beta = 0$; y se toma en todas las etapas un volumen igual al volumen inicial, dado por un modelo de explotación a más largo plazo. En caso de que los volúmenes inicial y final fueran distintos, se aconseja trazar en un diagrama volumen-tiempo la recta que une los estados inicial y final del embalse, y tomar en cada etapa el volumen dado por dicha recta.

$$v_k^{(0)} = v_0, \quad \forall k = 1, \dots, K \quad (4-7)$$

Paso 2. Se resuelve el siguiente problema de programación lineal entera mixta:

$$\underset{p_k}{\text{Maximizar}} \sum_{k \in K} \pi_k p_k(q_k) \quad (4-8)$$

sujeto a las siguientes restricciones:

– Balance hidráulico del embalse:

$$v_k = v_{k-1} + f_c(w_k - q_k - s_k), \quad \forall k \in K \quad (4-9)$$

– Límites de explotación del embalse:

$$v_{\min} \leq v_k \leq v_{\max}, \quad \forall k \in K \quad (4-10)$$

– Característica de generación. Se toma en cada etapa la curva correspondiente al máximo volumen v_j ($j = 1, \dots, nc$), inferior al volumen $v_k^{(\beta)}$, que viene dada en cada etapa por las ecuaciones (4-1) a (4-6).

– Ecuación de vertido. El caudal vertido a través del aliviadero s_a viene dado en cada etapa por las ecuaciones (B-3) a (B-5) (ver apéndice B).

$$s_k = q_{ec} + s_{ak}, \quad \forall k \in K \quad (4-11)$$

– Consigna de explotación:

$$v_f = v_0 \quad (4-12)$$

Paso 3. Se calcula el error cometido en la estimación del volumen ε (4-14). Si ε es inferior a ε_f , terminan las iteraciones y se da por válida la solución obtenida. En caso contrario, el proceso continúa en el paso 4.

$$\varepsilon = \sum_{k \in K} |v_k - v_k^{(\beta)}| \quad (4-13)$$

Paso 4. Se actualiza en cada etapa el valor del volumen embalsado y se continúa en el paso 2. Se han tanteado varias alternativas para la actualización del volumen con objeto de evitar, o amortiguar en caso de que suceda, el fenómeno conocido como *zigzagging* [Revelle, 1999]. Las fórmulas *anti-zigzag* empleadas disminuyen progresivamente la longitud de paso de la actualización a través de un parámetro α que, según el caso, o bien aumenta en función del número de iteraciones, o bien varía en función del error cometido en la estimación del volumen. Antes de volver al paso 2, se incrementa en una unidad el contador de iteraciones.

$$v_k^{\beta+1} = v_k - \frac{v_k - v_k^\beta}{\alpha}, \quad \forall k \in K \quad (4-14)$$

$$\beta = \beta + 1 \quad (4-15)$$

Este procedimiento se ha implementado en un programa GAMS (*General Algebraic Modelling System*) cuyo código se encuentra recogido en el apéndice C. Además, se ha establecido un vínculo entre este programa y una hoja de cálculo de Microsoft Excel desde la que se introducen los datos del problema, y a la que se exportan los resultados del mismo una vez se ha alcanzado la convergencia o se ha superado el número máximo de iteraciones *MI*.

4.2.4 Resultados y conclusiones

El modelo descrito en el apartado anterior se ha utilizado para obtener el programa de explotación de la *central de referencia* del apéndice B con dos grupos generadores, bajo distintas condiciones de operación. Aunque, como se dijo en la introducción de este capítulo, los datos y los resultados de los casos más representativos se encuentran en el apéndice D, se incluyen a continuación algunos de estos resultados para facilitar la labor de la exposición de las conclusiones acerca del funcionamiento del modelo.

En cada iteración se resuelve el problema de optimización del paso 2, maximizando el valor de la función objetivo (4-8). A partir de los resultados de este problema se calcula en cada etapa el volumen real que alcanza el embalse y se estiman, a partir de las curvas características correspondientes, la potencia producida y los ingresos obtenidos. De ahí que exista en cada iteración cierta discrepancia entre la función objetivo y los ingresos (ver figura 4-5).

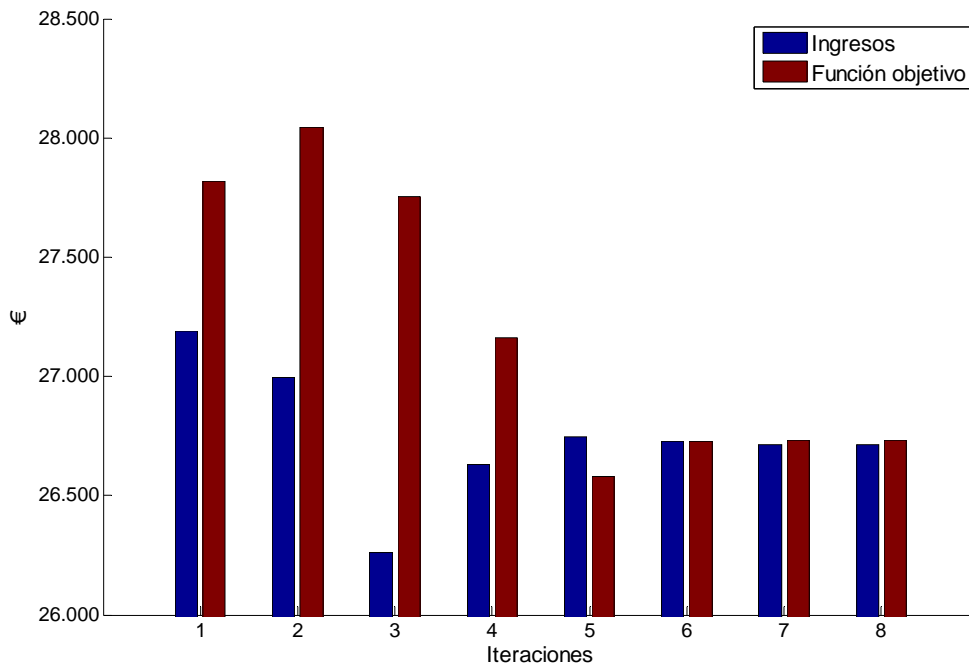


Figura 4-5: Resultados caso i.2. Modelo de Plem. Ingresos y función objetivo en todas las iteraciones.

En la mayoría de los casos, la función objetivo y los ingresos no aumentan a medida que progresan las iteraciones sino que oscilan en torno a un determinado valor. Ésta es precisamente la situación que se da en el caso i.2 del apéndice D (figura 4-5). En este caso, el modelo alcanza la convergencia en 8 iteraciones, obteniéndose en la primera iteración los mayores ingresos I de toda la serie de iteraciones y en la segunda, el valor máximo de la función objetivo B . Como puede verse en la siguiente tabla, los ingresos obtenidos en la iteración en la que el modelo converge son considerablemente menores que los obtenidos en la primera iteración. Aunque pueda parecer, en la figura 4-5, que el modelo converge en la sexta iteración, el error cometido en esta iteración es de 0.8 hm^3 , mientras que en la octava iteración éste es inferior al error máximo admisible ε_j , cuyo valor se ha fijado en 0.02 hm^3 .

Tabla 4-1: Resultados caso i.2. Modelo de Plem

Primera iteración		Iteración máxima función objetivo		Iteración máximos ingresos		Iteración en la que alcanza la convergencia	
B (€)	I (€)	B (€)	I (€)	B (€)	I (€)	B (€)	I (€)
27819	27191	28046	26997	27819	27191	26732	26713

Por otro lado, si se comparan las potencias producidas en cada etapa en las distintas iteraciones, uno se encuentra con que éstas difieren considerablemente. En la figura 4-6, pueden verse el volumen real que alcanza el embalse y la potencia producida en cada etapa (estimada a partir de la curva característica correspondiente a dicho volumen real),

en las iteraciones de máximos ingresos ($\beta = 1$), de máxima función objetivo ($\beta = 2$), y en la que se alcanza la convergencia ($\beta = 8$), del caso i.2. Las mayores discrepancias se producen durante las etapas 2 a 8 (etapas valle) en las que, según el caso, la central está parada o arrancada. Por el contrario, durante las etapas 11 a 14 y 16 a 18 (etapas punta), las potencias producidas en las distintas iteraciones son del mismo orden, aunque son siempre algo mayores en la iteración de máximos ingresos, debido principalmente a que el volumen del embalse es ligeramente superior en dicha iteración.

El hecho de que en este modelo se actualice al comienzo de cada iteración el valor del volumen embalsado en todas las etapas del problema, no significa que se esté teniendo en cuenta la variación de éste en el proceso de optimización, a los efectos del cálculo de la potencia que en cada etapa debe producir la central para maximizar sus ingresos. Al contrario, al asignar en cada etapa un valor del volumen que se mantiene constante en cada iteración, se restringe el espacio de búsqueda de la solución óptima a una única curva potencia-caudal en cada etapa, ignorándose así que las decisiones tomadas en una etapa afectan al estado del sistema en las etapas posteriores y modifican dicho espacio de búsqueda. En otras palabras, este modelo no es capaz de predecir en una etapa la evolución del sistema en las etapas posteriores, cuando en la etapa actual se toma una decisión determinada. De ahí que se hayan dado varios casos en los que se han obtenido mayores ingresos en etapas intermedias del procedimiento iterativo.

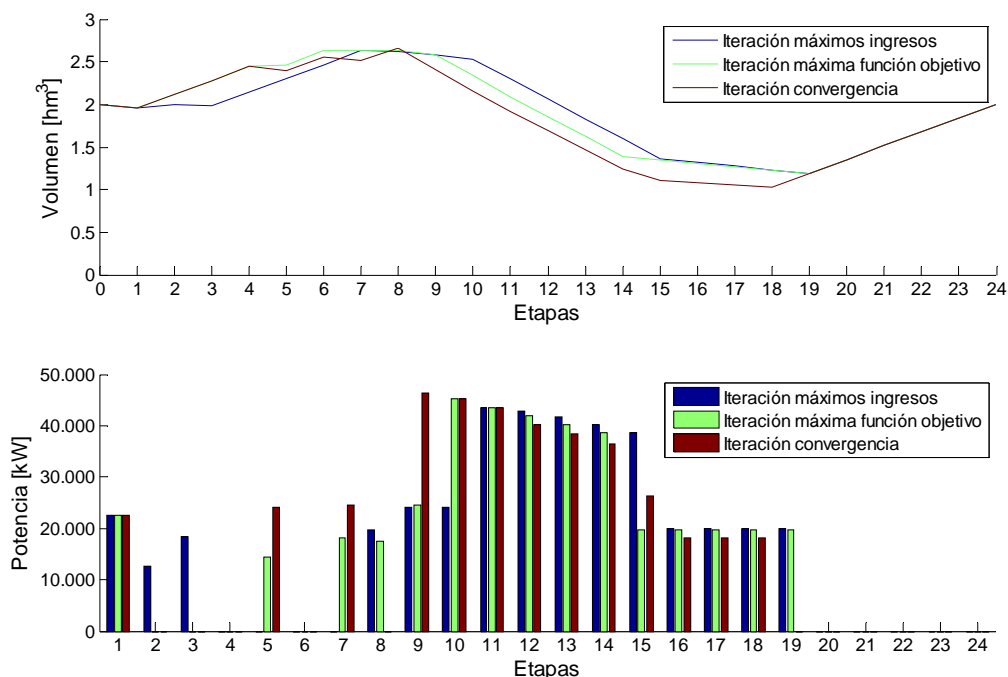


Figura 4-6: Resultados caso i.2. Modelo de Plem.

En lo que se refiere a la convergencia de este modelo, conviene mencionar que se han dado bastantes casos en los que éste no ha alcanzado la convergencia con ninguna de las fórmulas anti-zigzag utilizadas. Por defecto, se toma en el primer tanteo un parámetro α constante y de valor 2. Cuando con dicho valor del parámetro α el modelo no alcanza la convergencia, se tantean otras fórmulas en las que α varía. En aquellos casos en los que el modelo no ha alcanzado la convergencia en el primer tanteo, no ha logrado alcanzarla con ninguna otra fórmula de actualización, ni siquiera tras haber aumentado el número máximo de iteraciones desde 100 hasta 1000. Esto sucede en el caso i.1 del apéndice D, tal como queda reflejado en la figura 4-7. En esta figura, puede verse cómo evolucionan la función objetivo y los ingresos a medida que avanzan las iteraciones, usando distintas fórmulas de actualización: las líneas continuas representan el valor de los ingresos y las discontinuas el de la función objetivo. Cabe destacar que, en este aspecto, los resultados obtenidos con este modelo difieren de los de [García-González et al., 2003], en que el modelo alcanzó la convergencia en todos los casos analizados.

Cabe pensar que las dificultades del modelo para alcanzar convergencia provienen de los «saltos» dados al escoger al inicio de cada iteración la curva potencia-caudal de cada etapa entre un número discreto de curvas. Con la intención de verificar la validez de esta hipótesis, se han utilizado las expresiones (4-22) y (4-23) para interpolar en cada etapa la curva potencia-caudal correspondiente al volumen $v_k^{(\beta)}$, obteniéndose unos resultados análogos. Se han dado algunos casos en los que no converge el modelo «discreto», pero

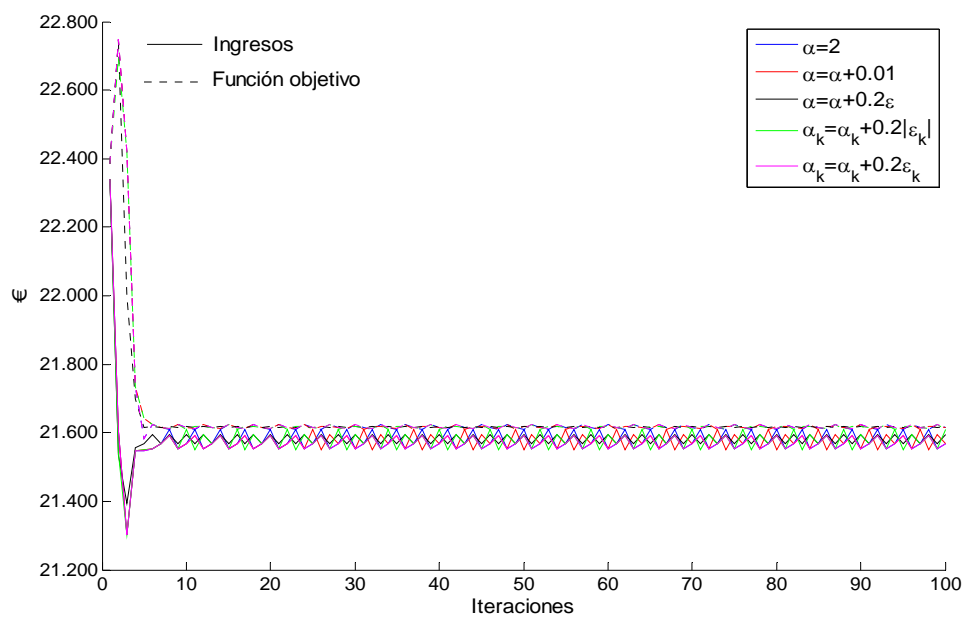


Figura 4-7: Zigzagging.

sí el modelo «continuo», y otros casos en los que converge el modelo «discreto», pero no el modelo «continuo», quedando así descartada la posibilidad de que la divergencia ocasional del modelo provenga de utilizar una característica de generación discreta.

Por último, en favor de este modelo, puede decirse que desde un punto de vista más práctico, los resultados de las iteraciones constituyen una útil e interesante base de datos de programas de explotación factibles, cada uno con su correspondiente estimación de los ingresos que se espera obtener por la venta de energía en el mercado.

4.3 Modelo de programación no lineal

4.3.1 Introducción

La programación no lineal es una técnica o método de resolución de problemas de programación matemática en los que la función objetivo y/o algunas de las restricciones son no lineales y en los que todas las variables del problema pueden tomar únicamente valores reales. Dado que, como se ha visto en el capítulo 3, la potencia producida en una central hidroeléctrica depende de forma no lineal del caudal turbinado y del volumen, parece lógico pensar que, en principio, los modelos de programación no lineal deberían ajustarse mejor a las características del problema que los de programación lineal. Como puede verse en la figura 4-2, la relación potencia-caudal para un determinado valor del volumen puede representarse con suficiente precisión mediante una aproximación lineal por tramos. En este aspecto, los modelos de programación lineal se ajustan bastante bien a las características del problema, siempre que esta aproximación lineal sea cóncava. En caso de no serlo, deben añadirse al problema ciertas restricciones expresadas en función de variables binarias para evitar soluciones que sobreestiman la potencia generada en la central (ver figura 4-4), y debe entonces resolverse el problema mediante un *modelo de programación lineal entera mixta*, similar al presentado en el apartado 4.2.

Como se dijo en el capítulo del estado del arte, una de las principales ventajas que presentan los modelos de programación no lineal frente a los de programación lineal y lineal entera mixta, es que éstos permiten tener en cuenta la variación del volumen del embalse a lo largo del periodo de explotación en el cálculo de la potencia producida por la central. Ésta ha sido parcialmente considerada en únicamente dos modelos de programación lineal entera mixta. En [Conejo et al., 2002] se tienen en cuenta tres niveles de embalse distintos, mediante una serie restricciones y variables binarias

adicionales, mientras que en [García-González and Alonso al., 2001] se aproxima la superficie característica de generación de la central por una malla de puntos escogidos convenientemente, a partir de los cuales se obtienen el resto de puntos de la misma aplicando un método de interpolación lineal. Dicho método de interpolación lineal introduce un elevado número de variables binarias y restricciones, debiendo limitarse el número de niveles de embalse considerado.

En los modelos de programación no lineal pueden considerarse en principio todos los niveles del embalse que se encuentren dentro de los límites de explotación del mismo. El problema surge cuando se quieren resolver simultáneamente la asignación de grupos y el despacho económico de la central, ya que gestionar los arranques y paradas de los grupos mediante variables binarias conduce en estos casos a problemas de programación no lineal entera mixta, que son generalmente difíciles de resolver, en gran parte por el carácter no diferenciable de las funciones involucradas en éstos, y que requieren en muchos casos un análisis exhaustivo del problema antes de proceder a su resolución [Conejo et al., 2006].

En el modelo propuesto se utiliza un método alternativo al empleo de variables binarias para gestionar los arranques y paradas de la central, que está basado en el planteamiento de [Piekutowski et al., 1994]. En este artículo, se presenta un modelo de programación lineal —para estudiar la explotación a corto plazo de un sistema hidroeléctrico— que gestiona los arranques y paradas de la central mediante una aproximación lineal adecuada de la curva de producción (potencia-caudal) de cada grupo. Esta aproximación consta de dos tramos lineales: el primero va desde el origen de coordenadas hasta el punto de máximo rendimiento; y el segundo va desde el final del primer tramo hasta el punto de caudal máximo. Los autores de este artículo sostienen que, en la mayoría de los casos, los puntos de funcionamiento del programa de explotación que se obtiene como resultado del modelo caen en los vértices de la curva de producción de cada grupo, permitiendo así la parada de los grupos cuando algún punto cae en el origen de coordenadas.

4.3.2 Modelado de la característica de generación

En el modelo propuesto en esta tesis se aproxima cada curva característica por cinco tramos lineales: el primer tramo permite arrancar y parar la central y va desde el origen

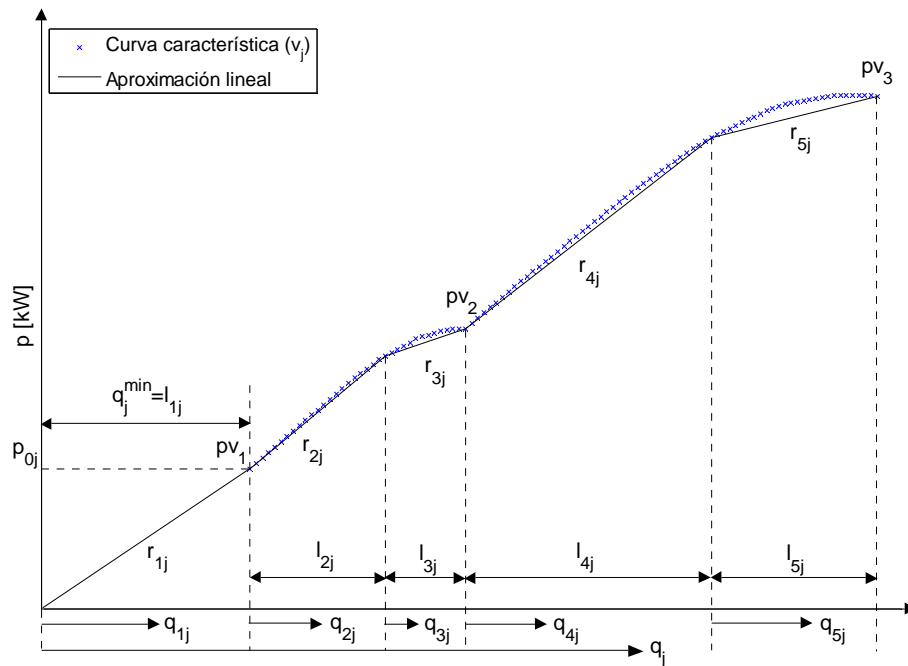


Figura 4-8: Aproximación lineal de una curva característica. Modelo de Pnl.

de coordenadas hasta el punto de caudal mínimo; y los tramos siguientes coinciden con los tramos del *modelo de programación lineal entera mixta* del apartado 4.2.2 (figura 4-8). Debe tenerse en cuenta que, a diferencia del modelo descrito en [Piekutowski et al., 1994], en este modelo las curvas características representan para cada valor del volumen la relación potencia-caudal de la central, que está compuesta por varios grupos, en lugar de tomar por separado las curvas características de cada grupo. Al haber obtenido la característica de generación de la central aplicando la metodología expuesta en el capítulo 3, el estado óptimo (arranque/parada) de cada grupo está implícito en la solución del problema.

De este modo, la curva de producción (potencia-caudal) de la central, correspondiente a un volumen v_j viene dada por las siguientes ecuaciones:

$$p_j = \sum_{i=1}^5 r_{ij} q_{ij} ; \forall j = 1, \dots, nc \quad (4-16)$$

$$q_j = \sum_{i=1}^5 q_{ij} ; \forall j = 1, \dots, nc \quad (4-17)$$

$$0 \leq q_{ij} \leq l_{ij} ; \forall i = 1, \dots, 5 ; \forall j = 1, \dots, nc \quad (4-18)$$

Se han representado en sendos gráficos las pendientes y las longitudes de los tramos de aproximación de las nc curvas de producción disponibles de la *central de referencia* (ver figura 4-9). Al tratar de ajustar expresiones polinómicas a estos datos, debe tenerse

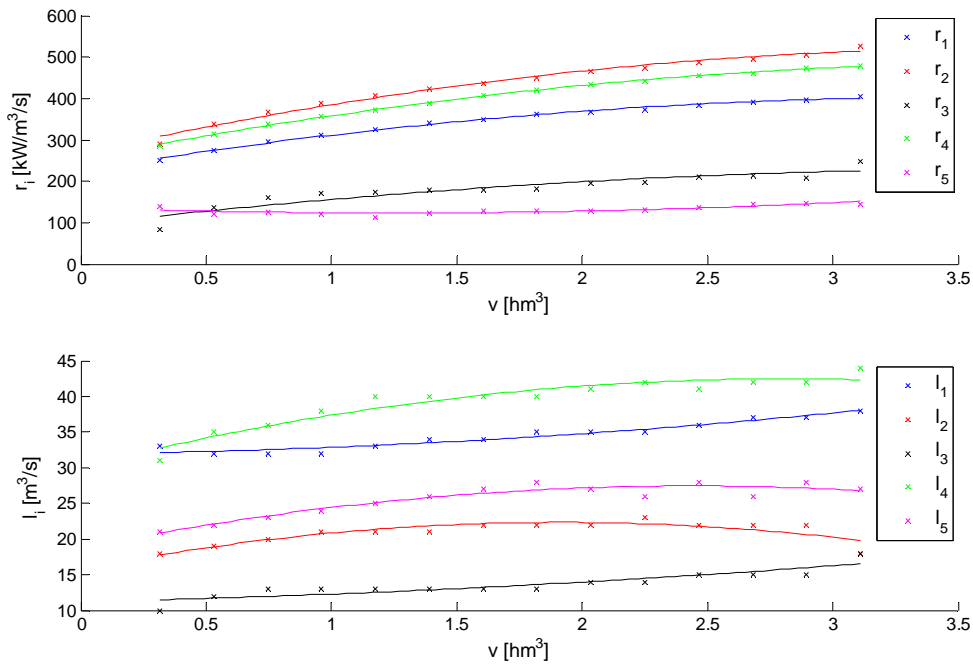


Figura 4-9: Parametrización de la característica de generación. Modelo de Pnl.

en cuenta que, según cada caso, puede variar el grado de los polinomios de ajuste, y que la probabilidad de perder la concavidad crece con el grado de estos polinomios, así que debe prestarse especial atención al dar valores iniciales a las variables del problema para que éste converja. Se ha verificado que las pendientes y la longitudes de todos los tramos pueden aproximarse por polinomios cuadráticos en función del volumen con suficiente precisión (ver figura 4-9).

Conviene notar que, a diferencia del *modelo de programación lineal entera mixta* en el que el volumen del embalse es un parámetro cuyo valor se actualiza al comienzo de cada iteración y cuya variación no se tiene en cuenta durante el proceso de optimización para calcular la potencia producida por la central, en el *modelo de programación no lineal* el volumen del embalse es una variable que puede tomar en cada etapa cualquier valor que esté comprendido dentro de los límites de explotación del embalse, y cuya variación sí se tiene en cuenta durante el proceso de optimización para calcular la potencia producida por la central. Se define así la característica de generación de la central a partir de las ecuaciones (4-19) a (4-23). En la figura 4-10 puede verse una de las *nc* curvas de producción disponibles de la *central de referencia* aproximada a partir de estas ecuaciones.

$$p(q, v) = \sum_{i=1}^5 r_i(v)q_i(v) \tag{4-19}$$

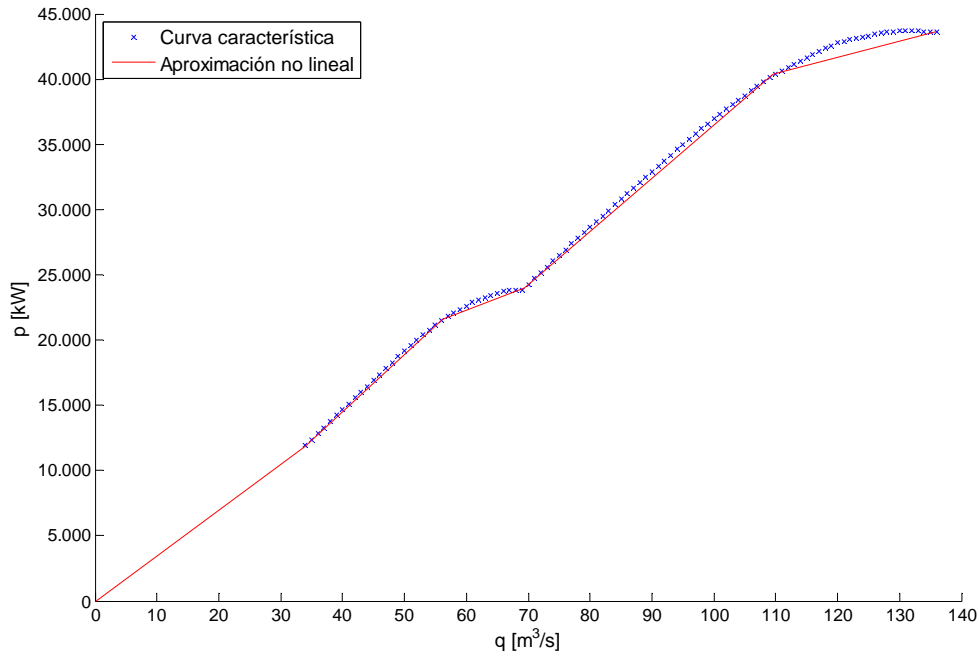


Figura 4-10: Aproximación no lineal de una curva característica. Modelo de Pnl.

$$q = \sum_{i=1}^5 q_i(v) \quad (4-20)$$

$$0 \leq q_i(v) \leq l_i(v); \quad \forall i = 1, \dots, 5 \quad (4-21)$$

$$r_i(v) = cr_1^i v^2 + cr_2^i v + cr_3^i; \quad \forall i = 1, \dots, 5 \quad (4-22)$$

$$l_i(v) = cl_1^i v^2 + cl_2^i v + cl_3^i; \quad \forall i = 1, \dots, 5 \quad (4-23)$$

Igual que en el *modelo de programación lineal entera mixta*, deben añadirse ciertas restricciones, además de (4-20) y (4-21), para evitar situaciones como la de la figura 4-4, no obstante, en este caso estas restricciones no pueden expresarse, como en aquél, en función de variables binarias, ya que esto daría lugar a un problema de programación no lineal entera mixta. Se proponen entonces las siguientes restricciones para «saturar» sucesivamente en cada curva potencia-caudal los tramos de la aproximación anterior:

$$(q_i(v) - l_i(v))q_{i+1}(v) = 0; \quad \forall i = 1, \dots, 4 \quad (4-24)$$

4.3.3 Problema inicial

La programación óptima de la central durante un periodo T , dividido en etapas de una hora, se obtiene resolviendo el siguiente problema de programación no lineal (*problema inicial*):

$$\text{Maximizar}_{pk} \sum_{k \in K} \pi_k p_k(q_k, v_k) \quad (4-25)$$

sujeto a las siguientes restricciones:

– Balance hidráulico del embalse:

$$v_k = v_{k-1} + f_c(w_k - q_k - s_k), \quad \forall k \in K \quad (4-26)$$

– Límites de explotación del embalse:

$$v_{\min} \leq v_k \leq v_{\max}, \quad \forall k \in K \quad (4-27)$$

– Característica de generación de la central, que viene dada por las ecuaciones (4-19) a (4-24).

– Ecuación de vertido. El caudal vertido a través del aliviadero s_a viene dado en cada etapa por las ecuaciones (B-3) a (B-5) (ver apéndice B).

$$s_k = q_{ec} + s_{ak}, \quad \forall k \in K \quad (4-28)$$

– Consigna de explotación:

$$v_f = v_0 \quad (4-29)$$

4.3.4 Procedimiento iterativo

Si en la solución del *problema inicial*, $p^{(0)} = (p_1^{(0)}, p_2^{(0)}, \dots, p_T^{(0)})$, la potencia que debe producir la central se sitúa en alguna etapa k' en el primer tramo de la curva potencia-caudal correspondiente, entre el origen de coordenadas y el punto de mínima potencia, hay que decidir qué hacer con el caudal correspondiente $q_{k'}^{(0)}$: si éste se turbinase en dicha etapa, se estaría forzando a un grupo a funcionar en un punto de bajo rendimiento, fuera de sus límites de operación, con las consecuencias que esto supone (véase el apartado 3.2).

Se describe a continuación un procedimiento iterativo para obtener en estos casos un programa de explotación técnicamente factible. Éste consiste en resolver una secuencia ordenada de problemas de programación no lineal que resultan de añadir restricciones de forma progresiva al *problema inicial*. Esta secuencia de problemas tiene una estructura ramificada o arborescente similar a la de la figura 4-11.

Sea $q^{(0)} = (q_1^{(0)}, q_2^{(0)}, \dots, q_T^{(0)})$ la secuencia de caudales que debe turbinar la central según el programa de explotación obtenido como resultado del *problema inicial*. Se definen los siguientes subconjuntos de etapas $k \in K$:

$E_0^{(0)}$: Etapas en las que la central está parada, $q_k^{(0)} = 0$.

$E_I^{(0)}$: Etapas infactibles, $q_k^{(0)} \in (0, q_k^{\min})$.

$E_F^{(0)}$: Resto de etapas, $q_k^{\min} \leq q_k^{(0)} \leq q_k^{\max}$.

Si el subconjunto de etapas infactibles es un subconjunto vacío o, lo que es lo mismo, si ninguno de los caudales $q_k^{(0)}$ está entre cero y el caudal mínimo correspondiente, se da por válida la solución obtenida. Si, por el contrario, alguno de estos caudales está entre cero y el caudal mínimo q_k^{\min} , se generan y se resuelven los problemas ‘1’ y ‘2’ que resultan de añadir al *problema inicial* sendas restricciones.

- En el problema ‘1’ se añade una restricción para parar la central en la etapa k' del subconjunto $E_I^{(0)}$, en la que el precio de venta de la energía sea mínimo.

$$q_{k'} = 0, k' \in E_I^{(0)} / \pi_{k'} = \min(\pi_k), k \in E_I^{(0)} \tag{4-30}$$

A partir de los resultados de este problema se definen los subconjuntos de etapas correspondientes $E_0^{(1)}, E_I^{(1)}$ y $E_F^{(1)}$. Si $E_I^{(1)}$ es un subconjunto vacío, se almacena el resultado de este problema y terminan las iteraciones en esta rama. En caso contrario, se generan y se resuelven los problemas ‘11’ y ‘12’, que resultan de añadir al problema ‘1’ dos restricciones análogas a (4-30) y (4-31). Se procede de este modo hasta que terminan las iteraciones en todas las ramas abiertas a partir de la rama ‘1’ (ver figura 4-11).

- En el problema ‘2’ se añade una restricción para turbinar el caudal mínimo, $q_{k'}^{\min}$, en la etapa k' del subconjunto $E_I^{(0)}$, en la que el precio de venta de la energía sea máximo.

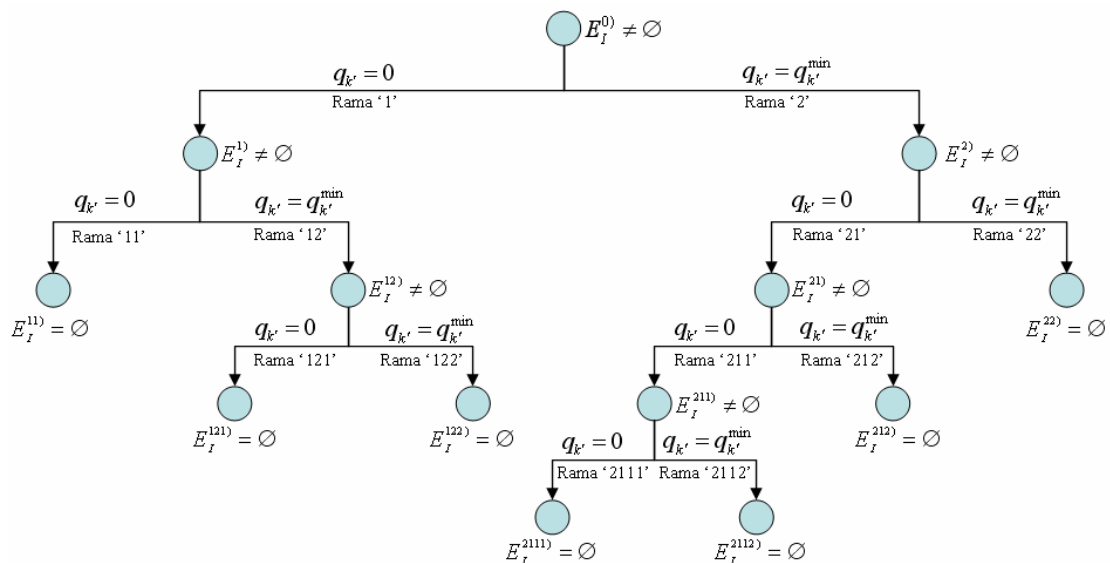


Figura 4-11: «Árbol» del procedimiento iterativo. Modelo Nlp.

$$q_{k'} = q_{k'}^{\min}, k' \in E_I^{(0)} / \pi_{k'} = \max(\pi_k), k \in E_I^{(0)} \quad (4-31)$$

A partir de los resultados de este problema se definen los subconjuntos de etapas correspondientes $E_0^{(2)}, E_I^{(2)}$ y $E_F^{(2)}$. Si $E_I^{(2)}$ es un subconjunto vacío, se almacena el resultado de este problema y terminan las iteraciones en esta rama. En caso contrario, se generan y se resuelven los problemas ‘21’ y ‘22’, que resultan de añadir al problema ‘2’ dos restricciones análogas a (4-30) y (4-31). Se procede de este modo hasta que terminan las iteraciones en todas las ramas abiertas a partir de la rama ‘2’ (ver figura 4-11).

4.3.5 Inicialización

Los métodos de resolución de problemas de programación no lineal generan a partir de una estimación inicial de la solución del problema, una sucesión de puntos cuyo límite es la solución final del mismo. Para asegurar la convergencia de estos métodos, este problema debe ser cóncavo (o convexo si se trata de un problema de minimización) y diferenciable. Tanto el *problema inicial* como los problemas que se generan y resuelven durante el procedimiento iterativo descrito en el apartado anterior, no cumplen ninguna de estas condiciones, debido fundamentalmente a la aproximación de la característica de generación efectuada. No obstante, en la práctica, los métodos de resolución de problemas de programación no lineal son aplicables incluso cuando no satisfacen estas condiciones de convergencia [Castillo et al., 2002].

El *problema inicial* y el resto de problemas que se resuelven durante el procedimiento iterativo son problemas de *programación no lineal con restricciones*. Existen varias familias de métodos de resolución de este tipo de problemas: métodos duales, métodos de penalizaciones, métodos barrera, métodos basados en el *Lagrangiano aumentado*, etc. El programa GAMS dispone de una amplia gama de optimizadores o *solvers* para resolver los distintos tipos de problemas de programación matemática. Una de las características más importantes del programa es que un mismo modelo puede resolverse con varios *solvers* distintos sin necesidad de modificar su código [Rosenthal, 2006]. El *solver* que se ha empleado en esta tesis es MINOS, que fue desarrollado en la década de los setenta en el Laboratorio de Optimización de Sistemas de la Universidad de Stanford [Murtagh et al., 2006], y que emplea un método basado en el *Lagrangiano proyectado*,

en el que se minimiza una aproximación del *Lagrangiano* del problema en el subespacio tangente al espacio formado por las restricciones de igualdad [Luenberger, 2003].

Este *solver* asigna por defecto un valor inicial nulo a todas las variables del problema y al vector de multiplicadores de Lagrange asociado. Dada la no concavidad de la función objetivo del problema, deben asignarse unos valores iniciales adecuados a todas las variables del problema para facilitar la búsqueda de una solución factible. De lo contrario, es posible que MINOS no encuentre ninguna solución factible, en casos en los que en realidad sí existe. Con objeto de evitar esto, antes de resolver el *problema inicial*, se resuelve un *modelo simplificado* similar al de [Piekutowski et al., 1994] cuyos resultados se toman como valores iniciales de las variables del *problema inicial*. En el *modelo simplificado* se toma una única curva de producción (potencia-caudal), aproximada por cinco tramos lineales, para todas las etapas del problema. Esta curva es la correspondiente a los volúmenes inicial y final del embalse, que se suponen dados por un modelo de explotación a más largo plazo (si éstos fueran distintos, trazando en un diagrama volumen-tiempo la recta que une los estados inicial y final del embalse, puede tomarse en cada etapa la curva potencia-caudal correspondiente al volumen dado por dicha recta). A diferencia del modelo de [Piekutowski et al., 1994], el *modelo simplificado* es un modelo de programación no lineal, ya que al considerar varios grupos en la característica de generación de la central, es necesario añadir restricciones para «saturar» los tramos de la curva potencia-caudal. Por motivos prácticos, se ha decidido utilizar en el *modelo simplificado* las restricciones no lineales (4-24), en lugar de las restricciones lineales (4-4) a (4-6) utilizadas en el *modelo de programación lineal entera mixta*. El *modelo simplificado* puede formularse como sigue:

$$\text{Maximizar } \sum_{k \in K} \pi_k p_k(q_k, v_0) \quad (4-32)$$

sujeto a las restricciones (4-26), (4-27), (4-29); a las (4-19) a (4-24), tomando en éstas un volumen constante $v = v_0$; y a un vertido ecológico de valor constante q_{ec} .

Los resultados del *modelo simplificado*, a saber: potencia, caudal turbinado, caudal en cada tramo de la curva de producción, volumen de embalse y función objetivo, se toman como valores iniciales de estas mismas variables en el *problema inicial*. Asimismo, los resultados del *problema inicial* deben tomarse como valores iniciales de las variables de los problemas ‘1’ y ‘2’ —en caso de que el subconjunto de etapas infactibles $E_i^{(0)}$ del problema inicial no sea un subconjunto vacío—, salvo en aquellas etapas k' en las que

se añaden al *problema inicial* las restricciones (4-30) ó (4-31). En estas etapas, las variables q_k y q_{ik} deben tomar valores iniciales distintos a los resultados del *problema inicial* para evitar que aparezcan infactibilidades iniciales en la resolución del problema correspondiente. Los valores iniciales asignados a las variables anteriores en las etapas k' son (los sufijos $.I$ indican valor inicial):

$$\begin{aligned} \text{– Problema ‘1’:} \quad & q_{k'.I} = 0; \quad q_{ik'.I} = 0 \\ & k' \in E_I^{(0)} / \pi_{k'} = \min(\pi_k), \quad k \in E_I^{(0)}; \quad \forall i=1, \dots, 5 \end{aligned} \quad (4-33)$$

$$\begin{aligned} \text{– Problema ‘2’:} \quad & q_{k'.I} = l_{1k'}^{(0)}; \quad q_{ik'.I} = l_{ik'}^{(0)} \\ & k' \in E_I^{(0)} / \pi_{k'} = \max(\pi_k), \quad k \in E_I^{(0)} \end{aligned} \quad (4-34)$$

Como norma general, cada vez que se generan a lo largo del procedimiento iterativo dos nuevos problemas, se toman los resultados del problema precedente —a partir del cual han sido generados estos problemas— como valores iniciales de todas las variables del problema, salvo en aquellas etapas k' en las que se añaden al problema anterior las restricciones (4-30) ó (4-31): las variables q_k y q_{ik} deben tomar como valores iniciales los valores dados por (4-33) en aquellos problemas en los que se añade una restricción para parar la central (problemas ‘–1’); o los valores dados por (4-34) cuando se añade una restricción para turbinar el caudal mínimo (problemas ‘–2’).

Una vez que han terminado las iteraciones en todas las ramas abiertas, se comparan los resultados almacenados al final de cada rama y se elige el programa de explotación que proporciona unos ingresos mayores. Este procedimiento ha sido implementado en varios programas GAMS, uno para cada rama o problema del procedimiento iterativo. Estos programas se enlazan desde otro programa GAMS (Batchfile), cuyo código puede consultarse en el apéndice C. Por motivos prácticos, de espacio fundamentalmente, en el apéndice C sólo se presentan el código del *modelo simplificado*, del *problema inicial* y de los problemas ‘1’ y ‘2’ del primer nivel del «árbol» de la figura 4-11. El código del resto de los problemas del modelo es equivalente.

4.3.6 Resultados y conclusiones

El modelo descrito en los cuatro apartados anteriores se ha utilizado para obtener el programa de explotación de la *central de referencia* del apéndice B para el caso de dos grupos generadores, bajo distintas condiciones de operación. Aunque, como se dijo en

la introducción del capítulo, los datos y los resultados de los casos más representativos se encuentran en el apéndice D, se incluyen a continuación algunos de estos resultados para facilitar la labor de la exposición de las conclusiones acerca del funcionamiento del modelo.

En primer lugar, cabe destacar que los resultados del *modelo simplificado* confirman la idea de [Piekutowski et al., 1994]: en todos los casos analizados, prácticamente todos los puntos de funcionamiento del *programa de explotación preliminar* obtenido con este modelo se sitúan en los vértices de la curva de producción utilizada. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que el *modelo simplificado* no es exactamente igual que el de aquella referencia ya que se han introducido ciertas restricciones no lineales para «saturar» los tramos de la curva de producción. Con ello se evita que, al agregar varios grupos en la característica de generación, se obtengan soluciones incoherentes que sobreestiman la potencia generada por la central para un determinado caudal (ver figura 4-4). Aún con todo esto, el *modelo simplificado* se comporta como un modelo de programación lineal cuya solución óptima se alcanza en los puntos extremos de la región factible. Puede decirse entonces que las restricciones de «saturación» de los tramos de las curvas de producción no producen un mal condicionamiento del problema.

Por el contrario, muy pocos puntos de funcionamiento del *programa de explotación inicial* se sitúan en los vértices de las curvas de producción correspondientes, a pesar de haber tomado los resultados del *modelo simplificado* como valores iniciales de las variables del *problema inicial*. Cabe pensar que al dar valores iniciales a las variables del *problema inicial* se condiciona excesivamente el espacio de búsqueda de la solución óptima, provocando que los puntos de funcionamiento del *programa de explotación inicial* se sitúen muy cerca de los puntos del *programa de explotación preliminar*. No obstante, las desviaciones entre ambos programas de explotación en la trayectoria del volumen embalsado y en el caudal turbinado son bastante acusadas, como puede verse en la figura 4-12. En este caso, todos los puntos de funcionamiento del *programa de explotación preliminar*, salvo uno, se sitúan en los vértices de la curva de producción del *modelo simplificado*, mientras que solamente seis puntos de funcionamiento del *programa de explotación inicial* se sitúan en los vértices de alguna curva de producción

A partir de los resultados obtenidos en todos los casos analizados, puede decirse que, como norma general, el *programa de explotación inicial* tiende a mantener alto el nivel

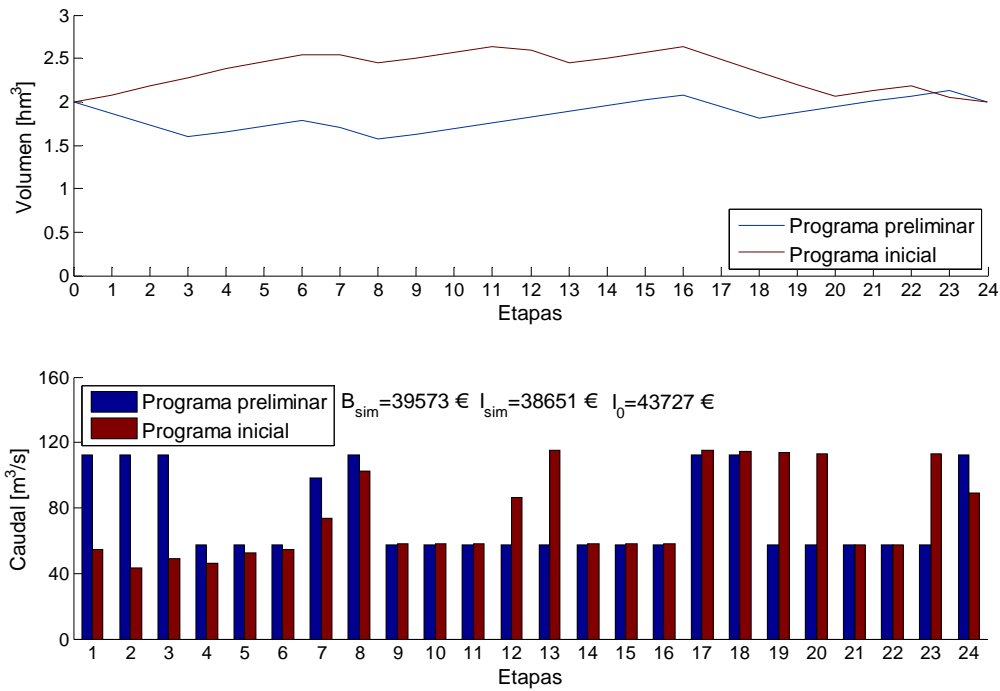


Figura 4-12: Comparación *programa preliminar-programa inicial*.

del embalse durante las etapas punta, siempre que esto sea posible, aprovechando así el efecto del volumen en la característica de generación. Efectivamente, la trayectoria que sigue el embalse en el caso anterior pone de manifiesto este hecho. Según el *programa de explotación inicial*, el embalse debe almacenar agua durante las etapas 1 a 7 (etapas valle), debiendo turbinar la central un caudal inferior a la aportación ($80 \text{ m}^3/\text{s}$). Durante la etapa 8 la central debe turbinar un caudal superior a la aportación, a pesar de ser una etapa valle, para evitar así verter agua a través del aliviadero. A continuación, durante las etapas 9 a 11, la central debe turbinar nuevamente un caudal inferior a la aportación, alcanzando así el embalse al final de la etapa 11 el nivel del labio del aliviadero. En las etapas 12 y 13, las dos de mayor precio, la central debe turbinar un caudal superior a la aportación, aprovechando así el efecto del volumen en la característica de generación de la central.

Por otro lado, al no tener en cuenta la variación del volumen para calcular la potencia producida por la central, el *modelo simplificado* suele sobreestimar o subestimar, según el caso, los ingresos que se espera obtener con el *programa de explotación preliminar*. Una vez que se obtiene el *programa preliminar*, sustituyendo en cada etapa el volumen medio del embalse y el caudal que debe turbinar la central en las ecuaciones (4-19) a (4-23), se obtienen las potencias que producirá la central según dicho programa. A partir de estas potencias y de los precios de venta de la energía, se obtienen los ingresos I_{sim} del

programa preliminar, que en general difieren bastante del valor de la función objetivo B_{sim} calculado con el *modelo simplificado* (ver figura 4-12).

En cualquier caso, debe indicarse que, en todos los casos analizados, los ingresos del *programa inicial* son mayores que los del *programa preliminar*, debido principalmente a que para obtener el *programa inicial* se tienen en cuenta los efectos de la variación del volumen embalsado, mientras que para obtener el *programa preliminar* se considera sólo una curva de producción en cada etapa. Véase a título de ejemplo el caso anterior, en el que los ingresos del *programa inicial* I_0 ascienden a 43727 € mientras que los ingresos del *programa preliminar* son sólo 38651 €

Si bien es cierto que, como se dijo anteriormente, en todos los casos analizados sólo unos pocos puntos de funcionamiento del *programa de explotación inicial* se sitúan en los vértices de las curvas de producción, es igualmente cierto que en la mayoría de los casos analizados ninguno de estos puntos de funcionamiento se encuentra en el primer tramo de dichas curvas, obteniéndose prácticamente siempre *programas iniciales* factibles. Uno de los casos en los que esto sucede —además del caso anterior— es el caso i.2, que fue analizado en el apartado 4.2.4 con el *modelo de programación lineal entera mixta*, y cuyos resultados con el *modelo de programación no lineal* se presentan en la figura 4-13, con objeto de favorecer la comparación de los modelos.

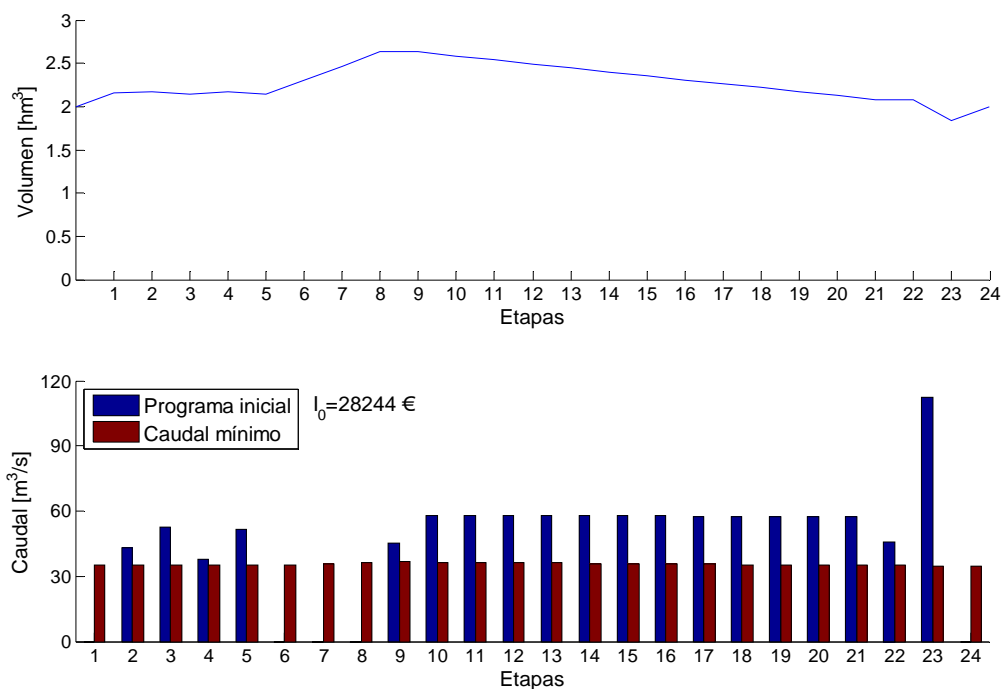


Figura 4-13: Resultados caso i.2. Modelo de Pnl.

En el caso i.2, sólo cinco puntos de funcionamiento del *programa inicial* se sitúan en los vértices de las curvas de producción, mientras que, aunque no se haya mostrado en la figura, todos los puntos de funcionamiento del *programa preliminar*, salvo uno, se sitúan en algún vértice de la curva de producción del *modelo simplificado*. Los cinco puntos citados del *programa inicial* son precisamente los cinco puntos de potencia cero, es decir, aquellos que obligan a parar la central durante las etapas 1, 6, 7, 8 y 24. Como puede verse en la figura 4-13, ninguno de los puntos de funcionamiento restantes se encuentra en el primer tramo de las curvas de producción: en todas las etapas en las que está arrancada la central, el caudal mínimo es inferior al caudal que, según el *programa inicial*, debe turbinar la central. Por otro lado, se confirma la tendencia comentada de intentar mantener alto el nivel del embalse durante las etapas punta, para aprovechar así el efecto del volumen en la característica de generación. Comparando las trayectorias que sigue el embalse con los dos modelos (ver figuras 4-7 y 4-13), se encuentra que existe un primer periodo, que coincide con las etapas valle, en el que los dos modelos intentan acumular agua para llegar a las etapas punta con el nivel del embalse lo más alto posible. Sin embargo, a partir de la etapa 9, el modelo no lineal efectúa un desembalse lento, a un ritmo prácticamente constante hasta la etapa 22, seguido de un desembalse rápido pero de corta duración durante la etapa 23, mientras que el modelo lineal efectúa un desembalse rápido hasta la etapa 16, seguido de un desembalse lento hasta la etapa 19. Durante las últimas etapas, en los dos modelos se llena el embalse para alcanzar al final de la etapa 24 el volumen fijado en la consigna de explotación, que coincide en este caso con el volumen inicial. La diferencia existente entre estas trayectorias pone de manifiesto la importancia de tener en cuenta el efecto de la variación del volumen para obtener el programa de explotación. En el modelo lineal, la potencia que produce la central en una determinada etapa turbinando un determinado caudal es independiente de las decisiones tomadas en las etapas anteriores. Sin embargo, en el modelo no lineal, las decisiones tomadas en cada etapa afectan en mayor o menor medida a las condiciones, o estado, del sistema en las etapas posteriores, de forma que la potencia que produce la central en una determinada etapa turbinando un determinado caudal depende de las decisiones tomadas en las etapas anteriores.

Comparando los ingresos que se espera obtener con los dos modelos (27191 € con el modelo lineal, frente a 28244 € con el modelo no lineal), parece evidente que, al menos económicamente, merece la pena tener en cuenta el efecto de la variación del volumen

para obtener el programa de explotación. En efecto, aunque los ingresos parciales que se obtienen durante las etapas 11 a 15 con el modelo lineal sean apreciablemente mayores que los del modelo no lineal, los ingresos parciales que se obtienen durante las etapas posteriores con el modelo no lineal compensan la diferencia anterior, demostrando así la importancia de predecir cómo afectan las decisiones tomadas en una etapa al estado del sistema en etapas posteriores, y de tener en cuenta la variación de la variable de estado del sistema para calcular la potencia que debe producir la central en cada etapa según el programa de explotación.

Por último, es interesante analizar al menos uno de los casos en los que el *programa de explotación inicial* no es factible por encontrarse algún punto de funcionamiento en el primer tramo de alguna de las curvas de producción. Cabe mencionar que, de los doce casos analizados con el *modelo de programación no lineal*, sólo en tres casos se ha dado esta situación. Uno de estos tres casos es precisamente el caso i.1, que fue analizado en el apartado 4.2.4 con el *modelo de programación lineal entera mixta*, y cuyos resultados con el *modelo de programación no lineal* se encuentran recogidos en la figura 4-14, con objeto de favorecer la comparación de los modelos.

El caso i.1 es el más desfavorable de los tres casos mencionados en cuanto al número de problemas que ha sido necesario resolver hasta que han terminado las iteraciones en todas las ramas abiertas a lo largo del procedimiento iterativo. Se ha llegado al noveno nivel del «árbol» de la figura 4-11, y se han resuelto cuarenta y seis problemas, además del *problema inicial*, hasta que han finalizado las iteraciones en todas las ramas abiertas, obteniéndose al término del procedimiento iterativo veinte programas de explotación factibles distintos, de entre los cuales se ha elegido aquél que proporciona los mayores ingresos. Cabe destacar que tres de las ramas abiertas ('1112', '1221' y '112112112') han sido declaradas *infactibles* por el *solver* de GAMS, y que en los otros dos casos en los que se han encontrado puntos de funcionamiento del *programa inicial* en el primer tramo de alguna curva de producción, sólo ha sido necesario llegar hasta el primer y el tercer nivel del «árbol», respectivamente.

