



Escola Tècnica Superior d'Enginyers  
de Camins, Canals i Ports de Barcelona

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

## PROJECTE O TESINA D'ESPECIALITAT

**Títol**

**ANÁLISIS GLOBAL DE PÓRTICOS DE ACERO.  
ESTABILIDAD Y EFECTOS DE SEGUNDO ORDEN**

**Autor/a**

**OLGA PLA SERRA**

**Tutor/a**

**ESTHER REAL SALADRIGAS**

**Departament**

**ENGINYERIA DE LA CONSTRUCCIÓ**

**Intensificació**

**ANÀLISI I PROJECTE D'ESTRUCTURES**

**Data**

**MAYO DE 2009**



“La inestabilidad estructural tiene mucha similitud con la inestabilidad del comportamiento de los seres humanos”

Javier Rui-Wamba



## **AGRAÏMENTS**

Darrera aquestes pàgines s'amaguen tota una sèrie de persones, les quals no puc passar per alt el seu suport directe o indirectament durant els mesos de treball.

En primer lloc, vull expressar el meu gran agraïment a la meva tutora Esther Real, per donar-me l'oportunitat de realitzar la tesina colze a colze amb la seva fe per les estructures metàl·liques. El seu continu seguiment i ajuda, juntament amb tots els coneixements enginyerils i humans que m'ha transmès han estat el recolzament principal per poder tirar endavant aquest treball durant aquest temps.

També vull agrair a Enrique Mirambell, l'oportunitat de poder veure de prop la seva manera de treballar professional i seriosa, els seus consells i opinió formen part també dels fonaments d'aquesta tesina.

Al futur Doctor Rolando Chacón, gràcies per tenir sempre respostes clares i concises a les meves consultes, i per aquelles dites que ens hem fet nostres.

A tots els companys de la universitat, amb els que hem lluitat junts per arribar fins aquí durant aquest temps.

De fora de l'escola, són molts els ànims que he rebut, des d'Agramunt, de la gent de Milà, de Deu i Mata, gràcies a tots.

Per últim, als meus pares, germà i la resta de família, per tot el suport i la confiança rebuda durant els anys d'estudi i per ajudar-me a creure amb mi mateixa.

A tots, moltes gràcies i fins sempre.



## RESUMEN

**Título:** Análisis global de pórticos de acero. Estabilidad y efectos de segundo orden.

**Autora:** Olga Pla Serra

**Tutora:** Esther Real Saladrigas

El análisis estructural consiste en la obtención del efecto de las acciones sobre la estructura, con objeto de efectuar las comprobaciones necesarias de los estados límite últimos y de servicio. Dicho análisis debe adoptar, en cada caso, los modelos e hipótesis fundamentales de cálculo apropiados para aproximar el comportamiento real de las estructuras con la precisión necesaria para asegurar la comprobación en el estado límite considerado.

En algunos casos es necesario realizar un análisis global no lineal, que tenga en cuenta el comportamiento no lineal de los materiales y la no linealidad geométrica, es decir, la consideración de las condiciones de equilibrio sobre la estructura deformada.

Para la comprobación de la estabilidad lateral global de pórticos traslacionales o no arriostrados, los efectos de segundo orden y de las imperfecciones geométricas pueden considerarse mediante análisis global que incluya la totalidad de dichos efectos con métodos de cálculo no lineales o, en algunos casos, considerando métodos de cálculo lineales y coeficientes de amplificación de cargas horizontales, para comprobar finalmente los elementos comprimidos como elementos aislados.

El tratamiento que hacen las normativas actuales, Comité Europeo de Normalización (EN 1993-1-1), Código técnico de la edificación (DB-SE-A) y Instrucción EAE de Acero Estructural, sobre el análisis global de la estabilidad lateral de pórticos es complejo y se imponen condicionantes que pueden hacer pensar que es de mayor utilidad realizar directamente un análisis global de segundo orden en lugar de utilizar, en los casos que es posible, métodos de cálculo lineales según la teoría de primer orden.

Uno de los objetivos de la presente tesina es la elaboración de un manual de cálculo para pórticos de acero, a modo de guía, que describa las especificaciones de la Instrucción EAE de Acero Estructural para el análisis global de pórticos de acero, mediante diagramas de flujo que permitan al proyectista realizar las comprobaciones necesarias para cada tipología de pórtico en función de su grado de intraslacionalidad. El estudio incluye algunas cuestiones que han surgido durante la elaboración de dicho manual, juntamente con el desarrollo de ejemplos sencillos que faciliten la aplicación de las especificaciones contenidas en la Instrucción EAE.

En segundo lugar se realiza un estudio íntegro de las metodologías de análisis global de pórticos propuestas en la Instrucción EAE con el fin de proporcionar métodos de cálculo simplificados para considerar los efectos de segundo orden.

Para ello se han utilizado dos herramientas de cálculo diferentes con la finalidad de modelar diferentes tipologías de pórticos.

Una de ellas es el código Abaqus, basado en el método de elementos finitos que permite reproducir el comportamiento estructural de problemas complejos con ecuaciones constitutivas no lineales y considerando también la no linealidad geométrica. El segundo es el programa comercial PowerFrame basado en el cálculo de estructuras mediante elementos tipo viga siguiendo el método de los desplazamientos en cálculo matricial.

## **ABSTRACT**

**Título:** Global analysis of steel frames. Stability and second order effects.

**Author:** Olga Pla Serra

**Tutor:** Esther Real Saladrigas

The structural analysis consists on obtaining the effect of the actions on the structure, in order to carry out the necessary verifications of the ultimate and serviceability limit states. For this, fundamental models and appropriate hypotheses of calculation to approximate the real behavior of the structures with the necessary precision to assure the verification in the considered limit state must be adopted.

In some cases, it is necessary to make a nonlinear global analysis, which takes into account the nonlinear behavior as well as materials and the geometric nonlinearity, that is to say, the consideration of the equilibrium conditions on the deformed structure.

In order to check global lateral stability of braced or unbraced frames, the effects of second order and the geometric imperfections must be considered by means of global analysis that includes these effects with methods of nonlinear calculation or, in some cases, by considering linear methods of calculation and coefficients of amplification of horizontal loadings.

The treatment made by the present norms, European Committee of Normalization (EN 1993-1-1), Código Técnico de la Edificación (DB-SE-A) and Instrucción EAE de Acero Estructural, about global analysis of the lateral stability of frames is complex and imposes conditions that can make think that it is of greater utility to directly make a global analysis of second order instead of using, among the cases that is possible, linear methods of calculation according to the first order theory.

One of the objectives of the present study is the elaboration of a calculation manual for steel frames, as a guide which describes the specifications of Instrucción EAE de Acero Estructural, for the global analysis of steel frames, using flow charts that allow the designer to make the necessary verifications for each type of braced and unbraced frames. The study includes some questions that have arisen during the elaboration of the manual, together with the development of examples in order to facilitate the application of the specifications contained in Instrucción EAE.

Secondly a complete study of the methodologies of global analysis of frames proposed in Instrucción EAE is carried on. The objective of the latter is to provide simplified methods of calculation to consider the effects of second order.

For that purpose two tools of calculation have been used to model different types of frames.

The first one is Abaqus, based on the method of finite elements that allows the reproduction of the structural behavior of complex problems with nonlinear constitutive equations and second order effects. The second one is the commercial program PowerFrame, based on the calculation of structures by means of beam type elements, following displacement-method in matrix calculations.