Como puede verse en la figura anterior, el programa de explotación que proporciona los mayores ingresos es el correspondiente al problema '1111'. Éste resulta de añadir al *problema inicial* cuatro restricciones adicionales para parar la central en las etapas 21, 4, 2 y 1, que son respectivamente las etapas de menor precio en las que los programas

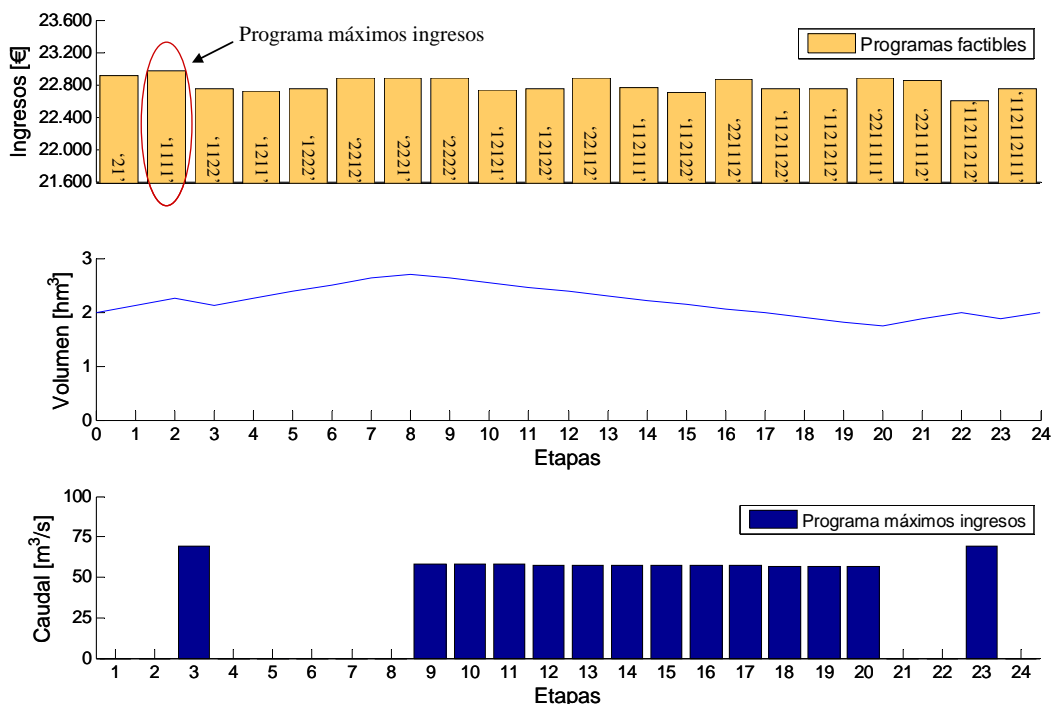


Figura 4-14: Resultados caso i.1. Modelo de Pnl.

de explotación *inicial* ('0'), '1', '11' y '111' han dado puntos de funcionamiento en el primer tramo de las curvas de producción. Se confirma de nuevo la tendencia de intentar mantener alto el nivel del embalse durante las etapas punta, almacenando agua durante las etapas valle, salvo en la etapa 3, en la que la central debe turbinar un caudal superior a la aportación para evitar verter agua a través del aliviadero en las etapas posteriores.

Comparando estos resultados con los del *modelo de programación lineal entera mixta* (ver figura 4-5), se observa lo siguiente: en primer lugar, el modelo lineal no alcanzó la convergencia después de cien iteraciones (problemas), mientras que el modelo no lineal alcanzó la convergencia después de resolver cuarenta y siete problemas; y en segundo lugar, los programas de explotación obtenidos con el modelo lineal a lo largo de las cien iteraciones proporcionaron en el mejor de los casos unos ingresos de 22340 € mientras que los ingresos de los veinte programas de explotación obtenidos con el modelo no lineal superaron en todos los casos los 22600 € alcanzando en el programa '1111' un valor de 22968 €

No obstante, debe señalarse que la solución del problema '1111' es una solución un tanto particular, ya que obliga a la central a verter agua a través del aliviadero durante la etapa 8, pero proporciona unos ingresos mayores que otras soluciones que no producen ningún vertido. Esto es debido, entre otras cosas, las características de la *central de*

referencia en varios aspectos. Por un lado, se ha sobredimensionado el equipo generador de la central, con la finalidad de aprovechar a corto plazo su capacidad de regulación y poder así analizar la influencia de las oscilaciones del nivel del embalse en los modelos de explotación. Además, esto ha permitido estudiar el caso de una central con varios grupos, lo que introduce singularidad en su característica de generación. Por otro lado, la capacidad de desagüe del aliviadero es un tanto insuficiente en comparación a las aportaciones que recibe el embalse. Esto provoca en algunas ocasiones una elevación desproporcionada de la cota del embalse, que puede ser aprovechada para producir energía. Además, debe tenerse en cuenta que en el caso anterior, las aportaciones son del mismo orden que el caudal mínimo técnico de la central, de modo que interesa mantener lo más alto posible el nivel del embalse durante las etapas punta, evitando turbinar caudales muy superiores a las aportaciones. De lo contrario, el embalse se vaciaría demasiado rápido y sería muy difícil que volviera a recuperar su nivel. De ahí que durante las etapas punta, los puntos de funcionamiento del programa '1111' se encuentren en el segundo tramo de las curvas de producción correspondientes, siendo éste el tramo de mayor *coeficiente energético*. No es objeto de esta tesis dimensionar el equipo generador de una central hidroeléctrica ni diseñar los elementos de desagüe de una presa o un embalse, sino desarrollar modelos de explotación a corto plazo que reflejen de la mejor forma posible el funcionamiento de una central hidroeléctrica conocida. En este aspecto, no cabe duda de que el *modelo de programación no lineal* descrito en los apartados anteriores reproduce con suficiente detalle el funcionamiento de la *central de referencia*.

Cabe pensar que la resolución del *modelo de programación no lineal* puede requerir un tiempo excesivo de cálculo en aquellos casos en los que, como en el caso anterior, es necesario generar y resolver muchos problemas hasta «agotar» las iteraciones en todas las ramas abiertas durante el procedimiento iterativo. No obstante, los casos analizados no confirman esta hipótesis, puesto que en el peor de los casos, el tiempo de cálculo requerido ha sido inferior a un minuto. La exportación de los resultados a hojas de cálculo de MS Excel lleva un tiempo considerablemente mayor que la propia resolución del modelo: en el caso anterior, el tiempo necesario para exportar los resultados de todos los problemas resueltos durante el procedimiento iterativo es del orden de seis a siete minutos.

4.4 Modelo de programación dinámica

4.4.1 Introducción

La programación dinámica es una metodología para la resolución de problemas de control óptimo. Los problemas de control óptimo consisten fundamentalmente en la búsqueda de la acción de control que se debe ejercer sobre un sistema dinámico, cuya evolución temporal viene dada por sus *ecuaciones de estado*, para que el sistema describa una trayectoria óptima. La trayectoria óptima será aquella que minimice o maximice un determinado funcional, mediante el que se expresa la función objetivo del problema.

Encontrar el programa óptimo de explotación que maximiza los ingresos que obtiene una central hidroeléctrica por vender su energía en el mercado puede clasificarse como un problema de control óptimo. Dicho programa óptimo de explotación está compuesto por una serie de caudales (acciones de control) que la central debe turbinar, para que el embalse (sistema dinámico) describa una trayectoria óptima que maximiza los ingresos (funcional) que la central recibe por la venta de energía.

La programación dinámica ha sido probablemente la técnica más empleada para la determinación de la operación óptima de centrales hidroeléctricas. El llamado principio de óptimo, que fue enunciado por Richard E. Bellman en 1954, constituye la base de la programación dinámica. Según el principio de óptimo, dada la trayectoria óptima que sigue un determinado sistema dinámico para evolucionar desde un estado inicial x_0 hasta un estado final x_f , la trayectoria óptima que deberá seguir el mismo sistema para ir desde un estado intermedio x_i de la trayectoria dada, hasta el estado final x_f de la misma trayectoria, deberá coincidir con el tramo $\overline{x_i x_f}$ de la trayectoria óptima dada (ver figura 4-15). Si se divide en etapas el problema original —encontrar la trayectoria óptima que debe seguir el sistema entre los estados x_0 y x_f —, puede obtenerse la trayectoria óptima del sistema resolviendo secuencialmente una serie de subproblemas en cada etapa. Estos subproblemas consisten en encontrar la subtrayectoria óptima que debe seguir el sistema para evolucionar desde cada estado factible inicial de dicha etapa hasta el estado final x_f .

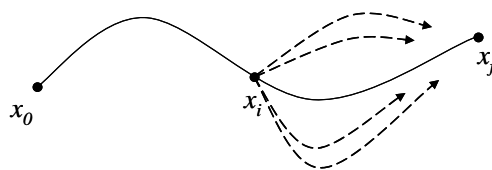


Figura 4-15: Principio de óptimo.

Una de las principales ventajas de la programación dinámica es que permite reducir considerablemente la dimensión del problema original ya que el número de trayectorias que deben compararse crece linealmente con el número de etapas del problema mientras que, si se procede por comparación directa, el número de trayectorias a comparar crece de forma exponencial con el número de etapas. No obstante, debe tenerse en cuenta que, aunque el número de trayectorias a comparar crece linealmente con el número de etapas, es proporcional al cuadrado del número de estados intermedios factibles en los que se divide el *espacio de estados*, enfrentándose así a lo que el propio Bellman bautizó con el nombre de “maldición de dimensionalidad”. Por lo tanto, su uso no está recomendado para el estudio de sistemas de energía eléctrica de gran dimensión, formados por varios embalses hidroeléctricos, sino más bien para sistemas de pequeño tamaño o para el caso que se analiza en esta tesis de una única central hidroeléctrica.

Otra de las ventajas de la programación dinámica es que permite resolver problemas en los que la función objetivo y/o las restricciones pueden ser no lineales y no cóncavas (o no convexas), ya que la búsqueda de la solución óptima se efectúa por comparación numérica directa a lo largo de un proceso de decisión secuencial sin tener en cuenta, a diferencia de la mayoría de los algoritmos de programación no lineal, la dirección en la que aumenta o disminuye el gradiente de la función objetivo. La programación dinámica parece por tanto ajustarse bastante bien a las características del problema de la explotación a corto plazo de una central hidroeléctrica, cuyo análisis detallado es objeto de esta tesis. No obstante, presenta ciertas dificultades cuando se quiere gestionar los arranques y paradas de los grupos de la central a no ser que, como se propone en [Arce et al., 2002], se tome como variable de estado el número de grupos que deben funcionar en cada etapa, y se suponga constante el volumen del embalse. Este planteamiento puede ser adecuado en el caso estudiado en esta referencia, ya que se trata de un embalse de gran tamaño, cuya variación de nivel puede considerarse despreciable en el corto plazo. Sin embargo, en el caso que se analiza en esta tesis, este enfoque no resulta práctico, ya que las oscilaciones del nivel del embalse en el corto plazo pueden ser muy significativas.

Una de las principales contribuciones del modelo que se describe a continuación es el planteamiento propuesto para gestionar los arranques y paradas de los grupos de la central, tomando el volumen del embalse como variable de estado. Este planteamiento

se apoya en una discretización apropiada de la región factible del problema y en la metodología descrita en el capítulo anterior para obtener la característica de generación de la central. Por un lado, mediante una discretización apropiada es posible gestionar los arranques y paradas de la central; y por otro lado, si se aplica la metodología descrita en el capítulo anterior para obtener la característica de generación de la central, el estado (arranque/parada) de los grupos está implícito en los puntos de funcionamiento de la propia característica de generación.

El problema que se desea resolver con este modelo es idéntico al *problema inicial del modelo de programación no lineal*, salvo en los siguientes aspectos:

- Se prescinde de las ecuaciones de vertido a través del aliviadero (B-3) a (B-5) y se toma como volumen máximo el volumen correspondiente al labio del aliviadero v_l , descartando así la posibilidad de que el embalse aumente su nivel por encima del mismo. Ésta es una situación de carácter extraordinario, que puede ocurrir si no se dimensiona correctamente el aliviadero (caso i.1 del *modelo de programación no lineal*) o en caso de avenida. No se prescinde del vertido a través del aliviadero, sino que, en caso de existir, éste responderá únicamente al balance hidráulico del embalse (4-36).
- La potencia producida por la central se calcula por interpolación a partir de las nc curvas características disponibles (ver figura 4-1).

4.4.2 Discretización de la región factible

Como se dijo anteriormente, éste es un problema de control óptimo y se va a resolver por programación dinámica, tomando el volumen del embalse como variable de estado. Dividiendo el periodo de explotación en 24 etapas de una hora, la región factible del problema puede definirse en un diagrama volumen-tiempo, representando el tiempo en abscisas y el volumen del embalse en ordenadas. Se describe a continuación el método de discretización que se propone para gestionar los arranques y paradas de la central.

Paso 1. Partiendo del estado inicial v_0 deben trazarse en el diagrama volumen-tiempo las trayectorias correspondientes a parar la central y a turbinar el caudal máximo de la central q^{\max} durante la etapa 1. El segmento comprendido entre los extremos de estas dos trayectorias se divide en un número entero de intervalos de la misma longitud Δv , que recibe el nombre de *intervalo de discretización* y que define el tamaño de malla

de la región factible: cuanto menor sea esta longitud, mayor será la precisión de los resultados. Los puntos extremos de estas trayectorias se toman respectivamente como límites provisionales superior e inferior de la región factible al final de la etapa 1.

Paso 2. Partiendo de los límites provisionales de la región factible al final de la etapa 1, se obtienen los límites provisionales superior e inferior de la región factible al final de las etapas 2 a 23, trazando en cada etapa las trayectorias correspondientes a parar la central y a turbinar el caudal máximo de la central: la trayectoria correspondiente a parar la central se traza en cada etapa partiendo del límite provisional superior al final de la etapa anterior; y la trayectoria correspondiente a turbinar el caudal máximo de la central se traza en cada etapa partiendo del límite provisional inferior al final de la etapa anterior. Si en alguna etapa, la trayectoria correspondiente a parar la central termina en un volumen superior al volumen máximo, se toma como límite provisional superior, desde el final de esta etapa hasta el final de la etapa 23, el volumen máximo. Por otro lado, si en alguna de las etapas, la trayectoria correspondiente a turbinar el caudal máximo de la central termina en un volumen inferior al volumen mínimo, se incrementa progresivamente el volumen alcanzado a intervalos de longitud Δv , hasta igualar o superar el volumen mínimo; se toma el nuevo volumen como límite inferior provisional al final de dicha etapa; y se continúa con el proceso de discretización. Se toma el valor anterior como límite provisional inferior de la región factible, en lugar del volumen mínimo, para permitir la gestión de los arranques y paradas de la central, como se verá más adelante.

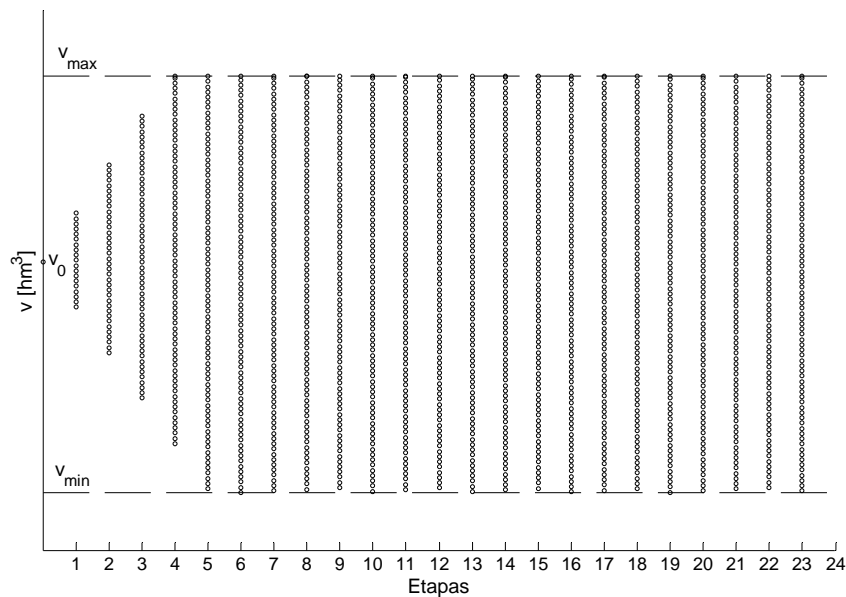


Figura 4-16: Región factible provisional.

Paso 3. Una vez que se han obtenido los límites provisionales superior e inferior de las etapas 1 a 23, se obtienen el resto de estados intermedios provisionales sumando progresivamente el *intervalo de discretización* Δv al límite provisional inferior de cada etapa, hasta superar el correspondiente límite provisional superior, punto que se descarta por no ser factible. De esta forma se obtiene una *región factible provisional* similar a la de la figura 4-16.

Como puede verse en la figura 4-17, si se tomase el volumen mínimo como límite provisional inferior en una etapa k en la que la trayectoria correspondiente a turbinar el caudal máximo de la central termina en un volumen inferior al volumen mínimo, se descartarían en dicha etapa todas las trayectorias correspondientes a parar la central, salvo aquella que parte del límite provisional superior, siempre y cuando ésta termine en un volumen inferior al volumen máximo. Las trayectorias de trazo discontinuo y de color rojo corresponderían a la opción de tomar como límite provisional inferior el volumen mínimo, mientras que las trayectorias de trazo continuo y de color negro son las correspondientes a tomar como límite provisional inferior el punto \underline{v}_p^k , señalado en la figura en color azul. Se observa en esta figura que las dos trayectorias superiores de color negro permiten parar la central, mientras que las trayectorias de color rojo que parten de los mismos puntos no lo permiten.

Paso 4. Una vez que se ha obtenido la *región factible provisional*, debe obtenerse la *región factible definitiva*, considerando la consigna de explotación (4-29). Dado que

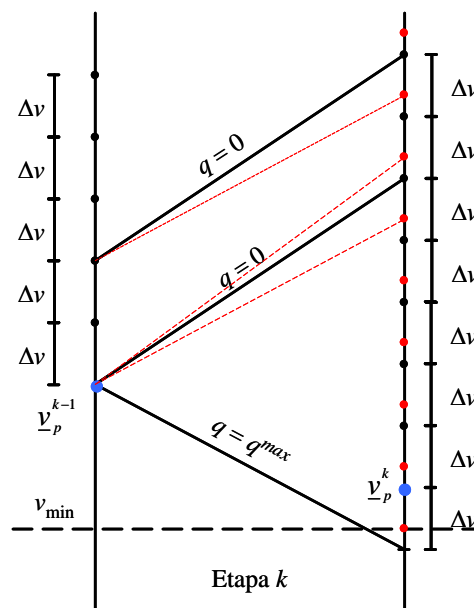


Figura 4-17: Discretización de la región factible (I).

las aportaciones pueden ser distintas en cada etapa, si se trazasen en la etapa 24 las trayectorias que parten de los estados intermedios provisionales al final de la etapa 23 y llegan al estado final v_f , seguramente ninguna de estas trayectorias correspondería a parar la central. De hecho, aunque las aportaciones fueran iguales en todas las etapas del problema, si se quiere forzar esta situación, debe escogerse consecuentemente el *intervalo de discretización* Δv .

Con objeto de no descartar la posibilidad de parar la central durante la etapa 24, se relaja la consigna de explotación y se toma un nuevo estado final v_{df} , admitiéndose un cierto margen de error con respecto al estado final v_f . El nuevo estado final, o *estado final definitivo*, se obtiene de la siguiente forma: en primer lugar, se traza en la etapa 24 la trayectoria que corresponde a parar la central y que termina en el estado final v_f ; en segundo lugar, se toma como límite inferior definitivo al final de la etapa 23 \underline{v}_d^{23} , el estado intermedio provisional, al final de dicha etapa, inmediatamente superior al punto del que parte la trayectoria anterior; y en tercer lugar, se traza nuevamente en la etapa 24 la trayectoria correspondiente a parar la central y que parte del límite inferior definitivo al final de la etapa 23 \underline{v}_d^{23} , siendo el punto final de esta trayectoria el *estado final definitivo* v_{df} .

A continuación, se traza en la etapa 24 la trayectoria que corresponde a turbinar el caudal máximo y que termina en el *estado final definitivo* v_{df} . Se toma entonces como límite superior definitivo al final de la etapa 23 \bar{v}_d^{23} , el estado intermedio provisional,

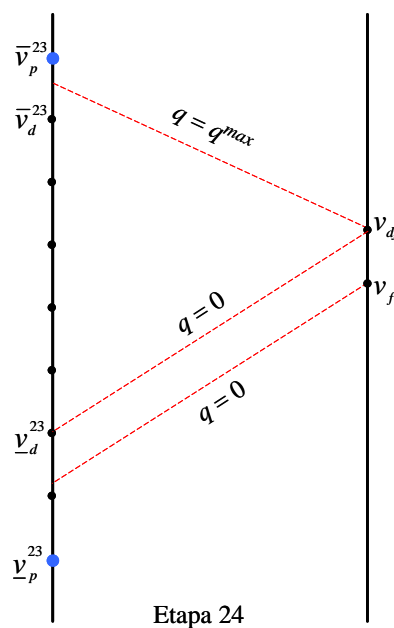


Figura 4-18: Discretización de la región factible (II).

al final de dicha etapa, inmediatamente inferior al punto del que parte la trayectoria anterior. En la figura 4-18, puede verse cómo se obtienen en un caso general el *estado final definitivo* y los límites superior e inferior definitivos de la región factible al final de la etapa 23.

Por último, partiendo de los límites superior e inferior definitivos de la región factible al final de la etapa 23 \bar{v}_d^{23} y \underline{v}_d^{23} , se obtienen los límites superior e inferior definitivos al final de las etapas 1 a 22, trazando en cada etapa las trayectorias correspondientes a parar la central y a turbinar el caudal máximo: la trayectoria correspondiente a parar la central se traza en cada etapa terminando en el límite inferior definitivo al final de dicha etapa; y la trayectoria correspondiente a turbinar el caudal máximo se traza en cada etapa terminando en el límite superior definitivo al final de dicha etapa (el orden en el que se trazan estas trayectorias es inverso al que se sigue para obtener la *región factible provisional*, es decir, se comienza en la etapa 23 y se termina en la etapa 2). Si en alguna etapa k , la trayectoria correspondiente a turbinar el caudal máximo de la central comienza en un volumen superior al límite superior provisional al inicio de dicha etapa, los límites superiores provisionales al inicio de las etapas 2 a k , ambos inclusive, pasan a ser límites superiores definitivos de la *región factible definitiva*. De forma análoga, si en alguna etapa k , la trayectoria correspondiente a parar la central comienza en un volumen inferior al límite inferior provisional al inicio de dicha etapa k , los límites inferiores provisionales al inicio de las etapas 2 a k , ambos inclusive, pasan a ser límites inferiores definitivos de la *región factible definitiva*. Finalmente,

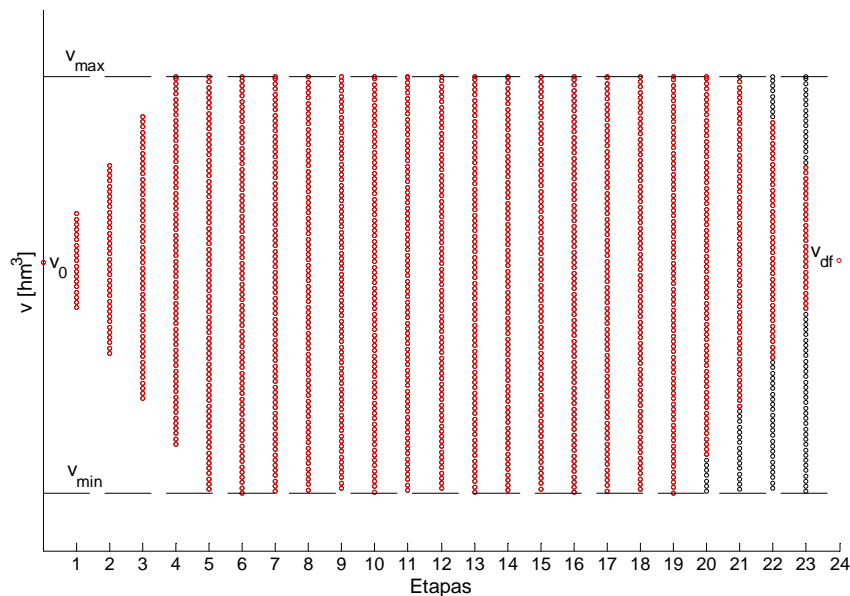


Figura 4-19: *Región factible definitiva.*

todos los estados intermedios provisionales comprendidos entre los límites superior e inferior definitivos al final de las etapas 1 a 23, junto con los propios límites superior e inferior definitivos, el estado inicial y el *estado final definitivo* forman parte de la *región factible definitiva*, obteniéndose una *región factible definitiva* similar a la de la figura 4-19 (formada únicamente por los puntos rojos).

4.4.3 Ecuación recursiva

Una vez que se ha obtenido la *región factible definitiva*, el programa de explotación que maximiza los ingresos que la central recibe por vender su energía en el mercado se obtiene resolviendo sucesivamente la *ecuación recursiva* de la programación dinámica (4-35), desde la etapa 23, hacia «atrás», hasta la etapa 1.

$$\bar{I}(i, k) = \max_{p(i, j, k)} \{I(i, j, k) + \bar{I}(j, k + 1)\} \quad (4-35)$$

Para calcular los ingresos parciales $I(i, j, k)$ correspondientes a la trayectoria i - j de la etapa k , se deben seguir los siguientes pasos:

- i. Se calculan el caudal $\bar{q}(i, j, k)$ y el volumen medio $\bar{v}(i, j, k)$ según las siguientes ecuaciones:

$$\bar{q}(i, j, k) = (v(i, k - 1) - v(j, k) + f_c w(k)) / f_c \quad (4-36)$$

$$\bar{v}(i, j, k) = (v(i, k - 1) + v(j, k)) / 2 \quad (4-37)$$

- ii. Se obtienen por interpolación los caudales máximo y mínimo de la central, a partir de la característica de generación: $q^{\max}(i, j, k)$ y $q^{\min}(i, j, k)$.
- iii. La potencia $p(i, j, k)$ se calcula teniendo en cuenta las siguientes condiciones:
 - a. Si $q^{\min}(i, j, k) \leq \bar{q}(i, j, k) \leq q^{\max}(i, j, k)$, la potencia $p(i, j, k)$ se interpola a partir de la característica de generación y no se produce vertido a través del aliviadero $s(i, j, k) = 0$.
 - b. Si $\bar{q}(i, j, k) = 0$, la central está parada y no se produce vertido a través del aliviadero: $p(i, j, k) = 0$ y $s(i, j, k) = 0$.
 - c. Si $0 < \bar{q}(i, j, k) < q^{\min}(i, j, k)$ y $v(j, k) = v_{\max}$, la central está parada y se produce vertido a través del aliviadero: $p(i, j, k) = 0$ y $s(i, j, k) = \bar{q}(i, j, k)$.
 - d. Si $\bar{q}(i, j, k) > q^{\max}(i, j, k)$ y $v(j, k) = v_{\max}$, la central turbinas el caudal $q^{\max}(i, j, k)$ y se produce vertido a través del aliviadero: $s(i, j, k) = \bar{q}(i, j, k) - q^{\max}(i, j, k)$. La potencia $p(i, j, k)$ se interpola a partir de la característica de generación.

- e. En cualquier otro caso, se toma $p(i, j, k) = -\infty$ para descartar la trayectoria por no ser factible.
- iv. Los ingresos parciales se calculan multiplicando la potencia que produce la central por el correspondiente precio de venta de la energía: $I(i, j, k) = \pi(k)p(i, j, k)$.

Los ingresos máximos que recibe la central por vender su energía en el mercado se obtienen tras resolver la ecuación (4-35) en la etapa 1. A continuación, se «reconstruye» etapa a etapa la trayectoria óptima del embalse de «atrás» hacia «delante», tomando en cada etapa k la trayectoria i - j que forma parte de la trayectoria óptima que va desde el final de la etapa anterior i , hasta el *estado final definitivo* v_{df} , y que corresponde a los ingresos $\bar{I}(i, k)$. Este procedimiento se ha implementado en un programa MATLAB[®], cuyo código se encuentra recogido en el apéndice C.

4.4.4 Resultados y conclusiones

El modelo descrito se ha utilizado para obtener el programa de explotación de la *central de referencia* del apéndice B, para el caso de dos grupos generadores, bajo distintas condiciones de operación. Debe recordarse que no se han considerado las ecuaciones de vertido a través del aliviadero (B-3) a (B-5), con la finalidad de descartar la posibilidad de que el embalse aumente su nivel por encima del mismo, situación que se considera de carácter extraordinario. Asimismo, cabe señalar que se ha tenido en cuenta un vertido ecológico de valor constante q_{ec} , reduciendo en cada etapa las aportaciones previstas en dicha cantidad. Aunque, como se dijo en la introducción del capítulo, los datos y los resultados de los casos más representativos se encuentran en el apéndice D, se incluyen a continuación algunos de estos resultados para facilitar la labor de la exposición de las conclusiones acerca del funcionamiento del modelo.

En primer lugar, cabe destacar que el error cometido como consecuencia de relajar la consigna de explotación (4-29) puede considerarse despreciable en todos los casos que se han analizado. No obstante, debe tenerse en cuenta que el valor máximo de este error depende en términos absolutos del *intervalo de discretización* escogido: en ningún caso el error puede superar la longitud de dicho intervalo Δv . Los valores escogidos de este intervalo varían entre 0,0036 y 0,009 hm³, lo que equivale a unos valores máximos del error ε , que van desde un 0,15% a un 0,39% de la carrera de embalse disponible para la producción hidroeléctrica. En relación a las aportaciones horarias consideradas, el error

ε_v varía desde un 2,50% hasta un 6,20% de la mínima aportación horaria considerada, y desde un 0,8% hasta un 2% de la aportación horaria máxima considerada. Para mayor aclaración, cabe mencionar que los valores escogidos del *intervalo de discretización* equivalen a variaciones del caudal de 1 a 2,5 m³/s, que suponen respectivamente el 0,8% y el 2% del caudal de equipamiento de la central.

Al igual que el error ε_v , los ingresos máximos que se espera obtener con la venta de energía varían en función del *intervalo de discretización*: cuanto menor es el *intervalo de discretización*, mayores son los ingresos del programa de explotación obtenido. Es evidente que cuanto menor es este intervalo, mayor es el número de estados intermedios de la región factible y, por lo tanto, mayor es el número de trayectorias que se comparan al resolver la ecuación (4-35). Parece lógico por tanto que, cuantas más trayectorias se comparen, más cerca se encuentre la solución alcanzada del óptimo global. En la figura 4-20 pueden verse los resultados del caso i.2, con unos *intervalos de discretización* de 0.009 y 0.0045 hm³. Como se observa en esta figura, los ingresos son mayores con un intervalo menor, $\Delta v = 0.0045 \text{ hm}^3$.

Se han comparado los resultados de este modelo con los resultados de los *modelos de programación lineal entera mixta y no lineal*, sólo en los casos en los que el *modelo de programación no lineal* no produce vertido a través del aliviadero, y se han obtenido, en

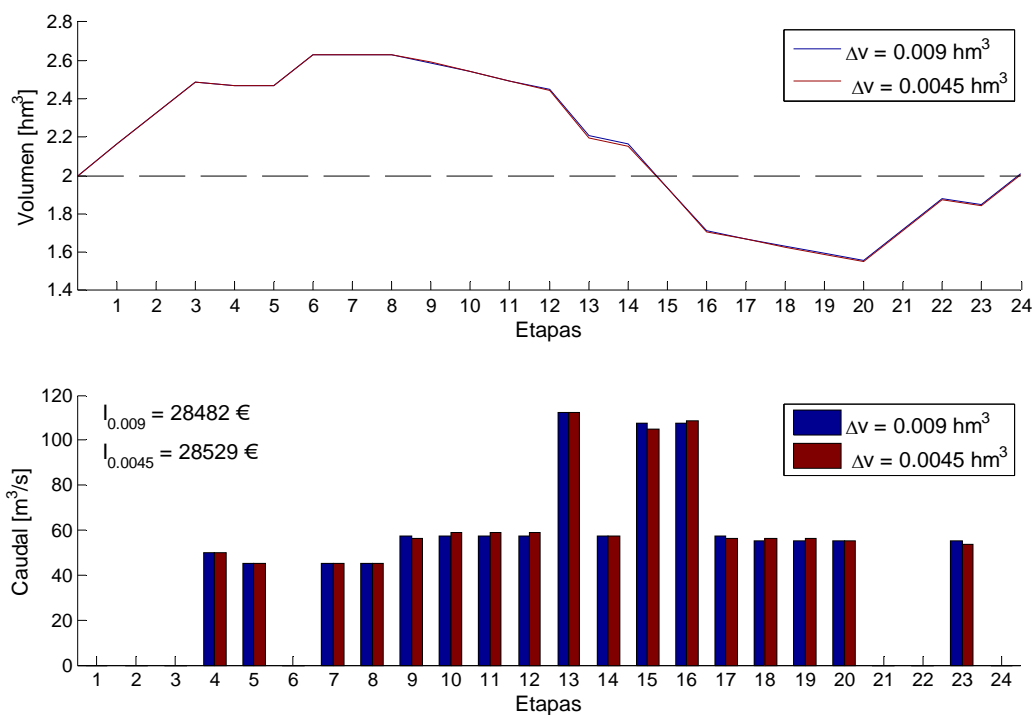


Figura 4-20: Resultados caso i.2. Modelo de Pd.

todos los casos, unos ingresos mayores con el *modelo de programación dinámica*. El incremento de ingresos obtenido con el *modelo de programación dinámica* varía entre un 0,8 y un 3%, con respecto a los ingresos obtenidos con el *modelo de programación no lineal*, y entre un 3,2 y un 5%, con respecto a los ingresos obtenidos con el *modelo de programación lineal entera mixta*. Puede afirmarse, por consiguiente, que el *modelo de programación dinámica* aprovecha mejor la capacidad de regulación del embalse que los otros dos modelos.

El incremento de ingresos obtenido con respecto al *modelo de programación lineal entera mixta* es en cierto modo previsible. Al fin y al cabo, aunque se actualice en cada iteración, y en cada etapa, el valor del volumen, el *modelo de programación lineal entera mixta* no es capaz de predecir en una etapa la evolución que seguirá el sistema en las etapas posteriores, cuando en la etapa actual se toma una decisión determinada, ya que, como se vio anteriormente, en realidad no tiene en cuenta la variación del volumen para calcular la potencia que debe producir la central en el proceso de optimización. Sin embargo, el *modelo de programación no lineal* sí tiene en cuenta esta variación y puede predecir en cada etapa la evolución del sistema en las etapas posteriores, según se tome una u otra decisión actual: por tanto, resulta algo sorprendente que en todos los casos analizados los ingresos obtenidos con el *modelo de programación dinámica* hayan sido superiores a los obtenidos con el *modelo de programación no lineal*.

Los resultados del *modelo de programación no lineal* son inferiores a los del *modelo de programación dinámica* debido a que el espacio de búsqueda de la solución óptima del *modelo de programación no lineal* está condicionado en cierto modo por la solución del *modelo simplificado*. En efecto, el *solver* utilizado en aquel modelo (MINOS), parte de la solución del *modelo simplificado* y efectúa la búsqueda de la solución óptima en la dirección en la que la proyección del gradiente del *Lagrangiano* del *problema inicial* sobre el subespacio tangente a las restricciones de igualdad disminuye más rápidamente. Teniendo en cuenta que el *Lagrangiano* del *problema inicial* no es cóncavo debido, entre otras cosas, a la no concavidad de la función objetivo, se llega a la conclusión de que el espacio de búsqueda de la solución óptima está restringido a una región más o menos próxima a la solución del *modelo simplificado*, lo cual justifica en cierto modo que los ingresos del *modelo de programación no lineal* sean, en todos los casos analizados, menores que los del *modelo de programación dinámica*.

A diferencia del *modelo de programación no lineal*, en el *modelo de programación dinámica*, el carácter cóncavo o convexo de la función objetivo y de las restricciones del problema no restringen el espacio de búsqueda de la solución óptima, ya que, como se dijo anteriormente, éste depende únicamente del número de estados considerados en la región factible, que depende a su vez del *intervalo de discretización* escogido.

En realidad, la principal contribución de este modelo es el planteamiento propuesto para gestionar los arranques y paradas de los grupos de la central, que se apoya en una discretización apropiada de la región factible del problema y en la metodología descrita en el capítulo 3 para obtener la característica de generación de la central. Por un lado, el método de discretización propuesto es un método original que permite considerar en cada etapa todas las trayectorias factibles que corresponden a la parada de la central, independientemente de que sean o no constantes las aportaciones, y por otro lado, la metodología descrita en el capítulo anterior para obtener la característica de generación de la central permite dejar el estado (arranque/parada) de los grupos implícito en los puntos de funcionamiento de la propia característica de generación.

Como se dijo anteriormente, los modelos de programación dinámica encontrados en las referencias consultadas presentan ciertas dificultades para gestionar los arranques y paradas de los grupos de la central. En [Arce et al., 2002], se aborda este problema tomando como variable de estado el número de grupos que deben funcionar en cada etapa. Éste es un planteamiento correcto para el caso analizado en esta referencia, ya que se trata de un embalse de gran tamaño, cuya variación de nivel en el corto plazo puede considerarse despreciable. Sin embargo, en embalses cuya variación de nivel puede ser significativa en el corto plazo, este planteamiento obligaría a tomar como segunda variable de estado el volumen del embalse, aumentando exponencialmente la dimensión del problema.

En realidad, la dimensión del problema que resulta tomando el número de grupos y el volumen del embalse como variables de estado es tratable con los ordenadores actuales. Sin embargo, la complejidad de los cálculos que deben efectuarse en cada trayectoria de la región factible tridimensional resultante hace este planteamiento poco práctico. Debe tenerse en cuenta que en cada trayectoria se conocen la combinación de grupos que se encuentran en funcionamiento, los volúmenes inicial y final, y el caudal disponible para producir energía, y debe calcularse la máxima potencia que puede generar la central en

estas condiciones, es decir, debe resolverse un problema casi idéntico al que se resuelve en el apartado 3.3 de esta tesis mediante un algoritmo de programación dinámica para obtener la característica de generación. Si, como se propone en esta tesis, se obtiene la característica de generación de la central por separado, se reduce la dimensión la región factible del problema y, con ello, el número de trayectorias a comparar. Se evita además resolver varias veces un mismo problema, lo cual puede suceder como consecuencia de la existencia de trayectorias redundantes en la región factible tridimensional.

La opción de tomar como variable de estado el número de grupos, proviene en [Arce et al., 2002] del compromiso que se plantea entre maximizar el rendimiento y minimizar los costes de los arranques y paradas de la central, como queda reflejado en la función objetivo del problema, que está compuesta por dos términos de coste distintos: el coste de las pérdidas energéticas; y el coste de los arranques y paradas. El modelo propuesto en esta tesis es fácilmente aplicable en caso de que se quieran considerar los costes de los arranques y paradas, sin más que almacenar en cada trayectoria el número de grupos que están en funcionamiento e invertir el orden en que se resuelve la ecuación recursiva, planteando así un algoritmo de programación dinámica hacia «delante».

4.5 Conclusiones generales

En este capítulo, se ha estudiado con detalle el problema de la explotación a corto plazo de una central hidroeléctrica tomadora de precios en un mercado eléctrico liberalizado, poniendo un énfasis especial en el caso de las centrales hidroeléctricas con capacidad de regulación semanal, diaria o menor. Las decisiones en el corto plazo para la explotación de una central hidroeléctrica suelen tener un alcance temporal que va desde un día hasta una semana y se centran fundamentalmente en la obtención del programa de explotación que maximiza el beneficio o los ingresos que recibe la central por la venta de energía en el mercado.

Éste es un problema no lineal, que está sujeto a fuertes restricciones estratégicas y de operación, y en el que intervienen variables continuas y enteras. Dada la complejidad del problema, se recurre generalmente a efectuar algunas simplificaciones. Por un lado, es frecuente ignorar en los estudios a corto plazo la variación del volumen del embalse durante el periodo de explotación: ésta puede ser una aproximación razonable cuando la capacidad de regulación del embalse es mensual o superior, o cuando se trata de una

central fluyente, pero no así cuando dicha capacidad de regulación es semanal, diaria o menor. Por otro lado, es habitual independizar las decisiones de carácter discreto de las continuas, dividiendo el modelo en dos partes o problemas distintos: en un problema, se seleccionan los grupos que deben estar en funcionamiento en cada etapa, problema que se conoce con el nombre de asignación de grupos; y en otro, se calcula en cada etapa el punto de funcionamiento de todos los grupos asignados en el problema anterior, problema que se conoce con el nombre de despacho económico o de carga.

A lo largo de este capítulo, se han presentado tres modelos de explotación distintos que resuelven simultáneamente la asignación y el despacho económico de los grupos de una central hidroeléctrica, superando así algunas limitaciones detectadas en los modelos existentes. Estos modelos se basan respectivamente en técnicas de programación lineal entera mixta, programación no lineal y programación dinámica. Cabe destacar que los tres modelos presentados en este capítulo se apoyan en la metodología descrita en el capítulo anterior para obtener la característica de generación de la central, quedando así implícito en la solución de cada modelo el estado óptimo (arranque/parada) de todos los grupos de la central.

El *modelo de programación lineal entera mixta* es análogo al propuesto en [García-González et al., 2003] para estudiar la explotación a corto plazo de un sistema formado por varios embalses hidroeléctricos. El modelo presentado en aquella referencia ha sido modificado en esta tesis para considerar la posibilidad de que la central esté formada por varios grupos generadores. En este modelo se lleva a cabo un procedimiento iterativo en el que, partiendo de una estimación inicial del volumen, se resuelve en cada iteración un problema de programación lineal entera mixta y se actualiza, a partir de los resultados de este problema, el valor del volumen en todas las etapas del problema. En cada etapa se tiene una única curva característica de generación potencia-caudal, que corresponde al valor actualizado del volumen y que se aproxima por cuatro tramos lineales.

Los resultados obtenidos con este modelo muestran que su convergencia no está en general garantizada. Además, en los casos en los que éste converge, puede no hacerlo en la dirección en la que aumentan la función objetivo o los ingresos, presentando éstos un comportamiento oscilatorio. En realidad este modelo presenta las mismas limitaciones, ya conocidas, de cualquier otro modelo de programación lineal. A pesar de actualizar al comienzo de cada iteración el valor del volumen en todas las etapas, estos valores se

mantienen fijos en cada iteración, ignorándose así el hecho de que las decisiones tomadas en cada etapa afectan de forma más o menos considerable al estado del sistema en las etapas posteriores.

No obstante, desde un punto de vista más práctico, puede decirse que los resultados de este modelo constituyen una interesante base de datos de programas de explotación, obtenidos en cada iteración con su correspondiente estimación de los ingresos. Además, cabe destacar que la gestión de los arranques y paradas de la central mediante variables binarias permite considerar fácilmente sus costes asociados e introducir un término de penalización en la función objetivo, o bien añadir restricciones para limitar el número de arranques y paradas durante el periodo de explotación considerado.

El *modelo de programación no lineal* constituye una importante contribución de esta tesis. Todos los modelos de explotación basados en programación no lineal que se han encontrado en la literatura resuelven por separado la asignación de grupos y el despacho económico. Sin embargo, este modelo resuelve simultáneamente los dos problemas sin recurrir para ello al empleo de variables binarias, lo cual complicaría sustancialmente la resolución del problema. El método utilizado para gestionar los arranques y paradas de la central está basado en el planteamiento propuesto en [Piekutowski et al., 1994] para gestionar los arranques y paradas de un grupo con un modelo de programación lineal, y consiste básicamente en llevar a cabo una aproximación adecuada de la característica de generación de la central. Esta aproximación conduce en algunos casos a la obtención de programas de explotación que no son factibles. En estos casos el modelo lleva a cabo un procedimiento iterativo en el que se resuelve una secuencia ordenada de problemas de programación no lineal, que son generados añadiendo restricciones de forma progresiva al *problema inicial*. Es destacable que en la mayoría de los casos analizados no ha sido necesario llevar a cabo este procedimiento iterativo.

Los métodos de resolución de problemas de programación no lineal generan a partir de una estimación inicial de ciertas variables del problema, una sucesión de puntos cuyo límite es la solución final del problema objeto de estudio. Debido a la complejidad del problema planteado en esta tesis, es necesario asignar unos valores iniciales adecuados a todas las variables del problema para facilitar así la búsqueda de una solución factible. Por ello, antes de resolver el *problema inicial*, se resuelve un *modelo simplificado*, en el

que se considera en cada etapa una única curva de producción potencia-caudal, y cuyos resultados se toman como valores iniciales de las variables del *problema inicial*.

Debido a la no concavidad de la función objetivo del *problema inicial* y al algoritmo de optimización utilizado (MINOS), el espacio de búsqueda de la solución óptima está restringido a una región más o menos próxima a la solución del *modelo simplificado*. No obstante, los resultados del *problema inicial* y de los problemas que se resuelven a lo largo del procedimiento iterativo indican una clara tendencia a mantener alto el nivel del embalse durante las etapas punta, lo cual demuestra que, a diferencia del *modelo simplificado*, en estos problemas se tiene en cuenta el carácter dinámico del sistema.

Cabe destacar por último que el *modelo de programación no lineal* ha proporcionado en todos los casos analizados programas de explotación factibles y que, en la mayoría de estos casos, los ingresos que se espera obtener por la venta de energía en el mercado han sido superiores a los del *modelo de programación lineal entera mixta*.

El último modelo presentado en el capítulo es un *modelo de programación dinámica*. A diferencia del modelo no lineal, en el *modelo de programación dinámica*, la búsqueda de la solución óptima se efectúa por comparación directa, con independencia del carácter cóncavo o convexo de la función objetivo y las restricciones. En este aspecto, la programación dinámica se ajusta bastante bien a las características del problema que aquí se plantea. No obstante, presenta ciertas dificultades para gestionar los arranques y paradas de los grupos de la central, a no ser que se tome como variable de estado el número de grupos que están en funcionamiento en cada etapa.

Una de las principales contribuciones de esta tesis es el planteamiento propuesto en el *modelo de programación dinámica* para gestionar los arranques y paradas de los grupos de la central, tomando el volumen como la única variable de estado del problema. Este planteamiento se apoya fundamentalmente en una discretización apropiada de la región factible y en la metodología descrita en el capítulo anterior para obtener la característica de generación de la central.

El *modelo de programación dinámica* es similar al modelo presentado en [Arce et al., 2002], con la salvedad de que en aquél se toma el número de grupos que deben estar en funcionamiento en cada etapa como variable de estado. Este planteamiento obligaría, en embalses cuya variación de nivel puede ser significativa en el corto plazo, a tomar como

segunda variable de estado el volumen del embalse, aumentando exponencialmente la dimensión del problema. La complejidad de los cálculos que deben efectuarse en cada trayectoria de la región factible tridimensional resultante hace este planteamiento poco práctico en estos casos.

Cabe destacar que en todos los casos en los que se han comparado los resultados del *modelo de programación dinámica* con los resultados de los *modelos de programación lineal entera mixta y no lineal*, se han obtenido unos ingresos mayores con el *modelo de programación dinámica*.

El *modelo de programación dinámica* es un modelo realmente eficiente en el caso de una central hidroeléctrica, pero debe recordarse que, aunque el número de trayectorias a comparar crece linealmente con el número de etapas en las que se divide el problema, es proporcional al cuadrado del número de estados intermedios factibles en los que se divide el espacio de estados. Por lo tanto, su uso está limitado a sistemas hidroeléctricos de pequeña dimensión.

Capítulo 5

APLICACIONES

5.1 Introducción

Es evidente que la principal aplicación de los modelos de explotación descritos en el capítulo anterior es servir de herramienta de decisión para los estudios de planificación a corto plazo de una central hidroeléctrica cuyo objetivo principal sea maximizar los ingresos que recibe por la venta de energía en un mercado eléctrico liberalizado, similar al actual mercado eléctrico español. No obstante, como se dijo en la introducción de esta tesis, entre los objetivos de esta tesis, además del desarrollo de nuevos modelos de explotación que superen algunas de las limitaciones encontradas en las referencias, se encuentran la aplicación de los modelos desarrollados a una central de velocidad variable y su posible utilización como herramienta de apoyo para estimar la rentabilidad de proyectos de inversión en centrales hidroeléctricas.

Los resultados alcanzados en relación a las mencionadas aplicaciones se presentan a lo largo de este capítulo. En primer lugar, se estudia la posibilidad de aplicar los modelos desarrollados a una central hidroeléctrica de velocidad variable, utilizando la *central de referencia* del apéndice B en el caso de dos grupos, para valorar cualitativa y cuantitativamente las ventajas que puede aportar esta tecnología. En segundo lugar, se presenta una metodología para utilizar los modelos de explotación, desarrollados en el capítulo anterior, como herramienta de apoyo en estudios de rentabilidad de centrales hidroeléctricas, utilizando la *central de referencia* del apéndice B en el caso de un grupo para ilustrar mejor esta metodología.

5.2 Generación hidroeléctrica con velocidad variable

5.2.1 Introducción

Los grupos hidroeléctricos convencionales con generadores síncronos deben girar a velocidad constante para poder suministrar la energía generada a la red eléctrica de frecuencia fija; en centrales de menor tamaño con generadores asíncronos directamente conectados a la red la velocidad de los grupos se desvía sólo en un pequeño porcentaje de su velocidad de sincronismo. Esto limita notablemente las condiciones de operación,

ya que el rendimiento de los grupos cae más o menos bruscamente, según el tipo de turbina, cuando éstos operan fuera del punto de diseño [US Bureau, 1976].

Las centrales hidroeléctricas pueden sufrir fuertes variaciones en las condiciones de operación, especialmente en los casos de centrales fluyentes y de centrales asociadas a embalses cuyo uso prioritario no es hidroeléctrico. En estos casos, el rendimiento global de la planta disminuye considerablemente y los grupos pueden verse sometidos a largos periodos de inactividad, en los que deben permanecer parados por motivos técnicos.

Modificando la velocidad de giro de los grupos es posible adaptarse en mayor medida a las condiciones de operación de la central y mejorar el rendimiento global de la planta. Se reduce además el riesgo de que se produzca cavitación o de que aparezcan fluctuaciones de presión en el tubo de descarga, y pueden ampliarse significativamente los límites de operación de la central.

El funcionamiento con velocidad variable con el generador conectado a una red de frecuencia constante requiere la utilización de sistemas de generación adecuados que incorporan convertidores electrónicos de frecuencia. Existen diferentes esquemas de funcionamiento de un grupo de velocidad variable que dependen fundamentalmente del tipo de máquina y de su capacidad de generación.

Como se dijo en el estado del arte, la generación hidroeléctrica con velocidad variable lleva muchos años siendo objeto de estudio, de hecho, la primera referencia encontrada acerca de este tema es de principios de la década de los ochenta [Gish et al., 1981]. No obstante, si se lleva a cabo un análisis bibliográfico exhaustivo de este tema, se observa que ha sufrido ciertos altibajos a lo largo del tiempo y que, durante un tiempo, ha sido investigado sólo en unos pocos grupos de investigación muy dispersos geográficamente. Uno de los principales factores que han motivado estos altibajos ha sido el coste de los equipos convertidores electrónicos de frecuencia: la solución convencional de conectar un alternador a la red a través de un convertidor c.a.-c.c.-c.a. suponía a principios de la década de los ochenta un coste aproximado del 430% del coste del alternador, mientras que en el caso de la máquina doblemente alimentada, una variación de la velocidad de $\pm 20\%$ con respecto a la velocidad síncrona suponía un coste aproximado del 125% con respecto al coste del alternador.

Tabla 5-1: Coste específico de convertidores de frecuencia. Fuente: ABB.

Modelo	Potencia (MW)	Coste (€)
ACS 5000	10.00	900000
ACS 5000	7.50	850000
ACS 5000	5.00	800000
ACS 1000	4.50	400000
ACS 1000	4.00	350000
ACS 1000	3.15	300000
ACS 1000	2.50	250000
ACS 1000	1.80	200000
ACS 1000	1.00	150000

Afortunadamente, el campo de la electrónica de potencia ha experimentado un gran avance durante los últimos años, lo cual se traduce en un descenso de los costes de estos equipos, alcanzando en la actualidad un coste específico de 90 a 150 €/kW para equipos de entre 10 y 1 MW, respectivamente (ver tabla 5-1). Cabe esperar, por tanto, que el descenso de estos costes suscite nuevamente el interés por esta tecnología.

Por otro lado, durante los últimos años ha habido un interés creciente por el estudio de la llamada energía minihidráulica fomentado, entre otras cosas, por la existencia de una fuerte oposición a la implantación de centrales de mayor tamaño, que requieren la inundación de una amplia extensión de terreno. La velocidad variable puede jugar un papel importante en el desarrollo de nuevas minicentrales hidroeléctricas, especialmente de centrales de bajo salto, en las que generalmente existe una mayor variación relativa del mismo. Como puede verse en [DGET, 2000] la viabilidad técnica de la implantación de esta tecnología en minicentrales hidroeléctricas ha quedado ya demostrada a través de una serie de proyectos llevados a cabo en distintos países europeos y financiados, en algunos casos, por la propia Unión Europea. Asimismo, cabe destacar en este aspecto, y por su ubicación, el proyecto piloto de la central hidroeléctrica de Compuerto, situada en la provincia de Palencia, y en la que en 1994 se puso en funcionamiento un grupo de velocidad variable de 10 MW, con un alternador Varspeed de la casa ABB y una turbina Francis.

Si bien es cierto que se han llevado a cabo numerosos proyectos que demuestran la viabilidad técnica de la implantación de centrales hidroeléctricas de velocidad variable, son muy pocos los casos en los que se han estimado con cierta precisión los beneficios o ventajas que se espera obtener mediante la aplicación de esta tecnología en los aspectos energético, económico y ambiental. Uno de estos estudios fue presentado en [Campos et

Tabla 5-2: Resultados de las simulaciones de [Campos et al., 1996].

Energía diaria (MWh) velocidad fija	Rango de velocidades %	Incremento de energía %	Variación de salto %
---	---------------------------	----------------------------	-------------------------

aprovechable entre los niveles máximo y mínimo de la cámara de carga o del azud. Sin embargo, este modo de funcionamiento da lugar, en general, a efectos ambientales desfavorables aguas abajo de la central. Las minicentrales fluyentes constituyen una de las mayores oportunidades para el desarrollo del sector hidroeléctrico en Europa, no obstante, según [DGRTD, 2006] los conocimientos adquiridos sobre tecnologías de generación apropiadas para este tipo de centrales se encuentran muy dispersos geográficamente. Una de las tareas pendientes del sector, a nivel europeo, es llevar a cabo una acción coordinada para compartir estos conocimientos y beneficiarse así de los progresos alcanzados en los distintos países de la Unión Europea.

En [Fraile-Ardanuy et al., 2006b], se incluyen los resultados obtenidos al simular la operación con velocidad fija y variable de una minicentral fluyente, durante un periodo de 33 años consecutivos, y se estima el incremento de energía que cabe esperar con respecto a la energía generada con velocidad fija, disponiendo en los dos casos de la misma cantidad de agua. Las simulaciones presentadas en la citada referencia se llevaron a cabo suponiendo que el nivel del azud se mantenía constante a lo largo de todo el periodo de explotación, con la ayuda de un mecanismo de control adecuado, y sin tomar en consideración los caudales inferiores al mínimo técnico. El incremento anual medio de energía que se obtuvo en este estudio, con respecto a la energía anual media generada con velocidad fija, fue desde un 6,5 hasta un 13%, para unos valores del

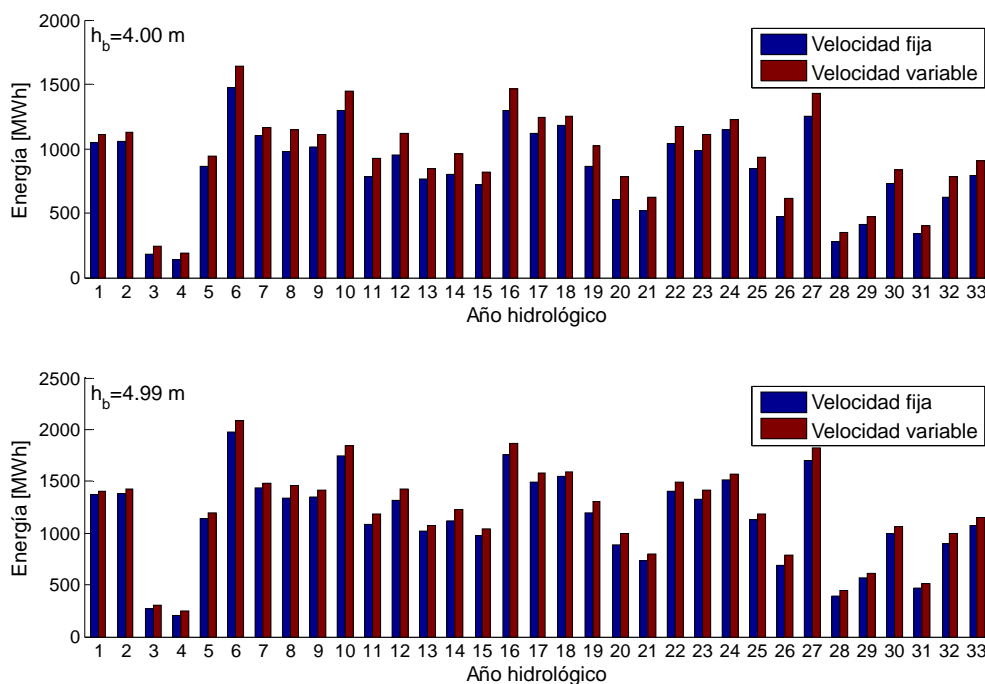


Figura 5-1: Resultados de las simulaciones de [Fraile-Ardanuy et al., 2006b].

salto bruto de 4,99 y 4 metros, respectivamente. Algunos resultados de este estudio pueden verse en la figura 5-1, con un formato diferente al que figura en la publicación.

A partir de los resultados de los dos estudios anteriores (tabla 5-2 y figura 5-1), cabe esperar un aumento significativo de la producción mediante la operación con velocidad variable, con un rango de variación de la velocidad próximo a un $\pm 10\%$ en la mayoría de los casos. Asimismo, aparte de los inherentes beneficios energéticos que cabe esperar mediante la operación con velocidad variable, en [Campos et al., 1996] se han estimado cualitativa y cuantitativamente los beneficios medioambientales que puede aportar esta tecnología. Los resultados de aquel estudio demuestran que a través de la operación con velocidad variable, es posible reducir en algunos casos el área inundada por el embalse, sin que por ello disminuya la energía generada en la central, ocasionando así un impacto ambiental menor.

Además de la posible reducción del área inundada por el embalse, la operación con velocidad variable puede aportar beneficios significativos en relación con otros aspectos ambientales. Es evidente que la implantación de una central hidroeléctrica en el cauce de un río altera el régimen hidrológico natural del mismo, y puede afectar en mayor o menor medida a las condiciones de vida de la fauna y flora fluviales aguas abajo de la zona de descarga. Con objeto de reducir en la medida de lo posible el impacto causado por los diferentes usos o aprovechamientos, las Confederaciones Hidrográficas determinan en sus planes de cuenca el caudal mínimo, llamado caudal ecológico, que debe circular por el río para mantener la vida piscícola y la vegetación de ribera que habitaría en el mismo de forma natural. Este caudal puede variar según la época del año y es de obligado cumplimiento para cualquier uso o aprovechamiento de aguas.

Dado que las centrales hidroeléctricas deben descargar de forma continuada el caudal ecológico impuesto por el organismo de cuenca correspondiente, cabe la posibilidad de aprovechar este caudal para producir energía, instalando uno o varios grupos de menor tamaño, llamados *grupos ecológicos*. Las condiciones de operación de estos grupos son un tanto particulares, ya que deben turbinar un caudal prácticamente constante a lo largo de todo el año, independientemente de cuál sea el nivel de agua del embalse o de la zona de captación. La operación con velocidad variable de este tipo de grupos puede suponer unas ventajas significativas con respecto a la operación convencional con velocidad fija, ya que, según las conclusiones de [Campos et al., 1996] y de [Carvalho e Souza, 1999],

las centrales que pueden beneficiarse en mayor medida de la operación con velocidad variable son aquéllas que están sometidas a una fuerte variación relativa del salto.

Cabe citar por su similitud con el caso de los grupos ecológicos y por su singularidad, el caso de las centrales hidroeléctricas de Brandariz y Touro, situadas en el río Ulla, en la provincia de Pontevedra. La operación de estas centrales es un tanto particular ya que su misión principal es *demodular* los caudales de la central de Portodemouros, es decir, convertir los caudales turbinados en Portodemouros durante las horas punta, en caudales menores uniformemente distribuidos a lo largo de un periodo de tiempo mayor [Enseñat et al, 2005]. Estas centrales, especialmente la central de Touro, deben turbinar un caudal muy uniforme, independientemente de cuál sea el nivel de agua en sus correspondientes embalses. Cabe, por tanto, pensar que en estos casos la velocidad variable puede aportar unas ventajas significativas.

Según la opinión de ciertos expertos, uno de los impactos ambientales que causan hoy en día una mayor preocupación es el vertido de aceite proveniente de los mecanismos de regulación de las turbinas hidráulicas. Cabe citar en este aspecto el caso de la central de Castrelo, situada en el río Miño, en la provincia de Orense, en la que en el año 2004 se sustituyó el servomotor encargado de mover los álabes del distribuidor de una de las dos turbinas Kaplan de la central, debido a que se registraron constantes fugas de aceite, que llegaron a alcanzar una cifra de 4400 kg/año [UNIÓN FENOSA, 2004]. La velocidad variable permite obtener con un rodete de álabes fijos unos rendimientos similares a los de una turbina Kaplan, reduciéndose el coste de adquisición de los equipos y el impacto ocasionado al medio ambiente. El coste del mecanismo de regulación de los álabes de un rodete Kaplan es del orden del 10% del coste total de la turbina [DGET, 2000].

Además de las mencionadas minicentrales fluyentes, existen, afortunadamente, otras oportunidades de desarrollo para el sector hidroeléctrico. En 1999, España contaba con un total de 1024 embalses, con una capacidad total de almacenamiento próximo a los 56000 hm³. El 40% de esta capacidad corresponde a embalses construidos por empresas eléctricas [UNESA, 2003]. Existe, por tanto, un buen número de embalses destinados a otros usos como, por ejemplo, el riego o el abastecimiento. En estos casos, la instalación de uno o varios grupos hidroeléctricos puede ofrecer unos beneficios extraordinarios, con los que ninguna otra fuente de energía puede competir [Bartle, 2002].

Las instalaciones hidroeléctricas asociadas a embalses de otros usos están supeditadas a las dotaciones impuestas por el organismo, empresa, etc., que regule el uso prioritario del embalse. Estas dotaciones son de carácter obligatorio con independencia de cuál sea el nivel del embalse en cada instante, de modo que puede haber periodos de tiempo más o menos largos en los que la central debe permanecer parada, por motivos técnicos. En [Pérez et al., 2008], se simuló la operación con velocidad fija y variable de una central hidroeléctrica asociada a un embalse de regadíos, en diferentes escenarios y durante un periodo de un año. El incremento anual medio de energía estimado en este estudio, con respecto a la energía anual generada con velocidad fija, fue de un 20%, con unos valores mínimo y máximo de 0,67 y 42,42%, respectivamente. Además, el número de semanas que la central permaneció parada por motivos técnicos a lo largo del año, fue mayor con velocidad fija que con velocidad variable en todos los escenarios analizados, excepto en uno de ellos, en el que la central permaneció parada las mismas semanas con velocidad fija y variable. A partir de estos resultados, cabe pensar que la velocidad variable puede aportar ventajas significativas en las instalaciones hidroeléctricas asociadas a embalses cuyo uso prioritario no es producir energía. Algunos resultados de estas simulaciones pueden verse en la tabla 5-3.

Por su particularidad, cabe citar el grupo de velocidad variable que se instaló en 1995 en una red de abastecimiento de agua en la ciudad de Sion, en Suiza, para controlar la presión de suministro y producir energía al mismo tiempo, sustituyendo al control de presión típico, por medio de una válvula [DGET, 2000]. Aunque los resultados de este proyecto fueron peores de lo previsto, es interesante señalar la línea futura de desarrollo, que se propone en las conclusiones del mismo, de instalar grupos de velocidad variable

Tabla 5-3: Resultados de las simulaciones de [Pérez et al., 2008].

Escenarios	Velocidad fija		Velocidad variable		Incremento de energía	
	Energía [MWh]	Semanas «Off»	Energía [MWh]	Semanas «Off»	[MWh]	(%)
I.A	8056	45	9973	43	1917	23.80
I.B	15110	44	21521	40	6410	42.42
I.C	46362	34	53738	30	7376	15.91
II.A	9659	44	11603	42	1944	20.12
II.B	18178	43	24657	39	6480	35.65
II.C	49531	33	57021	29	7489	15.12
III.A	22559	36	22710	36	151	0.67
III.B	30563	39	37301	35	6738	22.05
III.C	62221	29	70108	25	7887	12.68
IV.A	28347	37	34790	33	6444	22.73
IV.B	48809	33	57324	28	8516	17.45
IV.C	81133	23	86446	20	5313	6.55

en redes de abastecimiento en paralelo con las válvulas reductoras de presión. Esta idea podría ser desarrollada en una red de abastecimiento de riego en el estado de Utah, en Estados Unidos, por la empresa SBIW.

Por último, cabe destacar que actualmente muchos emplazamientos de bajo salto que podrían ser aprovechados para la implantación de nuevas centrales hidroeléctricas, son descartados, entre otros motivos, por carecer de rentabilidad suficiente. El incremento de producción que cabe esperar de la operación con velocidad variable puede fomentar las inversiones en este tipo de centrales, las cuales son generalmente inofensivas con el medio ambiente. Debido a la escasa potencia de los grupos de este tipo de instalaciones y a su reducido diámetro, la regulación mediante álabes directrices suele ser demasiado costosa en estos casos, y resulta difícil encontrar fabricantes de turbinas que suministren equipos de esta potencia con este tipo de regulación [DGET, 2000]. En estos casos, la velocidad de la turbina puede intervenir como variable de control y contribuir, según el caso, a regular la potencia, el caudal o el nivel del azud [Bard et al., 2006; Sánchez et al., 2007].

A partir de lo expuesto anteriormente, y coincidiendo con [Campos et al., 1996], cabe pensar que la operación con velocidad variable puede aportar ventajas significativas, especialmente en los aspectos energético y ambiental. No obstante, aunque su viabilidad técnica y su interés energético y ambiental han sido demostrados en varios proyectos y estudios, respectivamente, es importante señalar que no se ha encontrado en la literatura ningún modelo de explotación aplicado a una central de velocidad variable, lo cual ha motivado el interés por la aplicación de los modelos desarrollados en esta tesis en una central este tipo.

5.2.2 Planteamiento del problema

El problema que aquí se plantea es el de encontrar el programa óptimo de explotación de una central hidroeléctrica de velocidad variable, cuyo objetivo principal es, igual que si fuera de velocidad fija, maximizar los ingresos que recibe por vender su energía en un mercado eléctrico liberalizado. Para ello, se pretende aplicar alguno de los modelos de explotación desarrollados en el capítulo anterior para el caso de una central de velocidad fija, a una central de velocidad variable. Por motivos prácticos, se utilizará de aquí en adelante la *central de referencia* del apéndice B, para el caso de uno o dos grupos según el caso.

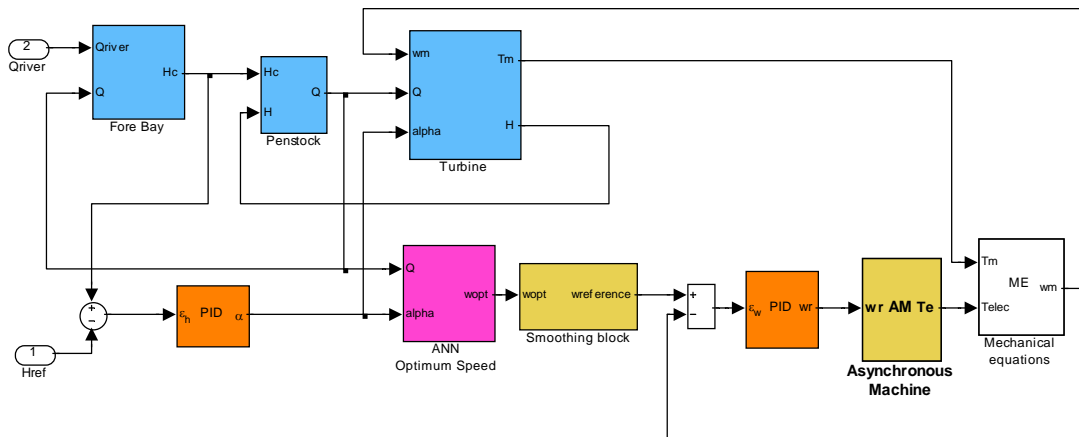


Figura 5-2: Diagrama de bloques de una central fluyente de velocidad variable propuesto en [Fraile-Ardanuy et al., 2006a].

En realidad, la única diferencia que existe con respecto a una central de velocidad fija es que se dispone, en este caso, de una variable de decisión adicional por cada grupo: su velocidad de giro. Es decir, se supone que la central cuenta con uno o varios órganos de regulación que actúan sobre los distintos grupos de la misma, modificando su velocidad de giro para maximizar su rendimiento. No es objeto de esta tesis estudiar el mecanismo de regulación que debe utilizarse a tal efecto.

El sistema de control que debe actuar sobre la velocidad de cada grupo será similar al que se propone en [Fraile-Ardanuy et al., 2006a] para una minicentral fluyente con una turbina Francis acoplada a una máquina asíncrona, que puede funcionar con velocidad variable. El diagrama de bloques del modelo dinámico de esta central puede verse en la figura 5-2. Como se dijo anteriormente, la operación de centrales fluyentes es un tanto particular y suele llevarse a cabo manteniendo constante el nivel de agua en el azud, con la ayuda de un sistema de control adecuado: como puede verse en la figura 5-2, el nivel del azud se mantiene constante en este caso mediante un controlador PID convencional. En la citada referencia, se propone el empleo de una red neuronal artificial entrenada para reproducir el funcionamiento de una función MATLAB[®] que evalúa la velocidad óptima de la turbina, para cada punto de funcionamiento definido por el caudal y la apertura del distribuidor, a partir de la colina de rendimientos. Para evitar variaciones bruscas de velocidad durante posibles transitorios hidráulicos, la respuesta de la red neuronal es suavizada antes de procesar el error de velocidad, sobre el que actúa un segundo controlador PID que proporciona a la máquina asíncrona la consigna de velocidad óptima.

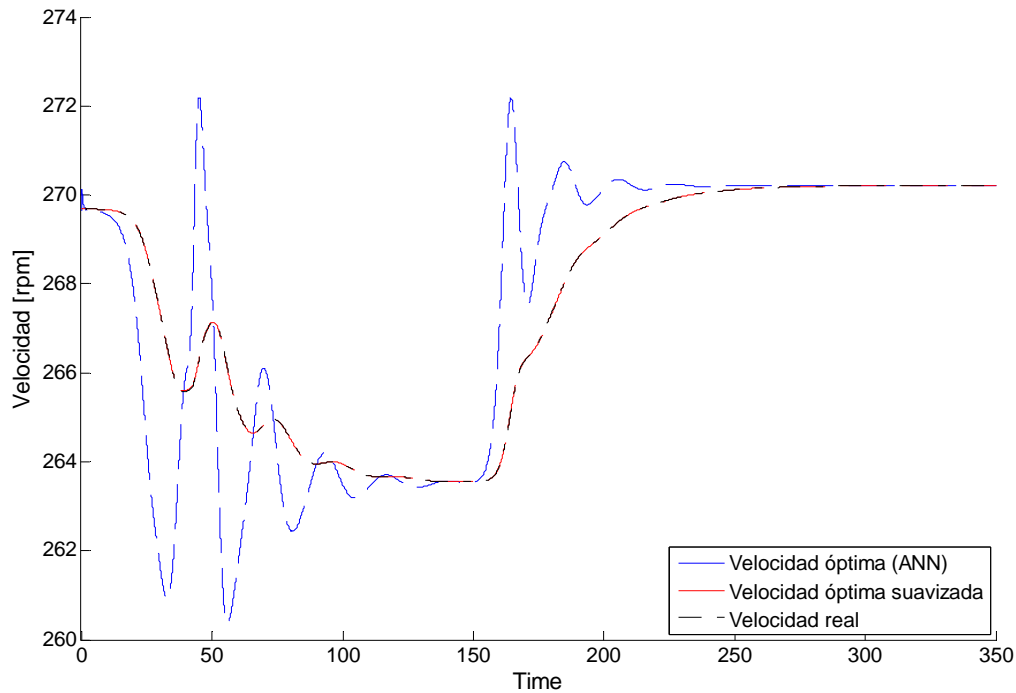


Figura 5-3: Resultados de las simulaciones de [Fraile-Ardanuy et al., 2006a].

En el estudio anterior, se analizó la respuesta dinámica de la central ante variaciones del caudal del río y del nivel de referencia del azud, con objeto de comprobar la validez del sistema de control propuesto. En todos los casos analizados, el sistema de control propuesto logró: por un lado, mantener el nivel del azud en el valor de referencia, ajustando en cada instante la posición del distribuidor; y por otro lado, maximizar el rendimiento de la turbina, ajustando la velocidad de giro de la misma en cuestión de pocos segundos. En la figura 5-3, puede verse cómo varía la velocidad de giro de la turbina ante un descenso suave del nivel de referencia del azud que comienza 20 segundos después del inicio de la simulación y que tiene una duración aproximada de 30 segundos; y ante un aumento suave del caudal que llega al azud que comienza 150 segundos después del inicio de la simulación y que tiene también una duración aproximada de 30 segundos. Como puede verse en esta figura, la velocidad de la turbina se adapta a estos dos cambios en un tiempo aproximado de 150 segundos.

Dado el reducido tiempo de ajuste de la velocidad de giro de la turbina con respecto a la duración de las etapas en las que se divide el periodo de explotación en los modelos descritos en el capítulo anterior, carece de sentido práctico tener en cuenta el transitorio que tiene lugar en la central como consecuencia del ajuste de la velocidad, al aplicar los modelos en una central de velocidad variable. A efectos prácticos, se considerará que el ajuste de la velocidad de los grupos de la central se realiza de forma instantánea. Caben

entonces dos posibilidades para aplicar los modelos del capítulo anterior a una central de velocidad variable:

- a. Considerar la velocidad de cada grupo como una variable de decisión del modelo.
- b. Considerar la velocidad de cada grupo implícita en la característica de generación de la central, al igual que se hizo con el estado (arranque/parada) de los grupos en el caso de velocidad fija.

Por motivos prácticos, se ha optado por considerar la velocidad de giro de cada grupo implícita en la característica de generación. Considerar la velocidad de forma explícita, como una variable de decisión adicional, implica en los modelos de programación lineal entera mixta y no lineal, ajustar una expresión matemática para calcular el rendimiento de cada grupo en función de su velocidad; mientras que, en el *modelo de programación dinámica*, implica tomar la velocidad de cada grupo como variable de estado y obtener tantas características de generación como combinaciones diferentes de las velocidades de los grupos. Por el contrario, considerar la velocidad de cada grupo implícita en la característica de generación de la central, implica únicamente obtener ésta suponiendo que todos los grupos de la central se encuentran siempre girando a su velocidad óptima, la cual, evidentemente, es distinta para cada punto de funcionamiento y para cada grupo.

5.2.3 Influencia de la operación con velocidad variable en la zona de operación de la central

En primer lugar, interesa analizar cómo afecta la variación de la velocidad al funcionamiento de un grupo hidroeléctrico. Para ello, se representan en la figura 5-4 las curvas n_T-q_T de la *central de referencia*, para el caso de un grupo, correspondientes a diferentes valores del volumen y de la velocidad de la turbina (ver apéndice B). Por motivos prácticos, se supone que la máquina eléctrica de velocidad variable a la que está acoplada la turbina se ha dimensionado para una potencia máxima superior a la potencia máxima admisible de la máquina de velocidad fija, prescindiendo así de la restricción correspondiente. Con objeto de ilustrar mejor los beneficios que aporta la operación con velocidad variable, se han representado en la figura 5-4, los límites de operación de la *central de referencia* para el caso de velocidad fija (éstos pueden verse con más detalle en el capítulo 3).

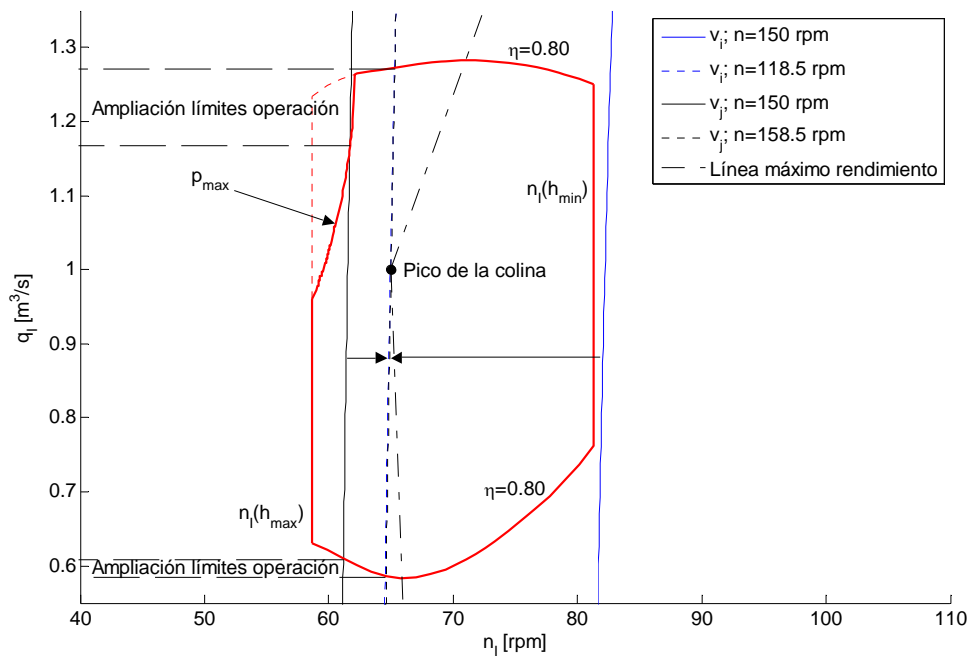


Figura 5-4: Ampliación de la zona de operación con velocidad variable.

Como puede verse en la figura 5-4, las curvas n_r-q_l correspondientes a un determinado valor del volumen se desplazan a la derecha o a la izquierda según aumenta o disminuye la velocidad de giro de la turbina. Cabe destacar que, en esta figura, la velocidad de giro de la turbina se mantiene constante en cada una de las curvas n_r-q_l , independientemente de cuál sea el valor del caudal. Se deduce fácilmente que si se modificase la velocidad de giro de forma acorde con el caudal, estas curvas podrían superponerse a la *línea de máximo rendimiento*, dibujada en la figura anterior. También puede verse en esta figura cómo, para un determinado valor del volumen, puede ampliarse de forma significativa el rango de caudales del grupo, variando convenientemente su velocidad, hasta tal punto que, para ciertos valores del volumen en los que el funcionamiento con velocidad fija no era factible por estar todos los puntos de la curva n_r-q_l correspondiente fuera de la zona de operación, el funcionamiento con velocidad variable, además de ser factible, permite alcanzar los rendimientos de la línea de máximo rendimiento. Debe tenerse en cuenta que las curvas de rendimiento $\eta=0.80$ que delimitan la zona de operación de la turbina con velocidad fija, han sido aproximadas a partir de una serie de puntos tomados de la colina de rendimientos de la figura 3-3, de ahí que su curvatura haya quedado un tanto distorsionada con respecto a las curvas de aquella figura. Asimismo, la línea de máximo rendimiento se ha dibujado quebrada en la figura anterior por motivos prácticos, pero en realidad se trata de una *curva de máximo rendimiento*.

En la figura 5-4, se demuestra que el funcionamiento con velocidad variable permite ampliar la zona de operación de una central hidroeléctrica con embalse regulador en dos aspectos fundamentales: por un lado, aumenta la carrera de embalse aprovechable para producir energía; y, por otro lado, aumenta el rango de caudales turbinables para cada nivel del embalse. Además, modificando convenientemente la velocidad de giro de los grupos de una central hidroeléctrica, pueden obtenerse unos rendimientos próximos a los de la curva de máximo rendimiento de cada grupo, y superiores, generalmente, a los que se obtienen manteniendo la velocidad en su valor de sincronismo. Este incremento del rendimiento supone unas ventajas importantes en varios aspectos. Por un lado, cabe esperar un aumento significativo de la producción de la central, confirmándose así las conclusiones de algunos estudios citados previamente. Por otro lado, el funcionamiento de los grupos en zonas de rendimientos altos reduce el riesgo de que se produzca cavitación y de que aparezcan oscilaciones en el tubo de descarga y fluctuaciones del par en el eje, aumentando así la vida útil de los equipos, y reduciendo los costes de mantenimiento y los periodos de indisponibilidad de la central.

5.2.4 Característica de generación de una central de velocidad variable

Se propone a continuación una metodología para obtener por puntos la característica de generación de una central de velocidad variable con embalse regulador, de la que se suponen conocidos: la relación volumen-altura del embalse; el coeficiente de pérdidas de carga en las conducciones; la ley de variación del nivel en la descarga en función del caudal; y la colina de rendimientos o bien, unas curvas que expresen el rendimiento, en función del caudal y del salto neto, de todos los grupos de la central. En primer lugar, se describe el caso de una central con un único grupo y, en segundo lugar, se describe el caso más general de una central con varios grupos que comparten tubería forzada. Para ilustrar mejor la metodología propuesta se presenta en cada apartado la característica de generación de la *central de referencia*, para los casos de uno y dos grupos de velocidad variable, dotados con turbinas pertenecientes a la serie cuya colina de rendimientos se representa en la figura 3-3.

5.2.4.1 Central con un único grupo

La metodología que se propone para obtener la característica de generación de una central de velocidad variable con un único grupo es similar a la descrita en el apartado

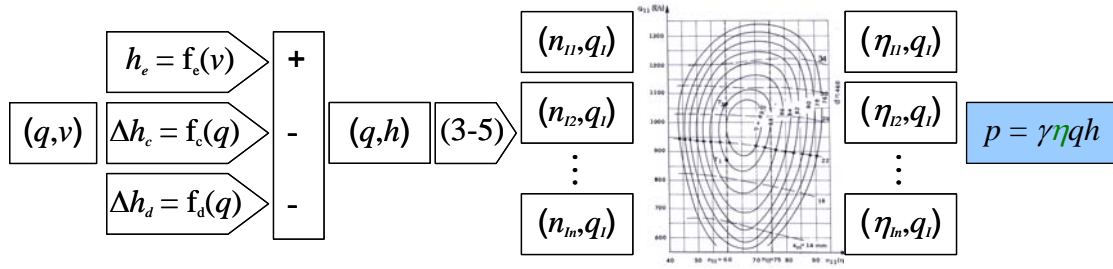


Figura 5-5: Metodología para obtener la característica de generación de una central con un grupo de velocidad variable.

3.2 de esta tesis, para una central de velocidad fija. Se parte, igual que en aquel caso, de un punto de operación definido por el caudal q y el volumen v , y deben llevarse a cabo los siguientes pasos.

Paso 1. Se calcula el salto neto h restando a la altura del embalse h_e las pérdidas de carga en las conducciones Δh_c y la variación del nivel en la zona de descarga Δh_d .

Paso 2. Se calcula el caudal unitario q_i a partir de la ecuación (3-5).

Paso 3. Se define un vector de velocidades unitarias $\vec{n}_i = (n_{i1}, n_{i2}, \dots, n_{in})$, y se interpola el rendimiento de cada punto (n_{i1}, q_i) en la colina de rendimientos, obteniéndose así un vector de rendimientos $\vec{\eta} = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n)$.

Paso 4. Se toma el máximo rendimiento η del vector anterior y se calcula la potencia p que produce la central a partir de (3-4). En caso de que el máximo rendimiento sea inferior al 80%, se descarta el punto de funcionamiento (q, v) por infringir los límites de operación de la central.

Resolviendo estos cuatro pasos para cada pareja de valores caudal-volumen (q, v) , se obtienen los puntos de la característica de generación de la central, estando implícita en cada uno de estos puntos la velocidad de giro óptima del grupo. La metodología descrita en estos cuatro pasos se recoge en la figura 5-5.

Para ilustrar mejor esta metodología, se ha obtenido la característica de generación de la *central de referencia* con un grupo de velocidad variable, que se ha representado en la figura 5-6. Además, con objeto de valorar cuantitativamente la ampliación de la zona de operación que cabe esperar mediante la operación con velocidad variable, se recogen en la tabla 5-4, los límites de operación q_{min} y q_{max} de la *central de referencia* con un grupo de velocidad fija y con un grupo de velocidad variable, para varios valores del volumen del embalse.

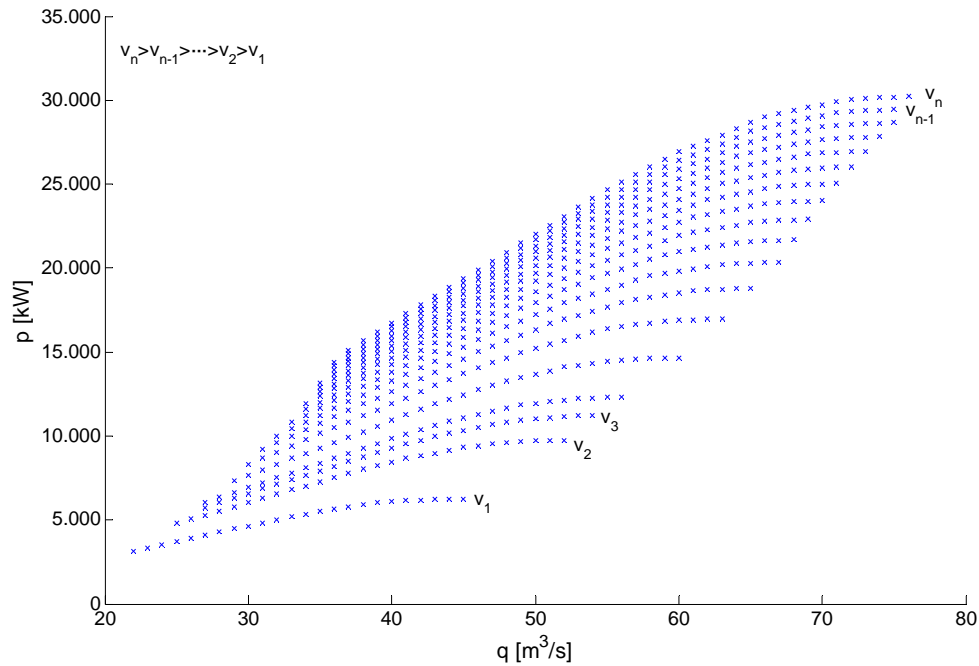


Figura 5-6: Característica de generación de la *central de referencia* con un grupo de velocidad variable.

Se confirma, en la tabla 5-4, la idea comentada anteriormente acerca de la ampliación de la zona de operación de la central, ya que, efectivamente, han aumentado la carrera de embalse aprovechable para producir energía y el rango de caudales turbinables para cada nivel del embalse. Además, comparando las figuras 5-6 y 3-6, se observa que, para un mismo punto de funcionamiento caudal-volumen, la potencia que produce la *central de referencia* con un grupo de velocidad variable es mayor que la que ésta produce con el mismo grupo de velocidad fija.

Tabla 5-4: Límites de operación de la *central de referencia* con velocidad fija y variable (un grupo).

v [hm^3]	h_b [m]	Velocidad fija		Velocidad variable	
		q_{min} [m^3/s]	q_{max} [m^3/s]	q_{min} [m^3/s]	q_{max} [m^3/s]
0.002	18.40	0	0	22	45
0.054	24.63	0	0	25	52
0.106	27.03	0	0	27	54
0.159	28.73	0	0	27	56
0.315	32.25	33	59	29	60
0.530	35.51	32	62	30	63
0.745	37.97	32	65	31	65
0.960	40.00	32	67	32	67
1.175	41.74	33	68	33	68
1.390	43.28	34	69	34	69
1.605	44.67	34	70	34	70
1.820	45.94	35	71	35	71
2.035	47.12	35	71	35	72
2.250	48.21	35	72	35	73
2.465	49.24	36	73	36	74
2.680	50.21	37	73	36	75
2.895	51.13	37	69	36	75
3.110	52.00	38	66	37	76

5.2.4.2 Central con varios grupos

De forma análoga al caso de un grupo, la metodología que se propone para obtener la característica de generación de una central de velocidad variable con varios grupos que comparten tubería forzada, es similar a la descrita en el apartado 3.3 de esta tesis, para una central de velocidad fija de las mismas características. Se parte, igual que en aquel caso, de un punto de operación de la central definido por el caudal q_d y el volumen v , y deben llevarse a cabo los siguientes pasos.

Paso 1. Se calcula el salto neto h restando a la altura del embalse h_e las pérdidas de carga en las conducciones Δh_c y la variación del nivel en la zona de descarga Δh_d .

Paso 2. Se define un vector de caudales $\vec{q} = (q_1^j, q_2^j, \dots, q_m^j)$ para cada grupo j , y se obtiene a partir de (3-5), un vector de caudales unitarios $\vec{q}_l^j = (q_{l1}^j, q_{l2}^j, \dots, q_{lm}^j)$.

Paso 3. Se define un vector de velocidades unitarias $\vec{n}_l = (n_{l1}, n_{l2}, \dots, n_{lm})$ y se llevan a cabo los pasos a y b para cada caudal unitario q_{lk}^j .

- a. Se interpolan los rendimientos $(\eta_{1k}^j, \eta_{2k}^j, \dots, \eta_{nk}^j)$ de los puntos (q_{lk}^j, n_{li}) en la colina de rendimientos.
- b. Se toma el máximo rendimiento η_k^j del vector $(\eta_{1k}^j, \eta_{2k}^j, \dots, \eta_{nk}^j)$ y se comprueba si es superior o igual al 80%. En caso de serlo, el caudal q_k^j pasa a formar parte del vector de caudales turbinables \vec{q}_t^j . En caso contrario, el caudal q_k^j es descartado por infringir los límites de operación del grupo.

Paso 4. Los caudales mínimo y máximo de los vectores \vec{q}_t^j son, respectivamente, los límites de operación q_{\min}^j y q_{\max}^j de cada grupo j . Si en algún grupo j , ninguno de los rendimientos η_k^j es superior o igual al 80%, dicho grupo queda descartado. Se define así el conjunto de grupos disponibles ND para el punto de operación (q_d, v) como:

$$ND \equiv \{j \in N / \vec{q}_t^j \neq \emptyset\}$$

Paso 5. Se define la región factible del problema de programación dinámica que debe resolverse en el siguiente paso, siguiendo literalmente las indicaciones del *paso 3* de la metodología propuesta para obtener la característica de generación de una central de velocidad fija con varios grupos (ver apartado 3.3).

Paso 6. Se calcula, aplicando el principio de óptimo, la máxima potencia que pueden generar los grupos seleccionados, siguiendo las indicaciones del *paso 4* del apartado

3.3, salvo en lo que se refiere al cálculo del rendimiento $\eta(u_j)$, que se calcula en este caso siguiendo los pasos i a iii.

- i. Se calcula el caudal unitario q_l sustituyendo u_j y h en la ecuación (3-5).
- ii. Se define un vector de velocidades unitarias $\vec{n}_l = (n_{l1}, n_{l2}, \dots, n_{ln})$, y se interpola el rendimiento de los puntos (n_{li}, q_{li}) en la colina de rendimientos, obteniéndose así un vector de rendimientos $\vec{\eta} = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n)$.
- iii. El máximo rendimiento del vector anterior es el rendimiento $\eta(u_j)$.

Por último, se «reconstruye» la trayectoria óptima del problema y se obtiene el punto de funcionamiento de todos los grupos.

Resolviendo estos seis pasos para cada pareja de valores caudal-volumen (q_d, v) , se obtienen los puntos de la característica de generación de la central, estando implícitos en cada uno de estos puntos la velocidad y el estado óptimos (arranque/parada) de cada grupo.

Para ilustrar mejor esta metodología, se ha obtenido la característica de generación de la *central de referencia* con dos grupos de velocidad variable y se ha representado en la figura 5-7. Asimismo, y de forma análoga al caso de un grupo, se recogen en la tabla 5-5, los límites de operación de la *central de referencia* con dos grupos de velocidad fija y con dos grupos de velocidad variable, para distintos valores del volumen del embalse.

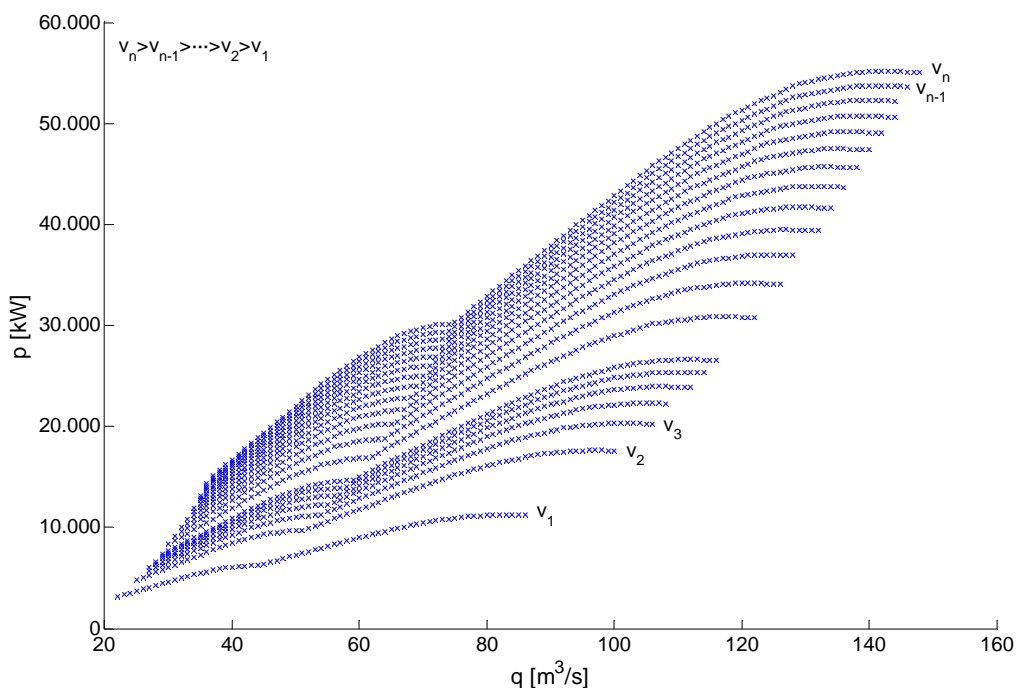


Figura 5-7: Característica de generación de la *central de referencia* con dos grupos de velocidad variable.

Tabla 5-5: Límites de operación de la *central de referencia* con velocidad fija y variable (dos grupos).

v [hm ³]	h _b [m]	Velocidad fija		Velocidad variable	
		q _{min} [m ³ /s]	q _{max} [m ³ /s]	q _{min} [m ³ /s]	q _{max} [m ³ /s]
0.002	18.40	0	0	22	86
0.054	24.63	0	0	25	100
0.106	27.03	0	0	27	106
0.159	28.73	0	0	27	108
0.315	32.25	33	113	29	116
0.530	35.51	32	120	30	122
0.745	37.97	32	124	31	126
0.960	40.00	32	128	32	128
1.175	41.74	33	132	33	132
1.390	43.28	34	134	34	134
1.605	44.67	34	136	34	136
1.820	45.94	35	138	35	138
2.035	47.12	35	139	35	140
2.250	48.21	35	140	35	142
2.465	49.24	36	142	36	144
2.680	50.21	37	142	36	144
2.895	51.13	37	144	36	146
3.110	52.00	38	145	37	148

Como puede verse en la tabla 5-5, se confirma de nuevo la idea comentada acerca de la ampliación de la zona o el rango de funcionamiento de la central, ya que, como cabía esperar, han aumentado la carrera de embalse aprovechable para producir energía y el rango de caudales turbinables para cada nivel del embalse. Además, si se comparan las figuras 5-7 y 4-1, se observa fácilmente que, para un mismo punto de funcionamiento caudal-volumen, la potencia que produce la *central de referencia* con dos grupos de velocidad variable es mayor que la que produce con los mismos grupos de velocidad fija.

Al igual que sucede en el caso anterior, el aumento del rango de caudales turbinables para cada nivel del embalse es un tanto modesto, salvo en los niveles más bajos, en los que el funcionamiento con velocidad fija no es factible. Esto se debe fundamentalmente al tipo de turbina que se ha utilizado en la *central de referencia*. Como puede verse en la figura 3-3, la proyección sobre el plano n_r-q_l de la *línea de máxima inclinación* de la colina de rendimientos de esta turbina es prácticamente paralela al eje q_l . Cabe esperar por tanto que, con una turbina hélice de álabes fijos de mayor velocidad específica y en la que la proyección sobre el plano n_r-q_l de la línea de máxima inclinación está inclinada con respecto a los dos ejes, se obtengan unos resultados más apreciables en este sentido. En la figura 5-8, puede verse la colina de rendimientos de una turbina Kaplan para una

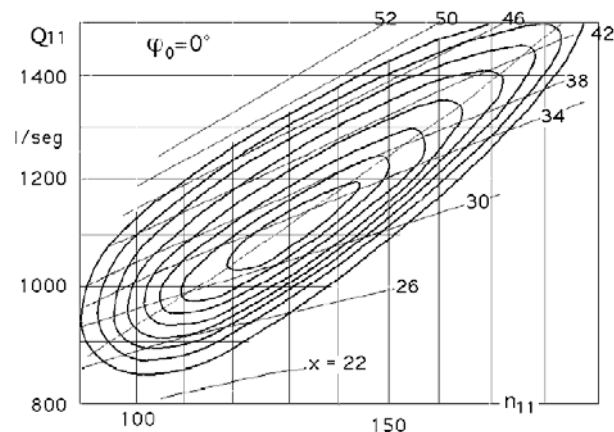


Figura 5-8: Colina de rendimientos de una turbina Kaplan para una posición fija de los álabes del rodete. Tomada de [Fernández-Díez, 2002].

posición fija de los álabes del rodete $\varphi_0 = 0^\circ$, que puede considerarse equivalente a una turbina hélice de álabes fijos. La elección de la turbina Francis utilizada en esta tesis ha estado motivada por las características de la *central de referencia*: el salto y el caudal de diseño se adaptan mejor al rango de funcionamiento de una turbina Francis.

Por otro lado, cabe destacar que, a diferencia del caso de velocidad fija (figuras 3-10 a 3-12), todos los puntos de la característica de generación de la *central de referencia* con dos grupos de velocidad variable cumplen la restricción de rendimiento mínimo, confirmándose así la idea, comentada anteriormente, de que la operación con velocidad variable reduce el riesgo de que se produzcan fenómenos perjudiciales para los equipos, a saber: cavitación, oscilaciones en el tubo de descarga y fluctuaciones del par en el eje.

Por último, cabe señalar que esta metodología ha sido implementada en un programa MATLAB[®], con el que se han obtenido los puntos de la característica de generación de la figura 5-7. El código de este programa se recoge en el apartado A.3 del apéndice A.

5.2.5 Aplicación de los modelos de explotación desarrollados

Se describen a continuación los pasos a seguir para aplicar los modelos descritos en el capítulo anterior a la *central de referencia* con dos grupos de velocidad variable, de la que se han obtenido previamente los puntos de la característica de generación a partir de la metodología descrita en el apartado anterior.

En realidad, el hecho de que los grupos de la central sean de velocidad fija o variable, sólo afecta a la forma en que se obtienen los puntos de la característica de generación. Una vez que se han obtenido estos puntos, a partir de una u otra metodología, según el

número de grupos de velocidad fija o variable, las aproximaciones de la característica de generación que deben realizarse en los modelos de programación lineal entera mixta y no lineal y la discretización de la región factible que debe llevarse a cabo en el modelo de programación dinámica son idénticas en ambos casos.

a. *Modelo de programación lineal entera mixta.*

Debe aproximarse cada curva característica de generación potencia-caudal por cuatro tramos lineales siguiendo las indicaciones del apartado 4.2.2. Una vez que se obtienen las pendientes y las longitudes de todos los tramos de aproximación, la aplicación del modelo es inmediata e idéntica al caso de una central de velocidad fija.

b. *Modelo de programación no lineal.*

Debe aproximarse cada curva característica de generación potencia-caudal por cinco tramos lineales siguiendo las indicaciones del apartado 4.3.2. Una vez que se obtienen las pendientes y las longitudes de todos los tramos de aproximación, deben obtenerse dos grupos de cinco polinomios de ajuste, que expresen la pendiente y la longitud de cada tramo en función del volumen. Una vez que se han obtenido estos polinomios, la aplicación del modelo es inmediata e idéntica al caso de una central de velocidad fija.

c. *Modelo de programación dinámica*

Debe discretizarse la región factible del problema como se indica en el apartado 4.4.2. Una vez que se ha obtenido la región factible, su aplicación es inmediata e idéntica al caso de una central de velocidad fija.

5.2.6 Resultados y conclusiones

Por motivos que se expondrán más adelante, se ha optado por utilizar solamente los modelos de programación lineal entera mixta y de programación dinámica para obtener el programa de explotación de la *central de referencia* con dos grupos de velocidad variable bajo distintas condiciones de operación. El comportamiento de estos modelos ha resultado ser independiente del hecho de que se trate de una central de velocidad fija o variable como, por otro lado, cabía esperar, ya que, al considerar la velocidad de cada grupo implícita en la característica de generación, el planteamiento matemático de los modelos es completamente idéntico en los dos casos. Por lo tanto, las conclusiones comentadas en el capítulo anterior acerca del comportamiento de estos dos modelos son igualmente válidas para el caso de una central velocidad variable.

En el apéndice E, se recogen los datos y los resultados de varios casos en que se han aplicado estos modelos a la *central de referencia* con dos grupos de velocidad variable. No obstante, se incluyen en los apartados 5.2.6.1 y 5.2.6.3 los resultados obtenidos con esta central en el caso i.2, con objeto de facilitar la exposición de las conclusiones.

5.2.6.1 Modelo de programación lineal entera mixta

En la tabla 5-6 y en la figura 5-9, se recogen los resultados obtenidos en el caso i.2 con el *modelo de programación lineal entera mixta*. Comparando los resultados de esta tabla con los de la tabla 4-1, se observa que los ingresos que espera recibir la central de velocidad variable por la venta de energía en el mercado, son mayores en todas las iteraciones. Analizando con detalle estos resultados, se observa que el incremento de los ingresos viene dado exclusivamente por el aumento del rendimiento global de la planta, que tiene lugar al permitir que los grupos giren a su velocidad óptima, ya que ninguno de los puntos de funcionamiento de los programas de explotación se encuentra fuera de la zona de operación de la central de velocidad fija. Esto puede comprobarse fácilmente entrando con el volumen y el caudal de cada punto de funcionamiento en la tabla 5-5.

Tabla 5-6: Resultados caso i.2. Modelo de Plem. Velocidad variable.

Primera iteración		Iteración máxima función objetivo		Iteración máximos ingresos		Iteración convergencia	
B (€)	I (€)	B (€)	I (€)	B (€)	I (€)	B (€)	I (€)
27841	27250	28059	27109	27841	27250	26889	26978

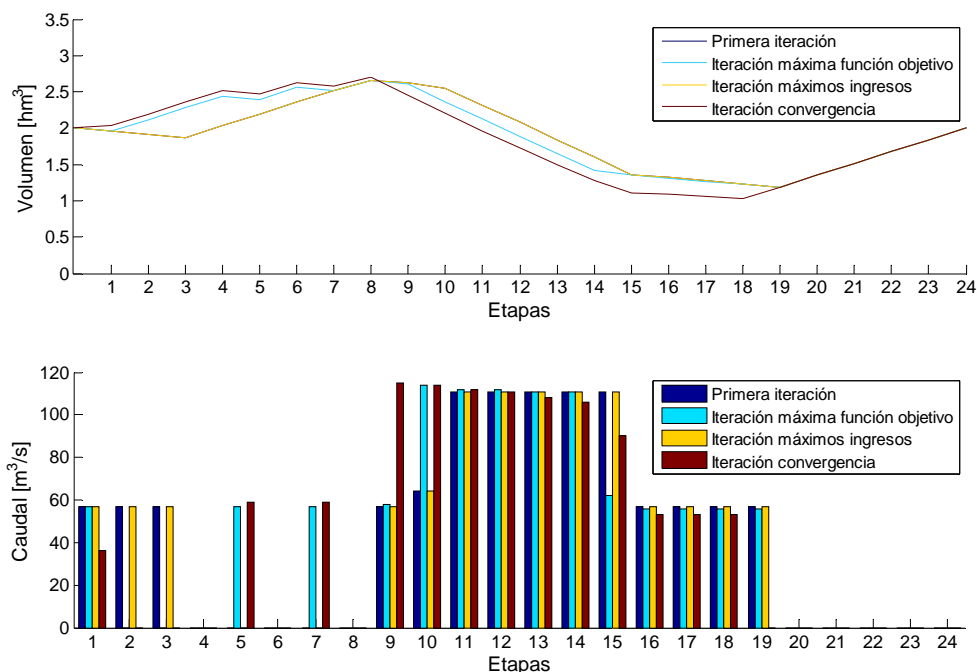


Figura 5-9: Resultados caso i.2. Modelo de Plem. Velocidad variable.

Conviene señalar que se han dado varios casos en los que se han obtenido unos ingresos menores con la central de velocidad variable. Este comportamiento resulta paradójico en principio si se tiene en cuenta que, según se ha visto en el apartado 5.2.4.2, para cada punto caudal-volumen la potencia que produce la *central de referencia* con dos grupos de velocidad variable es mayor que la que produce con los mismos grupos de velocidad fija y que la aproximación de las respectivas características de generación se ha llevado a cabo de forma idéntica. Pero hay que tener en cuenta que, a partir de los resultados de la primera iteración, el modelo calcula en cada etapa el volumen real que alcanza el embalse y estima, a partir de las curvas potencia-caudal correspondientes, la potencia real y los ingresos; como consecuencia, no puede saberse a priori si éstos últimos serán mayores o menores con velocidad fija o variable.

En las iteraciones restantes, el modelo lleva a cabo la búsqueda de la solución óptima partiendo de una serie de curvas características, que dependen del volumen que alcanza el embalse al final de la iteración anterior, dejando de ser evidente que, para un mismo caudal, las curvas potencia-caudal de la central de velocidad variable den una potencia mayor que las de la central de velocidad fija. Por consiguiente, el hecho de que los ingresos que, según este modelo, espera recibir la central de velocidad variable por vender su energía sean menores, en algunos casos, que los de la central de velocidad fija, no es en absoluto incongruente con el funcionamiento del modelo. Además, comparando los resultados de los casos D a G (ver apéndice E), se observa que en la primera iteración el valor de la función objetivo de la central de velocidad variable es mayor, en todos los casos, que el valor de la función objetivo de la central de velocidad fija, lo cual pone de manifiesto la coherencia del modelo.

Como conclusión puede decirse que el *modelo de programación lineal entera mixta* no resulta apropiado para valorar cuantitativamente los beneficios que la velocidad variable puede aportar en una determinada central. El motivo fundamental radica en que el *volumen embalsado* influye notablemente en el valor del coeficiente energético de la planta. No obstante, desde un punto de vista práctico, los resultados de este modelo constituyen una muy útil e interesante base de datos de programas factibles de explotación, cada uno con su correspondiente estimación de los ingresos que espera recibir la central por la venta de energía.

5.2.6.2 Modelo de programación no lineal

Al tratar de aplicar este modelo se ha detectado una menor precisión del ajuste de los polinomios que definen la característica de generación de la central de velocidad variable. Ello es debido principalmente a la menor curvatura de las curvas potencia-caudal correspondientes a los niveles más bajos del embalse, como se observa en las figuras 5-6 y 5-7. Se ha verificado que la precisión del ajuste mejora sustancialmente si se llevan a cabo dos ajustes distintos según la zona del embalse, es decir, si se obtienen dos grupos de cinco polinomios para la zona superior, y otros dos grupos de cinco polinomios para la zona inferior. El nivel del embalse que delimita estas dos zonas puede escogerse de varias maneras: bien minimizando la suma de los errores de ajuste de las dos zonas; bien dándole prioridad a una de las dos zonas, en la que se espera que se encuentre con mayor frecuencia el nivel del embalse, etc. Sin embargo, el *modelo de programación no lineal* no resulta adecuado para estos casos, ya que los algoritmos de resolución de problemas de programación no lineal de GAMS no son capaces de manejar regiones de búsqueda discontinuas, como la que se tendría si se le impusiera a la restricción (4-20) una condición para tomar unos u otros coeficientes en función del volumen actual del embalse.

La aplicación del *modelo de programación no lineal* está por tanto condicionada por la precisión que pueda lograrse en cada caso con un ajuste único de los polinomios que

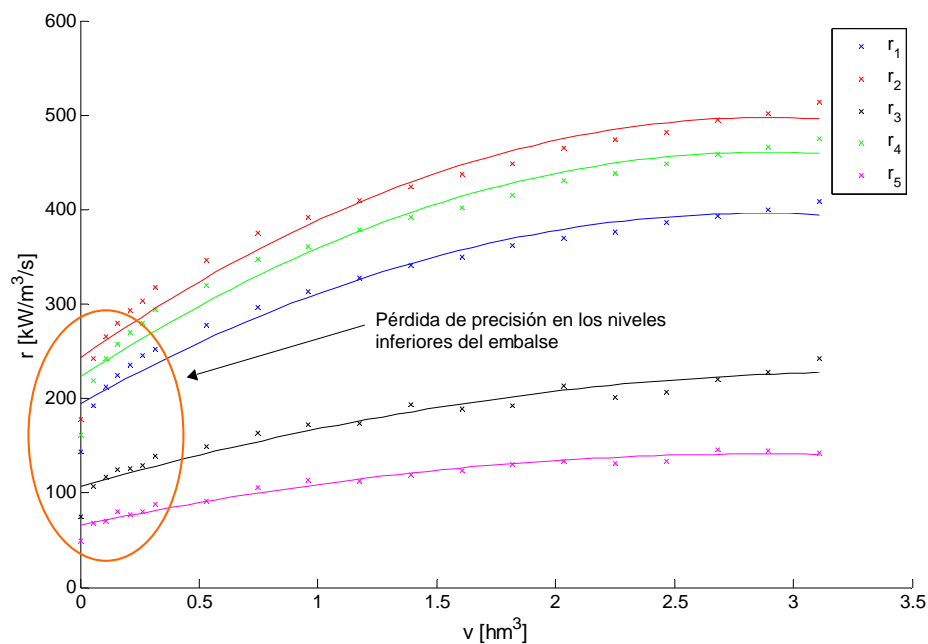


Figura 5-10: Polinomios de ajuste de las pendientes de los tramos de aproximación de la característica de generación de la *central de referencia* con dos grupos de velocidad variable.

definen la característica de generación de la central, debiendo estudiarse en cada caso concreto. No se ha considerado interesante la aplicación de este modelo a la *central de referencia* por la menor precisión que se obtiene en este caso con los citados polinomios (ver figura 5-10).

5.2.6.3 Modelo de programación dinámica

En la figura 5-11, se recogen los resultados obtenidos en el caso i.2 con el *modelo de programación dinámica*, con unos *intervalos de discretización* de 0.009 y 0.0045 hm³. Comparando estos resultados con los de la figura 4-20, se observa que los ingresos que espera recibir la central de velocidad variable por la venta de energía son mayores con ambos *intervalos de discretización*. Al igual que en el caso anterior, este incremento de los ingresos viene dado exclusivamente por el aumento del rendimiento global de la planta, que tiene lugar al permitir que los grupos giren a su velocidad óptima, ya que ninguno de los puntos de funcionamiento de los programas de explotación se encuentra fuera de la zona de operación de la central de velocidad fija. Esto puede comprobarse fácilmente entrando con el volumen y el caudal de cada punto de funcionamiento en la tabla 5-5.

Cabe destacar de este modelo que, en todos los casos en los que se han comparado los resultados con velocidad fija y variable, se han obtenido unos ingresos superiores con la

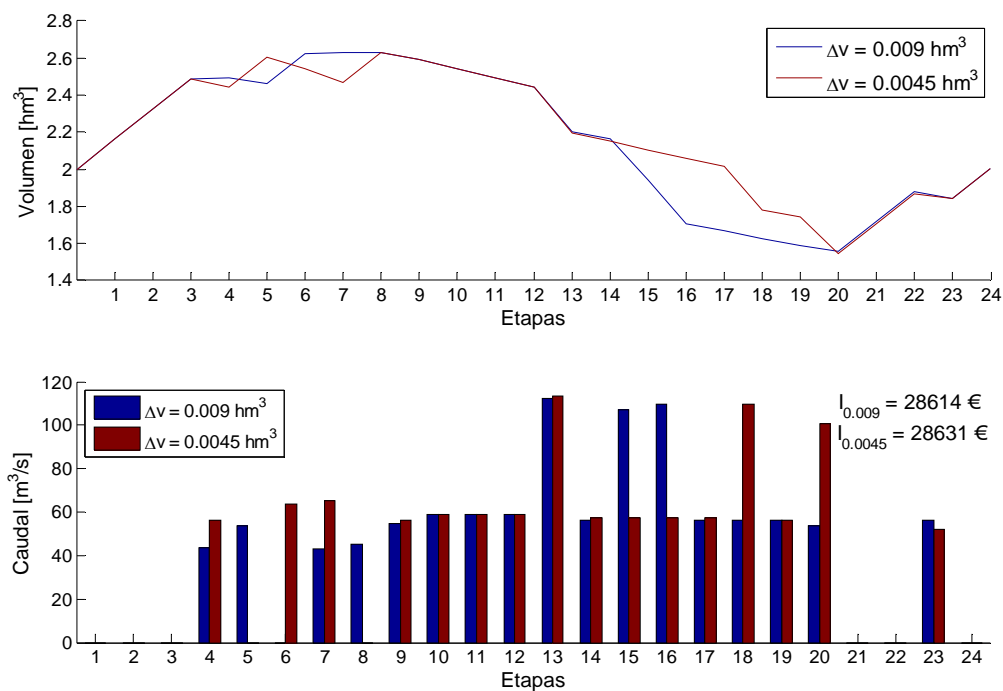


Figura 5-11: Resultados caso i.2. Modelo de Pd. Velocidad variable.

central de velocidad variable. El incremento diario medio de ingresos que cabe esperar, con respecto a los ingresos obtenidos con la central de velocidad fija, es de un 0,86%, con unos valores mínimo y máximo de 0,35 y 2,08%, obtenidos respectivamente en los casos i.2 y D (apéndice E). Si bien es cierto que el máximo incremento porcentual de los ingresos se ha obtenido en el caso D, en el que las condiciones de operación pueden considerarse extremas, no puede asegurarse que el incremento de los ingresos vaya a ser más significativo en estos casos. De hecho, en el caso F, en el que las condiciones de operación pueden considerarse más extremas que en el caso G, el incremento porcentual de los ingresos es menor que en este último caso.

Esto se debe, entre otras cosas, a que el modelo tiene capacidad de gestión, es decir, puede distribuir el agua de la mejor forma posible entre todas las etapas del periodo de explotación y, de forma implícita, entre todos los grupos de la central. De este modo, aunque las condiciones de operación de la central puedan ser en principio más o menos extremas, el modelo dispone de la capacidad de gestión suficiente para adaptarse a estas condiciones y permitir que la central funcione siempre en zonas de elevado rendimiento. De forma análoga al caso i.2, si se analizan con detalle los resultados de los casos D a G obtenidos con este modelo, se observa que sólo uno de los puntos de funcionamiento (caso E) de los programas de explotación se encuentra fuera de la zona de operación de la central de velocidad fija, de modo que puede afirmarse que los incrementos de ingresos obtenidos en todos estos casos vienen dados principalmente por el aumento del rendimiento global de la planta que tiene lugar al permitir que los grupos giren en cada etapa a su velocidad óptima. En centrales asociadas a embalses de mayor capacidad de regulación, puede darse el caso de que, por motivos climáticos, entre otros, el nivel del embalse se encuentre durante varios días o semanas por debajo del nivel mínimo de explotación, no siendo posible producir energía a la velocidad de sincronismo. En estos casos, es razonable esperar un incremento global de los ingresos más acusado, debido al aumento de la carrera de embalse aprovechable para producir energía que tiene lugar al permitir que los grupos de la central giren siempre a su velocidad óptima.

En general, las centrales hidroeléctricas asociadas a embalses cuyo uso prioritario es la producción de energía disponen de cierta capacidad de gestión. A diferencia de éstas, las centrales hidroeléctricas asociadas a embalses de otros usos, no tienen generalmente capacidad de gestión alguna, ya que están supeditadas a las dotaciones impuestas por el

organismo, empresa, etc., que regula el uso prioritario del embalse. Como puede verse en [Pérez et al., 2008], cabe esperar, en este tipo de centrales, un notable incremento de energía mediante la operación con velocidad variable, que probablemente se traduzca en un incremento de los ingresos más significativo.

Como se dijo anteriormente, la elección de la turbina Francis utilizada en esta tesis ha estado motivada por las características de la *central de referencia*: el salto y el caudal de diseño de los grupos de esta central se adaptan mejor al rango de funcionamiento de una turbina Francis. No obstante, en centrales de saltos más bajos, equipadas con turbinas de tipo hélice, cabe esperar que, como consecuencia de la mayor ampliación de la zona de operación de la central, la diferencia de los resultados que se obtienen con velocidad fija y variable sea más significativa, aunque la central, y por tanto su modelo, dispongan de cierta capacidad de gestión.

En cualquier caso, cabe destacar que un incremento diario del 0,86% puede suponer a lo largo del periodo de vida útil de una central unos ingresos adicionales considerables. No obstante, no está entre los objetivos de esta tesis valorar la viabilidad económica de centrales de velocidad variable, sino estudiar la aplicación de modelos de explotación a corto plazo a este tipo de centrales. Para estudiar la viabilidad económica de este tipo de centrales, debe llevarse a cabo a cabo un estudio a más largo plazo y debe compararse el coste de los convertidores electrónicos de frecuencia, necesarios para entregar la energía a la red de frecuencia constante, con los ingresos adicionales que cabe esperar mediante la operación de la central con velocidad variable, teniendo en cuenta el correspondiente periodo de amortización de estos equipos. Estos ingresos pueden estimarse con la ayuda de modelos de explotación a medio o largo plazo.