# ÍNDICE

<b>1.- INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
1.1.- INTRODUCCIÓN	1
1.2.- OBJETIVOS	1
1.3.- CONTENIDO DEL DOCUMENTO	2
<b>2.- ESTADO DEL CONOCIMIENTO</b>	<b>5</b>
2.1.- ANÁLISIS ESTRUCTURAL	5
2.1.1.- Métodos de análisis global	5
2.1.2.- Consideración de la no linealidad del material	6
2.1.2.1.- <i>Análisis global elástico</i>	6
2.1.2.2.- <i>Análisis global plástico</i>	7
2.1.2.3.- <i>Análisis global elástoplástico</i>	8
2.1.3.- Influencia de la geometría deformada de la estructura.	9
2.1.4.- Clasificación de pórticos	11
2.2.- PANDEO GLOBAL DE ESTRUCTURAS	13
2.2.1.- Pieza ideal	13
2.2.2.- Pieza real	16
2.2.3.- Longitudes de pandeo.	19
2.2.4.- Pórticos de una planta	20
2.2.5.- Estructuras planas de varias plantas	21
2.3.- NORMATIVAS ACTUALES	24
2.4.- HERRAMIENTAS NUMÉRICAS	25
2.4.1.- Modelo de análisis de elementos finitos – Abaqus	25
2.4.2.- PowerFrame	26
<b>3.- GUÍA DE APLICACIÓN PARA EL ANÁLISIS GLOBAL ELÁSTICO DE PÓRTICOS SEGÚN INSTRUCCIÓN EAE</b>	<b>27</b>
3.1.- DIAGRAMA DE FLUJO: ANÁLISIS ELÁSTICO GLOBAL DE PÓRTICOS DE ACERO SEGÚN EAE	27
3.1.1.- Análisis elástico global de pórticos de acero según EAE: Planteamiento general.	28
3.1.2.- Análisis elástico global de pórticos de acero según EAE: Planteamiento detallado	29
3.1.3.- Análisis elástico global de pórticos de acero según EAE: Comentarios	30
3.2.- CUESTIONES FRECUENTES	39
3.3.- EJEMPLOS BÁSICOS	46
3.3.1.- Cálculo del coeficiente de amplificación mediante análisis de autovalores	46
3.3.2.- Cálculo del coeficiente de amplificación según el criterio de intraslacionalidad en estructuras convencionales de edificación	48
3.3.3.- Consideración de fuerzas transversales equivalentes a las imperfecciones	53

3.3.3.1.- Imperfecciones laterales globales equivalentes	53
3.3.3.2.- Curvaturas iniciales equivalentes en los elementos comprimidos	54
<b>4.- ESTUDIO DE LOS MÉTODOS DE ANÁLISIS GLOBAL PARA PÓRTICOS TRASLACIONALES</b>	<b>57</b>
4.1.- PLANTEAMIENTO DE UNA ESTRUCTURA REAL EN EDIFICACIÓN	57
4.2.- PREDIMENSIONAMIENTO. CLASIFICACIÓN INTRASLACIONALIDAD	61
4.3.- ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD DE CASOS CONCRETOS	63
4.3.1.- Análisis global para el Caso 3b.	65
4.3.1.1.- Análisis de resultados	77
4.3.2.- Análisis global para el Caso 3f.	79
4.3.2.1.- Análisis de resultados	90
<b>5.- CONCLUSIONES</b>	
5.1.- CONCLUSIONES RELATIVAS A LA GUÍA DE APLICACIÓN PARA EL ANÁLISIS GLOBAL DE PÓRTICOS DE ACERO SEGÚN LA INSTRUCCIÓN EAE	93
5.2.- CONCLUSIONES RELATIVAS A LA INFLUENCIA DEL MÉTODO DE ANÁLISIS GLOBAL DE PÓRTICOS TRASLACIONALES	93
5.3.- PERSPECTIVAS FUTURAS	94
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>95</b>
<b>ANEXO I</b>	
I.1.- COEFICIENTE DE AMPLIFICACIÓN $\alpha_{cr}$ – ABAQUS	i
II.2.- COEFICIENTE DE AMPLIFICACIÓN $\alpha_{cr}$ – POWERFRAME	iii
<b>ANEXO II</b>	
<b>ANEXO III</b>	
III.1.- Comprobación resistente para análisis en segundo orden considerando la totalidad de las imperfecciones. (Caso 3b)	
III.2.- Comprobación resistente e inestabilidad para análisis en segundo orden considerando las imperfecciones laterales globales. (Caso 3b)	
III.3.- Comprobación resistente e inestabilidad para análisis en primer orden (Caso 3b)	
III.4.- Comprobación resistente para análisis en segundo orden considerando la totalidad de las imperfecciones. (Caso 3f)	
III.5.- Comprobación resistente e inestabilidad para análisis en segundo orden considerando las imperfecciones laterales globales. (Caso 3f)	
III.6.- Comprobación resistente e inestabilidad para análisis en primer orden (Caso 3f)	

## **CAPÍTULO 1.- INTRODUCCIÓN**

### **1.1.- INTRODUCCIÓN**

El análisis estructural consiste en la obtención del efecto de las acciones sobre la estructura, con objeto de efectuar las comprobaciones necesarias de los estados límite últimos y de servicio. Dicho análisis debe adoptar, en cada caso, los modelos e hipótesis fundamentales de cálculo apropiados para aproximar el comportamiento real de las estructuras con la precisión necesaria para asegurar la comprobación en el estado límite considerado.

En algunos casos es necesario realizar un análisis global no lineal, que tenga en cuenta el comportamiento no lineal de los materiales y la no linealidad geométrica, es decir, la consideración de las condiciones de equilibrio sobre la estructura deformada.

En análisis no lineales no es posible aplicar el principio de superposición y la respuesta de la estructura depende de la historia de cargas, de modo que debe realizarse un proceso incremental hasta el agotamiento de la misma. Para ello es necesario, en general, un proceso iterativo hasta converger a la solución de equilibrio, compatibilidad y de comportamiento de los materiales.

El análisis en segundo orden de las estructuras cuya respuesta sea sensible a las deformaciones de su geometría inicial debe considerar adecuadamente las inevitables imperfecciones geométricas, tales como defectos de verticalidad, de alineación, de planeidad, de ajuste y excentricidad en las uniones, y demás tolerancias de ejecución y montaje.

Este es el caso de los pórticos traslacionales, en los que sus efectos pueden incorporarse en los análisis estructurales adoptando unas imperfecciones geométricas equivalentes que permiten reproducir las consecuencias de la amplificación de los efectos de segundo orden en las estructuras reales, lo que da lugar a una reducción de su resistencia frente a los resultados que se obtienen en los análisis elásticos de segundo orden de estructuras ideales que, en general, se hallan del lado de la inseguridad.

Para la comprobación de la estabilidad lateral global de pórticos traslacionales o no arriostrados, los efectos de segundo orden y de las imperfecciones geométricas pueden considerarse mediante análisis global que incluya la totalidad de dichos efectos con métodos de cálculo no lineales o, en algunos casos, considerando métodos de cálculo lineales y coeficientes de amplificación de cargas horizontales, para comprobar finalmente los elementos comprimidos como elementos aislados.

La verificación tanto en estado límite de fatiga como en estado límite de servicio se realiza mediante análisis lineales; ya que la no linealidad en estructuras metálicas se manifiesta, generalmente, en fases avanzadas de carga, al alcanzarse en ciertas fibras el límite elástico del acero y/o el inicio del desarrollo de efectos geométricos de segundo orden en elementos. Luego, para la verificación de los estados límites últimos se realizarán las comprobaciones necesarias según la tipología de pórtico en función de su grado de intraslacionalidad.

### **1.2.- OBJETIVOS**

El tratamiento que hacen las normativas actuales, EN 1993-1-1, EAE y DB-SE-A, sobre el análisis global de la estabilidad lateral global de pórticos es complejo y se imponen condicionamientos sobre la amplificación de acciones horizontales que pueden

hacer pensar en que es de mayor utilidad y conveniencia realizar directamente un análisis global de segundo orden utilizando herramientas numéricas adecuadas que incluyan los efectos de los esfuerzos en la rigidez de estructura, y el equilibrio en la configuración deformada, en lugar de utilizar, en los casos en los que es posible, métodos de cálculo lineales con coeficientes de amplificación de acciones.

Teniendo en cuenta que los métodos de cálculo lineales son los más utilizados para el análisis de estructuras de acero y los que están implementados en la mayoría de los programas comerciales disponibles para los proyectistas, uno de los objetivos de este trabajo es realizar un estudio exhaustivo de las metodologías de análisis global de pórticos propuestas en las normativas vigentes y proporcionar métodos simplificados de cálculo para considerar los efectos de segundo orden. Para ello se han realizado varios análisis en modelos bidimensionales, considerando diferentes tipologías de pórtico, de manera que se obtenga un amplio rango de grados de intraslacionalidad.

Además, se elabora un manual de cálculo para pórticos de acero, a modo de guía, que analice la aplicación de la Instrucción EAE de Acero Estructural para el análisis global de pórticos de acero, mediante diagramas de flujo que permitan al proyectista realizar las comprobaciones necesarias para cada tipología de pórtico en función de su grado de intraslacionalidad. El estudio incluye algunas cuestiones que han surgido durante la elaboración de dicho manual, juntamente con el desarrollo de ejemplos con el objetivo de facilitar la aplicación de las especificaciones contenidas en la Instrucción EAE.

### 1.3.- CONTENIDO DEL DOCUMENTO.

La consecución de los objetivos descritos en el apartado anterior está ligada a la realización de una serie de tareas llevadas a cabo durante el trabajo. A continuación se presenta un resumen de los trabajos realizados durante el desarrollo de la tesina y su correspondencia con los contenidos del presente documento.

En primer lugar, y con el objetivo de entender el comportamiento de los pórticos de acero frente a inestabilidad se realiza una amplia búsqueda bibliográfica cuyo resultado queda reflejado en el Capítulo 2. En este capítulo se presentan los conceptos básicos del análisis estructural de pórticos de acero haciendo especial hincapié en la consideración de la no linealidad del material y en el tratamiento de la no linealidad geométrica, desde el estudio de la inestabilidad de una pieza ideal comprimida hasta la obtención de la carga crítica de pandeo en pilares comprimidos de pórticos reales. Finalmente, se presenta un resumen de la situación normativa actual y de las herramientas numéricas utilizadas durante la realización del trabajo.

El Capítulo 3 pretende facilitar el manejo del Capítulo V de Análisis Estructural de la Instrucción EAE para el cálculo de aquellas estructuras de acero utilizadas en la práctica habitual; ya sean pórticos de acero intraslacionales como traslacionales. Dicho capítulo se divide en tres partes, claramente diferenciadas para facilitar al lector los pasos a seguir para un análisis global de pórticos de acero, siendo estas un diagrama general, un diagrama de flujo detallado mediante el cual se muestra el proceso de análisis global elástico de pórticos, y finalmente a modo de comentarios se enumera el contenido de cada uno de los posibles pasos a seguir para un análisis global elástico así como las alternativas que plantea la Instrucción EAE en referencia a dicho análisis.

En el Capítulo 4, se realiza un estudio de las metodologías de análisis global de pórticos de acero propuestas en la Instrucción EAE. Principalmente, para pórticos traslacionales, para los cuales deben considerarse los efectos de segundo orden y las imperfecciones geométricas equivalentes.

Por último, en el Capítulo 5, se exponen las conclusiones que se obtienen a lo largo del presente trabajo, organizadas en dos apartados: aquellas relativas a la guía de aplicación para el análisis global de pórtico de acero según la Instrucción EAE y las que hacen referencia al análisis global de pórticos traslacionales.



## CAPÍTULO 2.- ESTADO DEL CONOCIMIENTO

El objetivo principal de este apartado es presentar los conceptos básicos del análisis estructural de pórticos de acero haciendo especial hincapié en la consideración de la no linealidad del material y en el tratamiento de la no linealidad geométrica, desde el estudio de la inestabilidad de una pieza ideal comprimida hasta la obtención de la carga crítica de pandeo en pilares comprimidos de pórticos reales.

Además se presenta un resumen de la situación normativa actual y de las herramientas numéricas utilizadas durante la realización del trabajo.

Existen en la actualidad varios textos en los que se presentan los conceptos principales del comportamiento estructural de pórticos de acero así como los elementos aislados. Entre ellos cabe destacar los siguientes: (Quintero y Cudós,1988), (Gardner, L. 2008), (ESDEP, 2000), (EAE, 2002) y (ECCS, 1976).

### 2.1- ANÁLISIS ESTRUCTURAL

El análisis estructural consiste en la obtención del efecto de las acciones sobre la totalidad o parte de la estructura, con objeto de efectuar las comprobaciones de los estados límite últimos y de servicio definidos en cada caso.

Dicho análisis debe realizarse, para las diferentes situaciones de proyecto, mediante modelos estructurales adecuados que consideren la influencia de todas las variables que sean relevantes (acciones e hipótesis de combinación, coeficientes de seguridad, geometría, materiales, fases constructivas) para proporcionar resultados a nivel global (reacciones, movimientos) y a nivel seccional (esfuerzos, curvaturas, elongaciones).

Sirve, además, para estimar el comportamiento a nivel local (tensiones, deformaciones) de aquellas zonas singulares, en las que las hipótesis clásicas de la resistencia de materiales no sean aplicables como: zonas locales próximas a cargas concentradas, nudos, cambios bruscos de sección, etc.

El análisis estructural debe adoptar, en cada caso, los modelos e hipótesis fundamentales de cálculo apropiados para aproximar el comportamiento real de las estructuras con la precisión necesaria para asegurar la comprobación del estado límite considerado.

#### 2.1.1.- Métodos de análisis global

Todo análisis estructural debe satisfacer las condiciones de equilibrio y compatibilidad, teniendo en cuenta las leyes de comportamiento de los materiales.

Los métodos de cálculo que se aceptan para abordar el análisis global de una estructura, se pueden clasificar en:

- a) Análisis lineales, basados en la hipótesis de comportamiento elástico-lineal de los materiales y en la consideración del equilibrio sobre la estructura sin deformar (análisis en primer orden).

Estos tipos de análisis son los más utilizados para el análisis de estructuras de acero. Suponen que la respuesta de la estructura es lineal y que se aceptan la reversibilidad de las deformaciones y la superposición de los efectos de las diversas acciones.

Dado que los resultados no son muy sensibles a ligeras variaciones en las constantes estáticas de las secciones, su aplicación no precisa necesariamente del dimensionamiento exacto de la estructura.