Por último, cabe señalar que, a diferencia del *modelo de programación lineal entera mixta* y del *modelo de programación no lineal*, el *modelo de programación dinámica* sí se considera en general apropiado para valorar cuantitativamente los beneficios que la operación con velocidad variable puede aportar en una determinada central. Además, como puede verse en el siguiente apartado, puede ampliarse sin dificultad su alcance temporal a una semana, sin más que aumentar el número de etapas, y utilizarse para estimar la rentabilidad de la inversión en estudios de viabilidad económica de centrales hidroeléctricas.

5.3 Rentabilidad de la inversión

5.3.1 Introducción

Los criterios o indicadores tradicionales que se utilizan para valorar la rentabilidad de una determinada inversión son el valor actual neto (VAN) y la tasa interna de retorno (TIR).

El valor actual neto de una inversión se define como el beneficio total neto, que se espera obtener a lo largo de un determinado periodo de tiempo, actualizado al momento presente. Éste se obtiene como la suma de todos los flujos de caja (*cash-flow*) anuales, actualizados al momento presente, menos el capital inicial invertido (5-1). Para que una inversión se considere rentable, su valor actual neto debe ser positivo.

$$VAN = -A + \sum_{t=1}^n \frac{FC_t}{(1+k)^t} \quad (5-1)$$

La tasa interna de retorno de una inversión se define como el máximo tipo de interés que anula el valor actual neto, es decir, como la tasa de interés que el proyecto es capaz de proporcionar. De modo que, si esta tasa de interés es superior a la tasa de interés a la que el proyecto puede obtener fondos, la inversión se considerará rentable. Esta tasa de interés k se calcula resolviendo (5-2):

$$-A + \sum_{t=1}^n \frac{FC_t}{(1+k)^t} = 0 \quad (5-2)$$

Para calcular el valor actual neto y la tasa interna de retorno de una inversión de un capital inicial A , es necesario calcular los flujos de caja anuales FC_t , que vienen dados por la diferencia entre los ingresos y los gastos que se estima que producirá el proyecto en el que se ha invertido dicho capital inicial A . Los ingresos anuales que producirá una central hidroeléctrica se calculan normalmente a partir de una estimación de la producción anual de la central.

Además del valor actual neto y de la tasa interna de retorno, es frecuente calcular el coste del kWh de energía producible, también llamado *índice de energía*, para valorar la rentabilidad de una central hidroeléctrica. Éste se calcula dividiendo la energía media anual producible, entre la suma de los gastos anuales de amortización, mantenimiento, explotación, impuestos, etc.

Como se dijo en el capítulo 2, la mayoría de los estudios de rentabilidad de centrales hidroeléctricas que se han consultado, tanto en la bibliografía, como en varios proyectos y anteproyectos se basan en ciertas simplificaciones, con las cuales la energía y los ingresos anuales que en el futuro producirá la central, no se evalúan con precisión.

En particular, no suele tenerse en cuenta a la hora de estimar los ingresos anuales, la variación horaria del precio de venta de la energía, sino que generalmente se considera un precio anual constante al que, de año en año, se le aplica la correspondiente *tasa de inflación* [Maroto, 1993].

En [Maroto y Lobera, 1988], se analiza la rentabilidad de una minicentral fluyente, comparando el índice de energía con el precio medio de venta de la energía, según la tarifa eléctrica entonces vigente. La energía media anual producible se calcula a su vez considerando un valor constante del salto neto. Al tratarse de una minicentral fluyente, este planteamiento puede ser correcto, ya que, como se vio anteriormente, la operación de este tipo de centrales suele llevarse a cabo manteniendo constante el nivel de agua en el azud de captación [Jiménez and Chaudhry, 1992; Sarasúa et al., 2006]. Sin embargo, en centrales asociadas a un embalse regulador, este planteamiento no es suficientemente preciso, ya que, en general, el nivel del embalse variará en mayor o menor medida en función del programa de explotación de la central.

En [Maroto et al., 1988] se analiza la rentabilidad de una minicentral de *pie de presa* asociada a un embalse de regadío con variaciones de nivel que pueden ser significativas a lo largo del año. El programa de explotación o desembalses de esta central viene dado por las dotaciones de riego que impone la Confederación Hidrográfica del Guadalquivir con el fin de atender los regadíos del Canal del Cacán. Por consiguiente, si se conocen las dotaciones impuestas por la Confederación y una previsión de las aportaciones que llegan al embalse, puede calcularse fácilmente la trayectoria que sigue el embalse y, con ello, la energía media anual producible. No obstante, cabe destacar que ni en éste, ni en ningún otro proyecto consultado, se ha tenido en cuenta la variación del rendimiento de los grupos de la central, en función del caudal y del salto neto, para calcular la energía media anual producible.

A diferencia del caso anterior, en el que el programa de explotación de la central viene dado por las dotaciones impuestas por el organismo, empresa, etc., que regula el uso prioritario del embalse, cuando la central se encuentra asociada a un embalse de uso

prioritario hidroeléctrico, la empresa que está a cargo de la gestión de la central es la que define el programa de explotación. En los casos en los que el embalse asociado a la central tenga una capacidad de regulación mensual o superior, suelen llevarse a cabo estudios de regulación, similares a los que se presentan en [Ilyinykh, 1985], para definir un programa de explotación a partir del cual se estima la energía anual producible.

Por otro lado, en los casos en los que la capacidad de regulación del embalse asociado a la central es semanal o menor, se suele tomar un valor constante del volumen, o del salto, más o menos acertado, o bien definir un programa de explotación mediante algún procedimiento heurístico, como puede verse en [Maroto, 1997]. En este proyecto se estima, entre otras cosas, la energía anual producible en una minicentral hidroeléctrica asociada a un embalse cuya capacidad de regulación es inferior a un día. Para ello, se define un programa de explotación, semejante al de una central fluyente, que consiste en mantener el nivel del embalse por encima de un nivel de referencia, siempre que sea posible, o entre dos niveles de «alarma», cuando esto no lo sea, salvo en las cuatro horas punta de cada día, en las que, con objeto de maximizar los ingresos, se pone la máquina a plena carga. Una vez que se ha calculado la energía anual producible en la central según este programa de explotación, el índice de energía, el valor actual neto y la tasa interna de retorno pueden calcularse de forma más o menos inmediata. Cabe destacar que, entre todos los proyectos consultados, éste es el único en el que se tiene en cuenta la variación horaria del precio de la energía para definir un programa de explotación a partir del que poder estimar la energía anual producible y los ingresos de la central.

A partir de lo expuesto anteriormente, puede decirse que la mayoría de los estudios de rentabilidad de centrales hidroeléctricas están basados en ciertas simplificaciones en lo que respecta al cálculo de la energía y de los ingresos anuales. Estas simplificaciones se refieren fundamentalmente a los siguientes aspectos:

- a. Salvo en [Voros et al., 2000], en el resto de las referencias consultadas, se toma un valor constante del rendimiento de la central para calcular la energía generada, sin tener en cuenta que éste puede variar en función de las condiciones de operación y del número de grupos que están en funcionamiento.
- b. Salvo en [Maroto, 1997], en el resto de las referencias consultadas, no se tiene en cuenta la variación horaria del precio de la energía para calcular los ingresos de la

central sino que, generalmente, se toma un precio anual constante que se actualiza, en algunos casos, a través de la tasa de inflación correspondiente.

- c. Por último, cabe destacar que, salvo en [Maroto, 1997], en ninguno de los estudios de rentabilidad consultados se tiene en cuenta la capacidad de gestión de la central para maximizar sus ingresos. Por regla general, la energía y los ingresos anuales se calculan a partir de un programa de explotación que viene dado, bien por las propias características de la central, o bien por un estudio de regulación. No obstante, cabe recordar que el procedimiento utilizado en el proyecto citado para definir el programa «óptimo» de explotación es un procedimiento heurístico, y que no se ha encontrado en las referencias consultadas ningún estudio de rentabilidad que se apoye en procedimientos analíticos de optimización para obtener la energía y los ingresos anuales.

Se propone a continuación una metodología para utilizar los modelos de explotación descritos en el capítulo anterior, como herramienta de apoyo para calcular los ingresos anuales de una central hidroeléctrica en un estudio de rentabilidad. Para ilustrar mejor la metodología propuesta, se calculan los ingresos de la *central de referencia*, con un solo grupo, en un año hidrológico del que se dispone de una serie sintética de aportaciones y de una previsión de los precios horarios de venta de la energía. Las aportaciones y los precios horarios utilizados se incluyen en el apéndice F. El motivo de dotar a la *central de referencia* de un solo grupo es que, dados el volumen del embalse y las aportaciones, el funcionamiento de la central con un grupo se considera más acorde con los datos disponibles que con dos o más grupos. Como se dijo en el apartado 4.3.6, en el capítulo anterior se sobredimensionó el equipo generador de la central con la finalidad de poder analizar la influencia de las oscilaciones del nivel del embalse en los modelos de explotación. Aunque la metodología se describe apoyándose en los resultados obtenidos con el *modelo de programación dinámica*, alternativamente, pueden utilizarse los otros dos modelos del mismo modo.

5.3.2 Ampliación del alcance temporal del modelo

En primer lugar, es necesario ampliar el alcance temporal del modelo a una semana. Como se dijo en el capítulo anterior, la ampliación del alcance temporal de los modelos es prácticamente inmediata: lo único que debe hacerse es aumentar el número de etapas de éstos, dividiendo así la semana en 168 etapas de una hora.

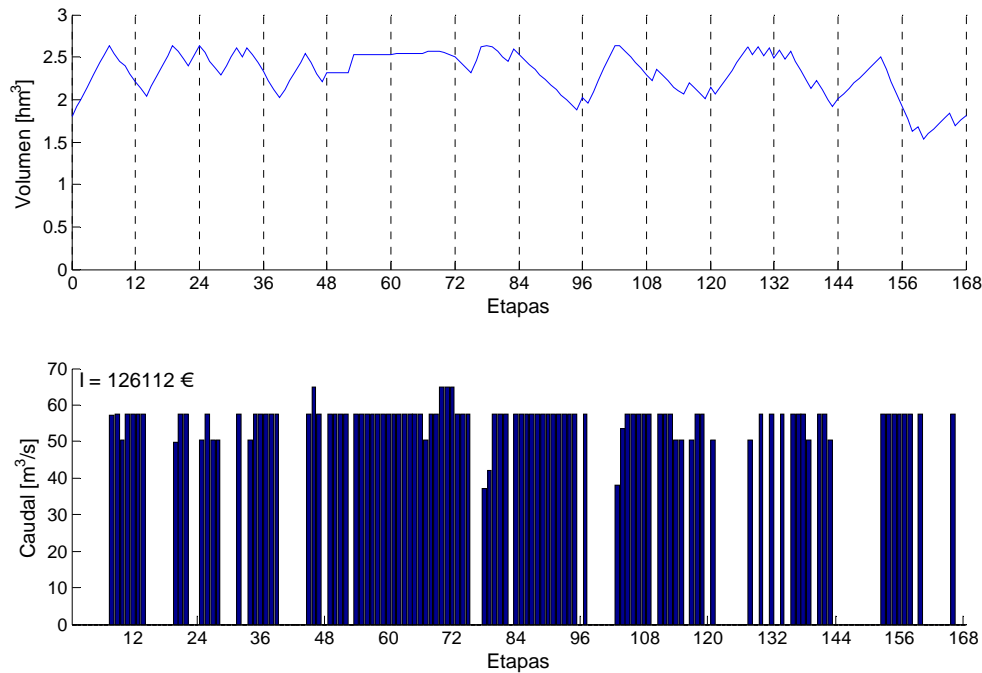


Figura 5-12: Resultados del modelo de explotación semanal.

En la figura 5-12, se recogen los resultados obtenidos con el *modelo de programación dinámica* en la semana 28 del año hidrológico estudiado (ver apéndice F). Como puede verse en esta figura, el volumen del embalse al comienzo de dos días consecutivos varía en algunos casos considerablemente, aprovechando así su capacidad de regulación para maximizar los ingresos que la central recibe por vender su energía en el mercado.

5.3.3 Funciones de máximos ingresos

En segundo lugar, se propone utilizar el modelo de explotación semanal para analizar en cada una de las semanas del año hidrológico varios casos dados por distintos valores de los volúmenes inicial y final del embalse. En cada caso se obtienen, entre otras cosas, los máximos ingresos semanales que espera recibir la central por vender su energía en el mercado. A partir de los resultados anteriores, debe ajustarse, en cada semana del año hidrológico, un polinomio (5-3) que exprese los máximos ingresos semanales que cabe esperar por la venta de energía, en función de los volúmenes inicial y final del embalse.

$$I_{ms}^{k_s} = f^{k_s}(v_0^{k_s}, v_f^{k_s}), \quad \forall k_s = 1, \dots, 52 \quad (5-3)$$

Se han analizado dieciséis casos distintos en cada semana del año hidrológico, a partir de cuyos resultados, se han ajustado por mínimos cuadrados ocho polinomios distintos con objeto de obtener en cada semana una *función de máximos ingresos* lo más realista posible. Las expresiones matemáticas utilizadas se presentan a continuación.

$$a. I_{ms} = c_1 v_0^2 v_f^2 + c_2 v_0^2 v_f + c_3 v_0^2 + c_4 v_0 v_f^2 + c_5 v_0 v_f + c_6 v_0 + c_7 v_f^2 + c_8 v_f + c_9 \quad (5-4)$$

$$b. I_{ms} = c_1 v_0^2 v_f^2 + c_2 v_0^2 v_f + c_3 v_0^2 + c_4 v_0 v_f^2 + c_5 v_0 v_f + c_6 v_0 + c_7 v_f^2 + c_8 v_f \quad (5-5)$$

$$c. I_{ms} = c_1 v_0 v_f^2 + c_2 v_0 v_f + c_3 v_0 + c_4 v_f^2 + c_5 v_f + c_6 \quad (5-6)$$

$$d. I_{ms} = c_1 v_0 v_f^2 + c_2 v_0 v_f + c_3 v_0 + c_4 v_f^2 + c_5 v_f \quad (5-7)$$

$$e. I_{ms} = c_1 v_0^2 v_f + c_2 v_0^2 + c_3 v_0 v_f + c_4 v_0 + c_5 v_f + c_6 \quad (5-8)$$

$$f. I_{ms} = c_1 v_0^2 v_f + c_2 v_0^2 + c_3 v_0 v_f + c_4 v_0 + c_5 v_f \quad (5-9)$$

$$g. I_{ms} = c_1 v_0 v_f + c_2 v_0 + c_3 v_f + c_4 \quad (5-10)$$

$$h. I_{ms} = c_1 v_0 v_f + c_2 v_0 + c_3 v_f \quad (5-11)$$

A continuación, debe escogerse en cada semana la *función de máximos ingresos* que proporcione un mejor ajuste. El criterio de selección utilizado en esta tesis está basado en la desviación típica de los residuos (5-12), no obstante, puede definirse en cada caso el criterio de selección que se considere oportuno.

$$dtr = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{nm} ec_i}{nm - nk}} \quad (5-12)$$

Como puede verse en el apéndice F, en el caso analizado en esta tesis, la expresión (5-4) ha proporcionado, en todas las semanas del año, un mejor ajuste que el resto. Cabe señalar que la media de la desviación típica de los residuos con respecto al valor medio de los máximos ingresos de cada semana ha sido del 0,28%, y que sólo en tres semanas,

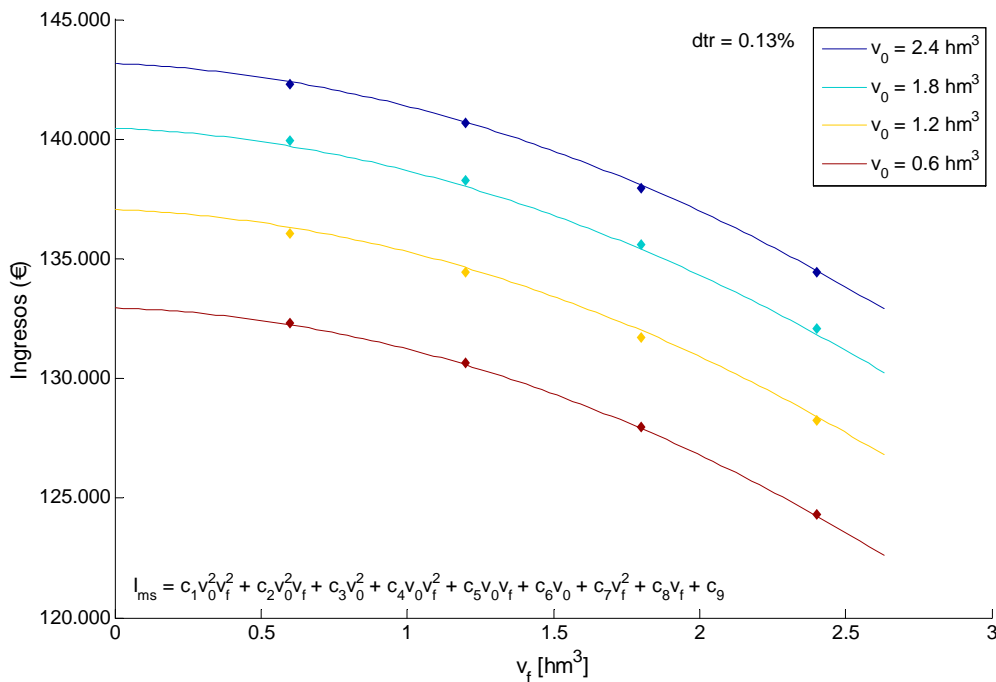


Figura 5-13: Función de máximos ingresos. Semana número 1.

la desviación típica de los residuos resultó ser superior al 0,5% del valor medio de los máximos ingresos obtenidos en dichas semanas. A título de ejemplo, se representa en la figura 5-13 la *función de máximos ingresos* de la semana número 1 del año hidrológico junto con los dieciséis puntos (v_0^1, v_f^1, I_{ms}^1) , a partir de los cuales se han llevado a cabo los ajustes correspondientes. Como puede verse en esta figura, el ajuste proporcionado por la expresión (5-4) en la semana número 1 es realmente bueno.

5.3.4 Modelo anual de programación no lineal para el cálculo de los ingresos de la central

Una vez que se han obtenido las cincuenta y dos *funciones de máximos ingresos*, una por cada semana del año hidrológico, se propone calcular los máximos ingresos anuales de la central mediante un problema de programación no lineal. Este problema consiste en determinar los volúmenes $v_f^{k_s}$ que debe alcanzar el embalse al final de cada una de las cincuenta y una primeras semanas del año hidrológico, para maximizar los ingresos que recibe la central por la venta de energía y se formula de la siguiente manera:

$$\text{Maximizar } \sum_{k_s=1}^{52} f^{k_s}(v_0^{k_s}, v_f^{k_s}) \quad (5-13)$$

sujeto a las siguientes restricciones:

– Balance hidráulico del embalse:

$$v_0^{k_s} = v_f^{k_s-1}, \quad \forall k_s = 2, \dots, 52 \quad (5-14)$$

– Límites de explotación del embalse:

$$v_{\min} \leq v_0^{k_s} \leq v_{\max}, \quad \forall k_s = 1, \dots, 52 \quad (5-15)$$

$$v_{\min} \leq v_f^{k_s} \leq v_{\max}, \quad \forall k_s = 1, \dots, 52 \quad (5-16)$$

– Condiciones de contorno:

$$v_i^1 = v_0^{anual} \quad (5-17)$$

$$v_f^{52} = v_f^{anual} \quad (5-18)$$

Cabe la posibilidad de que en alguna semana, de acuerdo con la previsión disponible de aportaciones, ciertas trayectorias $v_0 - v_f$ no sean factibles, lo cual debe detectarse al calcular la correspondiente *función de máximos ingresos*. En aquellas semanas en las que esto suceda, deben añadirse al problema anterior las restricciones necesarias para evitar las trayectorias no factibles.

El problema anterior se ha implementado en un programa GAMS, cuyo código puede consultarse en el apéndice F. Además, se ha establecido un vínculo entre este programa y una hoja de cálculo de MS Excel desde la que pueden introducirse todos los datos del problema, a saber: *funciones de máximos ingresos*, límites de explotación del embalse, condiciones de contorno y restricciones adicionales para evitar trayectorias no factibles. La solución de este problema proporciona los máximos ingresos anuales que produce la central, los cuales pueden utilizarse para valorar su rentabilidad; y los volúmenes que debe alcanzar el embalse al final de cada semana del año para producir dichos ingresos. Los resultados del programa GAMS se exportan automáticamente a la hoja de cálculo desde la que se introducen los datos del problema.

5.3.5 Resultados y conclusiones

El modelo GAMS anterior se ha utilizado para calcular los máximos ingresos anuales que produce la *central de referencia* con un grupo, en varios casos distintos, definidos por diferentes valores del volumen del embalse al inicio y al final del año. Por motivos prácticos, los resultados de estos casos están recogidos en el apéndice F. No obstante, se incluyen a continuación los resultados del caso 2, para facilitar la labor de la exposición de las conclusiones del modelo.

En la figura 5-14, pueden verse los máximos ingresos anuales que produce la central en el caso 2, así como los volúmenes que, de acuerdo con las previsiones de precios y

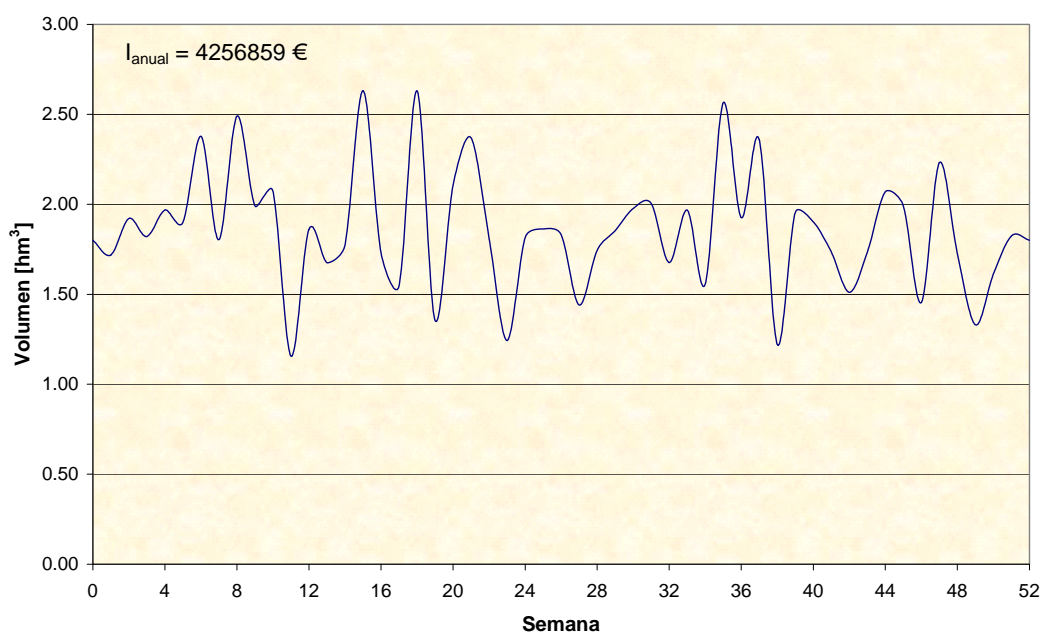


Figura 5-14: Máximos ingresos anuales. Caso 2.

de aportaciones, debe alcanzar el embalse al final de cada semana del año para producir dichos ingresos. A partir de los resultados anteriores, puede calcularse la energía anual generada en la *central de referencia* resolviendo el modelo de explotación semanal en las cincuenta y dos semanas del año hidrológico, imponiendo como volúmenes inicial y final en cada semana los obtenidos en el *modelo anual*.

Aplicando la metodología descrita en los tres apartados anteriores, pueden evaluarse la energía y los ingresos anuales con una precisión apreciablemente superior a la que se obtiene en los estudios de rentabilidad de centrales hidroeléctricas consultados. Por un lado, cabe destacar que, aunque de manera implícita, el *modelo anual* de programación no lineal descrito en el apartado anterior tiene en cuenta:

- La variación del rendimiento global de la planta en función de las condiciones de operación y del número de grupos que están en funcionamiento.
- La variación horaria de los precios de venta de la energía a lo largo de todo el año.
- La capacidad de gestión de la central para maximizar sus ingresos distribuyendo el agua de la mejor forma posible entre todas las etapas del periodo de explotación, y para maximizar la energía generada en cada etapa, repartiendo de forma óptima el agua asignada entre los grupos disponibles.

Por otro lado, es importante subrayar que, a diferencia de los estudios de rentabilidad encontrados en las referencias, los ingresos anuales de la central se calculan en este caso mediante un procedimiento de optimización analítico: programación no lineal. Además de los ingresos anuales de la central, el *modelo anual* que se ha descrito en el apartado anterior proporciona los volúmenes que, de acuerdo con las previsiones de precios y de aportaciones, debe alcanzar el embalse al final de cada semana del año para producir dichos ingresos anuales. A partir de estos volúmenes, puede calcularse la energía anual generada en la central, resolviendo en las cincuenta y dos semanas del año hidrológico el modelo de explotación semanal descrito en el apartado 5.3.2.

Como se comentó en el capítulo del estado del arte, las consignas de explotación de los modelos a corto plazo suelen representarse mediante curvas guía de la evolución de los embalses, obtenidas como resultado de un modelo de explotación a medio plazo. El grado de detalle de los modelos a medio plazo suele ser menor que el de los modelos a corto plazo, utilizándose en la mayoría de los modelos a medio plazo características de generación muy simplificadas. En este aspecto, es importante señalar que los resultados

del *modelo anual* descrito en el apartado anterior pueden utilizarse como consignas de explotación de un modelo de explotación a corto plazo, de forma análoga a los de un modelo de explotación a medio plazo, con la diferencia de que el grado de detalle del *modelo anual* anterior es considerablemente mayor que el de la mayoría de los modelos de explotación a medio plazo encontrados en las referencias.

El enfoque de la metodología expuesta en los tres apartados anteriores es un enfoque determinista, ya que se han supuesto conocidos las aportaciones que llegan al embalse y los precios horarios de la energía, cuando en realidad no es posible conocer sus valores con certeza. No obstante, a partir de una serie histórica de aportaciones y de precios de la energía, y mediante tratamientos estadísticos adecuados, es posible generar una serie de escenarios de operación anuales, y asignarle a cada uno de éstos una probabilidad de ocurrencia. Cabe por tanto la posibilidad de aplicar la metodología anterior, teniendo en cuenta la aleatoriedad de los precios y de las aportaciones y sin necesidad de recurrir al empleo de técnicas complejas de optimización estocástica, de la siguiente manera:

- i. En primer lugar, debe utilizarse el modelo explotación semanal visto en el apartado 5.3.2 para analizar, en cada semana de cada escenario de operación varios casos dados por distintos valores de los volúmenes inicial y final del embalse.
- ii. A partir de los resultados anteriores, debe ajustarse en cada una de las semanas de cada escenario de operación una *función de máximos ingresos* que proporcione un ajuste adecuado de estos datos. De esta manera, se dispondrá de 52 *funciones de máximos ingresos* para cada escenario de operación, cada una con una probabilidad asociada.
- iii. Por último, debe utilizarse el *modelo anual* de programación no lineal descrito en el apartado anterior, para maximizar la esperanza matemática de los ingresos. La función objetivo del modelo es en este caso:

$$\underset{v_f^{k_s}}{\text{Maximizar}} \sum_{n=1}^{ne} E_n \sum_{k_s=1}^{52} f_n^{k_s}(v_0^{k_s}, v_f^{k_s}) \quad (5-19)$$

Asimismo, se puede fijar un valor mínimo de los ingresos anuales por debajo del cual no se considera rentable la inversión, y calcular a partir de las 52 *funciones de máximos ingresos* de cada escenario la probabilidad de que los ingresos anuales sean inferiores a este valor, probabilidad de fallo, aplicando alguno de los métodos clásicos o modernos

que se describen en [Mínguez, 2003]; o bien, añadir un término a la función objetivo del problema, o una restricción, para tener en cuenta la probabilidad de fallo, y maximizar los ingresos de la central aplicando alguna de las técnicas de resolución de problemas de optimización basados en fiabilidad que se describen también en la referencia anterior. Ciertamente, la probabilidad de fallo asociada a un determinado valor esperado de los ingresos, o al contrario, los ingresos máximos que cabe esperar para una determinada probabilidad de fallo, constituyen una información muy valiosa para una empresa promotora que se plantea la posibilidad de invertir un determinado capital en la instalación de una central hidroeléctrica; sin embargo, su estudio está fuera del alcance de esta tesis, y queda propuesto como una de las líneas futuras de la misma.

En cualquier caso, cabe recordar que la metodología propuesta en este capítulo para calcular los ingresos anuales de una central hidroeléctrica, supera las limitaciones que se han encontrado en la mayoría de los estudios de rentabilidad de centrales hidroeléctricas consultados.

Capítulo 6

CONCLUSIONES

6.1 Resumen de aportaciones originales

En este apartado, se presenta un resumen de las contribuciones más importantes de esta tesis. Éstas se enumeran a continuación, señalando de forma breve los aspectos más relevantes de las mismas.

1. Se ha estudiado con detalle el problema de la *planificación de la operación a corto plazo* de una central hidroeléctrica *tomadora de precios* que vende su energía en un mercado eléctrico liberalizado, organizado sobre la base de un sistema de ofertas de compra y venta de energía.
2. Se ha analizado críticamente una gran cantidad de modelos de explotación a corto plazo de centrales y sistemas hidroeléctricos, y se han detectado ciertas limitaciones en éstos, que pueden resumirse en los siguientes puntos:
 - a) Es frecuente ignorar en los estudios a corto plazo la variación del volumen del embalse durante el periodo de explotación. Éste es un enfoque razonable cuando la *capacidad de regulación* del embalse asociado a la central es mensual o superior, o cuando se trata de una central fluyente, pero no es así cuando dicha *capacidad de regulación* es semanal, diaria o menor. En este tipo de centrales hidroeléctricas, es muy importante tener en cuenta en el corto plazo el *efecto de la variación del salto*, o del volumen, para calcular el programa óptimo de explotación de la central.
 - b) Es habitual separar las decisiones de carácter discreto y las de carácter continuo, y dividir el modelo en dos partes distintas: por un lado, se seleccionan los grupos que deben estar en funcionamiento en cada etapa, problema que se conoce con el nombre de *asignación óptima de grupos*; y por otro lado, se calcula en cada etapa el punto de funcionamiento de todos los grupos asignados en el problema anterior, problema conocido con el nombre de *despacho económico o de carga*.
3. Se ha propuesto una *metodología* para obtener la *característica de generación* de una central hidroeléctrica compuesta por uno o varios grupos. Esta metodología está basada en el algoritmo de programación dinámica utilizado en [Allen and Bridgeman, 1986] para resolver la asignación y el despacho de carga instantáneo de los grupos de

una central hidroeléctrica, con algunas modificaciones para considerar la *variación de los límites de operación* de los grupos en función del volumen del embalse, así como la posibilidad de que los grupos de la central tengan *diferentes rangos de salto neto admisible*. La característica de generación obtenida a partir de esta metodología está compuesta por una serie de puntos de operación definidos por el caudal, el volumen y la potencia que produce la central, y en los que están implícitos el estado (arranque/parada) y la potencia de todos los grupos de la central.

4. Se han desarrollado tres modelos de explotación a corto plazo originales, basados respectivamente en técnicas de *programación lineal entera mixta*, *programación no lineal* y *programación dinámica*. Los dos últimos modelos, de programación no lineal y de programación dinámica, tienen en cuenta el *efecto de la variación del salto*, o del volumen, durante el proceso de optimización. Los tres modelos resuelven *de forma simultánea* la *asignación óptima de grupos* y el *despacho económico* de los grupos asignados, apoyándose en la metodología propuesta para obtener la característica de generación de la central y en una serie de procedimientos iterativos, de modelado y de discretización, que se enumeran a continuación:

- a) El *modelo de programación lineal entera mixta* se apoya en un procedimiento iterativo y en un riguroso modelado de la característica de generación, basados en el planteamiento de [García-González et al, 2003], con algunas modificaciones para tener en cuenta la posibilidad de que la central esté compuesta por varios grupos.
- b) El *modelo de programación no lineal* se apoya en:
 - b.1 Un riguroso modelado de la característica de generación de la central, similar al propuesto en [Piekutowski et al., 1994], que se ha ampliado para considerar la dependencia de la potencia con el volumen y para agregar en la misma característica de generación todos los grupos de la central.
 - b.2 Un procedimiento iterativo original en el que en cada iteración se genera y se resuelve una serie de problemas de programación no lineal que resultan de añadir unas determinadas restricciones al problema de explotación a corto plazo inicial (*problema inicial*).
- c) El *modelo de programación dinámica* se apoya en un procedimiento original de discretización de la región factible del problema, que permite arrancar y parar la

central en todas las etapas en las que se divide el periodo de explotación, y desde todos los estados intermedios de la región factible.

Para demostrar la validez de estos modelos, se ha estudiado con ellos la explotación a corto plazo de una *central de referencia* bajo distintas condiciones de operación, dadas por distintos valores de las aportaciones y de los volúmenes inicial y final del embalse.

5. Se ha adaptado la *metodología* de obtención de la *característica de generación* de la central para el caso de que los grupos de ésta sean de *velocidad variable*. Igual que en el caso de velocidad fija, la característica de generación obtenida a partir de esta metodología está compuesta por una serie de puntos de operación definidos por el caudal, el volumen y la potencia de la central, pero en este caso, están implícitos en estos puntos: el estado (arranque/parada), la potencia y la velocidad de giro de todos los grupos de la central.

6. Se ha descrito la *metodología* a seguir para aplicar los tres modelos de explotación desarrollados a una *central de velocidad variable* y se ha estudiado con los *modelos de programación lineal entera mixta y de programación dinámica* la explotación a corto plazo de la *central de referencia con dos grupos de velocidad variable* bajo distintas condiciones de operación dadas por distintos valores de las aportaciones y de los volúmenes inicial y final del embalse.

7. Se ha demostrado que, como consecuencia de permitir que los grupos de la central giren siempre a su *velocidad óptima*, aumentan considerablemente:

- a) El *rango de caudales turbinables* para cada nivel o volumen de embalse.
- b) La *carrera de embalse aprovechable* para producir energía.
- c) La *potencia* que produce la central para un mismo punto de operación definido por el caudal turbinado y el volumen o el salto disponible en el embalse.
- d) Los *ingresos* que recibe la central por vender su energía en el mercado.

La cuantía de este incremento aumentan éstos depende fundamentalmente del tipo y de las características de los grupos de la central.

8. Se ha presentado una *metodología* para utilizar los tres modelos de explotación desarrollados como *herramientas de apoyo para estimar la rentabilidad de proyectos de inversión en centrales hidroeléctricas*, teniendo en cuenta en la estimación:

- a) La *variación del rendimiento* global de la planta en función de las condiciones de operación y del número de grupos que están en funcionamiento.
- b) La *variación horaria de los precios* de venta de la energía.
- c) La *capacidad de gestión* de la central para maximizar sus ingresos, distribuyendo el agua de la mejor forma posible entre todas las etapas del periodo de explotación, y para maximizar la energía en cada etapa, repartiendo de forma óptima el agua asignada entre todos los grupos disponibles.

Con objeto de ilustrar mejor la metodología propuesta, se ha utilizado el *modelo de programación dinámica* para calcular los *ingresos anuales* de la *central de referencia* en varios casos distintos, definidos por diferentes valores del volumen del embalse al comienzo y al final de un año hidrológico del que se conocen unas previsiones de las aportaciones y los precios horarios.

6.2 Conclusiones

Las conclusiones que se deducen a partir del trabajo desarrollado en esta tesis se presentan a continuación en este apartado. Éstas se han dividido en varios bloques según el ámbito o el contexto preferente en el que se encuentran.

De los modelos de explotación a corto plazo existentes

En esta tesis, se ha estudiado a fondo el problema de la planificación de la operación a corto plazo de una central hidroeléctrica tomadora de precios que vende su energía en un mercado eléctrico liberalizado, organizado sobre la base de un sistema de ofertas de compra y venta de energía, poniendo un énfasis especial en el caso de centrales con una capacidad de regulación semanal, diaria o menor, en las que es muy importante tener en cuenta, en el corto plazo, el efecto de la variación del salto o del volumen.

Éste es un problema no lineal, que está sujeto a fuertes restricciones estratégicas y de operación, y en el que intervienen variables continuas y enteras. Dada la complejidad del problema, se recurre generalmente a efectuar algunas simplificaciones. Por un lado, es frecuente ignorar en los estudios a corto plazo la variación del volumen del embalse durante el periodo de explotación: ésta puede ser una aproximación razonable cuando la capacidad de regulación del embalse es mensual o superior, o cuando se trata de una central fluyente, pero no es así cuando dicha capacidad de regulación es semanal, diaria o menor. Por otro lado, es habitual separar las decisiones de carácter discreto y las de

carácter continuo, y dividir el modelo en dos partes o problemas distintos: por un lado, se seleccionan los grupos que deben estar en funcionamiento en cada etapa, problema que se conoce con el nombre de asignación óptima de grupos; y por otro lado, se calcula en cada etapa el punto de funcionamiento de todos los grupos asignados en el problema anterior, problema que se conoce con el nombre de despacho económico o de carga.

Se han encontrado en la bibliografía dos modelos de explotación a corto plazo que resuelven de forma simultánea la asignación y el despacho de carga de los grupos, teniendo en cuenta el efecto de la variación del volumen durante el proceso de optimización. En [García-González and Alonso, 2001], se aproxima la característica de generación de un grupo hidroeléctrico por una malla de puntos escogidos adecuadamente, a partir de los cuales se obtiene el resto de puntos de la misma, aplicando un método de interpolación lineal e introduciendo una serie de restricciones y de variables binarias adicionales al problema original. El número de variables binarias y el de restricciones crecen proporcionalmente al cuadrado del número de puntos de la malla, de modo que debe llegarse a una solución de compromiso entre el número de puntos considerados y la precisión de la solución del modelo. Por otro lado, cabe destacar que en este modelo no se tiene en cuenta que los grupos hidroeléctricos tienen un caudal mínimo técnico, por debajo del cual aumenta el riesgo de que se produzca cavitación o de que aparezcan fluctuaciones de presión en el tubo de descarga; ni que éste varía en función del volumen actual del embalse. Conviene resaltar que el método de modelado de la característica de generación propuesto en aquella referencia sí permite considerar la existencia de un caudal mínimo técnico, sin embargo no permite tener en cuenta que los caudales máximo y mínimo de cada grupo varían en función del volumen actual del embalse.

En [Conejo et al., 2002], se modela la característica de generación de la central por un número determinado de curvas potencia-caudal aproximadas por varios tramos lineales, añadiendo una serie de variables binarias y de restricciones al problema original, cuyo número crece proporcionalmente al número de curvas consideradas. Al igual que en esta tesis, en este artículo se agregan todos los grupos de la central en la misma característica de generación y se tiene en cuenta la existencia de unos caudales mínimo y máximo; sin embargo, no se tiene en cuenta la variación de éstos en función del volumen actual del embalse. Es importante considerar esta dependencia para reducir el riesgo de que se

produzcan fenómenos que pueden deteriorar los equipos de la central. Para ello, sería necesario modificar sustancialmente algunas restricciones en el modelo anterior, dando lugar a un problema de programación no lineal entera mixta.

De la característica de generación de la central

La característica de generación de la central es una parte fundamental de un modelo de explotación a corto plazo. Ésta representa la relación que existe entre la potencia que produce la central, el caudal turbinado y el salto neto o el volumen del embalse, y que es no lineal y en general no cóncava, especialmente en los casos en los que la central está compuesta por varios grupos.

Se ha propuesto una metodología para obtener la característica de generación de una central hidroeléctrica con embalse regulador, compuesta por uno o varios grupos, de la que se conocen: la relación volumen-altura del embalse; el coeficiente de pérdidas de carga en las conducciones; la ley de variación del nivel en la descarga en función del caudal; y la colina de rendimientos, o bien unas curvas que expresen el rendimiento en función del caudal y del salto neto, de todos los grupos de la central. Esta metodología se basa en el algoritmo de programación dinámica utilizado en [Allen and Bridgeman, 1986] para resolver la asignación y el despacho de carga instantáneo de los grupos de una central hidroeléctrica, con algunas modificaciones para considerar la variación de los límites de operación de los grupos en función del volumen del embalse, así como la posibilidad de que los grupos tengan diferentes rangos de salto neto admisible.

Como se ha visto en esta tesis, los límites de operación de los grupos hidroeléctricos, concretamente los caudales mínimo y máximo turbinables, varían significativamente en función del nivel actual del embalse. Para evitar la aparición de fenómenos indeseables, tales como cavitación o vibraciones en el tubo de descarga, los modelos de explotación a corto plazo deben tener en cuenta la variación de los límites de operación de todos los grupos de la central en función del nivel o el volumen actual del embalse.

La característica de generación obtenida a partir de esta metodología está compuesta por una serie de puntos de operación definidos por el caudal, el volumen y la potencia que produce la central, y en los que están implícitos el estado (arranque/parada) y la potencia de todos los grupos de la central.

De los modelos de explotación desarrollados

En esta tesis, se han desarrollado tres modelos de explotación a corto plazo originales que están basados respectivamente en técnicas de programación lineal entera mixta, programación no lineal y programación dinámica y que resuelven de forma simultánea la asignación óptima de los grupos y el despacho económico de los grupos asignados, superando así una de las limitaciones detectadas en la mayoría de los modelos existentes. Para ello, los tres modelos se apoyan en la metodología propuesta para obtener la característica de generación de la central, quedando así implícito en la solución de cada modelo el estado óptimo (arranque/parada) de los grupos de la central; se utiliza un conjunto de procedimientos iterativos, de discretización y de modelado, algunos de los cuales están basados parcialmente en procedimientos conocidos, mientras que otros son totalmente novedosos. Los *modelos de programación no lineal y de programación dinámica*, tienen en cuenta además el efecto de la variación del salto, o del volumen embalsado, durante el proceso de optimización, superando así otra de las limitaciones detectadas en la mayoría de modelos existentes.

Para demostrar la validez de estos modelos, se ha estudiado con ellos la explotación a corto plazo de una *central de referencia*, compuesta por varios grupos generadores, bajo distintas condiciones de operación dadas por distintos valores de las aportaciones y de los volúmenes inicial y final del embalse.

En el contexto del actual mercado eléctrico español, liberalizado y organizado en base a un sistema de ofertas de compra y venta de energía, los tres modelos constituyen una herramienta muy útil para la toma de decisiones de planificación de la operación a corto plazo de una central hidroeléctrica que vende su energía en el mercado, con el objetivo principal de maximizar sus ingresos.

Del modelo de programación lineal entera mixta

El *modelo de programación lineal entera mixta* es análogo al propuesto en [García-González et al., 2003] para estudiar la explotación a corto plazo de un sistema formado por varios embalses hidroeléctricos. El modelo presentado en aquella referencia ha sido modificado en esta tesis para considerar la posibilidad de que la central esté formada por varios grupos generadores. Este modelo utiliza un procedimiento iterativo en el que, partiendo de una estimación inicial del volumen, se resuelve en cada iteración un problema de programación lineal entera mixta y se actualiza, a partir de los resultados de este problema, el valor del volumen en todas las etapas del problema. En cada etapa,

se tiene una única curva característica de generación potencia-caudal, que corresponde al valor actualizado del volumen y que se aproxima por cuatro tramos lineales.

En todos los casos analizados, el modelo ha proporcionado soluciones factibles. Sin embargo, aunque en la mayoría de los casos, el modelo alcanza la convergencia en un número razonable de iteraciones, de acuerdo con los resultados obtenidos con este modelo no es posible asegurar su convergencia. Además, en aquellos casos en los que éste converge, no suele hacerlo en la dirección en la que aumentan la función objetivo o los ingresos, presentando éstos un comportamiento oscilatorio. Al asignar a cada etapa un valor del volumen, que se mantiene constante en cada iteración, se restringe el espacio de búsqueda de la solución óptima a una única curva característica potencia-caudal en cada etapa, ignorándose así que las decisiones tomadas en una etapa afectan de forma más o menos considerable al estado del sistema en las etapas posteriores, modificando el espacio de búsqueda de la solución óptima.

Desde un punto de vista práctico, los resultados de este modelo constituyen una muy útil e interesante base de datos de programas factibles de explotación, cada uno con su correspondiente estimación de los ingresos que se espera obtener por la venta de energía en el mercado. Además, la gestión de los arranques y paradas de la central mediante variables binarias permite tener en cuenta sus costes asociados e introducir un término de penalización en la función objetivo, o bien añadir restricciones para limitar el número de arranques y paradas durante el periodo de explotación considerado. Por último, cabe destacar de este modelo que, como quedó demostrado en [García-González et al., 2003], puede aplicarse sin dificultad a un sistema *multiembalse*.

Del modelo de programación no lineal

El *modelo de programación no lineal* constituye una importante contribución de esta tesis. Todos los modelos de explotación basados en programación no lineal que se han encontrado en la literatura resuelven por separado la asignación de grupos y el despacho económico. Sin embargo, este modelo resuelve simultáneamente los dos problemas, sin recurrir para ello al empleo de variables binarias, lo cual complicaría sustancialmente la resolución del problema. El método utilizado para gestionar los arranques y paradas de la central se apoya en un riguroso modelado de la característica de generación, similar al propuesto en [Piekutowski et al., 1994] para gestionar los arranques y paradas de un grupo con un modelo de programación lineal, que se ha ampliado para considerar la

dependencia de la potencia con el volumen y para agregar en la misma característica de generación todos los grupos de la central. Este modelado conduce en algunos casos a la obtención de programas de explotación que no son factibles. En estos casos, el modelo lleva a cabo un procedimiento iterativo original en el que, en cada iteración, se genera y se resuelve una serie de problemas de programación no lineal que resultan de añadir de forma progresiva unas determinadas restricciones al problema de explotación a corto plazo inicial (*problema inicial*). Cabe destacar de este modelo que ha proporcionado, en todos los casos analizados, soluciones factibles y que, en la mayoría de los casos, no ha sido necesario llevar a cabo el procedimiento iterativo.

Los métodos de resolución de problemas de programación no lineal generan a partir de una estimación inicial de la solución del problema, una sucesión de puntos cuyo límite es la solución final del mismo. Debido a la complejidad del problema planteado en esta tesis, es necesario asignar unos valores iniciales adecuados a todas las variables del problema para facilitar así la búsqueda de una solución factible. Por ello, antes de resolver el *problema inicial*, se resuelve un *modelo simplificado*, en el que se considera una única curva de producción potencia-caudal, y cuyos resultados se toman como valores iniciales de las variables del *problema inicial*.

Debido a la no concavidad de la función objetivo del *problema inicial* y al algoritmo de optimización utilizado (MINOS), el espacio de búsqueda de la solución óptima de este modelo está restringido a una región más o menos próxima a la solución del *modelo simplificado*. No obstante, los resultados del *problema inicial* y de los problemas que se resuelven a lo largo del procedimiento iterativo indican una clara tendencia a mantener alto el nivel del embalse durante las etapas punta, lo cual demuestra que, a diferencia del *modelo de programación lineal entera mixta*, este modelo tiene en cuenta el efecto de la variación del salto durante el proceso de optimización, de ahí que en la mayoría de los casos, los ingresos obtenidos con este modelo hayan sido superiores a los obtenidos con el *modelo de programación lineal entera mixta*.

Del modelo de programación dinámica

El *modelo de programación dinámica* es otra contribución importante de esta tesis. Este modelo se apoya en un procedimiento original de discretización de la región factible del problema, que permite arrancar y parar la central en todas las etapas en las que se divide el periodo de explotación, independientemente de que las aportaciones

sean o no constantes, tomando el volumen del embalse como variable de estado. A diferencia de lo que ocurre en el *modelo de programación no lineal*, en este modelo, el carácter cóncavo o convexo de la función objetivo y de las restricciones del problema no restringen el espacio de búsqueda de la solución óptima: éste depende únicamente del número de estados considerados en la región factible, que depende a su vez del *intervalo de discretización* escogido. Cuanto menor es este *intervalo de discretización*, mayor es el número estados intermedios de la región factible y mayores son los ingresos que, según la solución del modelo, cabe esperar por la venta de energía en el mercado.

La programación dinámica se ajusta muy bien a las características del problema de la explotación a corto plazo de una central hidroeléctrica; no obstante, no se ha encontrado en la literatura ningún modelo de programación dinámica que resuelva simultáneamente la asignación óptima y el despacho económico de los grupos de una central, tomando el volumen del embalse como variable de estado. En [Arce et al., 2002], se presenta un modelo de programación dinámica que resuelve simultáneamente la asignación óptima y el despacho económico de los grupos de una central, pero se toma como variable de estado el número de grupos que deben funcionar en cada etapa y se supone constante el nivel del embalse. Este puede ser un planteamiento correcto en el caso estudiado en esta referencia, ya que se trata de un embalse de gran tamaño, cuya variación de nivel puede considerarse despreciable en el corto plazo, sin embargo, en embalses cuya variación de nivel puede ser significativa en el corto plazo, obligaría a tomar como segunda variable de estado el volumen del embalse, aumentando así exponencialmente la dimensión del problema. La complejidad de los cálculos que deben efectuarse en cada trayectoria de la región factible tridimensional resultante hace este planteamiento poco práctico en estos casos.

Cabe destacar de este modelo que ha proporcionado soluciones factibles en todos los casos analizados y que, en todos los casos en los que se han comparado los resultados de los tres modelos, se han obtenido mayores ingresos con el *modelo de programación dinámica*. Observando los resultados obtenidos con los tres modelos, puede decirse que el *modelo de programación dinámica* aprovecha mejor la capacidad de regulación del embalse que los otros dos modelos.

El *modelo de programación dinámica* es un modelo muy eficiente para el caso de una central hidroeléctrica, pero debe tenerse en cuenta que, aunque el número de trayectorias

a comparar crece linealmente con el número de etapas en las que se divide el problema, es proporcional al cuadrado del número de estados intermedios factibles en los que se divide el espacio de estados. Por lo tanto, su uso está limitado a sistemas hidroeléctricos de pequeña dimensión.

Por último, cabe mencionar que este modelo es fácilmente aplicable en caso de que se quieran considerar los costes de los arranques y paradas, sin más que almacenar en cada trayectoria el número de grupos que están en funcionamiento e invertir el orden en que se resuelve la ecuación recursiva, planteando un algoritmo de programación dinámica hacia «delante».

De la generación hidroeléctrica con velocidad variable

Si bien es cierto que la viabilidad técnica y el interés energético y ambiental de la generación hidroeléctrica con velocidad variable se han demostrado en varios proyectos y estudios, es importante señalar que no se ha encontrado en la literatura ningún modelo de explotación a corto plazo aplicado a una central de velocidad variable, lo cual ha motivado el interés de esta tesis por la aplicación de los modelos desarrollados en una central este tipo.

Como se vio en [Fraile-Ardanuy et al., 2006a], el tiempo de ajuste de la velocidad de giro de un grupo hidroeléctrico es muy reducido con respecto a la duración de las etapas en las que se divide el periodo de explotación en los modelos desarrollados en esta tesis. Por tanto, carece de sentido práctico tener en cuenta el transitorio que tiene lugar en la central como consecuencia del ajuste de la velocidad de giro de los grupos, al aplicar los modelos en una central de velocidad variable. Caben entonces dos posibilidades:

- a) Considerar la velocidad de cada grupo como una variable de decisión explícita.
- b) Considerar la velocidad de cada grupo implícita en la característica de generación de la central.

Considerar la velocidad de forma explícita implica en los *modelos de programación lineal entera mixta y de programación no lineal*, ajustar una expresión matemática para calcular el rendimiento de cada grupo en función de su velocidad; mientras que, en el *modelo de programación dinámica*, implica tomar la velocidad de cada grupo como variable de estado y obtener tantas características de generación como combinaciones diferentes de las velocidades de los grupos. Por motivos prácticos, se ha optado en esta

tesis por considerar la velocidad de giro de cada grupo implícita en la característica de generación.

Para ello, se ha adaptado la metodología propuesta para obtener la característica de generación de la central para el caso de que los grupos de la misma sean de *velocidad variable*. Del mismo modo que en el caso de velocidad fija, la característica de generación obtenida a partir de esta metodología está compuesta por una serie de puntos de operación definidos por el caudal, el volumen y la potencia de la central, pero en este caso, están implícitos en estos puntos: el estado (arranque/parada), la potencia y la velocidad de giro de cada grupo.

Al comparar la característica de generación de la *central de referencia* con velocidad fija y variable, se ha demostrado que, como consecuencia de hacer que los grupos de la central giren siempre a su *velocidad óptima*, aumentan considerablemente:

- a) El rango de caudales turbinables para cada nivel o volumen de embalse.
- b) La carrera de embalse aprovechable para producir energía.
- c) La potencia que produce la central para un mismo punto de operación definido por el caudal turbinado y el volumen o el salto disponible en el embalse.

Asimismo, y también por comparación de las correspondientes características de generación, se ha demostrado que el funcionamiento con velocidad variable disminuye el riesgo de que se produzcan fenómenos perjudiciales para los equipos, tales como vibraciones en el tubo de descarga o cavitación, ya que los grupos de la central funcionan siempre en zonas de rendimientos altos.

Se ha descrito la metodología a seguir para aplicar los tres modelos de explotación desarrollados a una *central de velocidad variable* y se ha estudiado con los *modelos de programación lineal entera mixta y de programación dinámica* la explotación a corto plazo de la *central de referencia con dos grupos de velocidad variable* bajo distintas condiciones de operación, dadas por distintos valores de las aportaciones y de los volúmenes inicial y final del embalse. El comportamiento de estos modelos ha resultado ser independiente del hecho de que se trate de una central de velocidad fija o variable, ya que, al considerar la velocidad de giro de cada grupo implícita en la característica de generación, el planteamiento matemático de los modelos es completamente idéntico en los dos casos.

Al comparar los resultados obtenidos con el *modelo de programación dinámica* en la *central de referencia* con velocidad fija y con velocidad variable, se ha demostrado que, como consecuencia de hacer que los grupos de la central giren siempre a su velocidad óptima, aumentan considerablemente los ingresos que recibe la central por vender su energía en el mercado. A diferencia del *modelo de programación dinámica*, el *modelo de programación lineal entera mixta* no se considera un modelo apropiado para valorar cuantitativamente los beneficios que la operación con velocidad variable puede aportar en una determinada central.

La cuantía en que aumentan el rango de caudales turbinables para cada volumen del embalse, la carrera de embalse aprovechable para la producción de energía, la potencia que produce la central para un mismo punto de operación y los ingresos que recibe la central por la venta de energía, como consecuencia de hacer que los grupos de la central giren siempre a su velocidad óptima, depende fundamentalmente del tipo y de las características de los grupos de la central. No obstante, cabe señalar que las turbinas hélice de álabes fijos de alta velocidad específica son en principio las que pueden beneficiarse en mayor medida de la operación con velocidad variable.

Por último, cabe destacar que las centrales asociadas a embalses cuyo uso prioritario no es el hidroeléctrico, pueden beneficiarse en gran medida de la operación con velocidad variable [Pérez et al., 2008], ya que, al estar supeditadas a las dotaciones impuestas por el organismo, empresa, etc., que regula el uso prioritario del embalse, no tienen generalmente capacidad de gestión alguna. Estas dotaciones son de carácter obligatorio con independencia de cuál sea el nivel del embalse en cada instante, de modo que puede haber periodos de tiempo más o menos largos en los que la central deba permanecer parada por motivos técnicos.

De los estudios de rentabilidad de centrales hidroeléctricas

La mayoría de los estudios de rentabilidad de centrales hidroeléctricas consultados a lo largo del desarrollo de esta tesis carecen de un suficiente grado de detalle en lo que respecta al cálculo de la energía y los ingresos anuales que puede producir la central, lo cual ha motivado el interés de esta tesis por el desarrollo de herramientas de apoyo para estimar la rentabilidad de proyectos de inversión en centrales hidroeléctricas.

En esta tesis, se ha presentado una metodología para utilizar los tres modelos de explotación desarrollados para estimar, a partir de unas previsiones de aportaciones y de precios horarios, los ingresos anuales que produce una central hidroeléctrica, teniendo en cuenta para ello:

- a) La variación del rendimiento global de la planta en función de las condiciones de operación y del número de grupos que están en funcionamiento.
- b) La variación horaria de los precios de venta de la energía.
- c) La capacidad de gestión de la central para maximizar sus ingresos, distribuyendo el agua de la mejor forma posible entre todas las etapas del periodo de explotación, y para maximizar la energía generada en cada etapa, repartiendo de forma óptima el agua asignada entre los grupos disponibles.

La metodología propuesta supera todas las limitaciones encontradas en los estudios de rentabilidad consultados y es aplicable indistintamente a cualquiera de los modelos desarrollados en la tesis. Ésta consiste básicamente en los siguientes pasos:

1. Ampliar el alcance temporal del modelo a una semana.
2. Analizar con el modelo anterior varios casos distintos en cada semana del año, dados por distintos valores de los volúmenes inicial y final del embalse.
3. Obtener en cada semana del año una *función de máximos ingresos* que exprese los máximos ingresos semanales que cabe esperar por la venta de energía, en función de los volúmenes inicial y final del embalse.
4. Calcular los máximos ingresos anuales resolviendo un problema de *programación no lineal*, que consiste en determinar los volúmenes que debe alcanzar el embalse al final de cada una las cincuenta y una primeras semanas del año, para maximizar los ingresos que recibe la central por la venta de energía.

Es importante subrayar que, a diferencia de los estudios de rentabilidad encontrados en las referencias, los ingresos anuales de la central se calculan en este caso mediante un método de optimización analítico: programación no lineal. Asimismo, cabe destacar que los volúmenes que se obtienen como resultado del problema de programación no lineal anterior pueden utilizarse como consignas de explotación de un modelo a corto plazo (curvas guía), de forma análoga a los resultados de un modelo de explotación a medio plazo, con la diferencia de que el grado de detalle del problema anterior es notablemente mayor que el de la mayoría de los modelos de explotación a medio plazo encontrados en

las referencias. Además de los ingresos anuales, a partir de los volúmenes anteriores puede calcularse la producción anual de la central, resolviendo en las cincuenta y dos semanas del año hidrológico el correspondiente modelo de explotación semanal.

Con objeto de ilustrar mejor la metodología propuesta, se ha utilizado el *modelo de programación dinámica* para calcular los ingresos anuales de la *central de referencia* en varios casos distintos, definidos por diferentes valores del volumen del embalse al comienzo y al final de un año hidrológico del que se conocen unas previsiones de las aportaciones y los precios horarios.

Por último, cabe señalar que, aunque el planteamiento de la metodología propuesta es determinista, puede tenerse en cuenta la aleatoriedad de los precios y de las aportaciones resolviendo el problema en distintos escenarios de operación anuales, cada uno con una probabilidad de ocurrencia, sin necesidad de recurrir al empleo de técnicas complejas de optimización estocástica.

6.3 Futuras líneas de investigación

A partir de los resultados obtenidos en esta tesis, se proponen las siguientes líneas de investigación como continuación del trabajo realizado:

1. Aplicar el *modelo de programación dinámica* a un sistema hidroeléctrico formado por varias centrales situadas en una misma cuenca y estudiar sus limitaciones en este aspecto, derivadas de la dimensionalidad del problema.
2. Desarrollar un modelo de *programación dinámica hacia «delante»*, análogo al que se ha presentado en esta tesis, y *considerar los costes de los arranques y paradas de los grupos de la central*, bien mediante la introducción de un término de penalización en la función objetivo del problema, o bien mediante una restricción que limite el número máximo de maniobras a lo largo del periodo de explotación, o bien limitando el tiempo mínimo que deben permanecer los grupos en el mismo estado (arranque/parada) tras una maniobra de arranque o parada.
3. Estudiar la aplicación de algoritmos de resolución de problemas de control óptimo híbrido basados en *métodos de colocación directa*, tales como DIRCOL o CAMTOS, al problema de la explotación a corto plazo de una central hidroeléctrica.

4. Analizar la explotación a corto plazo de una *central de velocidad variable* con una o varias *turbinas hélice de álabes fijos* para confirmar la hipótesis de que éstas son las que pueden beneficiarse en mayor medida de esta tecnología.
5. Estimar la *rentabilidad* de la inversión en los equipos *convertidores electrónicos de frecuencia* necesarios para entregar la energía generada en una *central de velocidad variable* a una red eléctrica de frecuencia fija, aplicando la metodología propuesta en esta tesis para calcular los ingresos anuales que produce la central durante el periodo de amortización de estos equipos.
6. Valorar las ventajas que puede aportar la velocidad variable en *grupos ecológicos* y en *contraembalses de demodulación* de caudales. Cabe pensar, por sus características, que este tipo de instalaciones pueden beneficiarse en gran medida de esta tecnología.
7. Aplicar la metodología propuesta para calcular los ingresos anuales de una central hidroeléctrica, considerando la *aleatoriedad* de las aportaciones y los precios horarios, mediante una serie de escenarios de operación anuales, a los que se asigna una probabilidad de ocurrencia.

BIBLIOGRAFÍA

1. [Allen and Bridgeman, 1986]
Allen, R.B. and Bridgeman, S.G. (1986). “Dynamic programming in hydropower scheduling”. *ASCE Journal of Water Resources Planning and Management*, vol. 112, no. 3, pp. 339-353.
2. [Aracil y Gómez-Estern, 2007]
Aracil, J. y Gómez-Estern, F. (2007). *Apuntes de Regulación Automática*. Sevilla: Escuela Técnica Superior de Ingenieros. Universidad de Sevilla.
3. [Arce et al., 2002]
Arce, A., Ohishi, T. and Soares, S. (2002). “Optimal dispatch of generating units of the Itaipú hydroelectric plant”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, no. 1, pp. 154-158.
4. [Arvanitidis and Rosing, 1970]
Arvanitidis, N.V. and Rosing, J. (1970). “Composite representation of a multireservoir hydroelectric power system”. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-89, no. 2, pp. 319-326.
5. [Bard et al., 2006]
Bard, J., Pirttiniemi, H., Goede, E., Mueller, A., Upadhyay, D. and Rothert, M. (2006). “VASOCOMPACT – A European project for the development of a commercial concept for variable speed operation of submersible compact turbines”. Unpublished.
6. [Bartle, 2002]
Bartle, A. (2002). “Hydropower potential and development activities”. *Energy Policy*, vol. 30, no. 14, pp. 1231-1239.
7. [Beale, 1965]
Beale, E.M.L. (1965). “Survey of integer programming”. *Operational Research*, vol. 16, no. 2, pp. 219-228.
8. [Bernholtz and Graham, 1960]
Bernholtz, B. and Graham, L.J. (1960). “Hydrothermal economic scheduling. Part I: Solution by incremental dynamic programming”. *AIEE Transactions*, vol. PAS-79, pp. 921-932.

9. [Brekke and Xin-Xin, 1988]

Brekke, H. and Xin-Xin, L. (1988). "A new approach to the mathematic modelling of hydropower governing systems". IEE International Conference on Control, Oxford, April 13-15.

10. [Brezovec et al., 2006]

Brezovec, M., Kuzle, I. and Tomisa, T. (2006) "Nonlinear digital simulation model of hydroelectric power unit with Kaplan turbine", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 21, no. 1, pp. 235-241.

11. [Bryson, 1996]

Bryson, A.E. Jr. (1996). "Optimal control – 1950 to 1985". *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 16, no. 3, pp. 26-33.

12. [Buss et al., 2000]

Buss, M., von Stryk, O., Bulirsch, R. and Schmidt, G. (2000). "Towards hybrid optimal control". *Automatisierungstechnik*, vol. 48, no. 9, pp. 448-459.

13. [Byers, 1994]

Byers, W. (1994). "Making the Old new with better machines". *Hydro Review Worldwide*, vol. 2, no. 4, p. 28.

14. [Caballero y Grossmann, 2007]

Caballero, J.A. y Grossmann, I.E. (2007). "Una revisión del estado del arte en optimización". *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, vol. 4, no. 1, pp.5-23.

15. [Campos et al., 1996]

Campos, J.G., Saidel, M.A., Ingram, L. and Westphalen, M. (1996). "Adjustable speed operation of hydroelectric turbine generators". *Electra*, no. 167, pp. 17-37.

16. [Carvalho e Souza, 1999]

Carvalho, A.N. e Souza, H. (1999). "Análise experimental de turbinas hidráulicas operando com rotação variável". 5ª Reunión el grupo de trabajo de Hidromecánica de la IAHR, Montevideo, 11-14 Mayo.

17. [Castillo et al., 2002]

Castillo, E., Conejo, A., Pedregal, P., García, R. y Alguacil, N. (2002). *Formulación y Resolución de Modelos de Programación Matemática en Ingeniería y Ciencia*. Ciudad Real: E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad de Castilla-La Mancha.

18. [Catalao et al., 2006]
Catalao, J.P.S., Mariano, S.J.P.S., Mendes, V.M.F. and Ferreira, L.A.F.M. (2006). "Parameterisation effect on the behaviour of a head-dependent hydro chain using a nonlinear model". *Electric Power Systems Research*, vol. 76, no. 6-7, pp. 404-412.
19. [Centeno y Ventosa, 2007]
Centeno, E. y Ventosa, M. (2007). "Planificación integral de la generación de energía eléctrica". *Revista Energía*, nº 200, pp. 59-64.
20. [Chang et al., 1990]
Chang, S.C., Chen, C.H., Fong, I.K. and Luh, P.B. (1990). "Hydroelectric generation scheduling with an effective differential dynamic programming algorithm". *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 5, no. 3, pp. 737-743.
21. [Chang and Waight, 1999]
Chang, G.W. and Waight, J.G. (1999). "A mixed integer linear programming based hydro unit commitment". IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, Vol. 2, pp. 924-928.
22. [Chang et al., 2001]
Chang, G.W., Aganagic, M., Waight, J.G., Medina, J., Burton, T., Reeves, S. and Christoforidis, M. (2001). "Experiences with mixed integer linear programming based approaches on short-term hydro scheduling". *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 16, no. 4, pp. 743-749.
23. [Chang and Zhong, 2004]
Chang, J. and Zhong, J.S. (2004). "Nonlinear simulation of the Francis turbine neural network model". IEEE Third International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Shangai, 26-29 August.
24. [Cohen and Sherkat, 1987]
Cohen, A.I. and Sherkat, V.R. (1987). "Optimization-based methods for operations scheduling". *Proceedings of the IEEE*, vol. 75, no. 12, 1574-1591.
25. [Conejo, 1997]
Conejo, A.J. (1997). *Técnicas de optimización*. Ciudad Real: E.T.S. de Ingenieros Industriales. Universidad de Castilla-La Mancha.
26. [Conejo et al., 2002]
Conejo, A.J., Arroyo, J.M., Contreras, J. and Apolinar, F. (2002). "Self-scheduling of a hydro producer in a pool-based electricity market". *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, no. 4, pp. 1265-1272.

27. [Conejo y Arroyo, 2004]

Conejo, A. y Arroyo, J.M. (2004). *Modelado de cuencas hidráulicas*. Apuntes de la asignatura Análisis económico de sistemas de energía eléctrica. Ciudad Real: ETSI Industriales. Universidad de Castilla-La Mancha. Disponible en:

http://www.uclm.es/area/gsee/Web/español/aecon_uclm.htm

28. [Conejo et al., 2004]

Conejo, A.J., Nogales, F.J., Arroyo, J.M. and García-Bertrand, R. (2004). "Risk-constrained self-scheduling of thermal power producer". *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 19, no. 3, pp. 1569-1574.

29. [Conejo et al., 2006]

Conejo, A.J., Castillo, E., Mínguez, R. and García-Bertrand, R. (2006). *Decomposition techniques in mathematical programming. Engineering and science applications*. New York: Springer.

30. [Cuesta y Vallarino, 2000]

Cuesta, L. y Vallarino, E. (2000). *Aprovechamientos hidroeléctricos* (Tomo II). Madrid: Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.

31. [De Cuadra, 1998]

De Cuadra, G. (1998). *Modelos de explotación para la optimización y simulación estocástica de sistemas de energía eléctrica*. Madrid: Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI), Universidad Pontificia de Comillas. (Tesis doctoral).

32. [De Jaeger et al., 1994]

De Jaeger, E., Janssens, N., Malfliet, B. and Van De Meulebroeke, F. (1994). "Hydro turbine model for system dynamic studies". *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 9, no. 4, pp. 1709-1715.

33. [Delgado, 1974]

Delgado, M. *Maquinaria* en: Vallarino, E. (1974). *Obras hidráulicas* (Volumen III). Madrid: Servicio de Publicaciones de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.

34. [DGET, 2000]

European Commission, DGET (*Directorate General for Energy and Transport*) (2000). "Status report on variable speed operation in small hydropower". Austria: European Communities.

35. [DGRTD, 2006]

European Commission, DGRTD (*Directorate General for Research Technology and Development*), Advisory Group on Energy (2006). "Further tasks for the future European Energy R&D". Belgium: European Communities.

36. [Driebeek, 1966]

Driebeek, N.J. (1966). "An algorithm for the solution of mixed integer programming problems". *Management Science*, vol. 12, no. 7, pp. 576-587.

37. [El-Hawary and Christensen, 1979]

El-Hawary, M.E. and Christensen, G.S. (1979). *Optimal economic operation of electric power systems*. New York: Academic Press.

38. [El-Hawary and Kumar, 1986]

El-Hawary, M.E. and Kumar, M. (1986). "Optimal parameter estimation for hydro-plant performance models in economic operation studies". *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. PWRS-1, no. 4, pp. 126-131.

39. [Enseñat et al, 2005]

Enseñat, F., Velasco, J. and Romo, A. (2005). "Un papel medioambiental de las presas. La demodulación de caudales de turbinación". Disponible en: <http://www.socoin.es/documentos/hidraulica02.pdf>

40. [Esogbue, 1986]

Esogbue, A.O. (1986). *A taxonomic treatment of dynamic programming models of water resources systems*, in Esogbue, A.O. (1989), *Dynamic programming for optimal water resources systems analysis*. New Jersey: Prentice-Hall.

41. [Farrell and Gulliver, 1987]

Farrell, C. and Gulliver, J. (1987). "Hydromechanics of variable speed turbines". *ASCE Journal of Energy Engineering*, vol. 113, no.1, pp. 1-13.

42. [Fernández, 2003]

Fernández, J.C. (2003). "Experiencias internacionales en mercados eléctricos liberalizados". *Anales de Mecánica y Electricidad*, vol. 80, fasc. 2, pp. 70-76.

43. [Fernández-Díez, 2002]

Fernández-Díez, P. (2002). *Turbinas hidráulicas*. Disponible en: <http://www.termica.webhop.info/>

44. [Finardi and da Silva, 2005]

Finardi, E.C. and da Silva, E.L. (2005). "Unit commitment of single hydroelectric plant". *Electric Power Systems Research*, vol. 75, no. 2-3, pp. 116-123.

45. [Fosso and Belsnes, 2004]
Fosso, O.B. and Belsnes, M.M. (2004). “*Short-term hydro scheduling in a liberalized power system*”. IEEE PowerCon, Singapore, November 21-24.
46. [Fraile-Ardanuy et al., 2002a]
Fraile-Ardanuy, J., Fraile-Mora, J. y Wilhelmi, J.R. (2002), “*Optimización del funcionamiento de un grupo turbina-generador asíncrono de velocidad variable mediante redes neuronales*”. XII Reunión de Grupos de Investigación en Ingeniería Eléctrica, Córdoba (España), 20-22 Marzo.
47. [Fraile-Ardanuy et al., 2002b]
Fraile-Ardanuy, J., Fraile-Mora, J., Íñigo, L. y Wilhelmi, J.R. (2002). “*Generación hidroeléctrica con velocidad variable*”. I Jornadas Nacionales sobre Innovación y Nuevas Tecnologías en la Ingeniería Civil, Madrid, 4-5 Diciembre.
48. [Fraile-Ardanuy, 2004]
Fraile-Ardanuy, J. (2004). *MATLAB para ingenieros* (2ª Edición). Madrid: Servicio de publicaciones de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.
49. [Fraile-Ardanuy, 2005]
Fraile-Ardanuy, J. (2005). *Sistemas borrosos y neuronales. Aplicación al control*. E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Madrid (UPM).
50. [Fraile-Ardanuy et al., 2006a]
Fraile-Ardanuy, J., Wilhelmi, J.R., Fraile-Mora, J., Pérez, J.I. and Sarasúa, I. (2006). “*Speed control of a run-of-river variable speed hydro plants*”. International Conference on Renewable Energies and Power Quality, ICREPQ’06, Palma de Mallorca (España), April 5-7.
51. [Fraile-Ardanuy et al., 2006b]
Fraile-Ardanuy, J., Wilhelmi, J.R., Fraile-Mora, J. and Pérez, J.I. (2006). “*Variable speed hydro generation: operational aspects and control*”. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 21, no.2, pp. 569-574.
52. [Fraile-Ardanuy et al., 2006c]
Fraile-Ardanuy, J., Pérez, J.I., Sarasúa, I., Wilhelmi, J.R. and Fraile-Mora, J. (2006). “*Speed optimisation module of a hydraulic Francis turbine based on artificial neural networks. Application to the dynamic analysis and control of an adjustable speed hydro plant*”. IEEE World Congress on Computational Intelligence, Vancouver (Canada), July 16-21.

53. [Fraile-Mora, 2008]

Fraile-Mora, J. (2008). *Máquinas eléctricas* (6ª edición). Madrid: McGraw-Hill.

54. [García-González and Alonso, 2001]

García-González, J. and Alonso Castro, G. (2001). “*Short-term hydro scheduling with cascaded and head-dependent reservoirs based on mixed-integer linear programming*”. IEEE Porto PowerTech Conference, Oporto (Portugal), September 10-13.

55. [García-González et al., 2003]

García-González, J., Parrilla, E., Barquín, J., Alonso, J., Sáiz-Chicharro, A. and González, A. (2003). “*Under-relaxed iterative procedure for feasible short-term scheduling of a hydro chain*”. IEEE Bologna PowerTech Conference, Bologna (Italy), June 23-26.

56. [Gareta et al., 2006]

Gareta, R., Romeo, L.M. and Gil, A. (2006). “Forecasting of electricity prices with neural networks”. *Energy Conversion and Management*, vol. 47, no. 13-14, pp. 1770-1778.

57. [Gish et al., 1981]

Gish, W.B., Schurz, J.R., Milano, B. and Schleif, F.R. (1981). “An adjustable speed synchronous machine for hydroelectric power applications”. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-100, no. 5, pp. 2171-2176.

58. [Glimn and Kirchmayer, 1958]

Glimn, A.F. and Kirchmayer, L.K. (1958). “Economic operation of variable-head hydroelectric plants”. *AIEE Transactions*, vol. PAS-77, pp.1070-1079.

59. [Göl, 2008]

Göl, Ö. (2008). “*Renewable energy – Panacea for climate change?*”. International Conference on Renewable Energies and Power Quality, ICREPQ'08, Santander (Spain), March 12-14.

60. [Guan et al., 1999]

Guan, X., Svoboda, A. and Li, C. (1999). “Scheduling hydro power systems with restricted operating zones and discharge ramping constraints”. *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 14, No. 1, pp. 126- 131.

61. [Hachiya et al., 1995]

Hachiya, K., Ishizuki, T., Aso, T. and Kanai, T. (1995). “*The world highest head adjustable-speed pumped storage. Okukiyotsu No. 2 hydro project, Japan*” International Conference in Hydropower, Waterpower'95, San Francisco (CA), July 25-28.

62. [Hagan et al., 1996]

Hagan, M.T., Demuth, H.B. and Beale, M. (1996). *Neural network design*. Boston: PWS Publishing Company.

63. [Haraguchi et al., 1987]

Haraguchi, E., Nakagawa, H., Kuwabara, T., Nohara, H. and Ono, K. (1987). "Control system for variable-speed hydraulic turbine generator apparatus". United States Patent, no. 4694189.

64. [IDEA, 2005]

Instituto para la Diversificación y el Ahorro de Energía, IDAE (2005). Plan de Energías Renovables en España 2005-2010.

65. [IHA, 2008]

International Hydropower Association, IHA, (2008). *Top ten reasons why hydropower should lead the way in the clean development mechanism*. Disponible en: www.hydropower.org

66. [Ilyinykh, 1985]

Ilyinykh, I. (1985). *Hydroelectric Stations*. Moscow: MIR Publishers.

67. [Jiménez and Chaudhry, 1992]

Jiménez, O.F. and Chaudhry, M.H. (1992). "Water-level control in hydropower plants". *ASCE Journal of Energy Engineering*, vol. 118, no. 3, pp. 180-193.

68. [Jiménez et al., 1997]

Jiménez Redondo, N., Conejo, A. y Arroyo, J.M. (1997). "Coordinación hidrotérmica en el corto plazo mediante relajación lagrangiana: solución del problema dual". 5^{as} Jornadas Hispano-Lusas de Ingeniería Eléctrica. Salamanca (España), 3-5 Julio.

69. [Jiménez and Conejo, 1999]

Jiménez Redondo, N. and Conejo, A.J. (1999). "Short-term hydro-thermal coordination by lagrangian relaxation: solution of the dual problem". *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 14, no. 1, pp. 89-95.

70. [Kaldellis et al., 2005]

Kaldellis, J.K, Vlchaou, D.S. and Korbakis, G. (2005). "Techno-economic evaluation of small hydro power plants in Greece: a complete sensitivity analysis". *Energy Policy*, vol. 33, no. 15, pp. 1969-1985.

71. [Karlis and Papadopoulos, 2000]

Karlis, A.D. and Papadopoulos, D.P. (2000). "A systematic assessment of the technical feasibility and economic viability of small hydroelectric system installations". *Renewable Energy*, vol. 29, no. 2, pp. 253-262.

72. [Karmarkar, 1984]

Karmarkar, N. (1984). "A new polynomial-time algorithm for linear programming". 16th annual ACM symposium on Theory of Computing, Washington, D.C., April 30-May 2.

73. [Kaufmann, 1971]

Kaufmann, A. (1971). *Métodos y modelos de la investigación de operaciones* (Tomo II). Paris: Dunod.

74. [Kita et al., 1994]

Kita, E., Ohno, Y., Kuwabara, T. and Bando, A. (1994). "Gaining flexibility, value with adjustable-speed hydro". *Hydro Review Worldwide*, vol. 2, no. 4, pp. 18-27.

75. [Kuwabara, 1986]

Kuwabara, T. (1986). "Method and apparatus for controlling variable-speed hydraulic power generating system". United States Patent, no. 4625125.

76. [Kuwabara et al., 1996]

Kuwabara, T., Shibuya, A. and Furuta, H. (1996). "Design and dynamic response characteristics of 400 MW adjustable speed pumped storage unit for Ohkawachi power station". *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 11, no. 2, pp. 376-384.

77. [Labadie, 2004]

Labadie, J.W. (2004). "Optimal operation of multireservoir systems: state-of-the-art review". *ASCE Journal of Water Resources Planning and Management*, vol. 130, no. 2, pp. 93-111.

78. [Land and Doig, 1960]

Land, A.H. and Doig, A.G. (1960). "An automatic method of solving discrete programming problems". *Econometrica*, vol. 28, no. 3, pp. 497-520.

79. [Little, 1955]

Little, J.D.C. (1955). "The use of storage water in a hydroelectric system". *Journal of Operations Research Society of America*, vol. 3, no. 2, pp. 187-197.

80. [Luenberger, 2003]

Luenberger, D.G. (2003). *Linear and nonlinear programming*. (2nd Edition). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

81. [Mannes and Doering, 2005]

Mannes, J. and Doering, J. (2005). "An improved model for predicting the efficiency of hydraulic propeller turbines". *Canadian Journal of Civil Engineering*, no. 2, pp. 789-795.

82. [Marcos, 2002]

Marcos, J.M. (2002). "Historia y panorama actual del sistema eléctrico español". *Física y Sociedad*, nº 13, pp. 10-17.

83. [Marcos, 2006]

Marcos, J.M. (2006). "La generación de energía hidroeléctrica". *Anales de Mecánica y Electricidad*, vol. 83, fasc. 1, pp. 35-40.

84. [Maroto, 1993]

Maroto, L. (1993). Proyecto para la concesión de ampliación de caudal hasta 10 m³/s en la Central de Pequera sobre el río Aragón.

85. [Maroto, 1997]

Maroto, L. (1997). Proyecto de construcción del Salto de Silván.

86. [Maroto, 2000]

Maroto, L. (2000). Proyecto de construcción del Aprovechamiento Hidroeléctrico del pie de presa del Embalse de Juan Benet en la Central de Porma.

87. [Maroto et al., 1988]

Maroto, L., Batlle, J.A. y Lobera, J.L. (1988). Proyecto electromecánico de la Central de Los Bermejales.

88. [Maroto y Lobera, 1988]

Maroto, L. y Lobera, J.L. (1988). Proyecto de construcción de la Central de La Vega de Granada.

89. [Martínez y Serrano, 2004a]

Martínez Montes, G. y Serrano López, M.M. (2004). "Minicentrales hidroeléctricas: inversión, riesgo o necesidad". *Revista de Obras Públicas*, nº 3446, pp. 11-22.

90. [Mataix, 1975]

Mataix, C. (1975). *Turbomáquinas hidráulicas*. Madrid: ICAI.

91. [Merino y López, 1996]

Merino, J.M. y López, A. (1996). "Explotación más flexible y eficaz de centrales hidráulicas con alternadores Varspeed". *Revista ABB*, no. 3, pp. 33-38.

92. [Mínguez, 2003]

Mínguez, R. (2003). *Seguridad, fiabilidad y análisis de sensibilidad en obras de ingeniería civil mediante técnicas de optimización por descomposición. Aplicaciones*. Santander: Departamento de Matemática Aplicada y Ciencias de la Computación, Universidad de Cantabria. (Tesis doctoral).

93. [Mizyed et al., 1992]

Mizyed, N.R., Loftis, J.C. and Fontane, D.G. (1992). "Operation of large multireservoir systems using optimal-control theory". *ASCE Journal of Water Resources Planning and Management*, vol. 188, no. 4, pp. 371-387.

94. [Montanari, 2003]

Montanari, R. (2003). "Criteria for the economic planning of a low power hydroelectric plant". *Renewable Energy*, vol. 28, no. 13, pp. 2129-2145.

95. [Moreno et al., 1997]

Moreno, V., Conejo, A., Pérez Ruiz, J. y Medina, J. (1997). "Modelo detallado de sistemas hidroeléctricos para estudios de coordinación hidrotérmica". 5^{as} Jornadas Hispano-Lusas de Ingeniería Eléctrica. Salamanca (España), 3-5 Julio.

96. [Murtagh et al., 2006]

Murtagh, B.A., Saunders, M.A., Murria, W., Gill, P.E., Raman, R. and Kalvelagen E. (2006). *MINOS*, in *The Solver Manuals*. Washington, D.C.: GAMS Development Corporation.

97. [Nagler, 1929]

Nagler, F. (1929). "Simple basis for securing efficient hydro operation". *Electrical World*, vol. 94, no.18, pp. 875-878.

98. [Naresh and Sharma, 2002]

Naresh, R. and Sharma, J. (2002). "Short-term hydro scheduling using two-phase neural network". *International Journal of Electric Power and Energy Systems*, vol. 24, no. 7, pp. 583-590.

99. [Nilsson and Sjelvgren, 1997a]

Nilsson, O. and Sjelvgren, D. (1997). "Hydro unit start-up costs and their impact on the short term scheduling strategies of the Swedish power producers". *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 12, no. 1, pp. 38-43.

100. [Nilsson and Sjelvgren, 1997b]

Nilsson, O. and Sjelvgren, D. (1997). "Variable splitting applied to modelling of start-up costs in short term hydro generation scheduling". *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 12, no. 2, pp. 770-775.

101. [Ohishi et al., 2005]

Ohishi, T., Santos, E., Arce, A., Kadowaki, M., Cicogna, M. and Soares, S. (2005). “Comparison of two heuristic approaches to hydro unit commitment”. Unpublished.

102. [OMEL, 2005]

Operador del Mercado Ibérico de Energía – Polo Español, OMEL, (2005). *El Mercado de la electricidad*. Apuntes del curso de Mercado de Electricidad.

103. [Papageorgiou, 1985]

Papageorgiou, M. (1985). “Optimal multireservoir network control by the discrete maximum principle”. *Water Resources Research*, vol. 21, no. 12, pp. 1824-1930.

104. [Paravan et al., 2004]

Paravan, D., Stokelj, T. and Golob, R. (2004). “Improvements to the water management of a run-of-river HPP reservoir: methodology and case study”. *Control Engineering Practice*, vol. 12, no. 4, pp. 377-385.

105. [Parrilla and García-González, 2003]

Parrilla, E. y García-González, J. (2003) “An optimization and heuristic based algorithm for the short term scheduling of large-scale hydrothermal systems”. IIT (*Instituto de Investigación Tecnológica*). Universidad Pontificia de Comillas. (Paper)

106. [Pereira and Pinto, 1982]

Pereira, M.V. and Pinto, L.M. (1982). “A decomposition approach to the economic dispatch of hydrothermal systems”. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-101, no. 10, pp. 3851-3860.

107. [Pereira and Pinto, 1985]

Pereira, M.V. and Pinto, L.M. (1985). “Stochastic Optimization of a multireservoir hydroelectric system: a decomposition approach”. *Water Resources Research*, vol. 21, no. 6, pp. 779-792.

108. [Pérez Arriaga et al., 2005]

Pérez Arriaga, J.I., Batlle, C., Vázquez, C., Rivier, M. y Rodilla, P. (2005). *Libro Blanco sobre la reforma del marco regulatorio de la generación eléctrica en España*. Madrid: Instituto de Investigación Tecnológica (IIT), Universidad Pontificia Comillas de Madrid.

109. [Pérez et al., 2008]

Pérez, J.I., Wilhelmi, J.R. and Maroto, L. (2008). “Adjustable speed operation of a hydropower plant associated to an irrigation reservoir”. *Energy Conv. & Management* (pendiente de aceptación).

110. [Piekutowski et al., 1994]

Piekutowski, M.R., Litwinowicz, T. and Frowd, R.J. (1994). "Optimal short-term scheduling for a large-scale cascaded hydro system". *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 9, no. 2, pp. 805-811.

111. [Pollock, 1923]

Pollock, F.W. (1923). "Co-ordinating steam and hydro operation". *Electrical World*, vol. 81, no. 19, pp. 1083-1086.

112. [Ponrajah et al., 1998]

Ponrajah, R.A., Whitterspoon, J. and Galiana, F.D. (1998). "Systems to optimise conversion efficiencies at Ontario Hydro's hydroelectric plants". *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 13, no. 3, pp. 1044-1050.

113. [Ramos, 1990]

Ramos, A. (1990). *Modelos de explotación a medio plazo de la generación eléctrica. Aplicaciones para el sistema español*. Madrid: Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales (ICAI), Universidad Pontificia de Comillas. (Tesis doctoral).

114. [Revelle, 1999]

Revelle, C. (1999). *Optimizing reservoir resources*. New York: John Wiley & Sons.

115. [Rivier, 1998]

Rivier, M. (1998). *Modelo probabilista de explotación de un sistema eléctrico: contribución a la teoría marginalista*. Madrid: Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales (ICAI), Universidad Pontificia de Comillas (Tesis doctoral).

116. [Rosenthal, 2006]

Rosenthal, R.E. (2006). *GAMS – A user's guide*. Washington, DC: GAMS Development Corporation.

117. [Roy, 2005]

Roy, S. (2005). "Optimal planning of generating units over micro-hydro resources within a catchment area". *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 20, no. 1, pp. 231-236.

118. [Saidel e dos Reis, 1997]

Saidel, M.A. e dos Reis, L.B. (1997). "Geração hidroelétrica em rotação ajustável: ampliação da eficiência energética e integração ambiental do aproveitamento". IV Encontro Latino-Americano de Fuidomecânica, Itajubá (Brasil), 7-10 Abril.

119. [Sakayori et al., 1989]

Sakayori, A., Kuwabara, T., Bando, A., Ohno, Y., Hayashi, S., Yokohama, I. and Ogiwara, K. (1989). "Variable-speed pumped-storage power generating system". United States Patent, no. 4816696.

120. [Sánchez et al., 2007]

Sánchez, J.A., Sarasúa, J.I., Pérez, J.I., Fraile-Ardanuy, J., Fraile-Mora, J., García-Gutiérrez, P. and Wilhelmi, J.R. (2007). "Variable speed operation and control of low-head run of river small hydropower plants". HYDRO 2007, Granada (Spain), October 15-17.

121. [Sarasúa et al., 2006]

Sarasúa, J.I., Wilhelmi, J.R., Fraile-Ardanuy, J.J., Pérez, J.I. and Sánchez Fernández, J.A. (2006). "Control de una minicentral fluyente". XXVII Jornadas de Automática, JAL06, Almería (España), 6-8 de Septiembre.

122. [Sarasúa et al., 2007]

Sarasúa, J.I., Wilhelmi, J.R., Fraile-Ardanuy, J.J., Pérez, J.I. and Sánchez Fernández, J.A. (2007). "Control of a run of river small hydro power plant". First International Conference on Power Engineering, Energy and Electrical Drives, Setúbal (Portugal), April 12-14.

123. [Sheldon, 1984]

Sheldon, L.H. (1984). "An analysis of the applicability and benefits of variable speed generation for hydropower". ASME Winter Annual Meeting, New Orleans (Louisiana), December 9-14.

124. [Simopoulos et al., 2007]

Simopoulos, D.N., Kavatza, S.D. and Vournas, C.D. (2007). "An enhanced peak shaving method for short term hydrothermal scheduling". *Energy Conversion and Management*, vol. 48, no. 11, pp. 3018-3024.

125. [Soares et al., 1980]

Soares, S., Lyra, C. and Tavares, H. (1980). "Optimal generation scheduling of hydrothermal power systems". *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-99, no. 3, pp. 1107-1118.

126. [Soares and Salmazo, 1997]

Soares, S. and Salmazo, C. (1997). "Minimum loss predispatch model for hydroelectric power systems". *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 12, no.3, pp. 1220-1228.

127. [Soares et al., 2003]

Soares, S., Ohishi, T., Cicogna, M. and Arce, A. (2003). “*Dynamic dispatch of hydro generating units*”. IEEE Bologna PowerTech Conference, Bologna (Italy), June 23-26.

128. [Takeda and Kurotani, 1995]

Takeda, K. and Kurotani, K. (1995). “Water level regulating system”. United States Patent, no. 5472312.

129. [Tang, 1995]

Tang, J. and Luh, P.B. (1995). “Hydrothermal scheduling via extended differential dynamic programming and mixed coordination”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 10, no. 4, pp. 2021-2028.

130. [Teegavarapu and Simonovic, 2000]

Teegavarapu, R.S.V. and Simonovic, S.P. (2000). “Short-term operation model for coupled hydropower reservoirs”. *ASCE Journal of Water Resources Planning and Management*, vol. 126, no. 2, pp. 98-106.

131. [Terens and Schäfer, 1993]

Terens, L. and Schäfer, R. (1993). “*Variable-speed in hydro generation utilizing static frequency converters*”. International Conference in Hydropower, Waterpower’93, Nashville (TN), August 10-13.

132. [Trezos, 1991]

Trezos, T. (1991). “Integer programming application for planning of hydropower production”. *ASCE Journal of Water Resources Planning and Management*, vol. 117, no. 3, pp. 340-351.

133. [Tufegdžic et al., 1996]

Tufegdžic, N., Frowd, R.J. and Stadlin, W.O. (1996). “A coordinated approach for real-time short term hydro scheduling”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 11, no. 4, pp. 1698-1704.

134. [Tufegdžic and Hyslop, 1997]

Tufegdžic, N. and Hyslop, P. (1997). “An optimal real-time short term operation of independent hydro generator company in the open electricity market”. *Electric Power Systems Research*, vol. 41, no. 1, pp. 5-11.

135. [UNESA, 2003]

Asociación Española de la Industria Eléctrica, UNESA (2003). *La electricidad en España. 313 preguntas y respuestas*. Madrid: UNESA.

136. [UNIÓN FENOSA, 2004]
(2004). “Rehabilitación del distribuidor del grupo I en la Central Hidroeléctrica Castrelo”. Revista Unión Fenosa, número 114. Disponible en:
http://www.salacomunicacion.unionfenosa.es/view_manager.html?root=466
137. [US Bureau, 1976]
US Department of the Interior: Bureau of Reclamation (1976). *Selecting hydraulic reaction turbines*. A Water Resources Technical Publication, Engineering Monograph no. 20.
138. [US Bureau, 1979]
US Department of the Interior: Bureau of Reclamation (1979). *Diseño de presas pequeñas*. Méjico: Compañía Editorial Continental.
139. [Vázquez, 2003]
Vázquez, C. (2003). *Modelos de casación de ofertas en mercados eléctricos*. Madrid: Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI), Universidad Pontificia de Comillas (Tesis doctoral).
140. [Voros et al., 2000]
Voros, N.G., Kiranoudis, C.T. and Maroulis, Z.B. (2000). “Short-cut design of small hydroelectric plants”. *Renewable Energy*, vol. 19, no. 4, pp. 545-563.
141. [Wilhelmi, 2000]
Wilhelmi, J.R. (2000). *Análisis de sistemas hidroeléctricos*. Madrid: Servicio de Publicaciones de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.
142. [Wilhelmi et al., 2003]
Wilhelmi, J.R., Fraile-Ardanuy, J., Fraile-Mora, J. and Íñigo, L. (2003). “Adjustable speed hydro generation”. International Conference on Renewable Energies and Power Quality, ICREPQ’03, Vigo (España), April 9-11.
143. [Wood and Wollenberg, 1996]
Wood, A.J. and Wollenberg, B.F. (1996). *Power generation operation and control* (2nd edition). New York: John Wiley & Sons.
144. [Wu et al., 1989]
Wu, R.N., Lee, T.H. and Hill, E.F. (1989). “An investigation of the accuracy and the characteristics of peak-shaving method applied to production cost calculations”. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 4, no. 3, pp. 1043-1049.

145. [WWC, 2006]

World Water Council, WWC (2006). *Síntesis del IV Foro Mundial del Agua*. México D.F.: Martínez Austria, P. y van Hofwegen P.

146. [Yang and Chen, 1989]

Yang, J.S. and Chen, N. (1989). "Short term hydrothermal coordination using multi-pass dynamic programming". *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 4, no. 3, pp. 1050-1056.

147. [Yang et al., 1996]

Yang, P.C., Yang, H.T. and Huang, C.L. (1996). "Scheduling short-term hydrothermal generation using evolutionary programming techniques". *IEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution*, vol. 143, no. 4, pp. 371-376.

148. [Yeh, 1985]

Yeh, W.W.G. (1985). "Reservoir management and operation models: a state-of-the-art review". *Water Resources Research*, vol. 21, no. 12, pp. 1797-1818.

149. [Yi et al., 2003]

Yi, J., Labadie, J.W. and Stitt, S. (2003). "Dynamic optimal unit commitment and loading in hydropower systems". *ASCE Journal of Water Resources Planning and Management*, vol. 129, no.5, pp. 388-398.

150. [Zamora et al., 1997]

Zamora, J.L., Rouco, L. and Pagola, F.L. (1997). "*Modelos de centrales hidráulicas para estudios de estabilidad*". 5^{as} Jornadas Hispano-Lusas de Ingeniería Eléctrica, Salamanca (España), 3-5 Julio.

Apéndice A

CÁLCULO INFORMÁTICO DE LA CARACTERÍSTICA DE GENERACIÓN

A.1 Introducción

Las metodologías descritas en los capítulos 3 y 5 para obtener la característica de generación de una central hidroeléctrica con embalse regulador y con varios grupos, de velocidad fija y de velocidad variable, respectivamente, que comparten tubería forzada, se ha implementado en sendos programas MATLAB[®], cuyos códigos se presentan a lo largo de este apéndice. El programa *cg4.m* se ha utilizado para obtener la característica de generación de la *central de referencia* con cuatro grupos de velocidad fija, mientras que el programa *cg2v.m* se ha utilizado para obtener la característica de generación de la *central de referencia* con dos grupos de velocidad variable. Los ficheros *central.mat* y *qmuestras.mat* son ficheros de datos y contienen respectivamente los datos de la *central de referencia* del apéndice B y un vector de caudales *qm*.

A.2 Programa *cg4.m*

```
function [pm,qopt]=cg4(v,q);
load central
load qmuestras
% Nivel de la lámina de agua (interpolación lineal)
if (v>vmax)
display('Volumen de embalse fuera de rango')
else
h=interp1(vol,cota,v);
end
% Cálculo del salto neto
hn=h+hbd-kc*q^2-polyval(descarga,q);
% El salto debe estar dentro del rango de saltos admisibles
if (hn>=hmin)&(hn<=hmax)
% Rango de caudales de los grupos
% Valores unitarios
nunitario=n*D/sqrt(hn);
qunitario=qm/(D^2*sqrt(hn));
j=0;
rq=0;
for i=1:length(qunitario);
% Se eliminan en primer lugar aquellos puntos que requieren extrapolación
if (qunitario(i) <=1.3) & (qunitario(i)>=0.6)
r=griddata(Qi,Ni,ETA,qunitario(i),nunitario);
p=9.81*r*hn*qm(i);
% Se comprueban las restricciones de potencia máxima y de rendimiento
% mínimo
if (p<=28600) & (r>=0.80)
j=j+1;
rq(j)=q(i);
end
end
end
if all(rq)
% Definimos la región factible
% Límite inferior
if q>max(rq)
b(1)=q-max(rq);
```

```

else
b(1)=0;
end
for t=2:1:3
if b(t-1)>max(rq)
b(t)=b(t-1)-max(rq);
else
b(t)=0;
end
end
% Límite superior
if q>max(rq)
a(3)=max(rq);
else
a(3)=q;
end
for t=2:-1:1
if q-a(t+1)>max(rq)
a(t)=a(t+1)+max(rq);
else
a(t)=q;
end
end
% Estados intermedios
l=a-b+1*ones(1,t);
etm=-1*ones(3,max(1));
for t=1:1:3
etm(t,max(1)-l(t)+1:end)=b(t):1:a(t);
end
% Inicialización
p=zeros(max(1),max(1),4);
pac=zeros(max(1),max(1),4);
pam=zeros(max(1),4);
% Ecuación recursiva de la programación dinámica
% Grupo 4
ei=etm(3,find(etm(3,:)>-1));
ef=0;
li=length(ei);
for i=1:li
qt=ei(i)-ef;
if (qt>=min(rq))&(qt<=max(rq))
qu=qt/(D^2*sqrt(hn));
nu=n*D/sqrt(hn);
r=griddata(Qi,Ni,ETA,qu,nu);
p(i,1,4)=9.81*r*qt*hn;
elseif qt==0;
p(i,1,4)=0;
else
p(i,1,4)=-Inf;
end
pac(i,1,4)=p(i,1,4);
pam(i,4)=pac(i,1,4);
end
% Grupos 3-2
for t=3:-1:2
ei=etm(t-1,find(etm(t-1,:)>-1));
ef=etm(t,find(etm(t,:)>-1));
li=length(ei);
lf=length(ef);
for i=1:li;
for j=1:lf;
qt=ei(i)-ef(j);
if (qt>=min(rq))&(qt<=max(rq))
qu=qt/(D^2*sqrt(hn));
nu=n*D/sqrt(hn);
r=griddata(Qi,Ni,ETA,qu,nu);
p(i,j,t)=9.81*r*qt*hn;
elseif qt==0;
p(i,j,t)=0;
else
p(i,j,t)=-Inf;
end
pac(i,j,t)=p(i,j,t)+pam(j,t+1);
end
pam(i,t)=max(pac(i,:),t);

```

```

end
end
% Grupo 1
t=1;
ei=q;
ef=etm(t,find(etm(t,:)>-1));
i=1;
lf=length(ef);
for j=1:lf;
qt=ei-ef(j);
if (qt>=min(rq))&(qt<=max(rq))
qu=qt/(D^2*sqrt(hn));
nu=n*D/sqrt(hn);
r=griddata(Qi,Ni,ETA,qu,nu);
p(i,j,t)=9.81*r*qt*hn;
elseif qt==0;
p(i,j,t)=0;
else
p(i,j,t)=-Inf;
end
pac(i,j,t)=p(i,j,t)+pam(j,t+1);
end
pam(i,t)=max(pac(i,:,t));

% Inicialización de variables
eopt=zeros(1,3);
qopt=zeros(1,4);
uopt=zeros(1,4);
% Trayectoria óptima
s=find(pac(1,:,1)==pam(1,1));
if length(s)>1
s=s(1);
end
ef=etm(1,find(etm(1,:)>-1));
eopt(1)=ef(s);
qopt(1)=q-eopt(1);
s=find(pac(s,:,2)==pam(s,2));
if length(s)>1
s=s(1);
end
ef=etm(2,find(etm(2,:)>-1));
eopt(2)=ef(s);
qopt(2)=eopt(1)-eopt(2);
s=find(pac(s,:,3)==pam(s,3));
if length(s)>1
s=s(1);
end
ef=etm(3,find(etm(3,:)>-1));
eopt(3)=ef(s);
qopt(3)=eopt(2)-eopt(3);
qopt(4)=eopt(3);
end
end
for i=1:4
if qopt(i)>0
uopt(i)=1;
end
end
% Potencia máxima
pm=pam(1,1);

```

A.3 Programa cg2v.m

```

function [pm,qopt]=cg2v(v,q);
load central
load qmuestras
% Nivel de la lámina de agua (interpolación lineal)
if (v>vmax)
display('Volumen de embalse fuera de rango')
else
h=interp1(vol,cota,v);
end
% Cálculo del salto neto

```

```

hn=h+hbd-kc*q^2-polyval(descarga,q);
% Rango de caudales de los grupos
% Caudales unitarios
qunitario=q/(D^2*sqrt(h));
% Velocidades unitarias
nunitario=linspace(min(ni),max(ni),36);
% Rango de caudales de los grupos
j=0;
rq=0;
for i=1:length(qunitario);
if (qunitario(i) <=1.3) & (qunitario(i)>=0.6)
rend(i,:)=interp2(Ni,Qi,ETA,nunitario,qunitario(i));
r=max(rend(i,:));
if (r>=0.80)
j=j+1;
rq(j)=q(i);
end
end
end
if all(rq)
% Definimos la región factible
% Límite inferior
if q>max(rq)
b=q-max(rq);
else
b=0;
end
% Límite superior
if q>max(rq)
a=max(rq);
else
a=q;
end
% Estados intermedios
l=a-b+1;
etm=b:l:a;
% Inicialización
p=zeros(l,2);
pac=zeros(l,2);
pam=zeros(l,2);
% Programación dinámica
% Grupo 2
ef=0;
for i=1:length(etm)
qt=etm(i)-ef;
if (qt>=min(rq))&(qt<=max(rq))
qu=qt/(D^2*sqrt(hn));
nu=linspace(min(ni),max(ni),36);
r=max(interp2(Ni,Qi,ETA,nu,qu));
p(i,2)=9.81*r*qt*hn;
elseif qt==0;
p(i,2)=0;
else
p(i,2)=-Inf;
end
pac(i,2)=p(i,2);
end
% Grupo 1
ei=q;
for j=1:length(etm);
qt=ei-etm(j);
if (qt>=min(rq))&(qt<=max(rq))
qu=qt/(D^2*sqrt(hn));
nu=linspace(min(ni),max(ni),36);
r=max(interp2(Ni,Qi,ETA,nu,qu));
p(j,1)=9.81*r*qt*hn;
elseif qt==0;
p(j,1)=0;
else
p(j,1)=-Inf;
end
pac(j,1)=p(j,1)+pac(j,2);
end
pam=max(pac(:,1));

```

```
% Inicialización de variables
qopt=zeros(1,2);
qopt=zeros(1,2);
uopt=zeros(1,2);
% Trayectoria óptima
s=find(pac(:,1)==pam);
if length(s)>1
s=s(1);
end
eopt=etm(s);
qopt(1)=q-eopt;
qopt(2)=eopt;
end
for i=1:2
if qopt(i)>0
uopt(i)=1;
end
end
% Potencia máxima
pm=pam(1,1);
```


Apéndice B

CARACTERÍSTICAS DE LA CENTRAL DE REFERENCIA

B.1 Introducción

A lo largo del desarrollo de esta tesis se recurre en varias ocasiones a la utilización de una *central de referencia* con objeto de ilustrar mejor la implementación de los modelos y las metodologías desarrollados. Esta central no es una central real sino que se trata de un modelo teórico, que pretende asemejarse en la medida de lo posible a un caso real. Las principales características de la *central de referencia* se describen a continuación.

B.2 Datos técnicos de la *central de referencia*

La *central de referencia* consta según el caso de uno o varios grupos idénticos, de la serie de turbinas semejantes de la colina de rendimientos de la figura 3-3, cuyos datos pueden verse en la siguiente tabla.

Tabla B-1: Datos técnicos de los grupos de la *central de referencia*.

Diámetro del rodete (m)	2.9
Velocidad de sincronismo (rpm)	150
Caudal de diseño (m ³ /s)	60
Salto neto de diseño (m)	44
Salto neto máximo* (m)	55
Salto neto mínimo* (m)	28.6
Rendimiento mínimo* (pu)	0.80
Potencia máxima admisible (kW)	28600

* Se han seguido las recomendaciones de [US Bureau, 1976] para fijar los límites técnicos de los grupos.

Para las medidas de saltos, se toma como referencia el nivel más bajo de la zona de descarga. La variación del nivel en dicha zona, en función del caudal, viene dada por un polinomio de tercer orden, cuyos coeficientes han sido estimados convenientemente a partir de los datos de la central de Jurumirim, situada en el río Paranapanema, en Brasil. Estos datos han sido facilitados por la empresa Duke-Energy Brasil, que ha contribuido al desarrollo de esta tesis cediendo algunos datos del sistema hidroeléctrico estudiado en la referencia [Soares et al, 2003]. La ley de variación del nivel en la descarga viene dada por la expresión polinómica (B-1) y está representada gráficamente en la figura B-1.

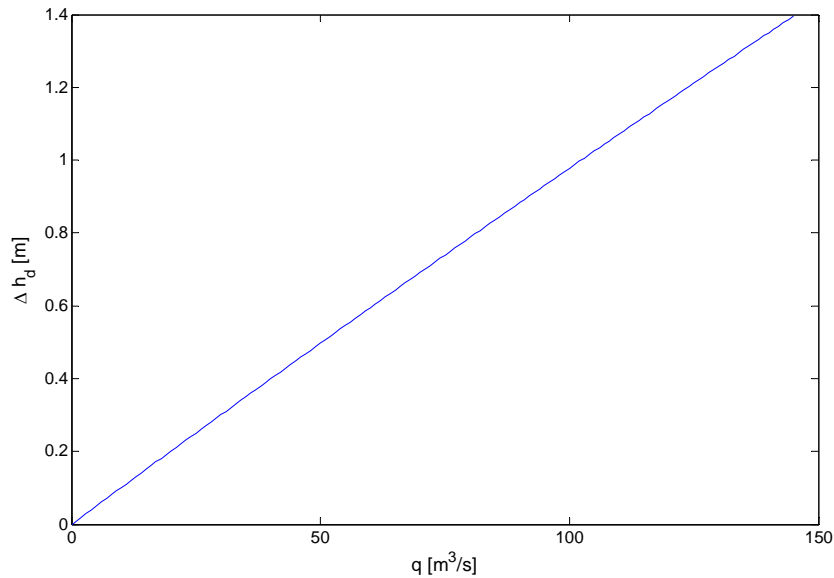


Figura B-1: Ley de variación del nivel en la zona de descarga de la *central de referencia*.

$$\Delta h_d = 6,77 \cdot 10^{-10} q^3 - 3,48 \cdot 10^{-6} q^2 + 1,012 \cdot 10^{-2} \text{ (m)} \quad (\text{B-1})$$

La *central de referencia* consta de una sola conducción forzada en la que se producen unas pérdidas de carga (continuas y localizadas) por rozamiento Δh_c , que se consideran proporcionales al cuadrado del caudal turbinado, a través de un coeficiente de pérdidas apropiado y de valor $k_c = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^2/\text{m}^5$.

La relación altura-volumen en la *central de referencia* se ha obtenido a partir de un modelo de embalse tipo, tomado de la referencia [Conejo y Arroyo, 2004], con forma de tetraedro irregular truncado en uno de sus vértices y achaflanado en una de sus aristas, y está representada gráficamente en la siguiente figura.

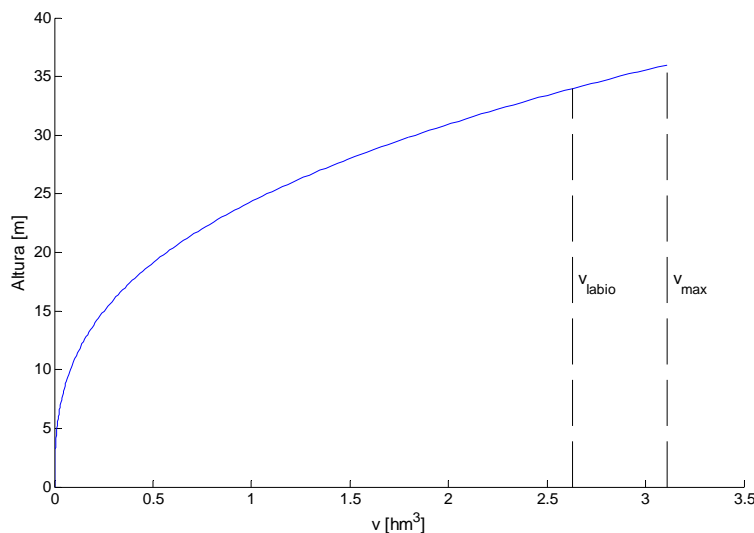


Figura B-2: Relación altura-volumen del embalse de la *central de referencia*.

Se supone que en el embalse de la *central de referencia* existe un aliviadero de labio fijo, de longitud $L_a=12$ m., situado a la cota correspondiente a un volumen de 2.63 hm^3 (v_{labio}). El caudal vertido por un aliviadero de labio fijo viene dado por la ecuación (B-2).

$$s_a = c_d LH^{3/2} \tag{B-2}$$

Aunque en la realidad el coeficiente de desagüe c_d no es constante, sino que varía en función de la altura de la lámina de agua sobre el labio del aliviadero, se ha tomado un valor constante de $2,1 \text{ m}^{1/2}\text{s}^{-1}$, siguiendo las recomendaciones de [US Bureau, 1979]. Sustituyendo en la ecuación anterior la altura de la lámina de agua H por el volumen de embalse v , puede obtenerse fácilmente una relación $s_a = f(v)$ discontinua y no lineal que se ha aproximado por dos tramos lineales, como puede verse en la siguiente figura. El caudal vertido por encima del labio del aliviadero se calcula en todos los modelos de explotación de la tesis a partir de las siguientes ecuaciones:

$$s_a = r_1^s v_1^s + r_2^s v_2^s \tag{B-3}$$

$$v = v_{\min} + \sum_{i=1}^2 v_i^s \tag{B-4}$$

$$v_i^s \leq l_i^s, \quad i = 1,2 \tag{B-5}$$

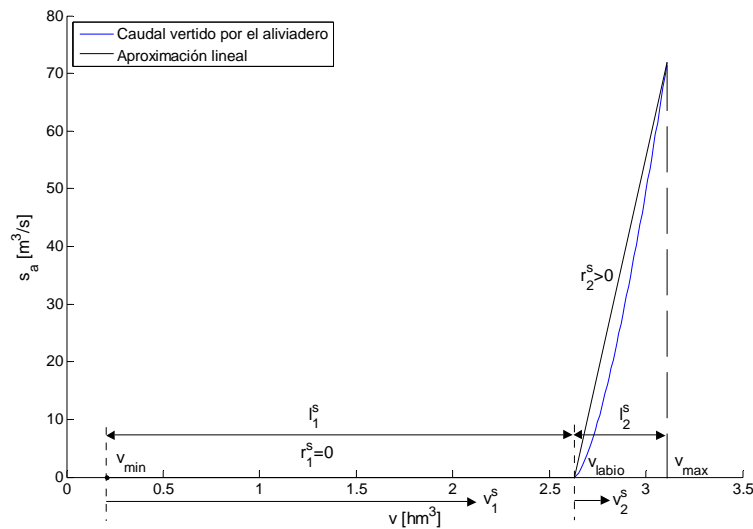


Figura B-3: Vertido a través del aliviadero del embalse de la *central de referencia*.

Además del vertido a través del aliviadero, se supone que la *central de referencia* vierte a través de un órgano de desagüe apropiado, y de forma continuada, un caudal de valor constante para satisfacer una hipotética demanda ambiental o ecológica. Se toma arbitrariamente un *caudal ecológico* de valor $q_{ec} = 5 \text{ m}^3/\text{s}$.

Apéndice C

CÓDIGO DE LOS MODELOS DE EXPLOTACIÓN

C.1 Introducción

A lo largo de esta tesis se han presentado varios modelos de explotación de centrales hidroeléctricas basados en técnicas de programación matemática y en programación dinámica. Todos los modelos de programación matemática han sido implementados en programas GAMS, estableciéndose en todos ellos un vínculo con una hoja de cálculo de Microsoft Excel, desde la que se introducen los datos iniciales del modelo y a la que se exportan los resultados del mismo, facilitando así su manejo a usuarios que no conozcan el citado lenguaje de programación. El modelo de programación dinámica ha sido implementado en un programa MATLAB[®]. Los programas GAMS y MATLAB[®] de los modelos de explotación presentados en el capítulo 4 de la tesis se encuentran recogidos en este apéndice, siguiendo el mismo orden que en aquel capítulo.