- b) Análisis no lineales, que tienen en cuenta la no linealidad mecánica, esto es, el comportamiento no lineal de los materiales, y la no linealidad geométrica, es decir, la consideración de las condiciones de equilibrio sobre la estructura deformada (análisis en segundo orden).

Los análisis no lineales pueden considerar, a su vez, una sola o ambas de las causas de no linealidad citadas.

Éste análisis implica la no validez del principio de superposición, en casos de no linealidad la respuesta estructural depende de la historia de cargas, siendo generalmente preciso proceder de forma incremental, recorriendo los rangos elásticos y elastoplásticos hasta el agotamiento de la estructura.

El análisis no lineal requiere en general, para un nivel determinado de carga, un proceso iterativo de sucesivos análisis lineales, hasta converger a una solución que satisfaga las condiciones de equilibrio, de compatibilidad y de comportamiento de los materiales. Dichas condiciones se comprueban en un número determinado de secciones, dependiendo de la discretización, que deberá ser suficiente para garantizar una adecuada aproximación de la respuesta estructural.

La verificación tanto en estado límite de fatiga como en estado límite de servicio se realizarán mediante análisis lineales; ya que la no linealidad en estructuras metálicas se manifiesta, generalmente, en fases avanzadas de carga, al alcanzarse en ciertas fibras el límite elástico del acero y/o el inicio del desarrollo de efectos geométricos de segundo orden en elementos y/o chapas esbeltas de secciones transversales. Sus efectos bajo acciones de servicio son, generalmente, despreciables.

#### 2.1.2.- Consideración de la no linealidad del material

En función de la forma en que se consideren, o no, los efectos de la no linealidad del material, los métodos de análisis global de la estructura se clasifican en:

- a) análisis global elástico
- b) análisis global plástico
- c) análisis global elastoplástico

##### 2.1.2.1.- Análisis global elástico

El análisis global elástico se basa en la hipótesis de un comportamiento indefinidamente elástico y lineal de la ley tensión-deformación del acero.

Se funda en la hipótesis de que la deformación del material en carga es lineal, sea cual sea la tensión; así, se supone que la deformación es proporcional a la tensión, tal como puede verse en la figura 2.1. Se trata, por tanto, de un método lineal que admite el principio de superposición.

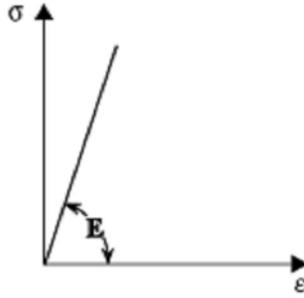


Figura 2.1.- Comportamiento lineal elástico

El análisis global elástico puede aplicarse para la obtención de esfuerzos en la estructura, incluso para secciones clase 4 (resistencia de la sección condicionada por la abolladura) o secciones clase 1 y 2 (resistencia plástica).

En estructuras con secciones clase 1 o clase 2, puede considerarse la capacidad plástica de la sección utilizando un análisis global plástico con una redistribución limitada. Dicho análisis es aquel que para la comprobación de los estados límite últimos de la estructura, las leyes de esfuerzos se obtienen a partir de un análisis global elástico lineal, y posteriormente se efectúan redistribuciones limitadas de las mismas.

Su aplicación queda limitada a vigas continuas de estructuras convencionales de edificación en las que se garanticen las adecuadas condiciones de ductilidad, para lo cual deben cumplirse las siguientes condiciones:

- a) Las redistribuciones en las leyes elásticas de flectores de cada vano se limitan al 15% de su valor máximo en el elemento.
- b) Las leyes de esfuerzos en la estructura, una vez redistribuidos, están en equilibrio con las cargas aplicadas.
- c) Las secciones transversales de todos aquellos elementos en los que se efectúan redistribuciones deben ser de clase 1 ó clase 2.
- d) Se controla adecuadamente la estabilidad lateral de las vigas, así como de sus alas comprimidas.

Este análisis resulta siempre de aplicación, con independencia de la clase de las secciones transversales de los diferentes elementos de la estructura, sin más restricciones que las comprobaciones resistente de dichas secciones, de acuerdo con la clase de las mismas.

#### 2.1.2.2.- Análisis global plástico

El análisis plástico supone, el reparto de tensiones plásticas dentro de la sección (formación de rótulas plásticas), además de una redistribución del momento flector suficiente para que se desarrollen todas las rótulas plásticas que hacen falta para que tenga lugar un mecanismo plástico.

Los métodos basados en el análisis global plástico de estructuras de acero sólo pueden ser aplicados para la comprobación en estados límites últimos de estructuras convencionales de edificación, o en aquellas estructuras sometidas a cargas predominantemente estáticas y en ausencia de sobrecargas repetitivas de entidad.

Su utilización no permite considerar las distintas secuencias y fases de puesta en carga de las estructuras evolutivas, ni las acciones térmicas, deformaciones impuestas o cualquier sistema autoequilibrado de acciones que solicite la estructura, pudiendo asumirse un incremento monótono creciente de los factores de amplificación de las

acciones hasta el mecanismo de colapso, para las diferentes hipótesis de carga consideradas. El principio de superposición no es aplicable.

El análisis global plástico sólo se permite cuando los diferentes elementos de la estructura tienen una ductilidad suficiente para asegurar las redistribuciones de esfuerzos exigidas por los mecanismos de colapso plástico considerados.

En general, los análisis plásticos no deben utilizarse cuando los efectos en segundo orden debidos a las deformaciones no son despreciables, ya que en estos casos, el colapso de la estructura puede alcanzarse antes de que se lleguen a desarrollar todas las rótulas plásticas del mecanismo de ruina plástico en primer orden.

En estos casos debe recurrirse al método general de análisis no lineal en teoría de segundo orden, el cual considera simultáneamente los efectos de la no linealidad del comportamiento de los materiales y del equilibrio de la estructura en su configuración geométrica deformada. El principio de superposición no es aplicable.

### 2.1.2.3.- Análisis global elastoplástico

El método elastoplástico considera el comportamiento no lineal del acero a través de los diagramas momentos-curvaturas de las diferentes secciones transversales, obtenidas generalmente bajo solicitaciones monótonas crecientes hasta la resistencia última de las mismas. Los diagramas momento-curvatura deben incluir la consideración de un eventual esfuerzo axial que actúe simultáneamente.

Las secciones transversales permanecen elásticas hasta alcanzar la deformación correspondiente al límite elástico en la fibra más solicitada. Bajo solicitación creciente, la sección plastifica progresivamente hasta alcanzarse las deformaciones unitarias máximas, a compresión o tracción, en la fibra más deformada.

Para la obtención de los diagramas momento-curvatura se consideran las siguientes hipótesis:

- 1.- La sección transversal deformada se mantiene plana.
- 2.- En secciones esbeltas de clase 4, la sección reducida es función del plano de deformaciones de la sección, del valor de su deformación máxima de compresión, de la esbeltez de las chapas comprimidas, de la flexibilidad frente al rasante, de la magnitud y signo de los esfuerzos solicitantes y del límite elástico del acero.
- 3.- Para un cierto plano de deformaciones de la sección se obtiene el diagrama de tensiones en la misma y, a partir de las ecuaciones de equilibrio, se calculan el axial y momento flector solicitantes, por integración de dichas leyes.
- 4.- Por iteraciones sucesivas se obtiene la posición de la fibra neutra que, para dicho plano de deformaciones, equilibra el axial mayorado que solicita la sección.
- 5.- Repitiendo el proceso para curvaturas monótonas crecientes del plano de deformaciones se obtienen los diferentes puntos del diagrama momento-curvatura de la sección.
- 6.- El momento resistente de la sección, asociado con el esfuerzo axial mayorado considerado, es el correspondiente a la curvatura última cuyo plano de deformaciones provoca la deformación límite de tracción  $\varepsilon_{tu}$  en la fibra más traccionada o la deformación límite de compresión  $\varepsilon_{cu}$  en la fibra más comprimida.