C.2 Modelo de programación lineal entera mixta

```
$title Modelo de programación lineal entera mixta (Milpille)
* Termination tolerance.
Option optcr=1e-10;

Sets
i      vertido aliviadero           /1*2/
j      escenarios aportaciones     /1*3/
jj     escenarios volumen inicial  /1*6/
n      vértices de las aproximaciones /1*3/
k      tramos de aproximación      /1*4/
d      datos característica de generación /1*16/
t      etapas                      /1*24/
it     índice de iteraciones       /1*100/;

Scalar
m3s2hm3h factor de conversión de m3:s a hm3:h /0.0036/
cent2euro factor de conversión céntimos a euros /0.01/;

* Entrada de datos desde MS Excel
* Curvas características disponibles - Volumen
$CALL GDXXRW milpille.xls Par=vd rng=Datoscg!b6:b21 Rdim=1 Trace=5
$GDXIN milpille.gdx
Parameter vd(d)
$load vd
$GDXIN
* Curvas características disponibles - Pendientes
$CALL GDXXRW milpille.xls Par=rd rng=Datoscg!d5:h21 Rdim=1 Cdim=1
$GDXIN milpille.gdx
Parameter rd(d,k)
$load rd
```

```

$GDXIN
* Curvas características disponibles - Longitudes
$CALL GDXXRW milpille.xls Par=ld rng=Datoscg!i5:m21 Rdim=1 Cdim=1
$GDXIN milpille.gdx
Parameter ld(d,k)
$load ld
$GDXIN
* Curvas características disponibles - Potencia mínima
$CALL GDXXRW milpille.xls Par=p0d rng=Datoscg!n6:n21 Rdim=1 Trace=5
$GDXIN milpille.gdx
Parameter p0d(d)
$load p0d
$GDXIN
* Curvas características disponibles - Caudales mínimo y máximo
$CALL GDXXRW milpille.xls Par=qmind rng=Datoscg!p6:p21 Rdim=1 Trace=5
Par=qmaxd rng=Datoscg!r6:r21 Rdim=1 Trace=5
$GDXIN milpille.gdx
Parameter qmind(d)
$load qmind
Parameter qmaxd(d)
$load qmaxd
$GDXIN
* Límites de explotación del embalse
$CALL GDXXRW milpille.xls Par=vmin rng=Datoscentral!c21 Rdim=0 Cdim=0
Par=vlabio rng=Datoscentral!c22 Rdim=0 Cdim=0 Par=vmax
rng=Datoscentral!c23 Rdim=0 Cdim=0 Par=qec rng=Datoscentral!c18 Rdim=0
Cdim=0
$GDXIN milpille.gdx
Parameter vmin
$load vmin
Parameter vlabio
$load vlabio
Parameter vmax
$load vmax
Parameter qec
$load qec
$GDXIN
* Precios horarios del mercado
$CALL GDXXRW milpille.xls Par=pm rng=Datoscentral!e14:e37 Rdim=1
Trace=13
$GDXIN milpille.gdx
Parameter pm(t)
$load pm
$GDXIN
* Escenarios volumen inicial
$CALL GDXXRW milpille.xls Par=vi rng=Datoscentral!z14:z19 Rdim=1
Trace=13
$GDXIN milpille.gdx
Parameter vi(jj)
$load vi
$GDXIN
* Escenarios aportaciones
$CALL GDXXRW milpille.xls Par=w rng=Datoscentral!u13:x37 Rdim=1 Cdim=1
$GDXIN milpille.gdx
Parameter w(t,j)
$load w
$GDXIN

* Parámetros del modelo
Parameter

```

v0	volumen inicial
alpha(t)	parámetro antizigzagging
itc	contador iteraciones
a(t)	aportaciones horarias
e(it)	energía - iteración it (kWh)
p0(t)	potencia mínima etapa t (kW) - estimada
p0r(t)	potencia mínima etapa t (kW) - real
vp0(t)	volumen primera iteración
vp1(t)	volumen iteraciones
vp2(t)	volumen iteraciones
minf(t)	caudal mínimo etapa t - estimado
minfr(t)	caudal mínimo etapa t - real
maxf(t)	caudal máximo etapa t - estimado
maxfr(t)	caudal máximo etapa t - real
bpr(t,n)	break point etapa t - real
r(t,k)	pendiente tramo k etapa t - estimado
rr(t,k)	pendiente tramo k etapa t - real
l(t,k)	longitud tramo k etapa t - estimado
lr(t,k)	longitud tramo k etapa t - real
qr(t,k)	caudal tramo k etapa t - real
error(it)	parámetro fin iteraciones
obj(it)	almacenamiento resultados (función objetivo)
stor(it,t)	almacenamiento resultados (volumen medio)
storf(it,t)	almacenamiento resultados (volumen final)
spill(it,t)	almacenamiento resultados (vertido)
flow(it,t)	almacenamiento resultados (caudal)
power(it,t)	almacenamiento resultados (potencia)
income(it)	ingresos reales
vfi(t)	volumen - iteración 1
vvfi(t)	volumen vertido - iteración 1
qfi(t)	caudal - iteración 1
pfi(t)	potencia - iteración 1
efi	energía - iteración 1
bfi	función objetivo - iteración 1
ifi	ingresos - iteración 1
vmi(t)	volumen - iteración máximos ingresos
vvmi(t)	volumen vertido - iteración máximos ingresos
qmi(t)	caudal - iteración máximos ingresos
pmi(t)	potencia - iteración máximos ingresos
emi	energía - iteración máximos ingresos
bmi	función objetivo - iteración máximos ingresos
imi	ingresos - iteración máximos ingresos
vmo(t)	volumen - iteración máxima función objetivo
vvmo(t)	volumen vertido - iteración máxima función objetivo
qmo(t)	caudal - iteración máxima función objetivo
pmo(t)	potencia - iteración máxima función objetivo
emo	energía - iteración máxima función objetivo
bmo	función objetivo - iteración máxima función objetivo
imo	ingresos - iteración máxima función objetivo
vcr(t)	volumen - iteración convergencia
vvcr(t)	volumen vertido - iteración convergencia
qcr(t)	caudal - iteración convergencia
pcr(t)	potencia - iteración convergencia
ecr	energía - iteración convergencia
bcr	función objetivo - iteración convergencia
icr	ingresos - iteración convergencia
iopt	máximos ingresos
bopt	máxima función objetivo
qopt(t)	caudal - solución óptima
popt(t)	potencia - solución óptima

```

vopt(t)      volumen - solución óptima
vvopt(t)     volumen vertido - solución óptima
mismatch(it) discrepancia función objetivo-ingresos

* Aproximación lineal vertido aliviadero
lv(i)  longitud de los tramos (hm3)           /1 2.31, 2 0.48/
rv(i)  pendiente de los tramos (m3:s:hm3)    /1 0.00, 2 149.335/;

Positive variables
* Variable de decisión
q(t)    caudal turbinado (m3:s)
v(t)    volumen final etapa t (hm3)
vm(t)   volumen medio etapa t (hm3)
vv(t)   volumen vertido (aliviadero + ec) (hm3)
vvtr(t,i) volumen tramos aproximación vertido (hm3)
p(t)    potencia etapa t (kW)
qtr(t,k) caudal turbinado tramo k etapa t(m3:s);
* Límites de explotación del embalse
v.up(t)=vmax;
v.lo(t)=vmin;

Variables
B      Función objetivo (€);

Binary variables
u(t)   Central arrancada o parada (1-0)
z1(t)  Saturación tramo 1 vertido
z2(t)  Saturación tramo 2 vertido
zp1(t) Saturación tramo 1 cc
zp2(t) Saturación tramo 2 cc
zp3(t) Saturación tramo 3 cc;

Equations
balance(t)      balance hidráulico embalse
volmedio(t)     volumen medio etapa t
vert(t)         vertido - aproximación lineal
trVert(t,i)    restricción longitud máxima tramo i
volmin(t)       volumen mínimo
satvert1(t)    restricción saturación tramo 1 vertido
satvert2(t)    restricción saturación tramo 1 vertido
satvert3(t)    restricción saturación tramo 2 vertido
satvert4(t)    lógica saturación tramos 1-2 vertido
satq1(t)       restricción saturación tramo 1 cc
satq2(t)       restricción saturación tramo 1 cc
satq3(t)       restricción saturación tramo 2 cc
satq4(t)       restricción saturación tramo 2 cc
satq5(t)       restricción saturación tramo 3 cc
satq6(t)       lógica saturación tramos 1-2 cc
satq7(t)       lógica saturación tramos 2-3 cc
potencia(t)    potencia etapa t
trq(t,k)       restricción longitud máxima tramo k etapa t
lt1(t)         restricción caudal mínimo etapa t
lt2(t)         restricción caudal máximo etapa t
consigna       consigna explotación
objetivo       función objetivo;

balance(t)..   v(t) =e= v0$(ord(t) eq 1) + v(t-1)$(ord(t) ne 1)
               + (a(t) - q(t))*m3s2hm3h - vv(t);
volmedio(t)..  vm(t) =e= (v(t) + v0$(ord(t) eq 1) + v(t-1)$(
               (ord(t) ne 1))/2;

```

```

vert(t)..      vv(t) =e= (qec + m3s2hm3h*sum(i,rv(i)*vvtr(t,i)));
trVert(t,i).. vvtr(t,i) =l= lv(i);
volmin(t)..    v(t) - sum(i,vvtr(t,i)) =e= vmin;
satvert1(t)..  vvtr(t,'1') =l= z1(t)*lv('1');
satvert2(t)..  vvtr(t,'1') =g= z2(t)*lv('1');
satvert3(t)..  vvtr(t,'2') =l= z2(t)*lv('2');
satvert4(t)..  z1(t) =g= z2(t);
satq1(t)..     qtr(t,'1') =g= zp2(t)*l(t,'1');
satq2(t)..     qtr(t,'1') =l= zp1(t)*l(t,'1');
satq3(t)..     qtr(t,'2') =g= zp3(t)*l(t,'2');
satq4(t)..     qtr(t,'2') =l= zp2(t)*l(t,'2');
satq5(t)..     qtr(t,'3') =l= zp3(t)*l(t,'3');
satq6(t)..     zp1(t) =g= zp2(t);
satq7(t)..     zp2(t) =g= zp3(t);
potencia(t)..  p(t) =e= u(t)*p0(t) + sum(k,r(t,k)*qtr(t,k));
trq(t,k)..     qtr(t,k) =l= u(t)*l(t,k);
lt1(t)..       q(t) =e= u(t)*minf(t) + sum(k,qtr(t,k));
lt2(t)..       q(t) =l= maxf(t);
consigna..     v('24') =g= v0;
objetivo..     B =e= sum(t,p(t)*pm(t)*cent2euro);

```

```
Model milpille /all/;
```

```
* Selección de escenario (volumen inicial y aportaciones)
```

```
v0=vi('2');
```

```
a(t)=w(t,'3');
```

```
vp0(t)=v0;
```

```
vp1(t)=v0;
```

```
* Selección de la curva característica más próxima
```

```
loop(t,
```

```
loop(d$(ord(d) lt card(d)),
```

```
if((vp1(t) ge vd(d)) and (vp1(t) lt vd(d+1)),
```

```
r(t,k)=rd(d,k);
```

```
l(t,k)=ld(d,k);
```

```
p0(t)=p0d(d);
```

```
minf(t)=qmind(d);
```

```
maxf(t)=qmaxd(d);
```

```
elseif vp1(t) ge vd('16'),
```

```
r(t,k)=rd('16',k);
```

```
l(t,k)=ld('16',k);
```

```
p0(t)=p0('16');
```

```
minf(t)=qmind('16');
```

```
maxf(t)=qmaxd('16');
```

```
);
```

```
);
```

```
);
```

```
solve milpille using mip maximizing B;
```

```
* Iteración 1: Caudal, volúmenes y volumen vertido.
```

```
flow('1',t)=q.l(t);
```

```
stor('1',t)=vm.l(t);
```

```
storf('1',t)=v.l(t);
```

```
spill('1',t)=vv.l(t);
```

```
* Curvas características - volúmenes reales
```

```
loop(t,
```

```
loop(d$(ord(d) lt card(d)),
```

```
if((vm.l(t) ge vd(d)) and (vm.l(t) lt vd(d+1)),
```

```
rr(t,k)=rd(d,k);
```

```
lr(t,k)=ld(d,k);
```

```

p0r(t)=p0d(d);
minfr(t)=qmind(d);
maxfr(t)=qmaxd(d);
);
);
);
* Vértices aproximación lineal - Iteración 1
bpr(t,'1')=minfr(t)+lr(t,'1');
bpr(t,'2')=bpr(t,'1')+lr(t,'2');
bpr(t,'3')=bpr(t,'2')+lr(t,'3');
* Caudales en tramos de aproximación - Iteración 1
qr(t,'1')=(q.l(t)-minfr(t))$(q.l(t) lt bpr(t,'1')) and (u.l(t) gt
0))+lr(t,'1')$(q.l(t) ge bpr(t,'1'));
qr(t,'2')=(q.l(t)-bpr(t,'1'))$(q.l(t) ge bpr(t,'1')) and (q.l(t) lt
bpr(t,'2')))+lr(t,'2')$(q.l(t) ge bpr(t,'2'))+0$(q.l(t) lt
bpr(t,'1'));
qr(t,'3')=(q.l(t)-bpr(t,'2'))$(q.l(t) ge bpr(t,'2')) and (q.l(t) lt
bpr(t,'3')))+lr(t,'3')$(q.l(t) ge bpr(t,'3'))+0$(q.l(t) lt
bpr(t,'1'));
qr(t,'4')=(q.l(t)-bpr(t,'3'))$(q.l(t) ge bpr(t,'3'))+0$(q.l(t) lt
bpr(t,'1'));
* Potencia producida - Iteración 1
power('1',t)=u.l(t)*(p0r(t) + sum(k,rr(t,k)*qr(t,k)));
* Energía
e('1')=sum(t,power('1',t));
* Función objetivo
obj('1')=B.l;
* Ingresos
income('1')=sum(t,power('1',t)*pm(t)*cent2euro);
* Discrepancia función objetivo vs. ingresos
mismatch('1')=100*(income('1')-B.l)/income('1');

*-----Procedimiento iterativo-----*
alpha(t)=2;
itc=1;
loop(it$(ord(it) gt 1),
vp2(t)=vm.l(t);
error(it-1)=sum(t,abs(vp2(t)-vp0(t)));
* Fórmulas antizigzagging
*alpha(t)=alpha(t)+0.01;
*alpha(t)=alpha(t)+0.2*error(it-1);
*alpha(t)=alpha(t)+0.2*(abs(vp2(t)-vp0(t)));
alpha(t)=alpha(t)+0.2*(vp2(t)-vp0(t));
if(error(it-1) gt 0.02,
vp1(t)=vp2(t)-(vp2(t)-vp0(t))/alpha(t);
vp0(t)=vm.l(t);
loop(t,
loop(d$(ord(d) lt card(d)),
if((vp1(t) ge vd(d)) and (vp1(t) lt vd(d+1)),
r(t,k)=rd(d,k);
l(t,k)=ld(d,k);
p0(t)=p0d(d);
minf(t)=qmind(d);
maxf(t)=qmaxd(d);
);
);
);
solve milpille using mip maximizing B;
loop(t,
loop(d$(ord(d) lt card(d)),

```

```

if((vm.l(t) ge vd(d)) and (vm.l(t) lt vd(d+1)),
rr(t,k)=rd(d,k);
lr(t,k)=ld(d,k);
p0r(t)=p0d(d);
minfr(t)=qmind(d);
maxfr(t)=qmaxd(d);
);
);
);
bpr(t,'1')=minfr(t)+lr(t,'1');
bpr(t,'2')=bpr(t,'1')+lr(t,'2');
bpr(t,'3')=bpr(t,'2')+lr(t,'3');
qr(t,'1')=(q.l(t)-minfr(t))$(q.l(t) lt bpr(t,'1')) and (u.l(t) gt
0))+lr(t,'1')$(q.l(t) ge bpr(t,'1'));
qr(t,'2')=(q.l(t)-bpr(t,'1'))$(q.l(t) ge bpr(t,'1')) and (q.l(t) lt
bpr(t,'2')))+lr(t,'2')$(q.l(t) ge bpr(t,'2'))+0$(q.l(t) lt
bpr(t,'1'));
qr(t,'3')=(q.l(t)-bpr(t,'2'))$(q.l(t) ge bpr(t,'2')) and (q.l(t) lt
bpr(t,'3')))+lr(t,'3')$(q.l(t) ge bpr(t,'3'))+0$(q.l(t) lt
bpr(t,'1'));
qr(t,'4')=(q.l(t)-bpr(t,'3'))$(q.l(t) ge bpr(t,'3'))+0$(q.l(t) lt
bpr(t,'1'));
power(it,t)=u.l(t)*(p0r(t) + sum(k,rr(t,k)*qr(t,k)));
obj(it)=B.l;
flow(it,t)=q.l(t);
spill(it,t)=vv.l(t);
stor(it,t)=vm.l(t);
storf(it,t)=v.l(t);
e(it)=sum(t,power(it,t));
income(it)=sum(t,power(it,t)*pm(t)*cent2euro);
mismatch(it)=100*(income(it)-B.l)/income(it);
itc=itc+1;
);
);
iopt=smax(it,income(it));
bopt=smax(it,obj(it));
* Resultados
* Primera iteración
vfi(t)=storf('1',t);
vvfi(t)=spill('1',t);
qfi(t)=flow('1',t);
pfi(t)=power('1',t);
efi=sum(t,pfi(t));
bfi=obj('1');
ifi=income('1');
* Iteración máximos ingresos
loop(it,
if(income(it) eq iopt,
vmi(t)=storf(it,t);
vvmi(t)=spill(it,t);
qmi(t)=flow(it,t);
pmi(t)=power(it,t);
emi=sum(t,pmi(t));
bmi=obj(it);
imi=income(it);
);
);
* Iteración máxima función objetivo
loop(it,
if(obj(it) eq bopt,

```

```

vmo(t)=storf(it,t);
vvmo(t)=spill(it,t);
qmo(t)=flow(it,t);
pmo(t)=power(it,t);
emo=sum(t,pmo(t));
bmo=obj(it);
imo=income(it);
);
);
* Iteración convergencia
loop(it,
if(ord(it) eq itc,
vcr(t)=storf(it,t);
vvcr(t)=spill(it,t);
qcr(t)=flow(it,t);
pcr(t)=power(it,t);
ecr=sum(t,pcr(t));
bcr=obj(it);
icr=income(it);
);
);

* Salida de resultados a MS Excel
execute_unload 'milpille.gdx',bfi,ifi,bmo,imo,bmi,imi,bcr,icr,income,
obj,qfi,pfi,vfi,qmo,pmo,vmo,qmi,pmi,vmi,qcr,pcr,vcr
execute 'gdxxrw.exe milpille.gdx o=milpille.xls Par=bfi
rng=Resultados!d9 '
execute 'gdxxrw.exe milpille.gdx o=milpille.xls Par=ifi
rng=Resultados!e9 '
execute 'gdxxrw.exe milpille.gdx o=milpille.xls Par=bmo
rng=Resultados!f9 '
execute 'gdxxrw.exe milpille.gdx o=milpille.xls Par=imo
rng=Resultados!g9 '
execute 'gdxxrw.exe milpille.gdx o=milpille.xls Par=bmi
rng=Resultados!h9 '
execute 'gdxxrw.exe milpille.gdx o=milpille.xls Par=imi
rng=Resultados!i9 '
execute 'gdxxrw.exe milpille.gdx o=milpille.xls Par=bcr
rng=Resultados!j9 '
execute 'gdxxrw.exe milpille.gdx o=milpille.xls Par=icr
rng=Resultados!k9 '
execute 'gdxxrw.exe milpille.gdx o=milpille.xls Par=income
rng=Resultados!l9 Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxxrw.exe milpille.gdx o=milpille.xls Par=obj
rng=Resultados!n9 Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxxrw.exe milpille.gdx o=milpille.xls Par=qfi
rng=Listados!b8 Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxxrw.exe milpille.gdx o=milpille.xls Par=pfi
rng=Listados!d8 Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxxrw.exe milpille.gdx o=milpille.xls Par=vfi
rng=Listados!f8 Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxxrw.exe milpille.gdx o=milpille.xls Par=qmo
rng=Listados!h8 Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxxrw.exe milpille.gdx o=milpille.xls Par=pmo
rng=Listados!j8 Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxxrw.exe milpille.gdx o=milpille.xls Par=vmo
rng=Listados!l8 Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxxrw.exe milpille.gdx o=milpille.xls Par=qmi
rng=Listados!n8 Rdim=1 Cdim=0'

```



```

execute 'gdxxrw.exe milpille.gdx o=milpille.xls Par=pmi
rng=Listados!p8 Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxxrw.exe milpille.gdx o=milpille.xls Par=vmi
rng=Listados!r8 Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxxrw.exe milpille.gdx o=milpille.xls Par=qcr
rng=Listados!t8 Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxxrw.exe milpille.gdx o=milpille.xls Par=pcr
rng=Listados!v8 Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxxrw.exe milpille.gdx o=milpille.xls Par=vcr
rng=Listados!x8 Rdim=1 Cdim=0'

```

C.3 Modelo de programación no lineal

C.3.1 Modelo simplificado y problema inicial

```

$title Modelo nolit.gms
option nlp=minos;
sets
t      etapas                /1*24/
i      vertido aliviadero - tramos /1*2/
j      curvas de producción - tramos /1*5/
k      pendientes y longitudes (v) - coeficientes /1*3/
it     ramas del problema
* Índices de las ramas de los cinco primeros niveles
/0,1,2,11,12,21,22,111,112,121,122,211,212,221,222,1111,1112,
1121,1122,1211,1212,1221,1222,2111,2112,2121,2122,2211,2212,
2221,2222,11111,11112,11121,11122,11211,11212,11221,11222,
12111,12112,12121,12122,12211,12212,12221,12222,21111,
21112,21121,21122,21211,21212,21221,21222,22111,22112,
22121,22122,22211,22212,22221,22222/
branch(it) índice dinámico de it (branch index)
optimo(it) índice dinámico de it (optimal solution)
zr(t)      índice dinámico de t
tra(t)     índice dinámico de t - restricciones ramas ..1
trb(t)     índice dinámico de t - restricciones ramas ..2;
branch(it)=no;optimo(it)=no;zr(t)=no;tra(t)=no;trb(t)=no;

scalar
m3s2hm3h   factor conversión m3:s - hm3:h /0.0036/
W2kW       factor conversión Watios - kiloWatios /0.001/
kW2MW      factor conversión kiloWatios - MegaWatios /0.001/
W2MW       factor conversión Watios - MegaWatios /0.000001/
cent2euro  factor conversión céntimos a euros /0.01/;

* Entrada de datos desde EXCEL
* Volumen inicial - Volumen final
$CALL GDXXRW Datos.xls Par=v0 rng=Hojal!j10 Rdim=0 Cdim=0 Par=vf
rng=Hojal!j34 Rdim=0 Cdim=0
$GDXIN Datos.gdx
parameter v0
$load v0
parameter vf
$load vf
$GDXIN
* Embalse - Límites explotación
$CALL GDXXRW Datos.xls Par=vmin rng=Hojal!b14 Rdim=0 Cdim=0 Par=vlabio
rng=Hojal!b15 Rdim=0 Cdim=0 Par=vmax rng=Hojal!b16 Rdim=0 Cdim=0
$GDXIN Datos.gdx
parameter vmin

```

```

$load vmin
parameter vlabio
$load vlabio
parameter vmax
$load vmax
$GDXIN
* Caudal ecológico
$CALL GDXXRW Datos.xls Par=qec rng=Hojal!b11 Rdim=0 Cdim=0
$GDXIN Datos.gdx
parameter qec
$load qec
$GDXIN
* Previsiones (Aportaciones - Precios)
$CALL GDXXRW Datos.xls Par=a rng=Hojal!g11 Rdim=1 Trace=10 Par=pm
rng=Hojal!e11 Rdim=1 Trace=10
$GDXIN Datos.gdx
parameter a(t)
$load a
parameter pm(t)
$load pm
$GDXIN
* Característica de generación (Coeficientes pendientes y longitudes)
$CALL GDXXRW Datos.xls Par=cr rng=Hoja2!e4:h9 Rdim=1 Cdim=1 Par=cl
rng=Hoja2!e12:h17 Rdim=1 Cdim=1
$GDXIN Datos.gdx
parameter cr(j,k)
$load cr
parameter cl(j,k)
$load cl
$GDXIN
parameter
* Valores actuales variables del modelo
qr(it,t)          valor actual q - almacenamiento resultados
qrtr(it,t,j)      valor actual qtr - almacenamiento resultados
lrtr(it,t,j)      valor actual l - almacenamiento resultados
rrtr(it,t,j)      valor actual r - almacenamiento resultados
vr(it,t)          valor actual v - almacenamiento resultados
vmr(it,t)         valor actual vm - almacenamiento resultados
vvr(it,t)         valor actual vv - almacenamiento resultados
vvrtr(it,t,i)     valor actual vvtr - almacenamiento resultados
pr(it,t)          valor actual p - almacenamiento resultados
Br(it)            valor actual B - almacenamiento resultados
* Valores marginales variables del modelo
qmv(it,t)         valor marginal q - almacenamiento resultados
qtrmv(it,t,j)     valor marginal qtr - almacenamiento resultados
lmv(it,t,j)       valor marginal l - almacenamiento resultados
rmv(it,t,j)       valor marginal r - almacenamiento resultados
vmv(it,t)         valor marginal v - almacenamiento resultados
vmmv(it,t)        valor marginal vm - almacenamiento resultados
vmmv(it,t)        valor marginal vv - almacenamiento resultados
vvtrmv(it,t,i)    valor marginal vvtr - almacenamiento resultados
pmv(it,t)         valor marginal p - almacenamiento resultados
Bmv(it)           valor marginal B - almacenamiento resultados
* Niveles actuales ecuaciones del modelo
balancelv(it,t)   nivel actual balance - almacenamiento resultados
volmediolv(it,t) nivel actual volmedio - almacenamiento resultados
vertlv(it,t)      nivel actual vert - almacenamiento resultados
trvertlv(it,t,i) nivel actual trvert - almacenamiento resultados
ptelv(it,t,j)     nivel actual pte - almacenamiento resultados
lnglv(it,t,j)     nivel actual lng - almacenamiento resultados

```

```

potencialv(it,t) nivel actual potencia - almacenamiento resultados
trqlv(it,t,j) nivel actual trq - almacenamiento resultados
satq1lv(it,t) nivel actual satq1 - almacenamiento resultados
satq2lv(it,t) nivel actual satq2 - almacenamiento resultados
satq3lv(it,t) nivel actual satq3 - almacenamiento resultados
satq4lv(it,t) nivel actual satq4 - almacenamiento resultados
minqlv(it,t) nivel actual minq - almacenamiento resultados
cexplv(it) nivel actual cexp - almacenamiento resultados
ralv(it,t) nivel actual ra - almacenamiento resultados
rblv(it,t) nivel actual rb - almacenamiento resultados
objetivolv(it) nivel actual objetivo - almacenamiento resultados
* Niveles marginales ecuaciones del modelo
balancemv(it,t) nivel marginal balance - almacenamiento resultados
volmediomv(it,t) nivel marginal volmedio - almacenamiento resultados
vertmv(it,t) nivel marginal vert - almacenamiento resultados
trvertmv(it,t,i) nivel marginal trvert - almacenamiento resultados
ptemv(it,t,j) nivel marginal pte - almacenamiento resultados
lngmv(it,t,j) nivel marginal lng - almacenamiento resultados
potenciamv(it,t) nivel marginal potencia - almacenamiento resultados
trqmv(it,t,j) nivel marginal trq - almacenamiento resultados
satq1mv(it,t) nivel marginal satq1 - almacenamiento resultados
satq2mv(it,t) nivel marginal satq2 - almacenamiento resultados
satq3mv(it,t) nivel marginal satq3 - almacenamiento resultados
satq4mv(it,t) nivel marginal satq4 - almacenamiento resultados
minqmv(it,t) nivel marginal minq - almacenamiento resultados
cexpmv(it) nivel marginal cexp - almacenamiento resultados
ramv(it,t) nivel marginal ra - almacenamiento resultados
rbmv(it,t) nivel marginal rb - almacenamiento resultados
objetivomv(it) nivel marginal objetivo - almacenamiento resultados
* Niveles mínimos ecuaciones del modelo
balancelov(it,t) nivel mínimo balance - almacenamiento resultados
volmediolov(it,t) nivel mínimo volmedio - almacenamiento resultados
vertlov(it,t) nivel mínimo vert - almacenamiento resultados
trvertlov(it,t,i) nivel mínimo trvert - almacenamiento resultados
ptelov(it,t,j) nivel mínimo pte - almacenamiento resultados
lnglov(it,t,j) nivel mínimo lng - almacenamiento resultados
potencialov(it,t) nivel mínimo potencia - almacenamiento resultados
trqlov(it,t,j) nivel mínimo trq - almacenamiento resultados
satq1lov(it,t) nivel mínimo satq1 - almacenamiento resultados
satq2lov(it,t) nivel mínimo satq2 - almacenamiento resultados
satq3lov(it,t) nivel mínimo satq3 - almacenamiento resultados
satq4lov(it,t) nivel mínimo satq4 - almacenamiento resultados
minqlov(it,t) nivel mínimo minq - almacenamiento resultados
cexplov(it) nivel mínimo cexp - almacenamiento resultados
ralov(it,t) nivel mínimo ra - almacenamiento resultados
rblov(it,t) nivel mínimo rb - almacenamiento resultados
objetivolov(it) nivel mínimo objetivo - almacenamiento resultados
* Niveles máximos ecuaciones del modelo
balanceupv(it,t) nivel máximo balance - almacenamiento resultados
volmedioupv(it,t) nivel máximo volmedio - almacenamiento resultados
vertupv(it,t) nivel máximo vert - almacenamiento resultados
trvertupv(it,t,i) nivel máximo trvert - almacenamiento resultados
pteupv(it,t,j) nivel máximo pte - almacenamiento resultados
lngupv(it,t,j) nivel máximo lng - almacenamiento resultados
potenciaupv(it,t) nivel máximo potencia - almacenamiento resultados
trqupv(it,t,j) nivel máximo trq - almacenamiento resultados
satq1upv(it,t) nivel máximo satq1 - almacenamiento resultados
satq2upv(it,t) nivel máximo satq2 - almacenamiento resultados
satq3upv(it,t) nivel máximo satq3 - almacenamiento resultados
satq4upv(it,t) nivel máximo satq4 - almacenamiento resultados

```

```

minqupv(it,t)      nivel máximo ming - almacenamiento resultados
cexpupv(it)        nivel máximo cexp - almacenamiento resultados
raupv(it,t)        nivel máximo ra - almacenamiento resultados
rbupv(it,t)        nivel máximo rb - almacenamiento resultados
objetivoupv(it)    nivel máximo objetivo - almacenamiento resultados
*----
pmzr               precios etapas primer tramo curva de producción
kp(it)             etapa restricción adicional
trnc               tolerancia
qdown             primer tramo (valor mínimo con tolerancia)
qup(t)            primer tramo (valor máximo con tolerancia)
maxzr(it,t)        caudal mínimo rama it - almacenamiento resultados
fin(t)            parámetro fin de iteraciones (bounding parameter)
ms(it)            model status rama it
cd(it)            rama it candidata a solución óptima
* Solución inicial - Almacenamiento resultados
vi(t)             volumen - solución inicial
vm0(t)            volumen medio - solución inicial
vv0(t)            vertido - solución inicial
vvtr0(t,i)        volumen tramo i - solución inicial
q0(t)             caudal turbinado - solución inicial
qtr0(t,j)         caudal tramo j - solución inicial
r0(t,j)           pendiente tramo j - solución inicial
l0(t,j)           longitud tramo j - solución inicial
p0(t)             potencia - solución inicial
B0               función objetivo - solución inicial
e0               energía - solución inicial
i0               ingresos - solución inicial
* Aproximación lineal vertido aliviadero
lv(i)             longitud de los tramos /1 2.31, 2 0.48/
rv(i)             pendiente de los tramos /1 0.00, 2 149.335/

* Modelo simplificado
parameter
rsim(t,j)         pendiente tramo j modelo simplificado
lsim(t,j)         longitud máxima tramo j modelo simplificado;
rsim(t,j)=cr(j,'1')*sqr(v0)+cr(j,'2')*v0+cr(j,'3');
lsim(t,j)=cl(j,'1')*sqr(v0)+cl(j,'2')*v0+cl(j,'3');
positive variables
qsim(t)           caudal turbinado modelo simplificado
qtrsim(t,j)       caudal turbinado tramo j modelo simplificado
vsim(t)           volumen modelo simplificado
psim(t)           potencia modelo simplificado;
vsim.lo(t)=vmin;
vsim.up(t)=vlabio;
variable
Bsim              función objetivo modelo simplificado;
equations
balancesim(t)     balance hidráulico modelo simplificado
potenciasim(t)   potencia modelo simplificado
simtrq(t,j)       longitud máxima tramo j modelo simplificado
simsatq1(t)       saturación tramo 1 modelo simplificado
simsatq2(t)       saturación tramo 2 modelo simplificado
simsatq3(t)       saturación tramo 3 modelo simplificado
simsatq4(t)       saturación tramo 4 modelo simplificado
minqsim(t)        lógica de tramos modelo simplificado
cexpsim           consigna de explotación modelo simplificado
objetivosim       función objetivo modelo simplificado;
balancesim(t)..  vsim(t) =e= v0$(ord(t) eq 1)+ vsim(t-1)$(ord(t) ne
                  1)+ (a(t) - qsim(t)-qec)*m3s2hm3h;

```

```

potenciasim(t).. psim(t) =e= sum(j,rsim(t,j)*qtrsim(t,j));
simtrq(t,j)..   qtrsim(t,j) =l= lsim(t,j);
simsatq1(t)..   (qtrsim(t,'1')-lsim(t,'1'))*qtrsim(t,'2') =e= 0;
simsatq2(t)..   (qtrsim(t,'2')-lsim(t,'2'))*qtrsim(t,'3') =e= 0;
simsatq3(t)..   (qtrsim(t,'3')-lsim(t,'3'))*qtrsim(t,'4') =e= 0;
simsatq4(t)..   (qtrsim(t,'4')-lsim(t,'4'))*qtrsim(t,'5') =e= 0;
minqsim(t)..    qsim(t) - sum(j,qtrsim(t,j)) =e= 0;
cexpsim..       vsim('24')=e=v0;
objetivosim..   Bsim =e= sum(t,psim(t)*pm(t)*cent2euro);

* Problema inicial
positive variables
q(t)            caudal turbinado
qtr(t,j)        caudal turbinado tramo j
v(t)            volumen
vm(t)           volumen medio
vv(t)           vertido
vvtr(t,i)       volumen tramo i
r(t,j)          pendiente curva de producción tramo j
l(t,j)          longitud curva de producción tramo j
p(t)            potencia;
variables
B               función objetivo(€);
equations
balance(t)      balance hidráulico
volmedio(t)     volumen medio
vert(t)         vertido
trvert(t,i)    longitud máxima tramo i
volmin(t)       volumen mínimo
volmax(t)       volumen máximo
satvert(t)      saturación tramo 1 vertido
pte(t,j)       pendiente curva de producción tramo j
lng(t,j)       longitud curva de producción tramo j
potencia(t)     potencia
trq(t,j)       longitud máxima tramo j
satq1(t)       saturación tramo 1 cproducción
satq2(t)       saturación tramo 2 cproducción
satq3(t)       saturación tramo 3 cproducción
satq4(t)       saturación tramo 4 cproducción
minq(t)        lógica de tramos cproducción
cexp           consigna explotación
ra(t)          restricción parada rama ..1
rb(t)          restricción mínimo rama ..2
objetivo       función objetivo;
balance(t)..   v(t) =e= v0$(ord(t) eq 1) + v(t-1)$(ord(t) ne 1)
               + (a(t) - q(t))*m3s2hm3h - vv(t);
volmedio(t)..  vm(t) =e= (v(t) + v0$(ord(t) eq 1) + v(t-1)$(
               ord(t) ne 1))/2;
vert(t)..      vv(t) =e= m3s2hm3h*(qec+(sum(i,rv(i)*vvtr(t,i))));
trvert(t,i)..  vvtr(t,i) =l= lv(i);
volmin(t)..    v(t) - sum(i,vvtr(t,i)) =e= vmin;
volmax(t)..    v(t) =l= vmax;
satvert(t)..   (vvtr(t,'1') - lv('1'))*vvtr(t,'2') =e= 0;
pte(t,j)..    r(t,j) =e= cr(j,'1')*sqr(vm(t)) + cr(j,'2')*vm(t)
               + cr(j,'3');
lng(t,j)..    l(t,j) =e= cl(j,'1')*sqr(vm(t)) + cl(j,'2')*vm(t)
               + cl(j,'3');
potencia(t)..  p(t) =e= sum(j,r(t,j)*qtr(t,j));
trq(t,j)..    qtr(t,j) =l= l(t,j);
satq1(t)..    (qtr(t,'1')-l(t,'1'))*qtr(t,'2') =e= 0;

```

```

satq2(t)..      (qtr(t,'2')-l(t,'2'))*qtr(t,'3') =e= 0;
satq3(t)..      (qtr(t,'3')-l(t,'3'))*qtr(t,'4') =e= 0;
satq4(t)..      (qtr(t,'4')-l(t,'4'))*qtr(t,'5') =e= 0;
minq(t)..      q(t) - sum(j,qtr(t,j)) =e= 0;
cexp..          v('24') =e= vf;
ra(t)$tra(t).. q(t) =e= 0;
rb(t)$trb(t).. q(t) =e= qup(t);
objetivo..      B =e= sum(t,p(t)*pm(t)*cent2euro);

model msim /balancesim,potenciasim,simtrq,simsatq1,simsatq2,simsatq3,
           simsatq4,minqsim,cexpsim,objetivosim/;
model nolit /balance,volmedio,vert,trvert,volmin,volmax,satvert,pte,
            lng,potencia,trq,satq1,satq2,satq3,satq4,minq,cexp,ra,rb,
            objetivo/;

solve msim using nlp maximizing Bsim;
display lsim,qtrsim.l,qsim.l,psim.l,vsim.l;

* Inicialización problema inicial
q.l(t)=qsim.l(t);
v.l(t)=vsim.l(t);
vm.l(t)=(v.l(t)+ v0$(ord(t) eq 1)+v.l(t-1)$ (ord(t) ne 1))/2;
vvtr.l(t,'1')=v.l(t)-vmin;
vvtr.l(t,'2')=0;
vv.l(t)=m3s2hm3h*qec;
r.l(t,j)=rsim(t,j);
l.l(t,j)=lsim(t,j);
qtr.l(t,j)=qtrsim.l(t,j);
p.l(t)=psim.l(t);
B.l=Bsim.l;
qup(t)=0;

solve nolit using nlp maximizing B;

* Programa inicial
* Variables valor actual
qr('0',t)=q.l(t);
qrtr('0',t,j)=qtr.l(t,j);
lrtr('0',t,j)=l.l(t,j);
vr('0',t)=v.l(t);
vmr('0',t)=vm.l(t);
vvr('0',t)=vv.l(t);
vvrtr('0',t,i)=vvtr.l(t,i);
rrtr('0',t,j)=r.l(t,j);
pr('0',t)=p.l(t);
Br('0')=B.l;
* Variables valor marginal
qmv('0',t)=q.m(t);
qtrmv('0',t,j)=qtr.m(t,j);
lmv('0',t,j)=l.m(t,j);
vmv('0',t)=v.m(t);
vmmv('0',t)=vm.m(t);
vmmv('0',t)=vv.m(t);
vvtrmv('0',t,i)=vvtr.m(t,i);
rmv('0',t,j)=r.m(t,j);
pmv('0',t)=p.m(t);
Bmv('0')=B.m;
* Ecuaciones valor actual
balancelv('0',t)=balance.l(t);
volmediolv('0',t)=volmedio.l(t);

```

```

vertlv('0',t)=vert.l(t);
trvertlv('0',t,i)=trvert.l(t,i);
ptelv('0',t,j)=pte.l(t,j);
lnglv('0',t,j)=lng.l(t,j);
potencialv('0',t)=potencia.l(t);
trqlv('0',t,j)=trq.l(t,j);
satq1lv('0',t)=satq1.l(t);
satq2lv('0',t)=satq2.l(t);
satq3lv('0',t)=satq3.l(t);
satq4lv('0',t)=satq4.l(t);
minqlv('0',t)=minq.l(t);
cexplv('0')=cexp.l;
ralv('0',t)=ra.l(t);
rblv('0',t)=rb.l(t);
objetivolv('0')=objetivo.l;
* Ecuaciones valor marginal
balancemv('0',t)=balance.m(t);
volmediomv('0',t)=volmedio.m(t);
vertmv('0',t)=vert.m(t);
trvertmv('0',t,i)=trvert.m(t,i);
ptemv('0',t,j)=pte.m(t,j);
lngmv('0',t,j)=lng.m(t,j);
potenciamv('0',t)=potencia.m(t);
trqmv('0',t,j)=trq.m(t,j);
satq1mv('0',t)=satq1.m(t);
satq2mv('0',t)=satq2.m(t);
satq3mv('0',t)=satq3.m(t);
satq4mv('0',t)=satq4.m(t);
minqmv('0',t)=minq.m(t);
cexpmv('0')=cexp.m;
ramv('0',t)=ra.m(t);
rbmv('0',t)=rb.m(t);
objetivomv('0')=objetivo.m;
* Ecuaciones valor mínimo
balancelov('0',t)=balance.lo(t);
volmediolov('0',t)=volmedio.lo(t);
vertlov('0',t)=vert.lo(t);
trvertlov('0',t,i)=trvert.lo(t,i);
ptelov('0',t,j)=pte.lo(t,j);
lnglov('0',t,j)=lng.lo(t,j);
potencialov('0',t)=potencia.lo(t);
trqlov('0',t,j)=trq.lo(t,j);
satq1lov('0',t)=satq1.lo(t);
satq2lov('0',t)=satq2.lo(t);
satq3lov('0',t)=satq3.lo(t);
satq4lov('0',t)=satq4.lo(t);
minqlov('0',t)=minq.lo(t);
cexplov('0')=cexp.lo;
ralov('0',t)=ra.lo(t);
rblov('0',t)=rb.lo(t);
objetivolov('0')=objetivo.lo;
* Ecuaciones valor máximo
balanceupv('0',t)=balance.up(t);
volmedioupv('0',t)=volmedio.up(t);
vertupv('0',t)=vert.up(t);
trvertupv('0',t,i)=trvert.up(t,i);
pteupv('0',t,j)=pte.up(t,j);
lngupv('0',t,j)=lng.up(t,j);
potenciaupv('0',t)=potencia.up(t);
trqupv('0',t,j)=trq.up(t,j);

```

```

satq1upv('0',t)=satq1.up(t);
satq2upv('0',t)=satq2.up(t);
satq3upv('0',t)=satq3.up(t);
satq4upv('0',t)=satq4.up(t);
minqupv('0',t)=minq.up(t);
cexpupv('0')=cexp.up;
raupv('0',t)=ra.up(t);
rbupv('0',t)=rb.up(t);
objetivoupv('0')=objetivo.up;
* Primer tramo curvas de producción
trnc=0.01;
qdown=trnc;
maxzr('0',t)=l.l(t,'1')-trnc;
* Model status
ms('0')=nolit.modelstat;
* Solución inicial - Almacenamiento resultados
vi(t)=vr('0',t);
vm0(t)=vmr('0',t);
vv0(t)=vvr('0',t);
vvtr0(t,i)=vvrtr('0',t,i);
q0(t)=qr('0',t);
qtr0(t,j)=qrtr('0',t,j);
r0(t,j)=rrtr('0',t,j);
l0(t,j)=lrtr('0',t,j);
p0(t)=pr('0',t);
B0=Br('0');
* Envío de resultados a MS Excel
* Programa inicial
execute_unload 'Resultados.gdx',vi,vv0,q0,p0,B0
execute 'gdxxrw.exe Resultados.gdx o=Resultados.xls Par=vi rng=R0!a5
Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxxrw.exe Resultados.gdx o=Resultados.xls Par=vv0 rng=R0!c5
Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxxrw.exe Resultados.gdx o=Resultados.xls Par=q0 rng=R0!e5
Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxxrw.exe Resultados.gdx o=Resultados.xls Par=p0 rng=R0!i5
Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxxrw.exe Resultados.gdx o=Resultados.xls Par=B0 rng=R0!m5';
* Programa preliminar
execute_unload 'Resultados.gdx',vsim,qsim,psim,Bsim
execute 'gdxxrw.exe Resultados.gdx o=Resultados.xls Var=vsim.l
rng=Rsim!a5 Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxxrw.exe Resultados.gdx o=Resultados.xls Var=qsim.l
rng=Rsim!e5 Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxxrw.exe Resultados.gdx o=Resultados.xls Var=psim.l
rng=Rsim!i5 Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxxrw.exe Resultados.gdx o=Resultados.xls Var=Bsim.l
rng=Rsim!m5';

```

C.3.2 Problema '1'

```

* Parámetros almacenamiento resultados
Parameter
v1      volumen rama '1'
vv1     vertido rama '1'
q1      caudal rama '1'
p1      potencia rama '1'
B1      función objetivo rama '1';

```



```

option nlp=minos;
* Inicio iteraciones
qup(t)=maxzr('0',t);
zr(t)=yes$((qr('0',t) gt qdown) and (qr('0',t) lt qup(t)));
fin(t)$zr(t)=1;
if((sum(t,fin(t)) eq 0) and (ms('0') eq 2),
cd('0')=1;
elseif ms('0') eq 5,
cd('0')=2;
elseif ms('0') eq 2,
loop(t,
if(pm(t) eq smin(zr,pm(zr)),
kp('1')=ord(t)$ (pm(t) eq smin(zr,pm(zr))););
if(pm(t) eq smax(zr,pm(zr)),
kp('2')=ord(t)$ (pm(t) eq smax(zr,pm(zr))););
);
zr(t)=no;
* Inicialización rama '1'
* Ecuaciones valor actual
balance.l(t)=balancelv('0',t);
volmedio.l(t)=volmediolv('0',t);
vert.l(t)=vertlv('0',t);
trvert.l(t,i)=trvertlv('0',t,i);
pte.l(t,j)=ptelv('0',t,j);
lng.l(t,j)=lnglv('0',t,j);
potencia.l(t)=potencialv('0',t);
trq.l(t,j)=trqlv('0',t,j);
satq1.l(t)=satq1lv('0',t);
satq2.l(t)=satq2lv('0',t);
satq3.l(t)=satq3lv('0',t);
satq4.l(t)=satq4lv('0',t);
minq.l(t)=minqlv('0',t);
cexp.l=cexplv('0');
ra.l(t)=ralv('0',t);
rb.l(t)=rblv('0',t);
objetivo.l=objetivolv('0');
* Ecuaciones valor marginal
balance.m(t)=balancemv('0',t);
volmedio.m(t)=volmediomv('0',t);
vert.m(t)=vertmv('0',t);
trvert.m(t,i)=trvertmv('0',t,i);
pte.m(t,j)=ptemv('0',t,j);
lng.m(t,j)=lngmv('0',t,j);
potencia.m(t)=potenciamv('0',t);
trq.m(t,j)=trqmv('0',t,j);
satq1.m(t)=satq1mv('0',t);
satq2.m(t)=satq2mv('0',t);
satq3.m(t)=satq3mv('0',t);
satq4.m(t)=satq4mv('0',t);
minq.m(t)=minqmv('0',t);
cexp.m=cexpmv('0');
ra.m(t)=ramv('0',t);
rb.m(t)=rbmv('0',t);
objetivo.m=objetivomv('0');
* Ecuaciones nivel mínimo
balance.lo(t)=balancelov('0',t);
volmedio.lo(t)=volmediolov('0',t);
vert.lo(t)=vertlov('0',t);
trvert.lo(t,i)=trvertlov('0',t,i);
pte.lo(t,j)=ptelov('0',t,j);

```

```

lng.lo(t,j)=lnglov('0',t,j);
potencia.lo(t)=potencialov('0',t);
trq.lo(t,j)=trqlov('0',t,j);
satq1.lo(t)=satq1lov('0',t);
satq2.lo(t)=satq2lov('0',t);
satq3.lo(t)=satq3lov('0',t);
satq4.lo(t)=satq4lov('0',t);
minq.lo(t)=minqlov('0',t);
cexp.lo=cexplov('0');
ra.lo(t)=ralov('0',t);
rb.lo(t)=rblov('0',t);
objetivo.lo=objektivolv('0');
* Ecuaciones nivel máximo
balance.up(t)=balanceupv('0',t);
volmedio.up(t)=volmedioupv('0',t);
vert.up(t)=vertupv('0',t);
trvert.up(t,i)=trvertupv('0',t,i);
pte.up(t,j)=pteupv('0',t,j);
lng.up(t,j)=lngupv('0',t,j);
potencia.up(t)=potenciaupv('0',t);
trq.up(t,j)=trqupv('0',t,j);
satq1.up(t)=satq1upv('0',t);
satq2.up(t)=satq2upv('0',t);
satq3.up(t)=satq3upv('0',t);
satq4.up(t)=satq4upv('0',t);
minq.up(t)=minqupv('0',t);
cexp.up=cexpupv('0');
ra.up(t)=raupv('0',t);
rb.up(t)=rbupv('0',t);
objetivo.up=objektivoupv('0');
* Variables valor actual
qup(t)=lrtr('0',t,'1');
q.l(t)=qr('0',t);
qtr.l(t,j)=qrtr('0',t,j);
l.l(t,j)=lrtr('0',t,j);
q.l(t)$(ord(t) eq kp('1'))=0;
qtr.l(t,j)$(ord(t) eq kp('1'))=0;
v.l(t)=vr('0',t);
vv.l(t)=vvr('0',t);
vvtr.l(t,i)=vvrtr('0',t,i);
r.l(t,j)=rrtr('0',t,j);
vm.l(t)=vmr('0',t);
p.l(t)=pr('0',t);
B.l=Br('0');
* Variables valor marginal
q.m(t)=qmv('0',t);
qtr.m(t,j)=qtrmv('0',t,j);
l.m(t,j)=lmv('0',t,j);
v.m(t)=vmv('0',t);
vm.m(t)=vmmv('0',t);
vv.m(t)=vvmv('0',t);
vvtr.m(t,i)=vvtrmv('0',t,i);
r.m(t,j)=rmv('0',t,j);
p.m(t)=pmv('0',t);
B.m=Bmv('0');
tra(t)=yes$(ord(t) eq kp('1'));
branch('1')=yes;
solve nolit using nlp maximizing B;
* Almacenamiento de resultados
* Variables valor actual

```

```

qr('1',t)=q.l(t);
qrtr('1',t,j)=qtr.l(t,j);
lrtr('1',t,j)=l.l(t,j);
vr('1',t)=v.l(t);
vmr('1',t)=vm.l(t);
vvr('1',t)=vv.l(t);
vvrtr('1',t,i)=vvtr.l(t,i);
rrtr('1',t,j)=r.l(t,j);
pr('1',t)=p.l(t);
Br('1')=B.l;
* Variables valor marginal
qmv('1',t)=q.m(t);
qtrmv('1',t,j)=qtr.m(t,j);
lmv('1',t,j)=l.m(t,j);
vmv('1',t)=v.m(t);
vmmv('1',t)=vm.m(t);
vmmv('1',t)=vv.m(t);
vvtrmv('1',t,i)=vvtr.m(t,i);
rmv('1',t,j)=r.m(t,j);
pmv('1',t)=p.m(t);
Bmv('1')=B.m;
* Ecuaciones valor actual
balancelv('1',t)=balance.l(t);
volmediolv('1',t)=volmedio.l(t);
vertlv('1',t)=vert.l(t);
trvertlv('1',t,i)=trvert.l(t,i);
ptelv('1',t,j)=pte.l(t,j);
lnglv('1',t,j)=lng.l(t,j);
potencialv('1',t)=potencia.l(t);
trqlv('1',t,j)=trq.l(t,j);
satq1lv('1',t)=satq1.l(t);
satq2lv('1',t)=satq2.l(t);
satq3lv('1',t)=satq3.l(t);
satq4lv('1',t)=satq4.l(t);
minqlv('1',t)=minq.l(t);
cexplv('1')=cexp.l;
ralv('1',t)=ra.l(t);
rblv('1',t)=rb.l(t);
objetivolv('1')=objetivo.l;
* Ecuaciones valor marginal
balancemv('1',t)=balance.m(t);
volmediomv('1',t)=volmedio.m(t);
vertmv('1',t)=vert.m(t);
trvertmv('1',t,i)=trvert.m(t,i);
ptemv('1',t,j)=pte.m(t,j);
lngmv('1',t,j)=lng.m(t,j);
potenciamv('1',t)=potencia.m(t);
trqmv('1',t,j)=trq.m(t,j);
satq1mv('1',t)=satq1.m(t);
satq2mv('1',t)=satq2.m(t);
satq3mv('1',t)=satq3.m(t);
satq4mv('1',t)=satq4.m(t);
minqmv('1',t)=minq.m(t);
cexpmv('1')=cexp.m;
ramv('1',t)=ra.m(t);
rbmv('1',t)=rb.m(t);
objetivomv('1')=objetivo.m;
* Ecuaciones valor mínimo
balancelov('1',t)=balance.lo(t);
volmediolov('1',t)=volmedio.lo(t);

```

```

vertlov('1',t)=vert.lo(t);
trvertlov('1',t,i)=trvert.lo(t,i);
ptelov('1',t,j)=pte.lo(t,j);
lnglov('1',t,j)=lng.lo(t,j);
potencialov('1',t)=potencia.lo(t);
trqlov('1',t,j)=trq.lo(t,j);
satq1lov('1',t)=satq1.lo(t);
satq2lov('1',t)=satq2.lo(t);
satq3lov('1',t)=satq3.lo(t);
satq4lov('1',t)=satq4.lo(t);
minqlov('1',t)=minq.lo(t);
cexplov('1')=cexp.lo;
ralov('1',t)=ra.lo(t);
rblov('1',t)=rb.lo(t);
objetivolov('1')=objetivo.lo;
* Ecuaciones valor máximo
balanceupv('1',t)=balance.up(t);
volmedioupv('1',t)=volmedio.up(t);
vertupv('1',t)=vert.up(t);
trvertupv('1',t,i)=trvert.up(t,i);
pteupv('1',t,j)=pte.up(t,j);
lngupv('1',t,j)=lng.up(t,j);
potenciaupv('1',t)=potencia.up(t);
trqupv('1',t,j)=trq.up(t,j);
satq1upv('1',t)=satq1.up(t);
satq2upv('1',t)=satq2.up(t);
satq3upv('1',t)=satq3.up(t);
satq4upv('1',t)=satq4.up(t);
minqupv('1',t)=minq.up(t);
cexpupv('1')=cexp.up;
raupv('1',t)=ra.up(t);
rbupv('1',t)=rb.up(t);
objetivoupv('1')=objetivo.up;
* Primer tramo curvas de producción
trnc=0.01;
qdown=trnc;
maxzr('1',t)=l.l(t,'1')-trnc;
* Model status
ms('1')=nolit.modelstat;
tra(t)=no;trb(t)=no;branch(it)=no;fin(t)=0;
);
v1(t)=vr('1',t);
vv1(t)=vvr('1',t);
q1(t)=qr('1',t);
p1(t)=pr('1',t);
B1=Br('1');
display kp;

* Envío de resultados a MS Excel
execute_unload 'Resultados.gdx',v1,vv1,q1,p1,B1
execute 'gdxrw.exe Resultados.gdx o=Resultados.xls Par=v1 rng=R1!a5
Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxrw.exe Resultados.gdx o=Resultados.xls Par=vv1 rng=R1!c5
Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxrw.exe Resultados.gdx o=Resultados.xls Par=q1 rng=R1!e5
Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxrw.exe Resultados.gdx o=Resultados.xls Par=p1 rng=R1!i5
Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxrw.exe Resultados.gdx o=Resultados.xls Par=B1 rng=R1!m5';

```

C.3.3 Problema '2'

* Parámetros de almacenamiento de resultados

Parameter

v2 volumen rama '2'
 vv2 vertido rama '2'
 q2 caudal rama '2'
 p2 potencia rama '2'
 B2 función objetivo rama '2';

option nlp=minos;

* Inicio de las iteraciones

```

qup(t)=maxzr('0',t);
zr(t)=yes$((qr('0',t) gt qdown) and (qr('0',t) lt qup(t)));
fin(t)$zr(t)=1;
if((sum(t,fin(t)) eq 0) and (ms('0') eq 2),
cd('0')=1;
elseif ms('0') eq 5,
cd('0')=2;
elseif ms('0') eq 2,
  loop(t,
    if(pm(t) eq smin(zr,pm(zr)),
      kp('1')=ord(t)$ (pm(t) eq smin(zr,pm(zr))););
    if(pm(t) eq smax(zr,pm(zr)),
      kp('2')=ord(t)$ (pm(t) eq smax(zr,pm(zr))););
  );

```

zr(t)=no;

* Inicialización rama '2'

* Ecuaciones valor actual

```

balance.l(t)=balancelv('0',t);
volmedio.l(t)=volmediolv('0',t);
vert.l(t)=vertlv('0',t);
trvert.l(t,i)=trvertlv('0',t,i);
pte.l(t,j)=ptelv('0',t,j);
lng.l(t,j)=lnglv('0',t,j);
potencia.l(t)=potencialv('0',t);
trq.l(t,j)=trqlv('0',t,j);
satq1.l(t)=satq1lv('0',t);
satq2.l(t)=satq2lv('0',t);
satq3.l(t)=satq3lv('0',t);
satq4.l(t)=satq4lv('0',t);
minq.l(t)=minqlv('0',t);
cexp.l=cexplv('0');
ra.l(t)=ralv('0',t);
rb.l(t)=rblv('0',t);
objetivo.l=objetivolv('0');

```

* Ecuaciones valor marginal

```

balance.m(t)=balancemv('0',t);
volmedio.m(t)=volmediomv('0',t);
vert.m(t)=vertmv('0',t);
trvert.m(t,i)=trvertmv('0',t,i);
pte.m(t,j)=ptemv('0',t,j);
lng.m(t,j)=lngmv('0',t,j);
potencia.m(t)=potenciamv('0',t);
trq.m(t,j)=trqmv('0',t,j);
satq1.m(t)=satq1mv('0',t);
satq2.m(t)=satq2mv('0',t);
satq3.m(t)=satq3mv('0',t);
satq4.m(t)=satq4mv('0',t);
minq.m(t)=minqmv('0',t);

```

```

cexp.m=cexpmv('0');
ra.m(t)=ramv('0',t);
rb.m(t)=rbmv('0',t);
objetivo.m=objetivomv('0');
* Ecuaciones nivel mínimo
balance.lo(t)=balancelov('0',t);
volmedio.lo(t)=volmediolov('0',t);
vert.lo(t)=vertlov('0',t);
trvert.lo(t,i)=trvertlov('0',t,i);
pte.lo(t,j)=ptelov('0',t,j);
lng.lo(t,j)=lnglov('0',t,j);
potencia.lo(t)=potencialov('0',t);
trq.lo(t,j)=trqlov('0',t,j);
satq1.lo(t)=satq1lov('0',t);
satq2.lo(t)=satq2lov('0',t);
satq3.lo(t)=satq3lov('0',t);
satq4.lo(t)=satq4lov('0',t);
minq.lo(t)=minqlov('0',t);
cexp.lo=cexplov('0');
ra.lo(t)=ralov('0',t);
rb.lo(t)=rblov('0',t);
objetivo.lo=objetivolov('0');
* Ecuaciones nivel máximo
balance.up(t)=balanceupv('0',t);
volmedio.up(t)=volmedioupv('0',t);
vert.up(t)=vertupv('0',t);
trvert.up(t,i)=trvertupv('0',t,i);
pte.up(t,j)=pteupv('0',t,j);
lng.up(t,j)=lngupv('0',t,j);
potencia.up(t)=potenciaupv('0',t);
trq.up(t,j)=trqupv('0',t,j);
satq1.up(t)=satq1upv('0',t);
satq2.up(t)=satq2upv('0',t);
satq3.up(t)=satq3upv('0',t);
satq4.up(t)=satq4upv('0',t);
minq.up(t)=minqupv('0',t);
cexp.up=cexpupv('0');
ra.up(t)=raupv('0',t);
rb.up(t)=rbupv('0',t);
objetivo.up=objetivoupv('0');
* Variables valor actual
qup(t)=lrtr('0',t,'1');
q.l(t)=qr('0',t);
qtr.l(t,j)=qrtr('0',t,j);
l.l(t,j)=lrtr('0',t,j);
q.l(t)$(ord(t) eq kp('2'))=qup(t);
qtr.l(t,'1')$(ord(t) eq kp('2'))=qup(t);
v.l(t)=vr('0',t);
vv.l(t)=vvr('0',t);
vvtr.l(t,i)=vvrtr('0',t,i);
r.l(t,j)=rrtr('0',t,j);
vm.l(t)=vmr('0',t);
p.l(t)=pr('0',t);
B.l=Br('0');
* Variables valor marginal
q.m(t)=qmv('0',t);
qtr.m(t,j)=qtrmv('0',t,j);
l.m(t,j)=lmv('0',t,j);
v.m(t)=vmv('0',t);
vm.m(t)=vmmv('0',t);