- 7.- Para la aplicación del análisis elastoplástico a los estados límite últimos, el diagrama de cálculo del acero  $\sigma$ - $\varepsilon$  minorará las tensiones por el coeficiente parcial para la resistencia  $\gamma_M$ .

El análisis global elastoplástico, para cada hipótesis de carga de los estados límite últimos, se aborda mediante algoritmos de cálculo no lineal, a partir de las leyes momento-curvatura ( $M$ - $\chi$ ) de las diferentes secciones transversales. El principio de superposición no es aplicable.

### 2.1.3.- Influencia de la geometría deformada de la estructura

El análisis global de la estructura puede, en general, realizarse mediante:

- a) Un análisis en primer orden, a partir de la geometría inicial de la estructura. Seguido de una amplificación de los resultados de dicho análisis mediante la adopción de coeficientes adecuados, siendo válido en estructuras donde el primer modo de inestabilidad sea predominante.
- b) Un análisis no lineal en segundo orden, considerando la influencia de la geometría deformada de la estructura.

Los efectos de segundo orden, debidos a la deformación de la estructura, deben tenerse en cuenta si aumentan significativamente los efectos de las acciones (esfuerzos y deformaciones) en la respuesta estructural.

Por consiguiente, el análisis en segundo orden debe considerar adecuadamente los efectos de las tensiones residuales sobre la respuesta no lineal del acero, así como de las inevitables imperfecciones geométricas, tales como defectos de verticalidad, de alineación, de planeidad, de ajuste y excentricidad en las uniones, y demás tolerancias de ejecución y montaje.

En general, sus efectos pueden incorporarse en los análisis estructurales adoptando unas imperfecciones geométricas equivalentes:

- Efecto de las imperfecciones en el análisis global de la estructura
- Efecto de las imperfecciones en el análisis local de elementos aislados

Si además, se considera la no linealidad de material, los métodos de análisis estructural pueden dividirse de la forma que se describe brevemente a continuación:

- Análisis elástico de primer orden.

En este tipo de análisis se presume que la relación entre la carga aplicada  $N$  y la deformación es lineal, y que el desplazamiento del pórtico no afecta al reparto de esfuerzos internos en el mismo. Por tanto, las condiciones de equilibrio y compatibilidad se expresan con referencia a la configuración inicial de la estructura (sin deformación) y según los principios de elasticidad lineal.

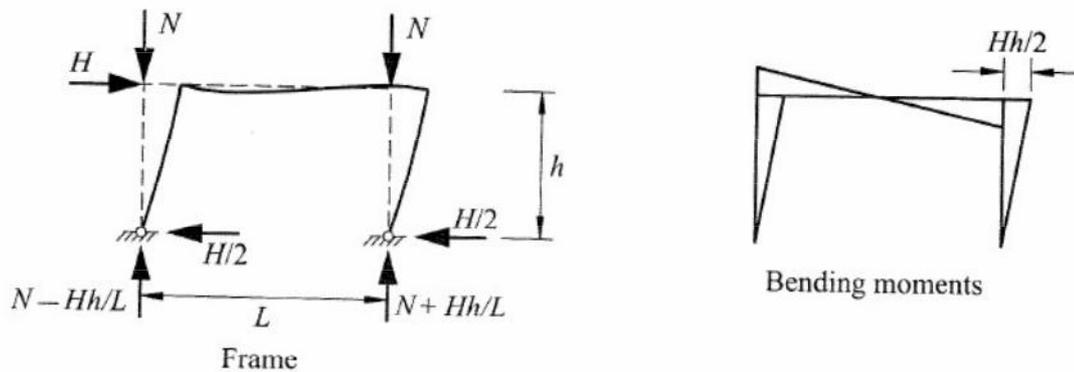


Figura 2.2.- Análisis en primer orden.

- Análisis elástico de segundo orden.

En el análisis elástico de segundo orden se tiene en cuenta el efecto de las deformaciones elásticas ( $\delta$ ) en el reparto interno de esfuerzos. Los efectos de segundo orden sobre los pórticos se pueden dividir en dos partes:

- Reducción de la rigidez efectiva a la flexión de los elementos individuales, causada por la carga de compresión.
- Desestabilización debida al momento de vuelco producido por la acción de las cargas verticales a través de los desplazamientos horizontales causadas por las cargas laterales.

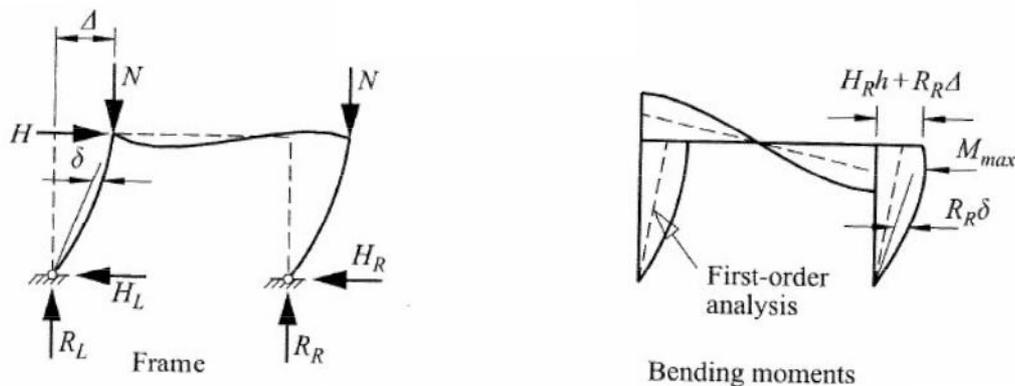


Figura 2.3.- Análisis en segundo orden.

Cuando sea necesario contar con los efectos de segundo orden (no linealidad geométrica), se aplicará la teoría de segundo orden consistente en cálculos iterativos, escogiendo incrementos tan pequeños que permitan suponer un comportamiento lineal durante el aumento de la carga. La configuración deformada que se obtiene al acabar cada aumento especificado de la carga es la geometría de referencia para el siguiente paso; así pues, la teoría elástica de segundo orden consiste en resolver una sucesión de análisis de primer orden de una estructura cuya geometría cambia en cada paso con respecto a los anteriores.

Estos cálculos pronto se hacen inmanejables a mano y se necesitan programas informáticos adecuados.

- Análisis elasto-plástico de primer orden.

En análisis elasto-plástico de primer orden es como un análisis elástico lineal introduciendo reducciones de la rigidez del pórtico al irse formando rótulas plásticas al momento que aumenta la carga aplicada, y sin tener en cuenta el efecto de las deformaciones.

- Análisis elasto-plástico de segundo orden.

Dicho análisis busca la formación de rótulas plásticas incluyendo también el efecto de las deformaciones, haciendo más decisivos los efectos desestabilizadores.

La formación de la primera rótula plástica, que aparece a una carga aplicada algo menor que en el análisis elasto-plástico de primer orden, debido a la mayor deformación asociada al análisis de segundo orden, reduce aún más la rigidez.

En el Capítulo 3 de la presente tesina, se describen los criterios que permiten evaluar si los efectos de segundo orden afectan significativamente a la respuesta global de la estructura, y se tratan los métodos generales de análisis que permiten tener en cuenta dichos efectos en los casos en los que su consideración resulta obligada.

#### 2.1.4.- Clasificación de pórticos.

Para facilitar la elección del tipo de análisis idóneo en cada caso particular, se clasifican los pórticos, según cuatro criterios:

a) Pórticos intraslacionales.

Son aquellos que bajo solicitaciones de cálculo, sus nudos presentan desplazamientos transversales cuyos efectos pueden ser despreciados desde el punto de vista de la estabilidad.

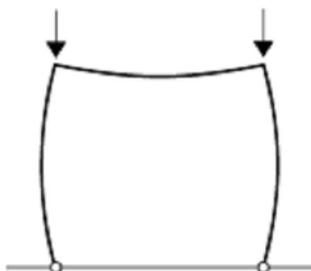


Figura 2.4.- Pórtico intraslacional

Dicho de otro modo, una estructura puede clasificarse como intraslacional cuando su rigidez lateral es suficiente para que la influencia de los efectos de segundo orden en su resistencia pueda considerarse despreciable.

Por consiguiente, el análisis global de la estructuras intraslacionales puede realizarse según la teoría en primer orden.

b) Pórticos traslacionales.

Son aquellos pórticos que bajo solicitaciones de cálculo, sus nudos presentan desplazamientos transversales cuyos efectos no pueden ser despreciados desde el punto de vista de la estabilidad.

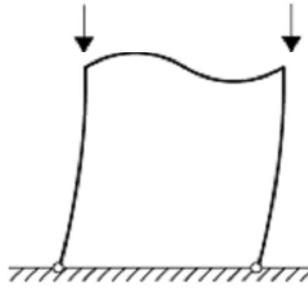


Figura 2.5.- Pórtico traslacional

Luego, una estructura puede clasificarse como traslacional cuando su rigidez lateral es tal que se deben considerar los efectos de segundo orden, así como las imperfecciones geométricas equivalentes.

c) Pórticos arriostrados.

Una estructura puede clasificarse como arriostrada cuando su rigidez lateral está garantizada a través de un sistema estabilizador de arriostramiento que permita despreciar la influencia de los efectos de segundo orden en su respuesta estructural.

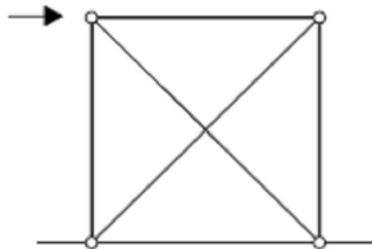


Figura 2.6.- Pórtico arriostrado

Además un pórtico de acero se puede clasificar como arriostrado si el sistema de riostras reduce los desplazamientos laterales por lo menos un 80%.

d) Pórticos no arriostrados.

Una estructura puede clasificarse como no arriostrada si no tiene ningún sistema estabilizador de arriostramiento que garantice su rigidez lateral, tal como se muestra en la siguiente figura:

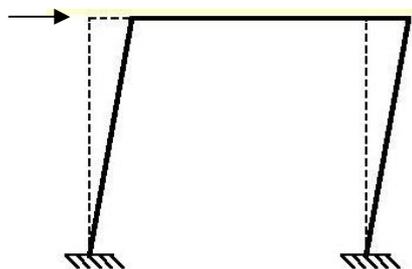


Figura 2.7.- Pórtico no arriostrado

En el Capítulo 3 de la presente tesina, se establecen los criterios que se deben verificar para poder clasificar una estructura como traslacional o intraslacional, independientemente de si está arriostrada o no.

## 2.2.- PANDEO GLOBAL DE ESTRUCTURAS

El pandeo, en general, es un comportamiento típico de los elementos estructurales sometidos a esfuerzos de compresión. Cuando la carga de compresión aumenta progresivamente llega a un valor en el cual el elemento se curva (pandea), provocando la inestabilidad del elemento.



Figura 2.8.- Pandeo global de un pilar

En este apartado se presenta de forma muy resumida, el problema de la inestabilidad de la pieza aislada y su extensión a pórticos de edificación.

### 2.2.1.- Pieza ideal

El estudio del comportamiento de la inestabilidad de los elementos comprimidos fue planteado por Euler en 1744, en base a un modelo teórico sobre piezas ideales que permitía plantear matemáticamente el equilibrio entre cargas exteriores y momentos internos, para obtener la carga crítica de dicha pieza.

Se entienden como piezas ideales, aquellas que cumplen las siguientes hipótesis:

- el material de las piezas tiene un módulo de elasticidad  $E$  conocido;
- inicialmente la pieza que va a ser comprimida tiene una geometría perfectamente recta;
- las fuerzas exteriores que comprimen la pieza, están perfectamente centradas y alineadas con la directriz recta de la pieza;
- el material es perfectamente e indefinidamente elástico manteniendo sus características, cualquiera que sea el nivel de carga;
- la pieza está totalmente distensionada y no existen tensiones residuales autoequilibradas que puedan influir en su comportamiento.

Es evidente que las piezas ideales no existen en la realidad, pero su estudio es imprescindible para abordar el de las piezas reales.

A continuación, se desarrolla el problema planteado por Euler, para el caso de una viga de pieza ideal biapoyada sometida a carga axial de compresión (figura 2.9).

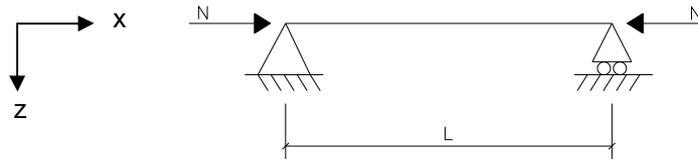


Figura 2.9.- Viga biapoyada sometida a esfuerzo axial.

Planteando equilibrio en la configuración deformada de la pieza (teoría de segundo orden) entre momentos externos e internos en una sección cualquiera y considerando que las deformaciones son pequeñas, se puede plantear la siguiente ecuación diferencial de equilibrio que rige el comportamiento de la viga.

$$E \cdot I_x \cdot z''(x) - N \cdot z(x) = 0$$

dicha ecuación se cumple para una geometría senoidal de la deformada, de ecuación:

$$z = A \cdot \text{sen } kx$$

siendo  $A$  una constante y  $k = \sqrt{\frac{N}{E \cdot I}}$

Aplicando las condiciones de contorno:

$$z(0) = 0$$

$$z(L) = A \cdot \text{sen } k \cdot L = 0$$

se tiene un típico problema de autovalores, que presenta dos soluciones posibles:

1ª)  $A = 0$  es decir, no puede existir otra deformada que la recta,  $z=0$ , cualquier que sea el valor de la carga  $N$  aplicada.