```

```

vv.m(t)=vvmv('0',t);
vvtr.m(t,i)=vvtrmv('0',t,i);
r.m(t,j)=rmv('0',t,j);
p.m(t)=pmv('0',t);
B.m=Bmv('0');
trb(t)=yes$(ord(t) eq kp('2'));
branch('2')=yes;
solve nolit using nlp maximizing B;
* Almacenamiento de resultados
* Variables valor actual
qr('2',t)=q.l(t);
qrtr('2',t,j)=qtr.l(t,j);
lrtr('2',t,j)=l.l(t,j);
vr('2',t)=v.l(t);
vmr('2',t)=vm.l(t);
vvr('2',t)=vv.l(t);
vvrtr('2',t,i)=vvtr.l(t,i);
rrtr('2',t,j)=r.l(t,j);
pr('2',t)=p.l(t);
Br('2')=B.l;
* Variables valor marginal
qmv('2',t)=q.m(t);
qtrmv('2',t,j)=qtr.m(t,j);
lmv('2',t,j)=l.m(t,j);
vmv('2',t)=v.m(t);
vmmv('2',t)=vm.m(t);
vmmv('2',t)=vv.m(t);
vvtrmv('2',t,i)=vvtr.m(t,i);
rmv('2',t,j)=r.m(t,j);
pmv('2',t)=p.m(t);
Bmv('2')=B.m;
* Ecuaciones valor actual
balancelv('2',t)=balance.l(t);
volmediolv('2',t)=volmedio.l(t);
vertlv('2',t)=vert.l(t);
trvertlv('2',t,i)=trvert.l(t,i);
ptelv('2',t,j)=pte.l(t,j);
lnglv('2',t,j)=lng.l(t,j);
potencialv('2',t)=potencia.l(t);
trqlv('2',t,j)=trq.l(t,j);
satq1lv('2',t)=satq1.l(t);
satq2lv('2',t)=satq2.l(t);
satq3lv('2',t)=satq3.l(t);
satq4lv('2',t)=satq4.l(t);
minqlv('2',t)=minq.l(t);
cexplv('2')=cexp.l;
ralv('2',t)=ra.l(t);
rblv('2',t)=rb.l(t);
objetivolv('2')=objetivo.l;
* Ecuaciones valor marginal
balancemv('2',t)=balance.m(t);
volmediomv('2',t)=volmedio.m(t);
vertmv('2',t)=vert.m(t);
trvertmv('2',t,i)=trvert.m(t,i);
ptemv('2',t,j)=pte.m(t,j);
lngmv('2',t,j)=lng.m(t,j);
potenciamv('2',t)=potencia.m(t);
trqmv('2',t,j)=trq.m(t,j);
satq1mv('2',t)=satq1.m(t);
satq2mv('2',t)=satq2.m(t);

```

```

satq3mv('2',t)=satq3.m(t);
satq4mv('2',t)=satq4.m(t);
minqmv('2',t)=minq.m(t);
cexpmv('2')=cexp.m;
ramv('2',t)=ra.m(t);
rbmv('2',t)=rb.m(t);
objetivomv('2')=objetivo.m;
* Ecuaciones valor mínimo
balancelov('2',t)=balance.lo(t);
volmediolov('2',t)=volmedio.lo(t);
vertlov('2',t)=vert.lo(t);
trvertlov('2',t,i)=trvert.lo(t,i);
ptelov('2',t,j)=pte.lo(t,j);
lnglov('2',t,j)=lng.lo(t,j);
potencialov('2',t)=potencia.lo(t);
trqlov('2',t,j)=trq.lo(t,j);
satq1lov('2',t)=satq1.lo(t);
satq2lov('2',t)=satq2.lo(t);
satq3lov('2',t)=satq3.lo(t);
satq4lov('2',t)=satq4.lo(t);
minqlov('2',t)=minq.lo(t);
cexplov('2')=cexp.lo;
ralov('2',t)=ra.lo(t);
rblov('2',t)=rb.lo(t);
objetivolov('2')=objetivo.lo;
* Ecuaciones valor máximo
balanceupv('2',t)=balance.up(t);
volmedioupv('2',t)=volmedio.up(t);
vertupv('2',t)=vert.up(t);
trvertupv('2',t,i)=trvert.up(t,i);
pteupv('2',t,j)=pte.up(t,j);
lngupv('2',t,j)=lng.up(t,j);
potenciaupv('2',t)=potencia.up(t);
trqupv('2',t,j)=trq.up(t,j);
satq1upv('2',t)=satq1.up(t);
satq2upv('2',t)=satq2.up(t);
satq3upv('2',t)=satq3.up(t);
satq4upv('2',t)=satq4.up(t);
minqupv('2',t)=minq.up(t);
cexpupv('2')=cexp.up;
raupv('2',t)=ra.up(t);
rbupv('2',t)=rb.up(t);
objetivoupv('2')=objetivo.up;
* Primer tramo curvas de producción
trnc=0.01;
qdown=trnc;
maxzr('2',t)=l.l(t,'1')-trnc;
* Model status
ms('2')=nolit.modelstat;
tra(t)=no;trb(t)=no;branch(it)=no;fin(t)=0;
);
v2(t)=vr('2',t);
vv2(t)=vvr('2',t);
q2(t)=qr('2',t);
p2(t)=pr('2',t);
B2=Br('2');
display kp;

* Envío de resultados a MS Excel
execute_unload 'Resultados.gdx',v2,vv2,q2,p2,B2

```



```

execute 'gdxxrw.exe Resultados.gdx o=Resultados.xls Par=v2 rng=R2!a5
Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxxrw.exe Resultados.gdx o=Resultados.xls Par=vv2 rng=R2!c5
Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxxrw.exe Resultados.gdx o=Resultados.xls Par=q2 rng=R2!e5
Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxxrw.exe Resultados.gdx o=Resultados.xls Par=p2 rng=R2!i5
Rdim=1 Cdim=0'
execute 'gdxxrw.exe Resultados.gdx o=Resultados.xls Par=B2 rng=R2!m5';

```

C.3.4 Batchfile

```

* Batch file
execute "GAMS Inicialsr          s=prog0"
$log Problema inicial
execute "GAMS Ramalsr          r=prog0          s=prog1"
execute "GAMS Rama2sr         r=prog0          s=prog2"

```

C.4 Modelo de programación dinámica

```

% Title pdtesis.m
clear all;close all;clc
% Daily scheduling model based on dynamic programming with fixed speed
% operation and considering the flow spilled over the spillway
clear all;close all;clc
% Reservoir operating limits
vmin=0.32;
vmax=2.63;
% Conversion factor m3:s - hm3:h
f=0.0036;
% Forecast water inflows
w=75*ones(1,24);
% Generation characteristic (look-up table)
load matrices
% Sample reservoir volumes
load vmuestras
% Hourly energy prices - Day ahead electricity market (OMEL)
load precios
% Boundary conditions - Medium-term procedure
v0=2;
vf=v0;
% Unit operating limits
load oplim
qmax=145;
qmin=32;
% Initial revenue
imax=0;
imaxb=0;
% Tolerance against numeric errors (water discharge)
gp=0.05;
% Tolerance against numeric errors (state variable)
vgp=1e-5;
% Number of intermediate transitions between q=0 and q=qmax
ne=116;
% Number of maximum income trajectories
mit=0;
% -----Feasible region----- %
% Bounds of the feasible region
af(1)=v0+w(1)*f;

```

```

bf(1)=v0+f*(w(1)-qmax);
av=(af(1)-bf(1))/ne;
nu=1;
if af(1)>vmax,
af(1)=vmax;
end
nl=ne;
while bf(1)<vmin,
nl=nl-1;
bf(1)=v0+f*(w(1)-nl*qmax/ne);
end
for t=2:23
af(t)=af(t-1)+w(t)*f;
bf(t)=bf(t-1)+f*(w(t)-qmax);
nu=1;
if af(t)>vmax,
af(t)=vmax;
end
nl=ne;
while bf(t)<vmin,
nl=nl-1;
bf(t)=bf(t-1)+f*(w(t)-nl*qmax/ne);
end
if af(t)<=vmin
af(t)=bf(t);
end
end
% Feasible states in each stage
for t=1:23
pf(t,1)=bf(t);
j=1;
while (af(t)-pf(t,j))>(av+vgrp)
j=j+1;
pf(t,j)=pf(t,j-1)+av;
end
if af(t)>bf(t)
pf(t,j+1)=af(t);
end
end
% Feasible states - Boundary condition relaxed
figure(1)
plot(0,v0,'ko','Markersize',1.5)
hold on
for i=1:23
plot(i,pf(i,find(pf(i,:)>0)),'ko','MarkerSize',1.5)
end
axis([0 24 floor(10*min(min(pf(find(pf>0)))))/10
ceil(10*max(max(pf))/10)]
set(gca,'XTick',[1:24])
xlabel('Stages')
ylabel('v [hm^3]')
title('Feasible states - Boundary condition relaxed (Forward)')
% Considering the boundary condition
ab=zeros(1,23);
bb=zeros(1,23);
minb=zeros(1,23);
maxa=zeros(1,23);
[x y]=size(pf);
pb=zeros(x,y);
% Strict minimum reservoir volume at the beginning of stage 24

```

```

mine=vf-w(24)*f;
puntos=pf(23,find((pf(23,:)>=mine)&(pf(23,:)>=vmin)));
if isempty(puntos)
    display('Discretization is infeasible')
else
    minb(23)=min(puntos);
end
% New final reservoir volume
vff=minb(23)+f*w(24);
puntos=0;
% Strict maximum reservoir volume at the beginning of stage 24
maxe=vff+qmax*f;
puntos=pf(23,find((pf(23,*)>0)&(pf(23,*)<=maxe)&(pf(23,*)<=vmax)));
if isempty(puntos)
    display('Discretization is infeasible')
else
    maxa(23)=max(puntos);
end
fe=pf(23,find((pf(23,*)>=minb(23))&(pf(23,*)<=maxa(23))));
pb(23,1:length(fe))=fe;
ab(23)=max(fe);
bb(23)=min(fe);
fe=0;
for t=22:-1:1
    minb(t)=bb(t+1)-w(t+1)*f;
    maxa(t)=ab(t+1)-f*(w(t+1)-qmax);
    j=0;
    if min(pf(t,find(pf(t,*)>0)))<=minb(t);
        j=1;
        fe(j)=minb(t);
    end
    for i=j+1:length(pf(t,*))
        if (pf(t,i)>=minb(t))&(pf(t,i)<=maxa(t))
            fe(i)=pf(t,i);
        end
    end
    ab(t)=max(fe);
    bb(t)=min(fe);
    pb(t,1:length(fe))=fe;
    fe=0;
end
% Feasible states
plot(0,v0,'ro','Markersize',1.5)
hold on
for i=1:23
    plot(i,pb(i,find(pb(i,*)>0)),'ro','Markersize',1.5)
end
plot(24,vff,'ro','Markersize',1.5)
% Number of feasible states in each stage
fe=sum(pb'>0);
[filas columnas]=size(pb);
s=zeros(columnas,columnas,24);

% Dynamic programming - Backward
% Stage 24
for i=fe(23):-1:1

```

```

q=(pb(23,i)-vff+f*w(24))/f;
vm=0.5*(pb(23,i)+vff);
qmax=interp1(volumen,oplim(:,2),vm);
qmin=interp1(volumen,oplim(:,1),vm);
if ((q>=qmin-gp)&(q<=qmax+gp))
v1=max(volumen(find(volumen<=vm)));
v2=min(volumen(find(volumen>=vm)));
qmax1=interp1(volumen,oplim(:,2),v1);
qmax2=interp1(volumen,oplim(:,2),v2);
qmin1=interp1(volumen,oplim(:,1),v1);
qmin2=interp1(volumen,oplim(:,1),v2);
p1vector=pmatix(find(volumen==v1),find(pmatix(find(volumen==v1),:)>0));
q1vector=qmatix(find(volumen==v1),find(qmatix(find(volumen==v1),:)>0));
p2vector=pmatix(find(volumen==v2),find(pmatix(find(volumen==v2),:)>0));
q2vector=qmatix(find(volumen==v2),find(qmatix(find(volumen==v2),:)>0));
if q<=qmin1
p1=p1vector(1);
elseif q>=qmax1
p1=p1vector(end);
else
p1=interp1(q1vector,p1vector,q);
end
if q<=qmin2
p2=p2vector(1);
elseif q>=qmax2
p2=p2vector(end);
else
p2=interp1(q2vector,p2vector,q);
end
p=0.5*(p1+p2);
elseif ((q>=-gp)&(q<=gp))
p=0;
elseif ((vff==vmax)&(q>=gp)&(q<=qmin-gp))
s(i,1,24)=q;
p=0;
else
p=-Inf;
end
ingresos(i,1,24)=0.01*precios(24)*p;
imax(i,24)=max(ingresos(i,1,24));
end
% Stages 23-2
for t=23:-1:2
for i=fe(t-1):-1:1
for j=fe(t):-1:1
q=(pb(t-1,i)-pb(t,j)+f*w(t))/f;
vm=0.5*(pb(t-1,i)+pb(t,j));
qmax=interp1(volumen,oplim(:,2),vm);
qmin=interp1(volumen,oplim(:,1),vm);
if ((q>=qmin-gp)&(q<=qmax+gp))
v1=max(volumen(find(volumen<=vm)));
v2=min(volumen(find(volumen>=vm)));
qmax1=interp1(volumen,oplim(:,2),v1);
qmax2=interp1(volumen,oplim(:,2),v2);
qmin1=interp1(volumen,oplim(:,1),v1);
qmin2=interp1(volumen,oplim(:,1),v2);

```

```

plvector=pmatix(find(volumen==v1),find(pmatix(find(volumen==v1),:)>0
));
qlvector=qmatix(find(volumen==v1),find(qmatix(find(volumen==v1),:)>0
));
p2vector=pmatix(find(volumen==v2),find(pmatix(find(volumen==v2),:)>0
));
q2vector=qmatix(find(volumen==v2),find(qmatix(find(volumen==v2),:)>0
));
if q<=qmin1
p1=plvector(1);
elseif q>=qmax1
p1=plvector(end);
else
p1=interp1(qlvector,p1vector,q);
end
if q<=qmin2
p2=p2vector(1);
elseif q>=qmax2
p2=p2vector(end);
else
p2=interp1(q2vector,p2vector,q);
end
p=0.5*(p1+p2);
elseif ((q>=-gp)&(q<=gp))
p=0;
elseif ((pb(t,j)==vmax)&(q>=gp)&(q<=qmin-gp))
s(i,j,t)=q;
p=0;
else
p=-Inf;
end
ingresos(i,j,t)=0.01*precios(t)*p;
acumulado(i,j,t)=ingresos(i,j,t)+imax(j,t+1);
end
imax(i,t)=max(acumulado(i,:,t));
end
end
% Stage 1
for j=fe(1):-1:1
q=(v0-pb(1,j)+f*w(1))/f;
vm=0.5*(v0+pb(1,j));
qmax=interp1(volumen,oplim(:,2),vm);
qmin=interp1(volumen,oplim(:,1),vm);
if ((q>=qmin-gp)&(q<=qmax+gp))
v1=max(volumen(find(volumen<=vm)));
v2=min(volumen(find(volumen>=vm)));
qmax1=interp1(volumen,oplim(:,2),v1);
qmax2=interp1(volumen,oplim(:,2),v2);
qmin1=interp1(volumen,oplim(:,1),v1);
qmin2=interp1(volumen,oplim(:,1),v2);
plvector=pmatix(find(volumen==v1),find(pmatix(find(volumen==v1),:)>0
));
qlvector=qmatix(find(volumen==v1),find(qmatix(find(volumen==v1),:)>0
));
p2vector=pmatix(find(volumen==v2),find(pmatix(find(volumen==v2),:)>0
));
q2vector=qmatix(find(volumen==v2),find(qmatix(find(volumen==v2),:)>0
));
if q<=qmin1

```

```

p1=p1vector(1);
elseif q>=qmax1
p1=p1vector(end);
else
p1=interp1(q1vector,p1vector,q);
end
if q<=qmin2
p2=p2vector(1);
elseif q>=qmax2
p2=p2vector(end);
else
p2=interp1(q2vector,p2vector,q);
end
p=0.5*(p1+p2);
elseif ((q>=-gp)&(q<=gp))
p=0;
elseif ((pb(t,j)==vmax)&(q>=gp)&(q<=qmin-gp))
s(i,j,t)=q;
p=0;
else
p=-Inf;
end
ingresos(1,j,1)=0.01*precios(1)*p;
acumulado(1,j,1)=ingresos(1,j,1)+imax(j,2);
end
imax(1,1)=max(acumulado(1,:,1));

% Optimal trajectory - Foreward
% Avoiding numerical errors
mit=find(acumulado(1,:,1)==max(acumulado(1,:,1)));
if length(mit)>1
mit=mit(1);
end
vtr(1)=pb(1,mit);
if vtr(1)==vmax
qtr(1)=(v0-vtr(1)+f*w(1)-f*s(1,mit,1))/f;
str(1)=s(1,mit,1);
else
qtr(1)=(v0-vtr(1)+f*w(1))/f;
str(1)=0;
end
for t=2:23
i=find(pb(t-1,:)==vtr(t-1));
mit=0;
mit=find(acumulado(i,:,t)==max(acumulado(i,:,t)));
if length(mit)>1
mit=mit(1);
end
vtr(t)=pb(t,mit);
if vtr(t)==vmax
qtr(t)=(vtr(t-1)-vtr(t)+f*w(t)-f*s(i,mit,t))/f;
str(t)=s(i,mit,t);
else
qtr(t)=(vtr(t-1)-vtr(t)+f*w(t))/f;
str(t)=0;
end
end
i=find(pb(23,:)==vtr(23));
vtr(24)=vff;
if vtr(24)==vmax

```

```
qtr(24)=(vtr(23)-vtr(24)+f*w(24)-f*s(i,1,24))/f;
str(24)=s(i,1,24);
else
qtr(24)=(vtr(23)-vtr(24)+f*w(24))/f;
str(24)=0;
end

% Results storage
fsv=[v0 vtr];
fsq=qtr;
fss=str;
plot([0 1:24],[v0 vtr])
xlabel('Stages')
ylabel('v [hm^3]')
title('Optimal trajectory - Maximum income (Foreward)')
% Optimal decisions - Water discharge
figure(2)
bar([1:24],qtr)
axis([0 24.5 0 80])
xlabel('Stages')
ylabel('q [m^3/s]')
title('Water discharge through the turbine - Optimal solution
(foreward)')
set(gca,'XTick',[1:24])
fsi=num2str(round(imax(1,1)));
texto=strcat('Revenue obtained: ',fsi,' €');
text(1,75,texto)
```


Apéndice D

RESULTADOS

D.1 Introducción

Los modelos de explotación a corto plazo descritos en el capítulo 4 se han utilizado para obtener el programa óptimo de explotación de la *central de referencia* del apéndice B, con dos grupos generadores, bajo distintas condiciones de operación. Los datos y los resultados de algunos casos analizados se presentan a continuación.

D.2 Datos de los casos analizados

En la tabla D-1 pueden verse los datos de los casos i.1, i.2 e i.3, cuyos resultados se presentaron en el capítulo 4 para facilitar la exposición de las conclusiones, y los de los casos A, B y C, cuyos resultados se presentan en el apartado D.3.

Tabla D-1: Datos de los casos analizados.

Volúmenes inicial y final (hm ³)						
Caso i.1	Caso i.2	Caso i.3	Caso A	Caso B	Caso C	
2	2	2	1.8	1.8	1.6	

Aportaciones horarias (m ³ /s)						
Etapas	Caso i.1	Caso i.2	Caso i.3	Caso A	Caso B	Caso C
1	40	50	80	80	100	60
2	40	50	80	80	100	60
3	40	50	80	80	100	60
4	40	50	80	80	100	60
5	40	50	80	80	100	60
6	40	50	80	80	100	60
7	40	50	80	80	90	60
8	40	50	80	80	90	60
9	40	50	80	80	90	60
10	40	50	80	80	90	60
11	40	50	80	80	90	60
12	40	50	80	80	90	60
13	40	50	80	80	80	70
14	40	50	80	80	80	70
15	40	50	80	80	80	70
16	40	50	80	80	80	70
17	40	50	80	80	80	70
18	40	50	80	80	80	70
19	40	50	80	80	70	70
20	40	50	80	80	70	70
21	40	50	80	80	70	70
22	40	50	80	80	70	70
23	40	50	80	80	70	70
24	40	50	80	80	70	70

Los precios de venta de la energía se han tomado de la página *web* del operador del mercado eléctrico español y corresponden, en todos los casos analizados, a los precios horarios del día 28 de Junio de 2006 (ver figura D-1).

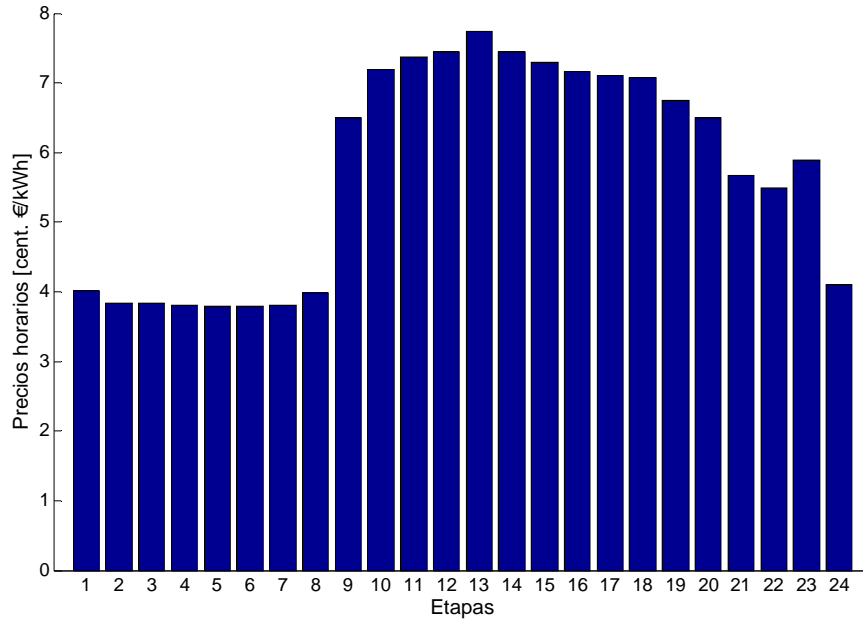


Figura D-1: Precios horarios de venta de la energía.

D.3 Resultados

D.3.1 Caso A

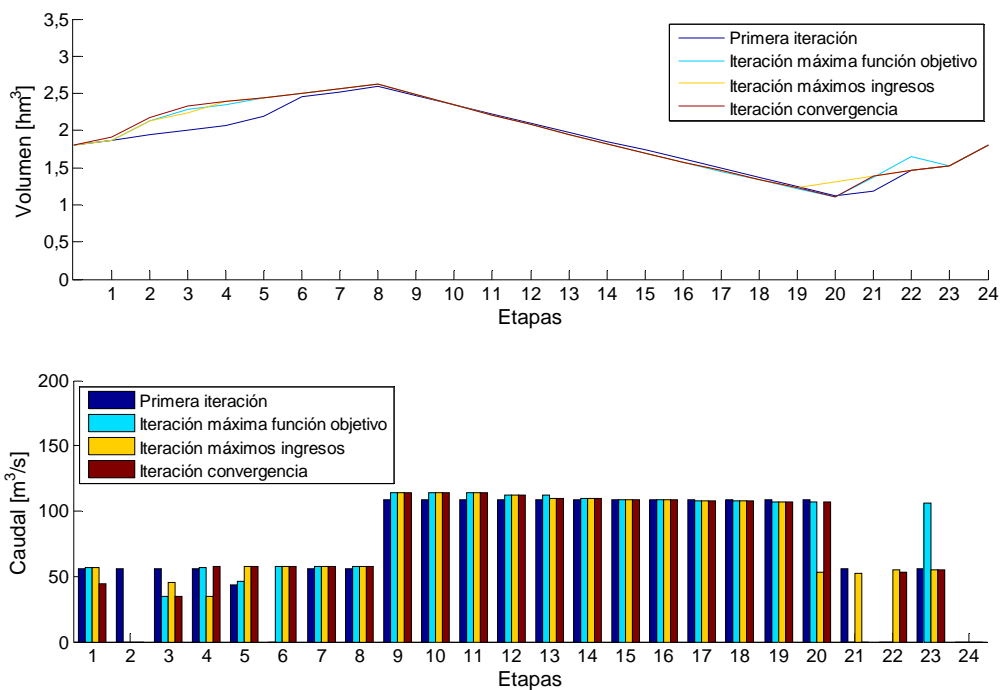


Figura D-2: Resultados caso A. Modelo de Plem.

Tabla D-2: Resultados caso A. Modelo de Plem.

Primera iteración		Iteración máxima función objetivo		Iteración máximos ingresos		Iteración convergencia	
<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)
42433	42977	43441	43228	43313	43373	43421	43285

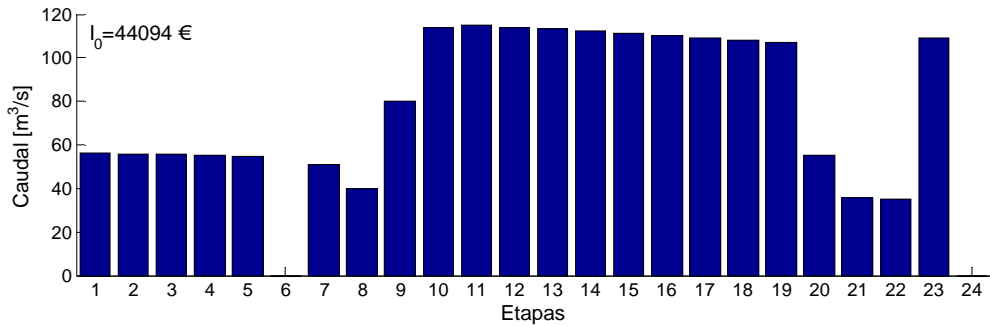
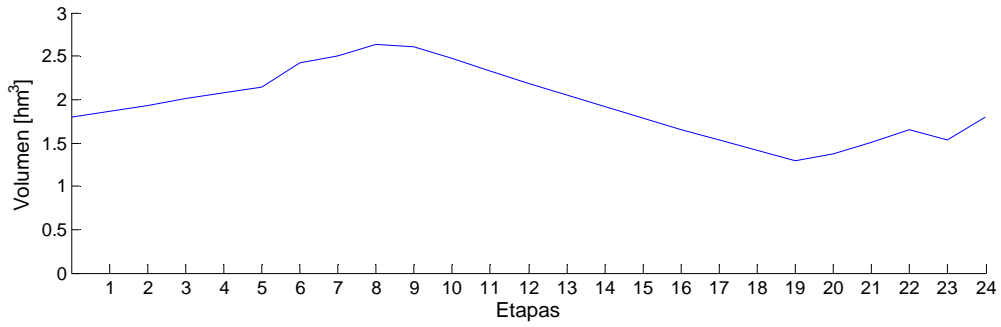


Figura D-3: Resultados caso A. Modelo de Pnl.

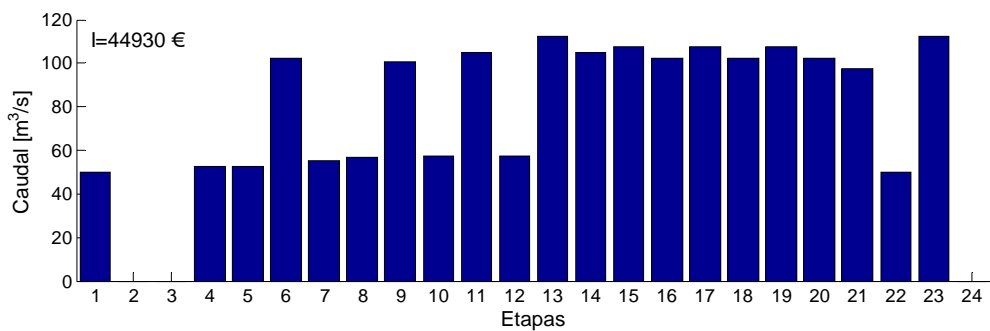
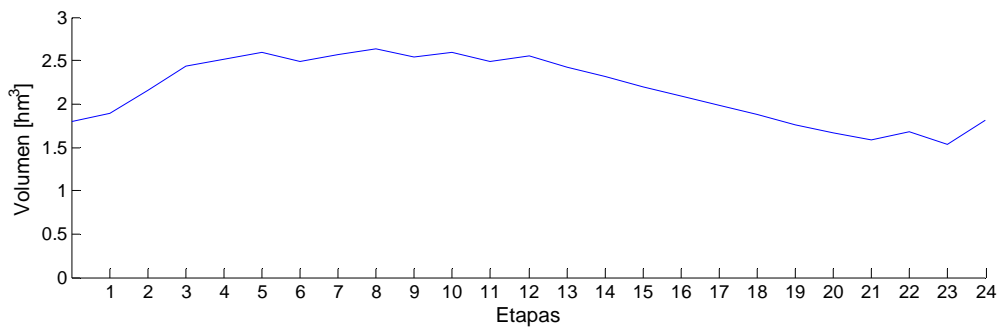


Figura D-4: Resultados caso A. Modelo de Pd.

D.3.2 Caso B

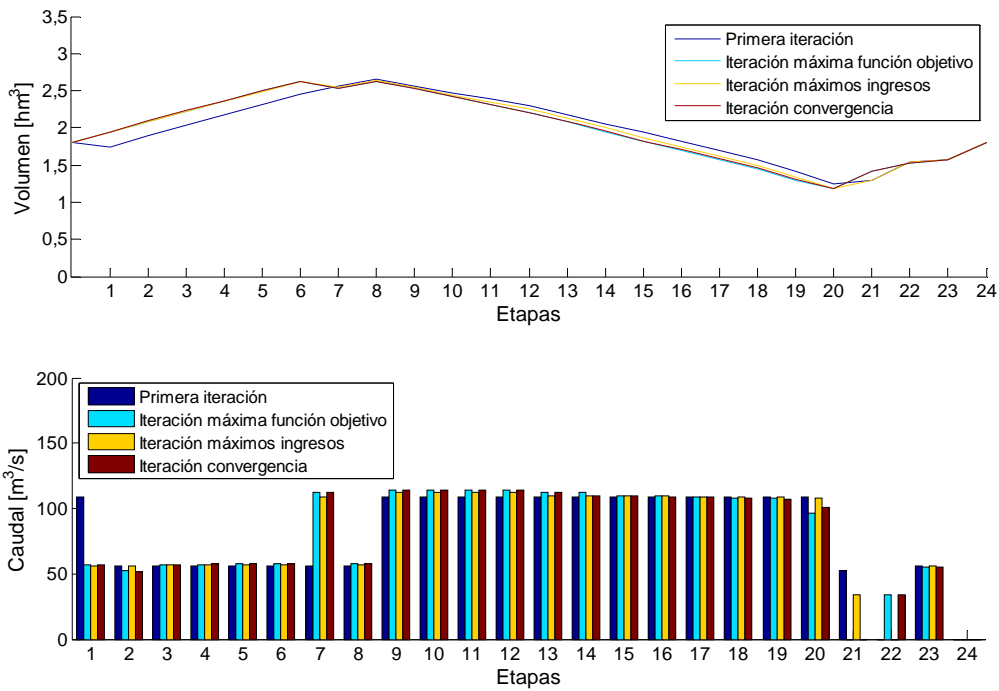


Figura D-5: Resultados caso B. Modelo de Plem.

Tabla D-3: Resultados caso B. Modelo de Plem.

Primera iteración		Iteración máxima función objetivo		Iteración máximos ingresos		Iteración convergencia	
<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)
44095	45485	45851	45521	45291	45586	45583	45583

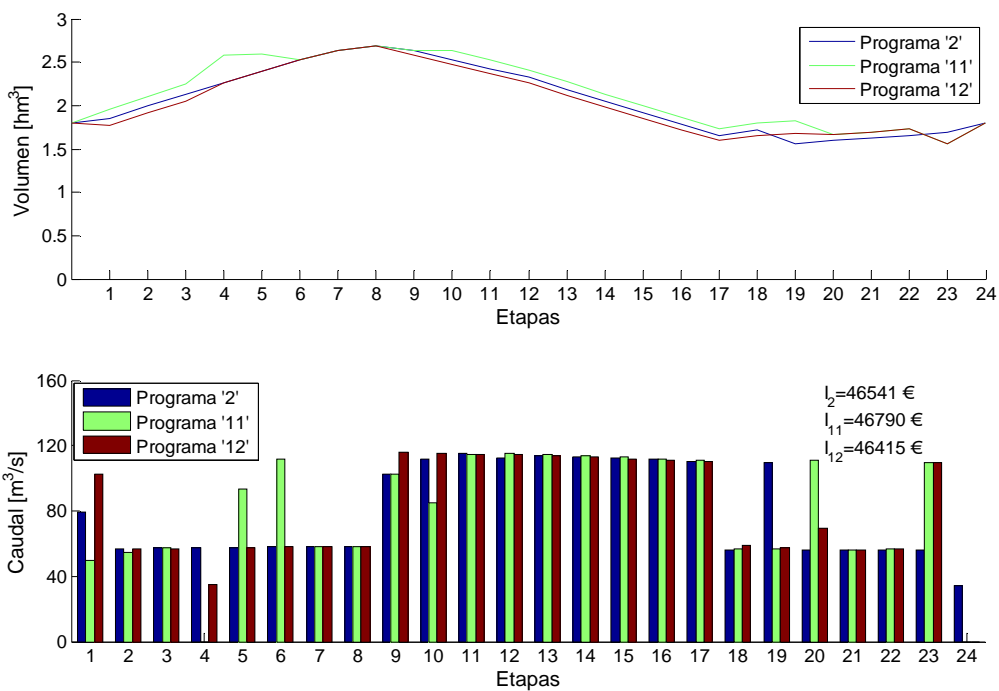


Figura D-6: Resultados caso B. Modelo de Pnl.

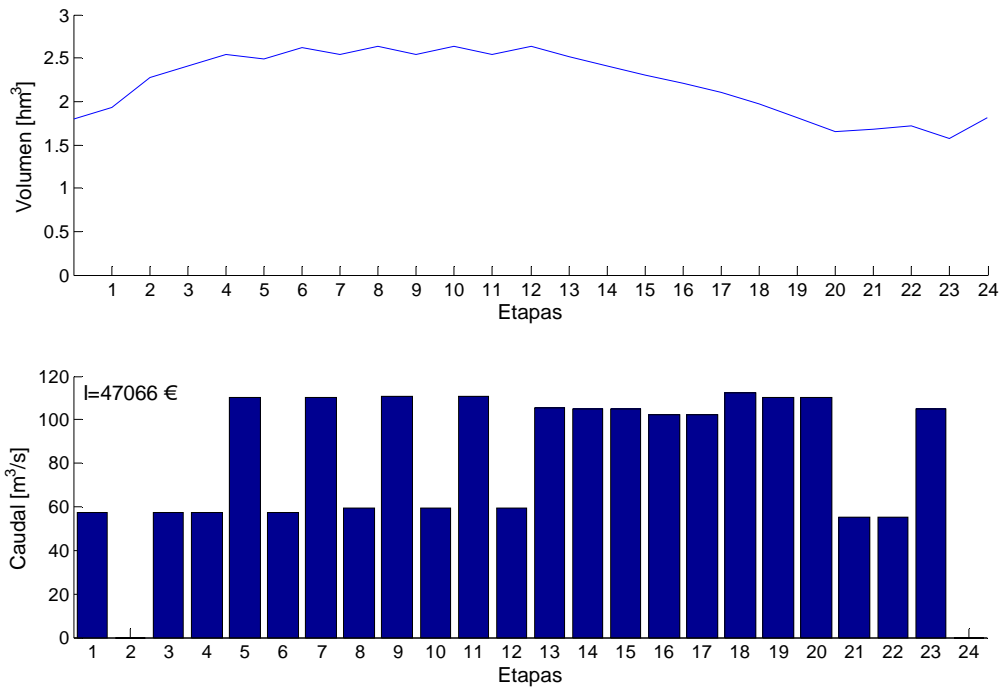


Figura D-7: Resultados caso B. Modelo de programación dinámica.

D.3.3 Caso C

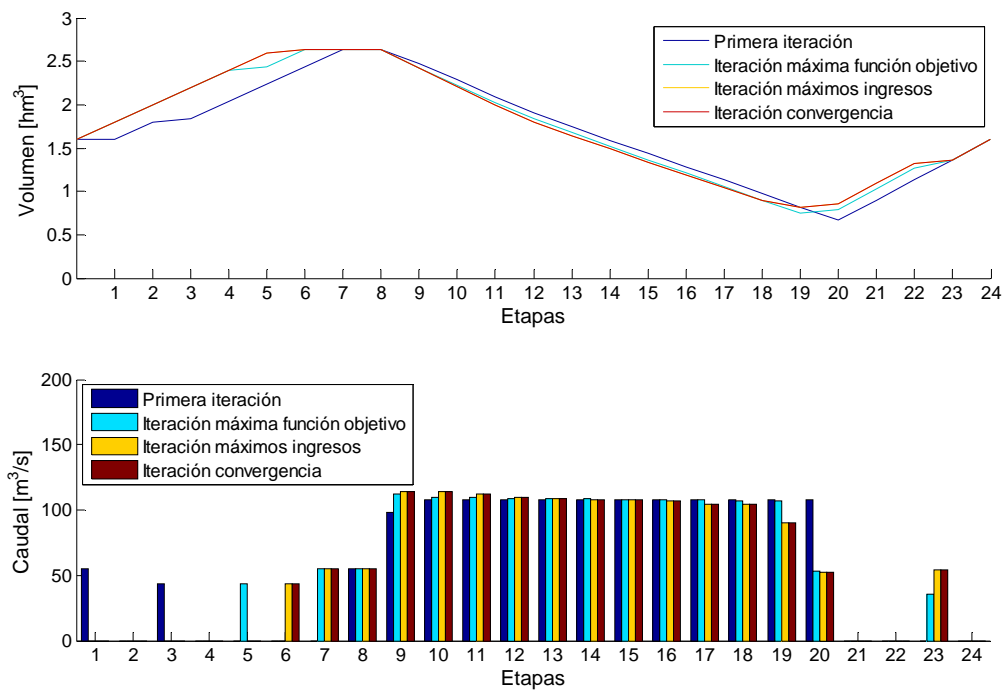


Figura D-8: Resultados caso C. Modelo de Plem.

Tabla D-4: Resultados caso C. Modelo de Plem.

Primera iteración		Iteración máxima función objetivo		Iteración máximos ingresos		Iteración convergencia	
B (€)	I (€)	B (€)	I (€)	B (€)	I (€)	B (€)	I (€)
34837	34745	35593	35002	35337	35337	35337	35337

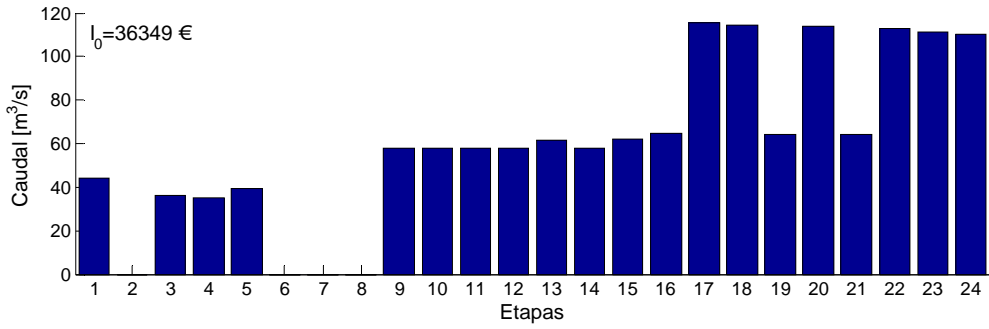
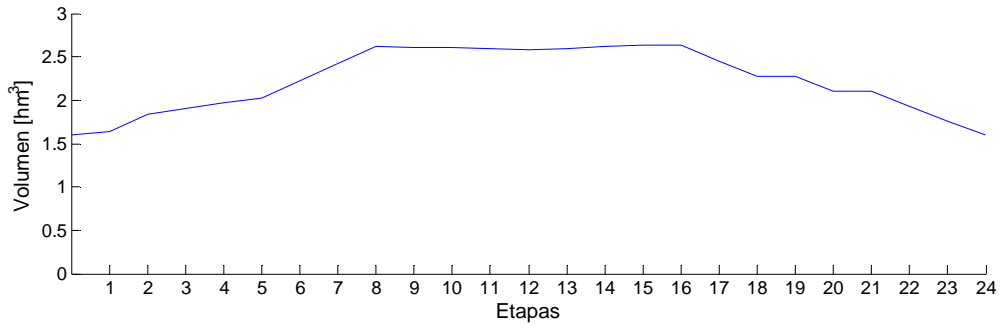


Figura D-9: Resultados caso C. Modelo de Pnl.

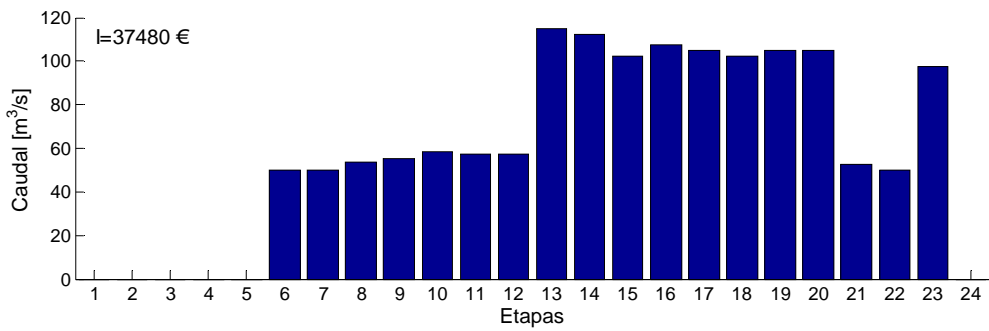
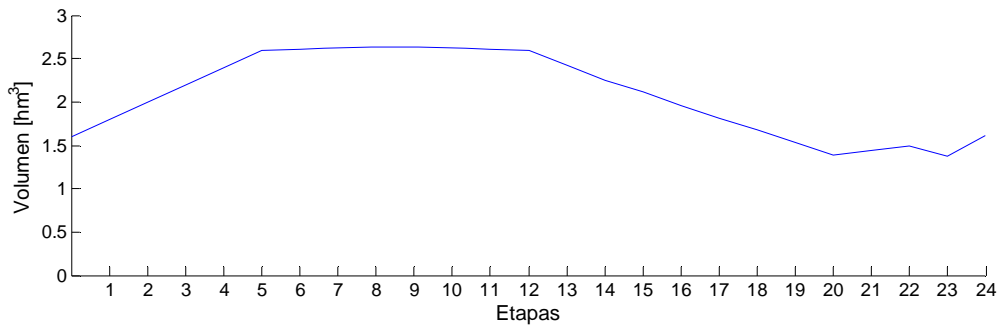


Figura D-10: Resultados caso C. Modelo de Pd.

Apéndice E

COMPARACIÓN DE RESULTADOS: VELOCIDAD FIJA – VELOCIDAD VARIABLE

E.1 Introducción

Los *modelos de programación lineal entera mixta y de programación dinámica* descritos en el capítulo 4, se han utilizado para obtener el programa de explotación de la *central de referencia* con dos grupos de velocidad variable, bajo distintas condiciones de operación dadas por distintos valores de las aportaciones y de los volúmenes inicial y final del embalse. Los datos y los resultados de los algunos casos analizados se recogen en este apéndice. Además, con objeto de estimar los beneficios que puede aportar en la *central de referencia* la operación con velocidad variable, se presentan previamente los resultados obtenidos en los mismos casos, con dos grupos de velocidad fija.

E.2 Datos de los casos analizados

Los precios de venta de la energía pueden verse en la figura D-1.

Tabla E-1: Datos de los casos analizados.

Volúmenes inicial y final (hm ³)				
Caso D	Caso E	Caso F	Caso G	
0.4	0.4	1.8	2.4	
Aportaciones horarias (m ³ /s)				
Etapas	Caso D	Caso E	Caso F	Caso G
1	30	20	30	50
2	30	20	30	50
3	30	20	30	50
4	30	20	30	50
5	30	20	30	50
6	30	20	30	50
7	30	20	30	50
8	30	20	30	50
9	30	20	30	50
10	30	20	30	50
11	30	20	30	50
12	30	20	30	50
13	30	20	30	50
14	30	20	30	50
15	30	20	30	50
16	30	20	30	50
17	30	20	30	50
18	30	20	30	50
19	30	20	30	50
20	30	20	30	50
21	30	20	30	50
22	30	20	30	50
23	30	20	30	50
24	30	20	30	50

E.3 Resultados velocidad fija

E.3.1 Caso D

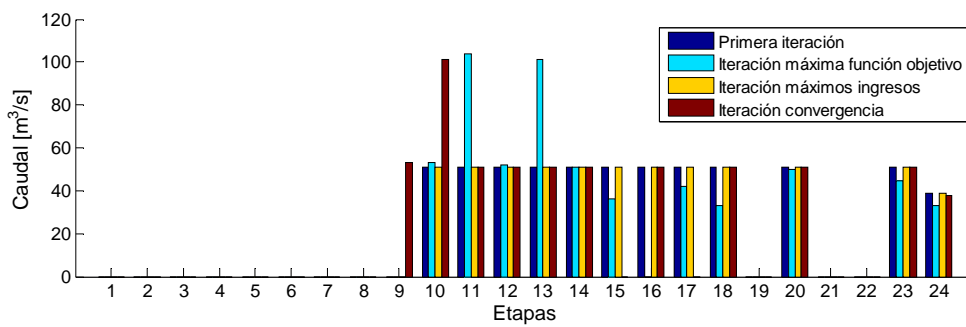
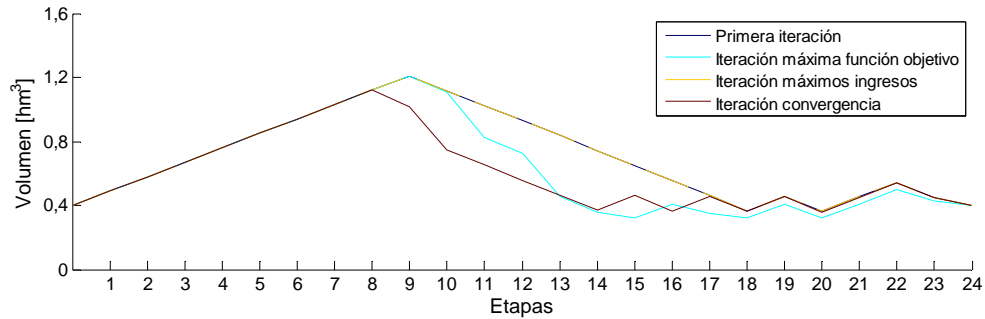


Figura E-1: Resultados caso D. Modelo de Plem. Velocidad fija.

Tabla E-2: Resultados caso D. Modelo de Plem. Velocidad fija.

Primera iteración		Iteración máxima función objetivo		Iteración máximos ingresos		Iteración convergencia	
B (€)	I (€)	B (€)	I (€)	B (€)	I (€)	B (€)	I (€)
10976	12523	12589	12165	10976	12523	11721	11721

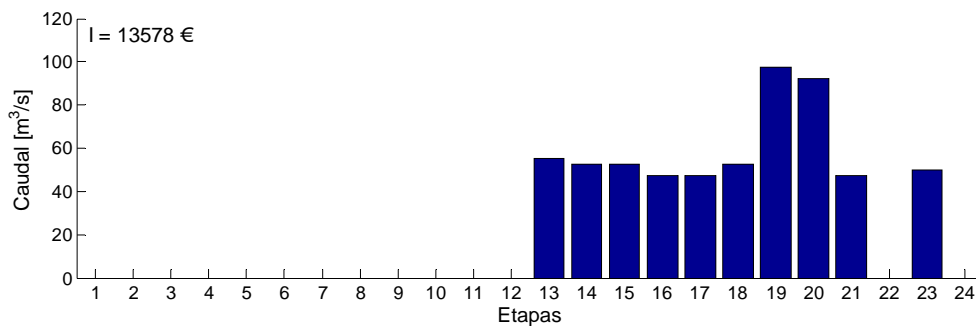
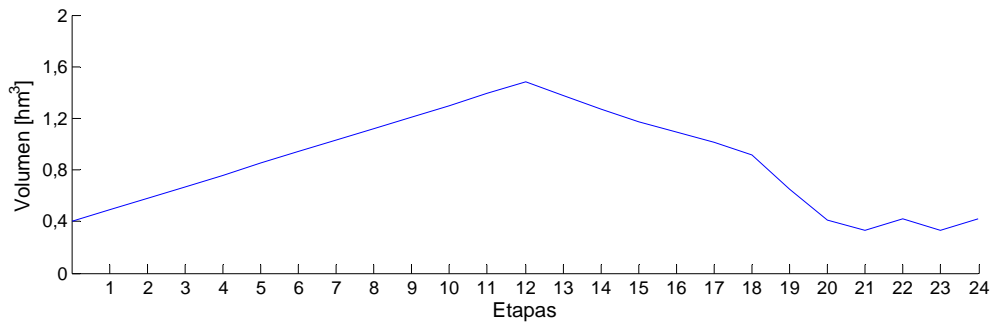


Figura E-2: Resultados caso D. Modelo de Pd. Velocidad fija.

E.3.2 Caso E

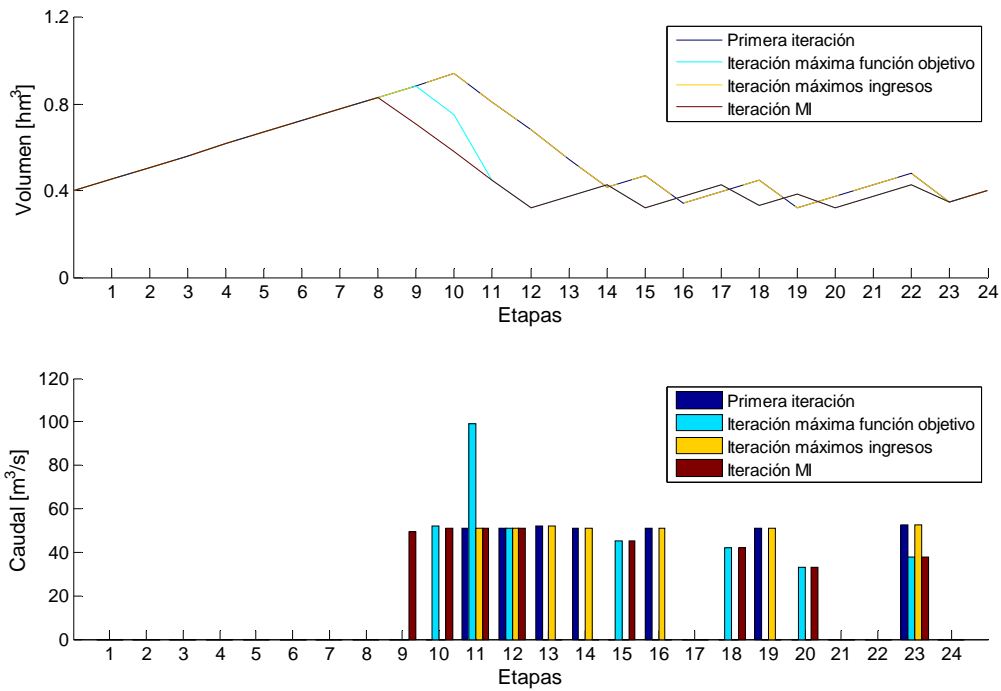


Figura E-3: Resultados caso E. Modelo de Plem. Velocidad fija.

Tabla E-3: Resultados caso E. Modelo de Plem. Velocidad fija.

Primera iteración		Iteración máxima función objetivo		Iteración máximos ingresos		Iteración MI	
<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)
6755	7317	7323	7014	6755	7317	7113	6856

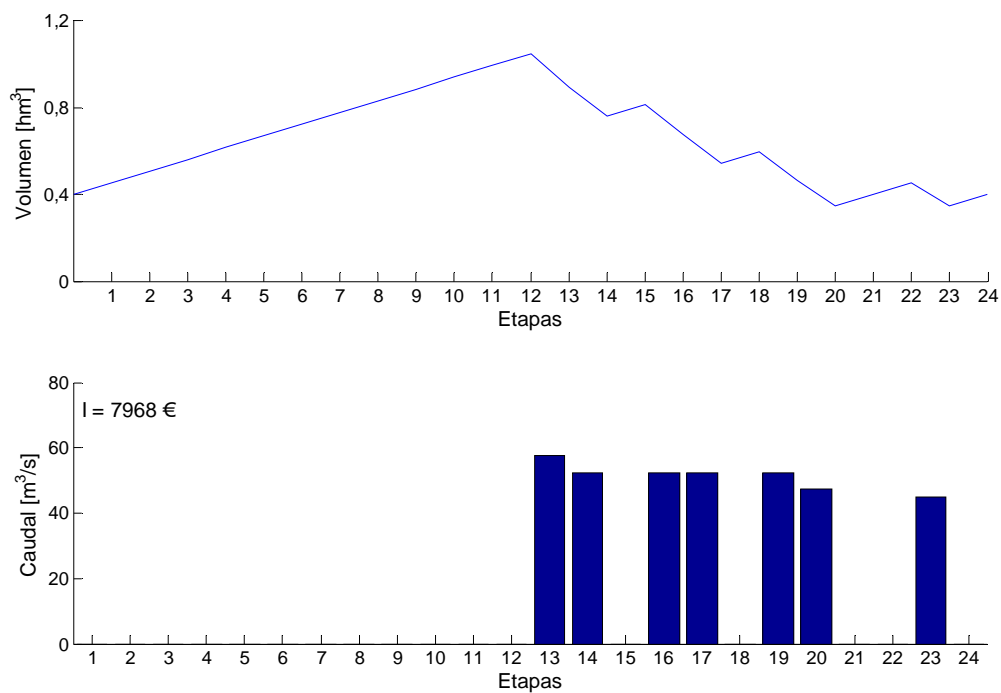


Figura E-4: Resultados caso E. Modelo de Pd. Velocidad fija.

E.3.3 Caso F

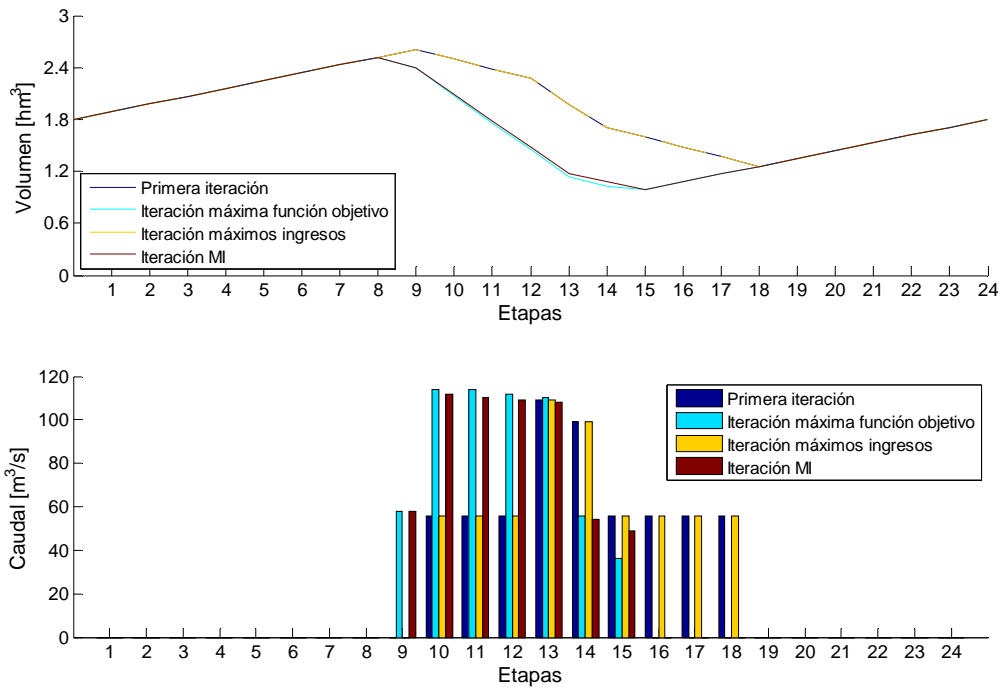


Figura E-5: Resultados caso F. Modelo de Plem. Velocidad fija.

Tabla E-4: Resultados caso F. Modelo de Plem. Velocidad fija.

Primera iteración		Iteración máxima función objetivo		Iteración máximos ingresos		Iteración MI	
<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)
16688	17061	17258	15810	16688	17061	16435	16172

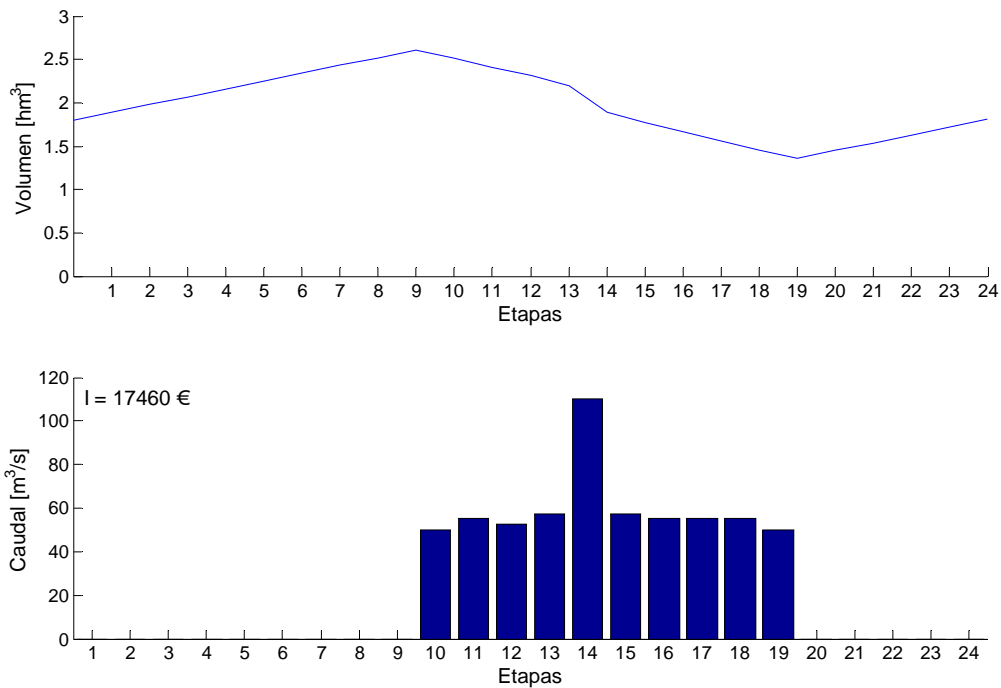


Figura E-6: Resultados caso F. Modelo de Pd. Velocidad fija.