2ª)  $\text{sen } k \cdot L = 0$  cualquiera que sea el valor de la constante  $A$ , y por tanto de la amplitud de la deformada senoidal.

esta segunda condición se cumple siempre que,

$$k \cdot L = n \cdot \pi \quad \text{siendo } n \text{ un número entero}$$

finalmente, se tiene

$$N = n^2 \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

Para  $n=1$ , se obtiene la menor de todas las cargas que genera situación de equilibrio, dicha carga es la *carga crítica de Euler*.

$$N_E = N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

donde  $I$  es el momento de inercia de la sección  
 $L$  longitud del elemento

En resumen, la solución de la ecuación diferencial que representa el comportamiento de la pieza comprimida ideal, tiene las siguientes posibles soluciones:

- cuando  $N < N_E$ , la columna permanece recta
- cuando  $N = N_E$ , la pieza puede permanecer recta o admitir una forma senoidal, de amplitud  $A$  arbitraria dada para la ecuación:

$$z = A \operatorname{sen} \frac{\pi}{2} x$$

Luego se puede decir que, cuando  $N = N_E$ , la pieza tiene dos posibilidades teóricas:

- I) Continuar indefinidamente recta, con independencia del valor de la carga. Corresponde a la primera solución de la ecuación diferencial y está representada por la *rama de equilibrio inestable* (rama vertical, fig 2.10), simbolizada por la esfera situada sobre una superficie cóncava: cualquier desplazamiento de su posición de equilibrio inestable en el vértice provoca su caída incontrolada.
- II) Curvarse de forma senoidal y no aceptar ninguna carga adicional, siendo irrelevante la amplitud de la deformada. Esta posibilidad queda representada por la *rama de equilibrio indiferente* (rama horizontal, fig 2.10), la cual se puede simbolizar con la esfera situada en un plano horizontal. Si la desplazamos de su posición horizontal, la esfera se queda en la nueva posición.

Del punto del diagrama, para  $N = N_E$ , donde nacen estas dos ramas teóricamente posibles, se lo denomina *punto de bifurcación de equilibrio*.

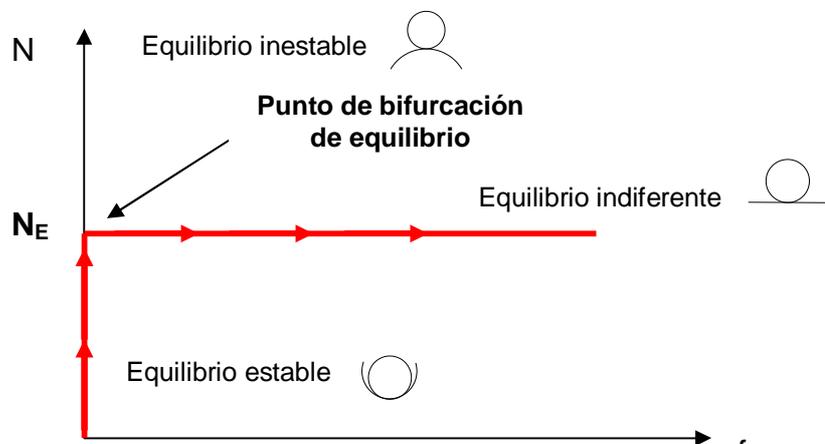


Figura 2.10.- Viga biapoyada sometida a esfuerzo axial.

Planteando el equilibrio, en teoría de segundo orden, para vigas biapoyadas sometidas a compresión y diferentes estados de carga transversal, se obtiene que la flecha y el flector máximos son los mismos que en teoría de primer orden multiplicados por un factor de amplificación  $\phi_i$ , que depende de la longitud de la pieza, la rigidez ( $EI$ ) y el esfuerzo axial aplicado. Cuando el axial de compresión es nulo, el factor de amplificación es igual a la unidad, incrementándose hasta infinito para un valor del axial igual a la carga crítica de Euler. Dichos factores de amplificación no son lineales y depende del tipo de carga transversal aplicada, pero puede aproximarse a:

$$\phi_i = \frac{N_E}{N_E - N}$$

### 2.2.2.- Pieza real

La carga crítica de Euler es solo un límite superior del esfuerzo axial que puede ser soportado por las piezas reales, ya que nunca se alcanzan deformaciones infinitas.

En realidad no se verifican las hipótesis de las piezas ideales o piezas perfectas, de modo que la carga última que puede soportar una pieza, viene condicionada por las siguientes imperfecciones asociadas a las piezas reales:

- Su directriz no será nunca perfectamente recta. Es inevitable una deformación inicial de geometría impredecible.
- La carga no estará nunca perfectamente centrada. Es inevitable una cierta excentricidad de las cargas aplicadas.
- El material de la pieza no tiene un comportamiento indefinidamente lineal y elástico, por lo que no es indiferente el nivel de cargas y deformaciones a las que estará sometido.
- Los procesos de fabricación y manipulación de las piezas y los efectos de las condiciones ambientales, generan inevitables tensiones residuales que se autoequilibran pero que afectan al comportamiento de la pieza real.

La CECM, Convención Europea de la Construcción Metálica, realizó un amplio estudio experimental y numérico con el fin de evaluar dichos efectos, y unificar criterios en cuanto al tratamiento de la inestabilidad de piezas comprimidas en las diferentes normativas europeas.

Se estudiaron más de 1000 ensayos de pandeo con varios tipos de elementos (secciones en I, H, Y, U, y tubulares redondos y cuadrados) y distintos valores de esbeltez, así como un riguroso estudio teórico de la pieza real biarticulada (Quintero y Cudós, 1988).

Los resultados más importantes de dicho estudio son las conocidas curvas europeas de pandeo, que representan el comportamiento de todos los perfiles empleados en la práctica, describiendo la resistencia en función de la esbeltez de referencia.

Dichas curvas de pandeo se obtuvieron por pares de puntos y se plantearon formulaciones analíticas aproximadas que condujeron a resultados acordes con los derivados de la experimentación y de los estudios teóricos y numéricos llevados a cabo. De cara a su utilización en programas de ordenador y para su aplicación práctica era de sumo interés plantear formulaciones analíticas aproximadas que condujeran a resultados acordes con los derivados de la experimentación y de los estudios teóricos y numéricos llevados a cabo. Fruto de este planteamiento, nacieron las formulaciones del Eurocódigo 3 (EN 1993-1-1, 2005).

En definitiva, el proceso consistió en elaborar las curvas  $\chi - \bar{\lambda}$  con los resultados de los estudios experimentales y los teóricos y numéricos, y elaborar una formulación aproximada con la que fuera posible operar con facilidad y rapidez a la hora de comprobar y dimensionar piezas sometidas a compresión y flexión, y cuya herramienta principal, la curva  $\chi - \bar{\lambda}$ , para un perfil dado se aproximara lo mejor posible a los resultados de los estudios. Se probó cada tipo de perfil para aceros con límites elásticos  $\sigma_e$  distintos y se vio que la diferencia era prácticamente despreciable. Simultáneamente se observó que los diferentes tipos de perfil daban curvas que se podían agrupar en cinco grupos, de aquí la aparición de las diferentes curvas  $a_0, a, b, c, d$ .