E.3.4 Caso G

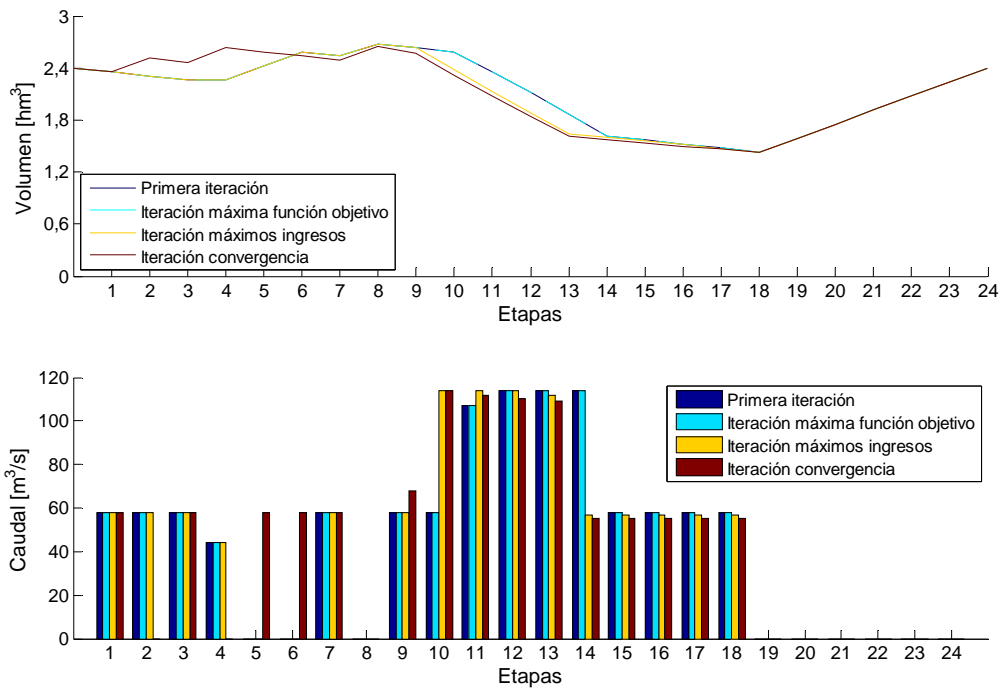


Figura E-7: Resultados caso G. Modelo de Plem. Velocidad fija.

Tabla E-5: Resultados caso G. Modelo de Plem. Velocidad fija.

Primera iteración		Iteración máxima función objetivo		Iteración máximos ingresos		Iteración convergencia	
<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)
27921	26524	27921	26524	27596	26532	26482	26502

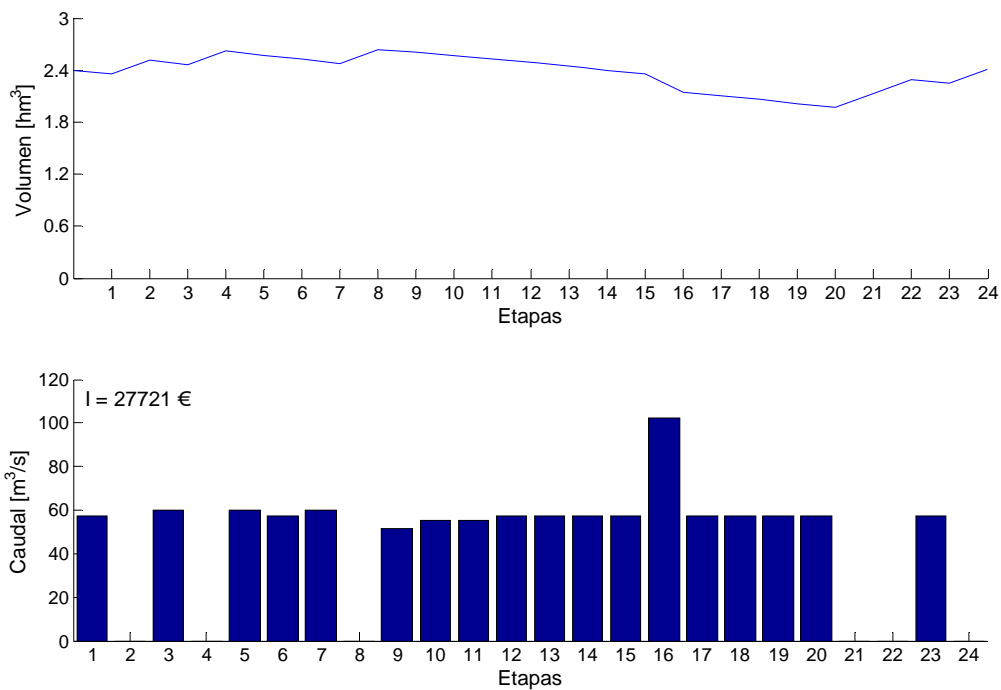


Figura E-8: Resultados caso G. Modelo de Pd. Velocidad fija.

E.4 Resultados velocidad variable

E.4.1 Caso D

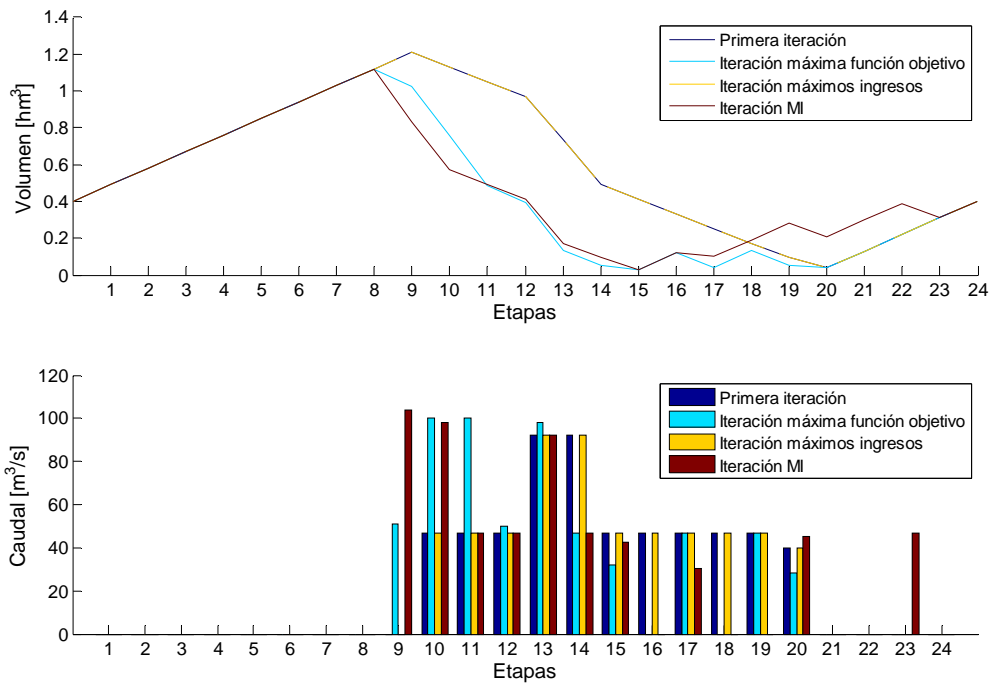


Figura E-9: Resultados caso D. Modelo de Plem. Velocidad variable.

Tabla E-6: Resultados caso D. Modelo de Plem. Velocidad variable.

Primera iteración		Iteración máxima función objetivo		Iteración máximos ingresos		Iteración MI	
<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)
11903	12577	12779	10991	11903	12577	11693	11539

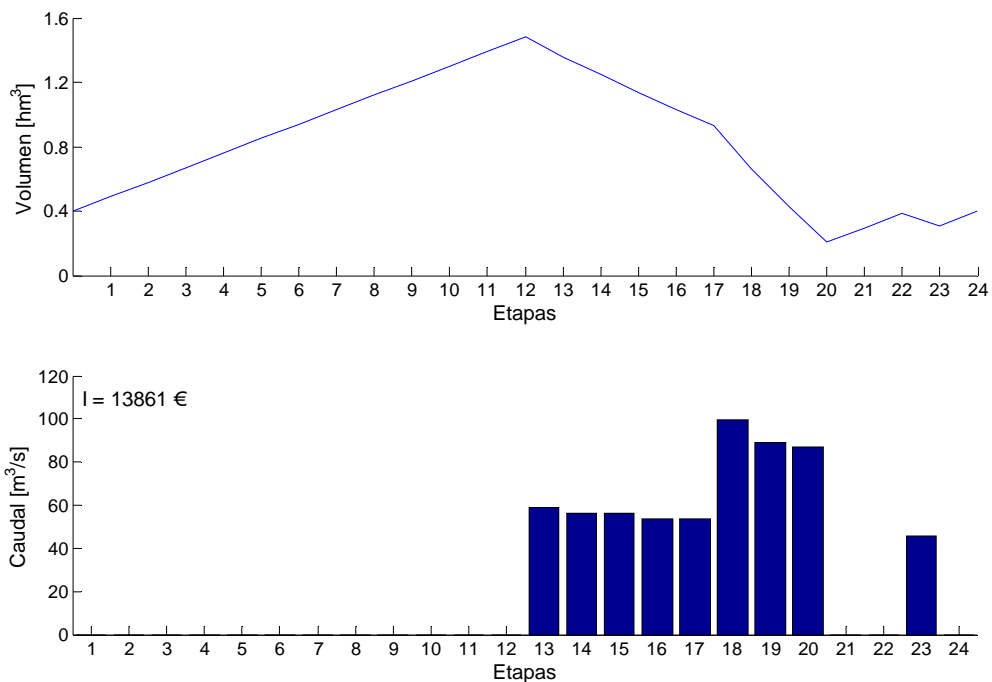


Figura E-10: Resultados caso D. Modelo de Pd. Velocidad variable.

E.4.2 Caso E

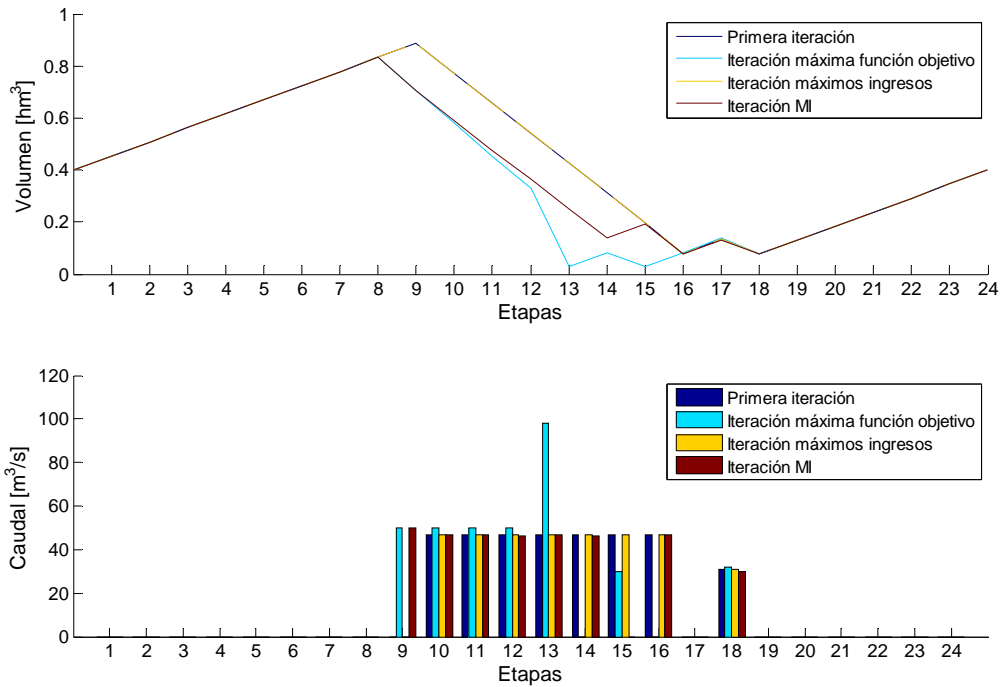


Figura E-11: Resultados caso E. Modelo de Plem. Velocidad variable.

Tabla E-7: Resultados caso E. Modelo de Plem. Velocidad variable.

Primera iteración		Iteración máxima función objetivo		Iteración máximos ingresos		Iteración MI	
<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)
7304	7248	7687	6754	7270	7248	7013	7063

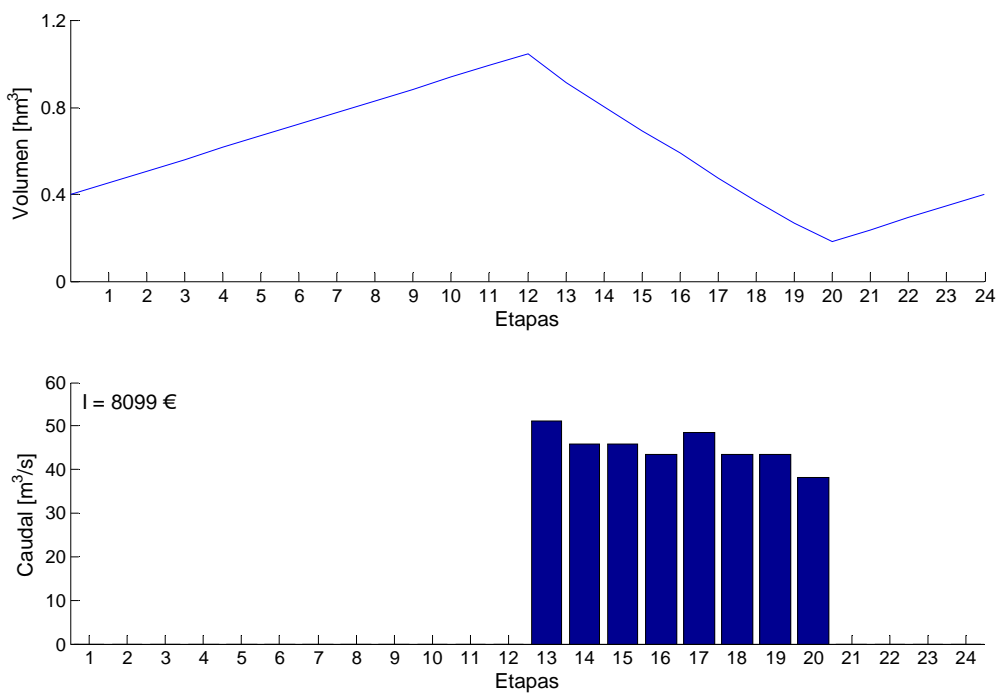


Figura E-12: Resultados caso E. Modelo de Pd. Velocidad variable.

E.4.3 Caso F

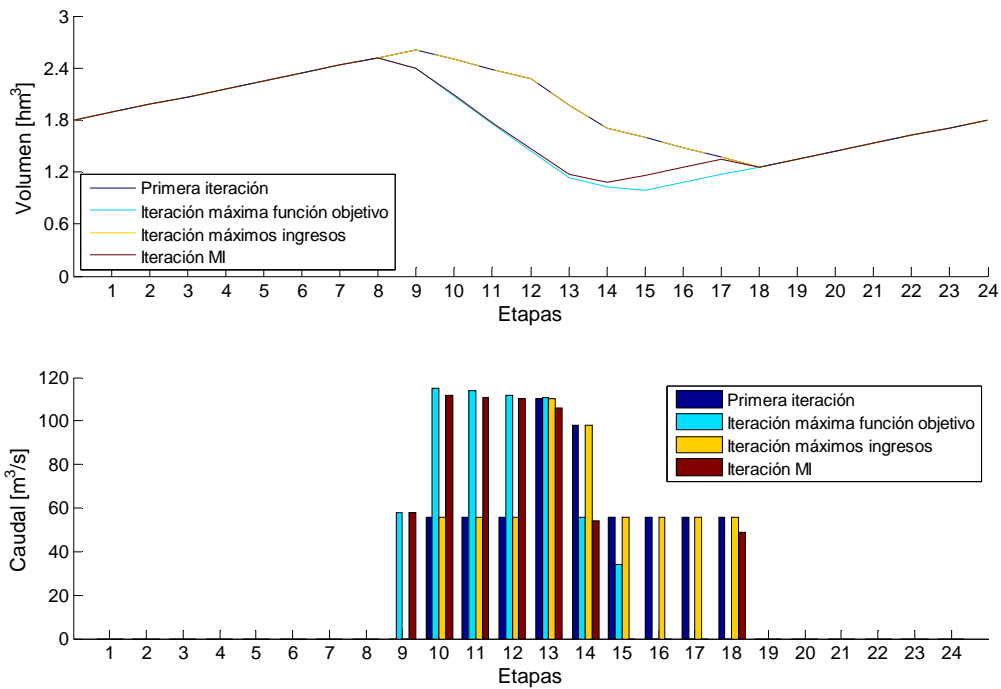


Figura E-13: Resultados caso F. Modelo de Plem. Velocidad variable.

Tabla E-8: Resultados caso F. Modelo de Plem. Velocidad variable.

Primera iteración		Iteración máxima función objetivo		Iteración máximos ingresos		Iteración MI	
<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)
16699	17092	17256	15818	16699	17092	16315	16241

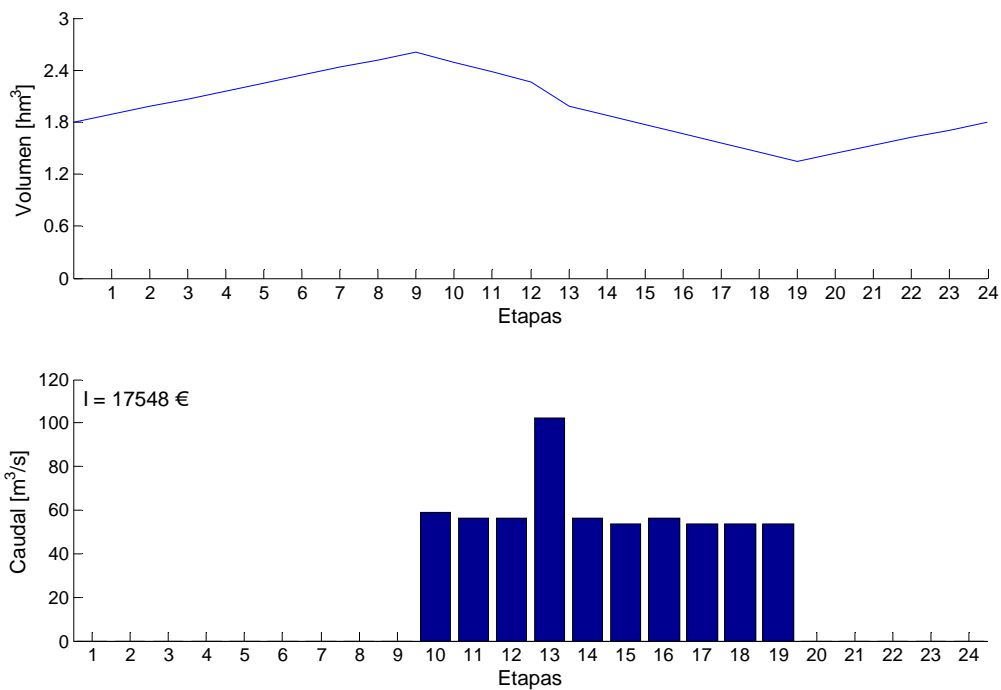


Figura E-14: Resultados caso F. Modelo de Pd. Velocidad variable.

E.4.4 Caso G

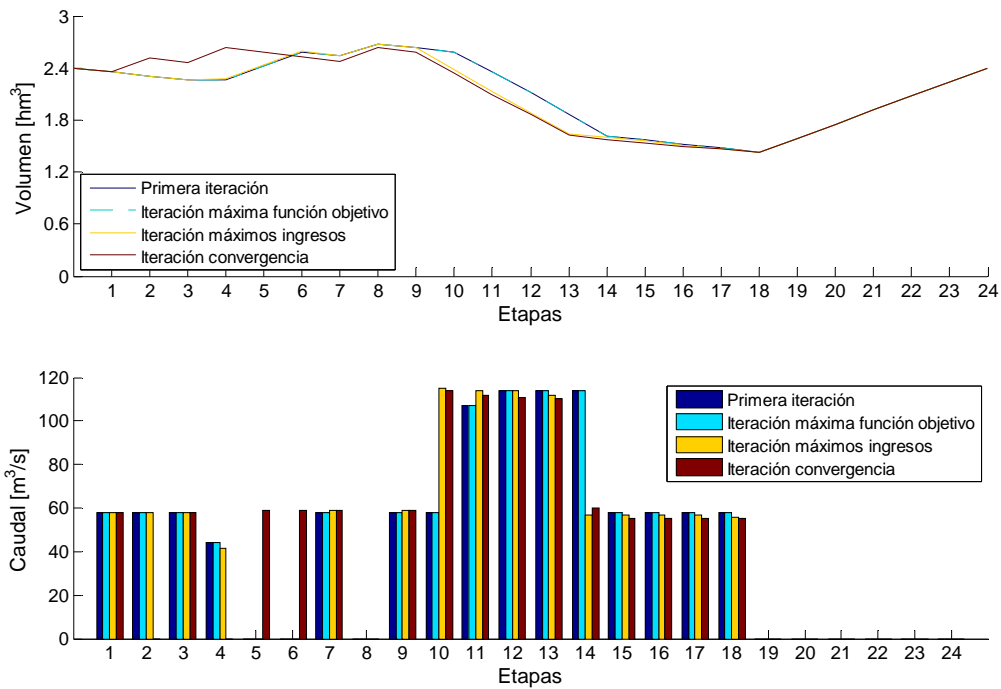


Figura E-15: Resultados caso G. Modelo de Plem. Velocidad variable.

Tabla E-9: Resultados caso G. Modelo de Plem. Velocidad variable.

Primera iteración		Iteración máxima función objetivo		Iteración máximos ingresos		Iteración convergencia	
<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)	<i>B</i> (€)	<i>I</i> (€)
27985	26597	27985	26597	27621	26623	26585	26601

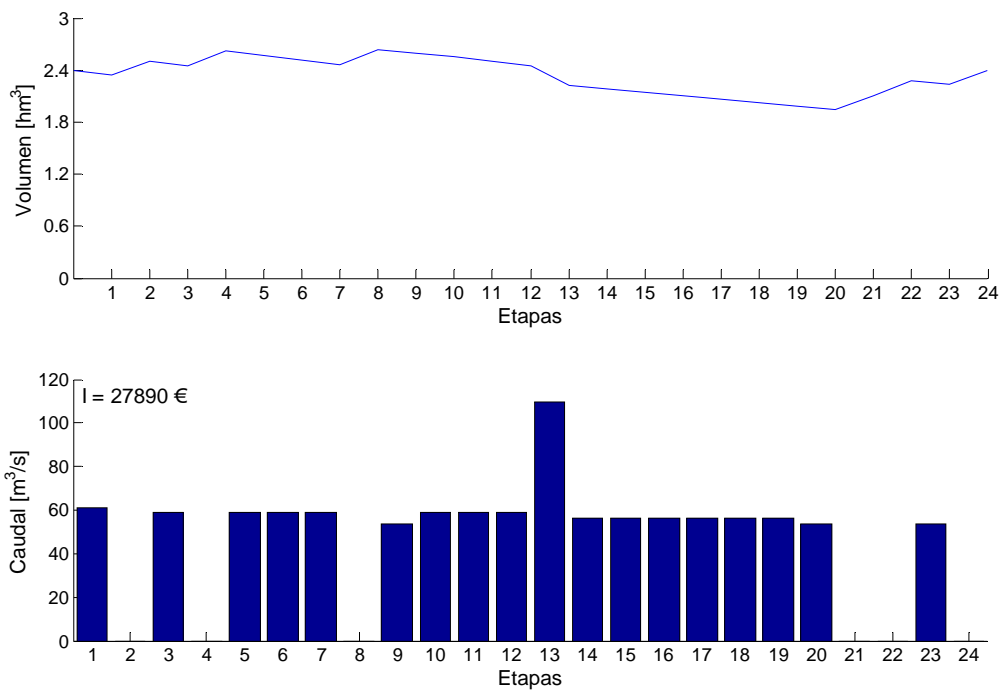


Figura E-16: Resultados caso G. Modelo de Pd. Velocidad variable.

Apéndice F

CÁLCULO DE LOS INGRESOS ANUALES DE LA CENTRAL DE REFERENCIA

F.1 Introducción

La metodología que se ha descrito en el capítulo 5 para calcular los ingresos anuales de una central hidroeléctrica en un estudio de rentabilidad, se ha utilizado para calcular los máximos ingresos anuales que produce la *central de referencia* con un solo grupo en varios casos distintos, definidos por diferentes valores del volumen del embalse al inicio y al final del año. Las previsiones de precios y aportaciones horarias del año hidrológico analizado están recogidas en este apéndice, junto con: los coeficientes de las *funciones de máximos ingresos* de cada semana del año; una comparación de los ajustes obtenidos con los polinomios (5-4) a (5-11); el código GAMS del modelo descrito en el apartado 5.3.4; y los datos y los resultados de los casos analizados con dicho modelo.

F.2 Previsiones de precios horarios

Para llevar a cabo este estudio, se han utilizado los precios finales horarios de energía del año hidrológico 2003-2004. Éstos se han tomado de la página *web* del operador del mercado eléctrico español y pueden verse en la siguiente tabla.

Tabla F-1: Precios finales horarios de energía en el año hidrológico 2003-2004 (cént. de €/kWh).

Semana	Día	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Semana 1	V 01	3.36	3.05	2.83	2.85	2.78	2.94	3.68	5.24	5.00	5.06	6.13	6.07	6.06	5.49	5.02	4.99	5.29	5.56	4.95	4.89	6.18	5.12	4.36	3.89
	S 02	3.90	3.45	3.14	3.08	2.99	2.86	3.11	3.55	3.64	3.91	4.10	4.02	4.05	4.09	3.90	3.87	3.45	3.44	3.54	3.87	4.39	4.75	4.03	3.78
	D 03	3.93	3.72	3.15	3.11	2.90	2.83	2.84	2.84	2.80	3.37	3.56	3.81	3.60	3.61	3.73	3.57	3.42	3.41	3.52	3.53	4.22	4.88	4.16	4.04
	L 04	3.69	3.09	2.81	2.96	2.69	2.74	3.96	7.36	5.69	5.57	6.17	6.90	6.90	6.17	5.18	5.21	5.29	5.54	5.24	5.18	6.91	6.05	5.02	4.23
	M 05	3.73	2.94	2.70	2.71	2.67	2.74	3.80	4.34	4.83	5.01	5.02	5.25	5.99	5.29	4.93	4.94	4.95	5.44	5.08	5.10	7.10	6.27	4.66	3.71
	X 06	3.63	3.14	2.96	2.86	2.78	2.88	4.04	5.09	5.40	5.11	5.63	5.99	6.39	6.86	5.06	5.03	5.10	5.56	5.10	5.18	6.54	5.52	4.84	4.16
	J 07	4.06	3.40	3.13	3.00	2.96	3.02	4.08	5.43	5.41	5.07	5.33	5.31	5.93	5.99	5.24	5.31	5.89	6.29	6.35	6.03	6.87	6.44	5.14	4.23
Semana 2	V 08	4.08	3.50	2.77	2.77	2.75	2.77	3.87	5.33	6.11	4.92	4.45	4.53	4.50	4.37	4.25	4.42	4.60	5.00	5.02	5.03	6.60	4.94	4.22	3.86
	S 09	3.34	3.42	3.00	2.83	2.74	2.69	2.71	3.21	3.16	3.11	3.64	3.60	3.43	3.44	3.29	3.05	3.00	3.07	3.12	3.53	3.79	3.78	3.18	2.84
	D 10	2.67	2.74	2.82	2.81	2.76	2.35	2.79	2.76	2.78	2.90	3.04	2.78	2.77	2.66	2.97	3.10	2.99	3.26	3.42	3.70	4.19	4.87	4.02	3.68
	L 11	3.02	2.94	2.83	2.77	2.72	2.81	3.13	3.74	4.46	4.43	4.36	4.35	4.31	4.16	3.96	4.36	4.89	5.35	5.35	5.37	6.41	5.93	4.79	3.71
	M 12	3.73	3.60	3.18	3.11	2.92	2.84	3.05	3.22	3.09	3.30	3.84	4.27	4.51	4.47	4.43	3.65	3.48	3.48	3.64	4.02	4.80	5.25	4.34	3.53
	X 13	3.61	3.29	3.12	3.04	3.04	3.05	3.73	5.00	6.81	5.03	4.52	4.81	4.95	4.53	4.85	4.97	6.85	6.95	7.04	7.03	6.89	6.97	5.29	4.85
	J 14	3.50	3.42	3.03	2.99	2.92	2.95	3.61	4.76	4.89	4.34	4.15	4.02	3.96	3.83	3.43	3.68	4.03	4.01	4.03	4.36	4.83	4.07	3.18	2.98
Semana 3	V 15	3.70	3.38	2.97	2.95	2.96	3.20	3.69	4.29	4.87	4.61	4.66	4.48	4.61	4.42	4.12	4.01	4.26	4.67	4.39	4.67	5.46	4.61	3.82	3.59
	S 16	2.98	3.11	2.98	2.92	2.73	2.67	2.72	3.15	3.32	3.71	3.67	3.45	3.51	3.39	2.93	3.07	3.15	3.11	3.18	3.98	4.24	3.94	3.73	3.55
	D 17	3.75	3.42	3.28	3.16	3.05	3.05	2.97	3.10	3.04	3.25	3.51	3.48	3.51	3.64	3.74	3.42	3.34	3.40	3.44	4.02	5.42	5.84	4.81	3.96
	L 18	3.53	3.41	3.06	2.96	2.91	2.95	3.52	4.93	5.77	5.74	6.64	5.80	5.46	5.00	4.92	5.11	5.05	5.02	5.00	5.62	6.20	4.99	3.97	3.73
	M 19	3.49	3.01	2.79	2.61	2.47	2.64	3.29	3.95	3.93	4.05	4.09	3.98	3.96	3.97	3.68	3.98	4.07	4.17	4.03	4.67	5.57	4.45	3.68	3.11
	X 20	3.12	3.01	2.40	2.69	2.65	2.84	3.42	4.44	4.35	4.42	4.33	4.48	4.48	4.32	4.31	4.63	5.05	4.59	4.59	5.03	6.82	5.19	4.55	3.46
	J 21	3.31	2.98	2.71	2.74	2.71	2.85	3.57	4.40	4.51	4.59	4.61	4.64	4.71	4.51	4.08	4.40	4.57	4.91	4.87	6.82	6.88	5.93	4.82	4.28
Semana 4	V 22	4.86	3.35	3.24	3.13	2.93	2.99	3.62	4.80	5.03	4.91	4.85	4.83	4.69	4.22	3.89	3.81	4.21	4.36	4.23	4.80	6.49	4.44	3.77	3.41
	S 23	3.91	3.31	3.19	3.23	2.84	2.82	2.88	2.94	3.05	3.77	3.90	4.13	4.04	3.90	3.64	3.50	3.50	3.40	3.34	3.66	4.59	4.63	3.70	3.22
	D 24	3.14	2.78	2.70	2.77	2.93	3.08	2.98	2.77	2.66	2.72	2.94	2.74	2.68	2.57	2.59	2.57	2.61	2.70	2.76	3.41	5.00	5.61	4.99	3.81
	L 25	3.60	3.24	2.59	2.73	2.54	2.40	3.33	4.39	4.86	4.84	4.90	5.07	5.22	5.14	4.92	4.96	5.29	5.54	5.29	5.58	6.97	5.57	4.62	3.48
	M 26	2.90	2.82	2.55	2.60	2.26	2.56	3.11	3.37	4.01	4.00	3.88	3.94	4.02	4.06	3.87	4.05	4.13	4.43	4.49	4.63	6.44	4.53	3.54	3.39
	X 27	2.87	2.67	2.30	2.28	2.28	2.34	3.05	3.25	3.68	3.72	3.73	3.88	4.28	4.13	3.71	4.10	4.12	4.22	4.14	4.49	4.72	3.98	3.42	3.13
	J 28	2.89	2.83	2.30	2.58	2.29	2.72	3.31	4.24	4.24	4.33	4.35	4.18	4.15	4.20	4.26	3.52	3.94	4.16	4.27	4.09	4.77	4.76	3.91	3.36
Semana 5	V 29	3.18	2.89	2.77	2.81	2.44	2.88	3.31	3.53	4.21	4.36	4.18	4.22	4.27	4.22	3.74	3.72	3.59	3.68	3.92	4.42	4.59	3.87	3.36	3.38
	S 30	2.97	3.00	2.86	2.83	2.78	2.81	2.84	3.29	3.46	3.65	3.89	3.96	3.89	3.84	3.66	3.21	3.16	3.18	3.42	3.99	4.57	4.76	3.70	3.15
	D 31	3.52	3.18	3.05	2.89	2.92	3.02	2.96	3.02	2.91	2.89	3.09	3.22	2.84	2.82	2.73	2.45	2.52	2.48	2.45	3.31	3.65	3.60	3.62	3.55
	L 01	3.44	2.85	2.86	2.80	2.81	2.84	2.80	2.67	2.41	2.80	2.72	2.67	2.77	2.85	2.66	2.71	2.46	2.68	3.62	3.89	4.11	4.33	3.84	3.58
	M 02	3.31	3.05	2.88	2.79	2.75	2.76	3.13	3.89	3.96	4.26	4.21	4.30	4.30	4.11	3.83	3.86	3.70	3.99	5.04	5.37	4.02	4.01	3.14	3.47
	X 03	2.90	2.68	2.39	2.38	2.33	2.49	2.99	3.47	3.24	3.61	3.74	3.77	3.85	3.57	3.41	3.43	3.37	3.70	5.32	5.19	3.84	3.45	3.68	3.79
	J 04	3.09	2.92	2.74	2.73	2.59	2.58	3.14	3.87	3.53	3.76	3.84	4.36	4.00	3.60	3.40	3.43	3.39	3.52	4.82	5.30	3.69	3.46	2.61	3.04

Tabla F-3: Funciones de máximos ingresos.

Coefficientes de regresión	Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	Semana 5	Semana 6	Semana 7	Semana 8	Semana 9	Semana 10	Semana 11	Semana 12
C ₁	-43.05	54.13	1.22	-68.35	1883.01	-37.21	-92.45	-82.56	-136.87	-87.46	48.28	-49.02
C ₂	83.62	-179.72	47.17	245.59	-7018.72	58.92	192.62	158.81	357.02	194.58	-194.79	162.45
C ₃	-991.27	-412.03	-624.58	-85.77	6172.19	-331.05	-254.64	-645.98	-253.00	-155.02	-193.74	-217.21
C ₄	166.52	-144.76	-94.02	132.75	-5309.89	156.57	315.37	304.22	497.53	305.71	-98.99	71.87
C ₅	-330.71	469.69	115.88	-544.55	19820.36	-301.37	-662.21	-583.93	-1286.59	-667.67	407.56	-261.71
C ₆	8649.16	6472.86	6605.51	5663.73	-12382.04	4481.46	5615.90	7995.62	7690.73	6700.97	7989.38	5410.97
C ₇	-1448.17	-504.90	-869.81	-510.80	-17501.67	-930.96	-1011.50	-973.75	-1201.23	-986.23	-568.54	-2088.59
C ₈	-174.08	-2445.16	-2178.42	-2539.36	63499.86	-446.28	-2362.59	-2687.95	-1902.66	-3295.37	-3676.05	4574.42
C ₉	128108.86	59319.57	45618.16	27655.58	-3803.07	65068.07	49200.33	30908.76	30300.49	20606.89	26395.35	132791.12

Coefficientes de regresión	Semana 13	Semana 14	Semana 15	Semana 16	Semana 17	Semana 18	Semana 19	Semana 20	Semana 21	Semana 22	Semana 23	Semana 24
C ₁	56.65	-233.46	0.00	-51.16	81.71	-79.90	69.33	88.22	-45.71	2.33	78.44	-48.80
C ₂	-214.48	872.94	0.00	269.13	-301.91	188.72	-233.64	-172.38	286.72	138.86	-288.06	-145.00
C ₃	134.41	-1140.72	-2067.55	-1288.65	-646.79	-1203.98	420.02	-804.22	-1164.77	-364.29	-1907.14	-1080.41
C ₄	-128.56	672.10	0.00	126.16	-193.51	328.93	-165.65	-297.30	135.23	-40.92	-160.27	-226.75
C ₅	477.78	-2515.39	0.00	-706.40	690.24	-803.53	550.65	665.01	-846.51	-278.69	592.85	659.64
C ₆	3016.73	8863.94	6517.65	10008.57	8912.31	10659.04	7267.09	8185.65	10892.86	9625.96	15648.93	11703.23
C ₇	-1090.17	-5979.20	0.00	-1255.37	-848.84	-1229.39	-988.44	-1091.80	-1085.19	-1376.61	-1282.54	-2263.97
C ₈	-1771.30	22118.75	0.00	-1915.38	-4298.35	-2123.10	-3431.85	-1496.32	-3221.10	-3211.30	-6072.61	3318.50
C ₉	120099.06	70369.64	18305.11	101660.76	50937.30	72349.29	67908.90	111675.27	77648.39	87935.61	111605.97	116391.57

Coefficientes de regresión	Semana 25	Semana 26	Semana 27	Semana 28	Semana 29	Semana 30	Semana 31	Semana 32	Semana 33	Semana 34	Semana 35	Semana 36
C ₁	-12.58	-302.06	-77.29	30.42	39.13	-88.21	48.51	186.22	-100.69	-125.98	-108.89	99.72
C ₂	43.60	1295.42	194.31	-133.26	-139.44	225.48	-200.64	-459.05	221.80	429.98	241.29	-324.97
C ₃	-302.39	-1151.59	-884.10	-151.71	-267.76	-901.79	-272.44	-582.97	-883.31	-844.20	-283.57	575.06
C ₄	74.30	1184.76	288.86	-75.21	-89.06	330.57	-98.41	-633.96	374.56	275.10	412.79	-221.11
C ₅	-290.89	-4880.27	-719.58	313.54	305.72	-838.76	431.21	1646.10	-825.10	-1025.87	-931.99	677.41
C ₆	6304.19	9800.99	8279.07	5254.93	7278.74	9749.81	7551.84	8338.93	9516.28	10006.72	7644.26	7305.03
C ₇	-3970.51	-3899.48	-1067.83	-767.06	-893.49	-1622.04	-741.65	-566.53	-1350.99	-1058.17	-1317.97	-904.16
C ₈	9223.44	9587.92	-1768.24	-3516.19	-3077.93	-156.99	-3068.35	-4339.88	-2466.50	-3302.04	-3743.61	-6279.25
C ₉	162946.64	408495.69	116529.33	125726.61	110583.11	103256.86	54928.53	47013.60	104686.99	60541.22	49348.10	47272.28

Coefficientes de regresión	Semana 37	Semana 38	Semana 39	Semana 40	Semana 41	Semana 42	Semana 43	Semana 44	Semana 45	Semana 46	Semana 47	Semana 48
C ₁	96.56	325.13	-45.55	-58.85	-166.36	-171.55	106.27	-5.05	-97.27	80.00	-101.15	-147.12
C ₂	-366.32	-789.26	293.81	397.44	371.48	397.38	-399.73	29.96	219.81	-264.94	259.57	332.83
C ₃	-50.32	44.68	-1895.27	-1121.05	-450.37	-492.88	57.69	66.02	-731.53	198.61	-396.24	-423.08
C ₄	-240.10	-1140.44	108.85	137.77	636.44	625.42	-228.87	-160.17	400.71	-202.47	390.82	554.34
C ₅	850.13	2946.16	-796.27	-1057.63	-1471.87	-1437.85	831.31	433.21	-949.05	644.61	-997.08	-1271.14
C ₆	10604.72	11294.50	15672.54	13996.99	11361.56	13504.75	11379.72	10574.06	11468.52	7468.93	8783.02	10524.85
C ₇	-1179.30	-1110.08	-2171.43	-1579.95	-1909.48	-2285.27	-1604.04	-659.16	-1334.18	-856.76	-1276.52	-2250.45
C ₈	-5363.03	-8578.28	-1461.99	-3167.71	-5804.30	-4691.95	-5578.96	-5255.64	-3218.79	-5062.60	-3686.96	-4085.29
C ₉	33070.05	47468.98	163638.00	76098.41	56193.77	44578.73	51189.97	31727.16	29798.36	39391.54	51569.21	54540.92

Coefficientes de regresión	Semana 49	Semana 50	Semana 51	Semana 52
C ₁	84.70	-97.14	-162.65	-101.63
C ₂	-299.08	246.11	559.02	204.06
C ₃	69.61	-256.83	-400.78	-117.55
C ₄	-159.80	338.14	389.29	411.26
C ₅	556.94	-840.40	-1443.89	-865.15
C ₆	11451.87	9075.53	9806.94	9519.71
C ₇	-1095.05	-1555.43	-1393.19	-1485.21
C ₈	-5394.07	-3916.85	-3792.59	-3159.62
C ₉	61223.17	47564.81	44172.15	28606.09

Tabla F-4: Comparación de ajustes.

Parámetros de ajuste	Polinomios							
	(5-4)	(5-5)	(5-6)	(5-7)	(5-8)	(5-9)	(5-10)	(5-11)
Desviación típica media de los residuos (%)	0.2772	3.0592	0.4673	6.9113	1.0253	7.2849	1.1234	16.3156
Número de semanas en las que <i>dtr</i> > 0.5%	3	52	9	52	35	52	42	52
Máxima desviación típica de los residuos (%)	5.7882	5.7933	5.8676	8.1499	15.6018	16.1084	15.6240	17.3645

F.5 Código GAMS del modelo anual

\$title Nonlinear model to estimate the maximum annual income of a hydropower plant

Sets

t weekly stages /1*52/

sc scenarios /1*3/

i regression coefficients maximum income functions /1*9/;

Scalar


```

vmin      minimum volume (hm3)      /0.32/
vmax      maximum volume (hm3)      /2.63/;
* Import of data from MS excel
* Regression coefficients
$CALL GDXXRW annualnlp.xls Par=fsk rng=regression!b4:bb13 Rdim=1
Cdim=1
$GDXIN annualnlp.gdx
Parameter fsk(i,t)
$load fsk
$GDXIN
* Initial and final reservoir volume - Scenarios
$CALL GDXXRW annualnlp.xls Par=vs rng=schp!b4:b6 Rdim=1 Trace=3
$GDXIN annualnlp.gdx
Parameter vs(sc)
$load vs
$GDXIN
Parameter
v0        Initial reservoir volume (hm3)
vf        Final reservoir volume (hm3);
Variable
aei       Objective function - Annual expected income (€);
Positive variable
vi(t)    Volume at the beginning week t (hm3)
v(t)     Volume at the end week t (hm3);
*Reservoir operating limits
v.up(t)=vmax;
v.lo(t)=vmin;
Equations
wb(t)    water balance equation
frv      final reservoir volume
of       objective function;

wb(t)..  vi(t)=e=v0$(ord(t) eq 1)+v(t-1)$(ord(t) ne 1);
frv..    v('52')=e=vf;
of..     aei=e=sum(t,fsk('1',t)*sqr(vi(t))*sqr(v(t))+
          fsk('2',t)*sqr(vi(t))*v(t)+fsk('3',t)*sqr(vi(t))+
          fsk('4',t)*vi(t)*sqr(v(t))+fsk('5',t)*vi(t)*v(t)+
          fsk('6',t)*vi(t)+fsk('7',t)*sqr(v(t))+fsk('8',t)*v(t)+
          fsk('9',t));
MODEL annualnlp /wb,frv,of/;
* Choice of scenario
v0=vs('3');
vf=vs('2');
* Initial values
vi.l('1')=v0;
vi.l(t)=2;
v.l('52')=vf;
v.l(t)=2;
solve annualnlp using nlp maximizing aei;
display aei.l,v.l;
* Export of results to MS Excel
execute_unload 'annualnlp.gdx',v0,aei,v
execute 'gdxrw.exe annualnlp.gdx o=annualnlp.xls Par=v0 rng=schp!g4'
execute 'gdxrw.exe annualnlp.gdx o=annualnlp.xls Var=aei.l
rng=schp!k4'
execute 'gdxrw.exe annualnlp.gdx o=annualnlp.xls Var=v.l rng=schp!f5
Rdim=1 Cdim=0';

```

F.6 Casos anuales analizados

Se presentan a continuación los datos de volúmenes inicial y final del embalse de los casos analizados con el modelo anual que se describe en el apartado 5.3.4. (tabla F-5), y los resultados obtenidos en cada uno de estos casos (figuras F-1 a F-6).

Tabla F-5: Datos de los casos anuales analizados.

	Caso 1	Caso 2	Caso3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9
$v_0^{\text{anual}} \text{ (hm}^3\text{)}$	2.40	1.80	1.20	2.40	2.40	1.80	1.80	1.20	1.20
$v_f^{\text{anual}} \text{ (hm}^3\text{)}$	2.40	1.80	1.20	1.80	1.20	2.40	1.20	2.40	1.80

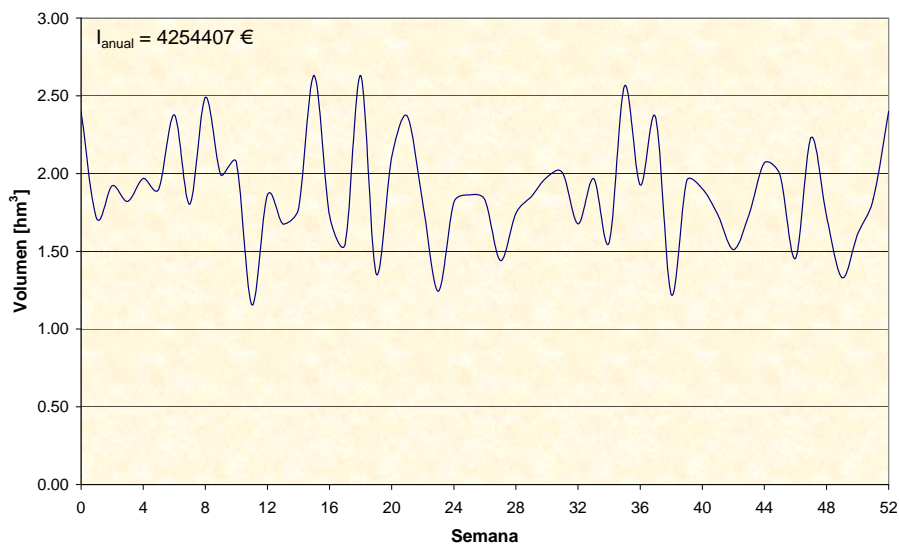


Figura F-1: Resultados caso anual 1.

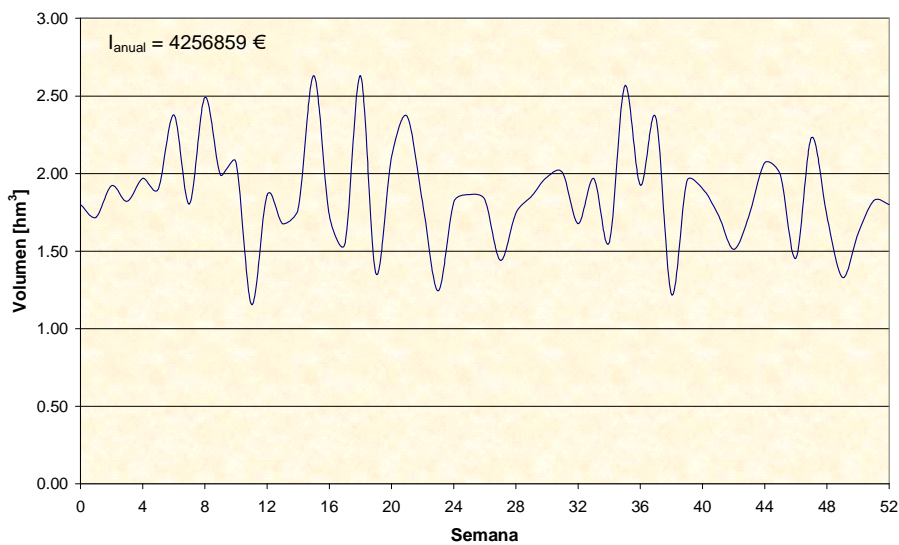


Figura F-2: Resultados caso anual 2.

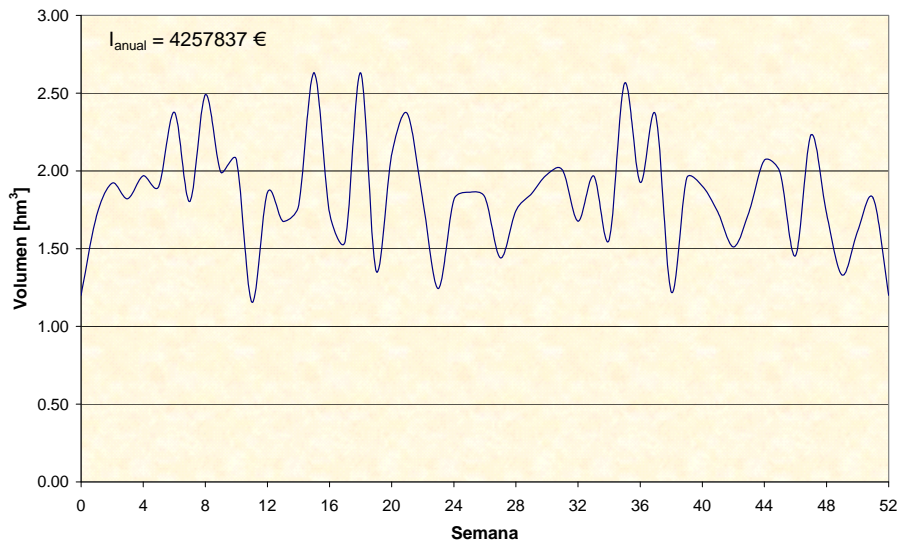


Figura F-3: Resultados caso anual 3.

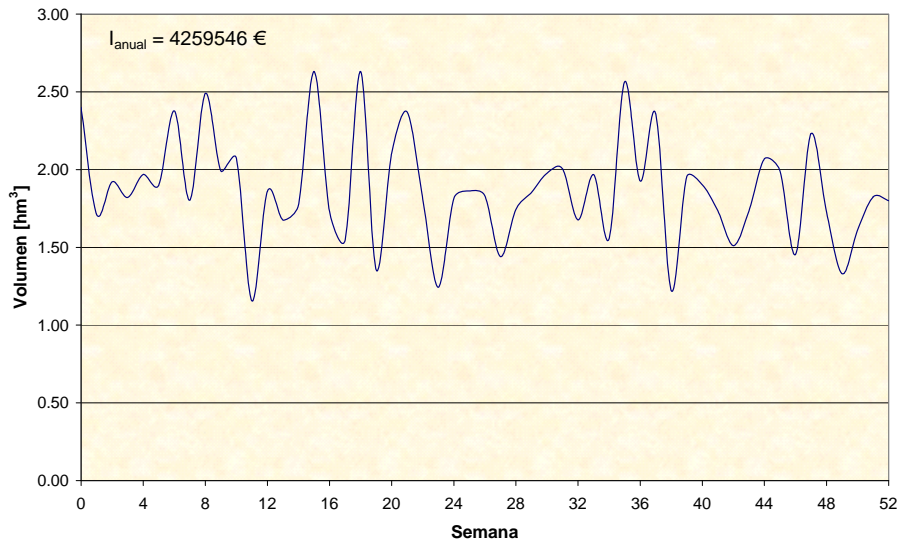


Figura F-4: Resultados caso anual 4.

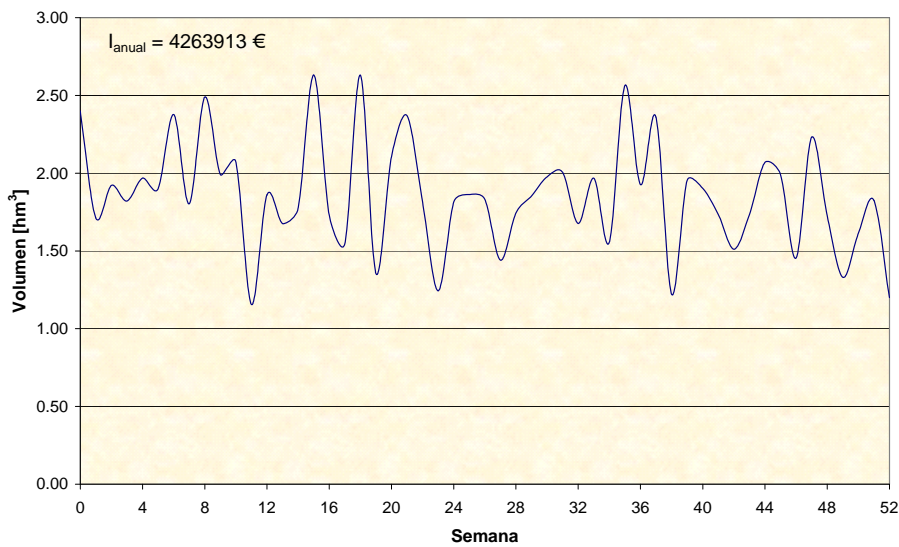


Figura F-5: Resultados caso anual 5.

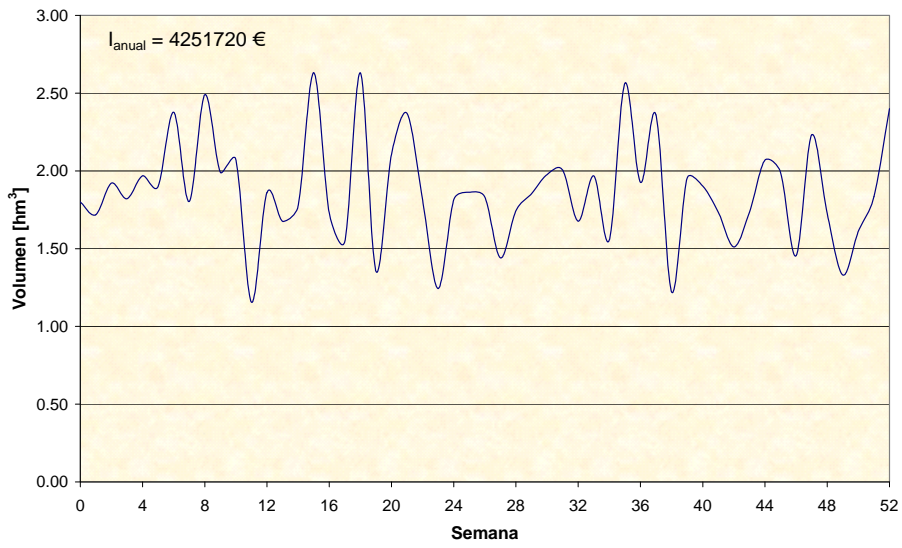


Figura F-6: Resultados caso anual 6.

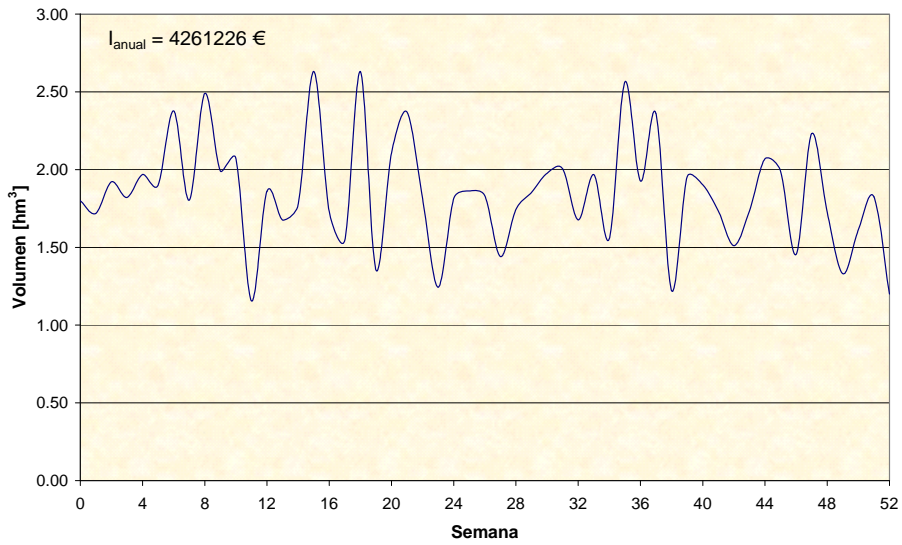


Figura F-7: Resultados caso anual 7.

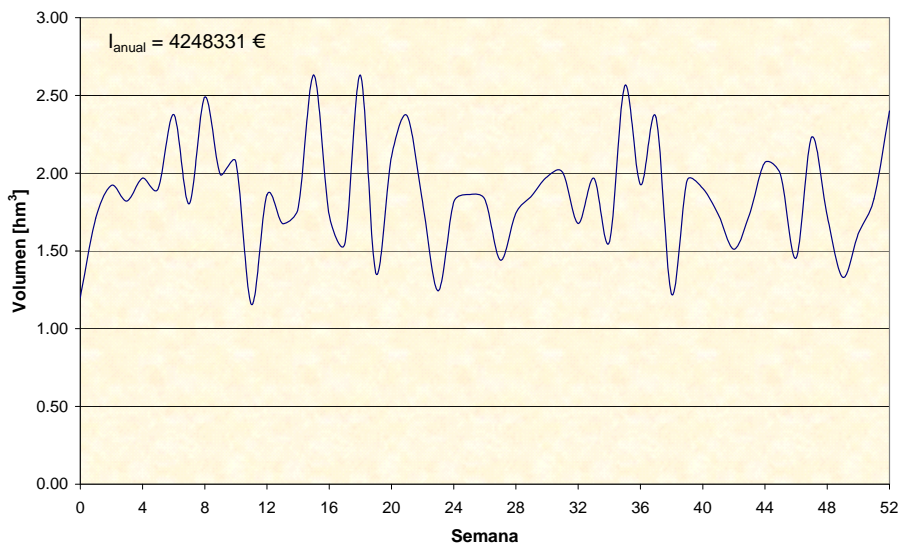


Figura F-8: Resultados caso anual 8.

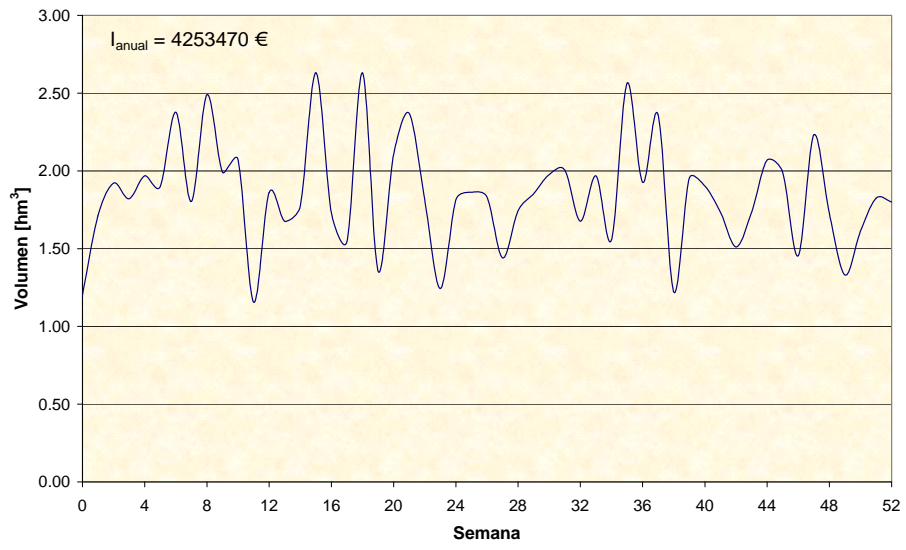


Figura F-9: Resultados caso anual 9.