Desde que se propusieron por primera vez por Beer and Schulz en 1970, estas curvas han sufrido varias, aunque mínimas, variaciones para su refinamiento, hasta llegar a las actuales cinco curvas (ver figura 2.11)

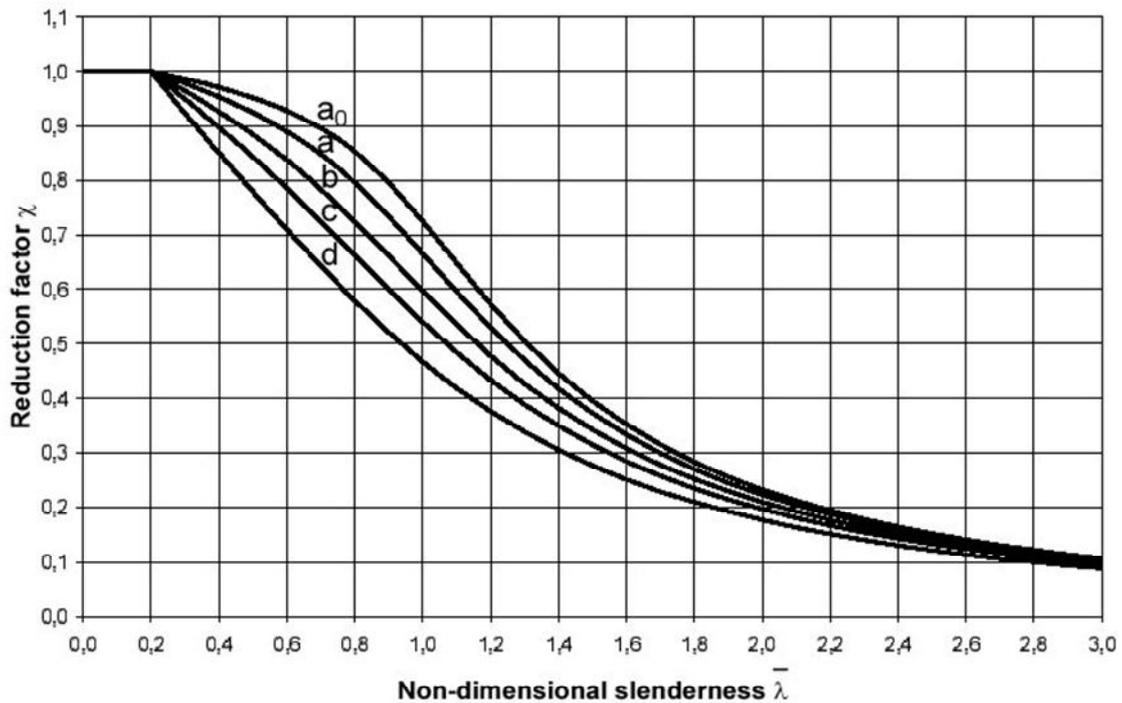


Figura 2.11.- Curvas Europeas de pandeo.

Los valores del coeficiente de reducción  $\chi$ , en función de la esbeltez adimensional  $\bar{\lambda}$ , pueden obtenerse a partir de la figura 2.11.

Además, existe una expresión analítica de los valores obtenidos numéricamente, aproximada a dichas curvas europeas de pandeo, Maquoi y Rondal (1979), conforme a (Quintero y Cudós, 1988):

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad \text{siendo } \chi \leq 1,0$$

donde

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right]$$

$\alpha$  es el coeficiente de imperfección

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} \quad \text{en secciones de clase 1, 2 y 3}$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{ef} f_y}{N_{cr}}} \quad \text{en secciones de clase 4}$$

$N_{cr}$  es el esfuerzo axial crítico elástico para el modo de pandeo considerado, obtenido con las características de la sección transversal bruta

El valor del coeficiente de imperfección  $\alpha$  para cada una de las curvas de pandeo se obtiene de la tabla 2.1:

Curva de pandeo	$a_0$	a	b	c	d
Coefficiente de imperfección $\alpha$	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Tabla 2.1.- Valores del coeficiente de imperfección.

La elección de la curva de pandeo para cada sección transversal se obtiene de una tabla, tal como:

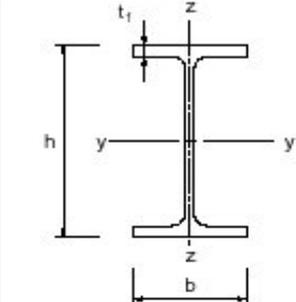
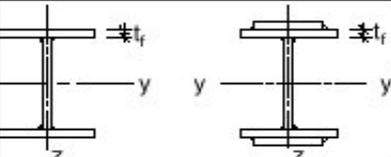
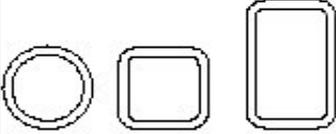
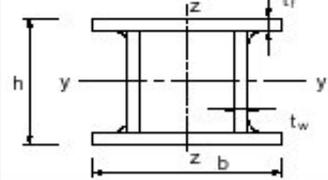
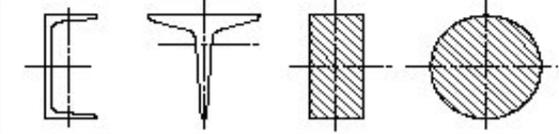
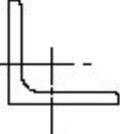
Sección transversal	Límites	Pandeo alrededor del eje	Curva de pandeo	
			S 235 S 275 S 355 S 420	S 460
Secciones de perfiles laminados 	$h/b > 1,2$	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y-y z-z	a a <sub>0</sub>
		$40 \text{ mm} < t_f \leq 100$	y-y z-z	b c
	$h/b \leq 1,2$	$t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y z-z	b c
		$t_f > 100 \text{ mm}$	y-y z-z	d d
Secciones de vigas en I armadas soldadas 	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y-y z-z	b c	
	$t_f > 40 \text{ mm}$	y-y z-z	c d	
Secciones de perfiles huecos 	Acabados en caliente	cualquiera	a	
	Conformados en frío	cualquiera	c	
Secciones de vigas en cajón armadas soldadas 	En general (excepto caso recuadro inferior)	cualquiera	b	
	Soldadura gruesa $t_f > 0,5t_r$ $b/t_f < 30$ $h/t_w < 30$	cualquiera	c	
Secciones de perfiles en U, en T y macizas 		cualquiera	c	
Secciones de perfiles angulares 		cualquiera	b	

Tabla 2.2.- Elección de las curvas de pandeo [EAE, 2002]

Para el diseño de un elemento sometido a compresión, debe calcularse la resistencia de cálculo a pandeo según:

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}$$

donde  $\chi$  es el coeficiente de reducción para el modo de pandeo considerado, expresado anteriormente.

### 2.2.3.- Longitudes de pandeo.

Para hallar la carga crítica de pandeo elástico de Euler se presume que ambos extremos del pilar son articulados (ver fig. 2.10); sin embargo las uniones posibles de los extremos de los pilares reales no siempre se comportan así, y por tanto, esto afecta de manera significativa a la carga de pandeo. Deben considerarse dos aspectos de las condiciones de los extremos:

- los impedimentos al giro que varían de 0 al  $\infty$
- los empotramientos de traslación (con o sin flecha horizontal).

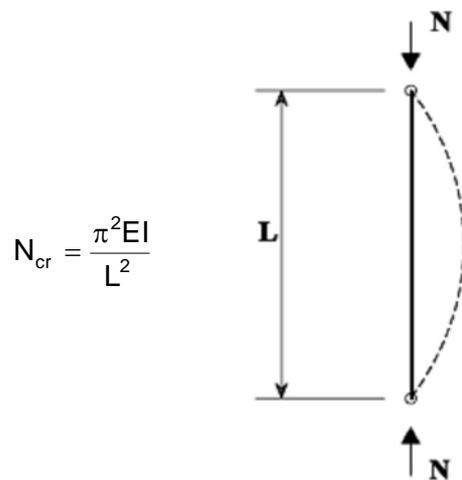


Figura 2.12.- Pandeo de pilar biarticulado

La longitud de pandeo  $L_{cr}$  de un elemento comprimido, es la longitud de un elemento con extremos articulados con la misma resistencia portante que el elemento en cuestión (Figura 2.13).

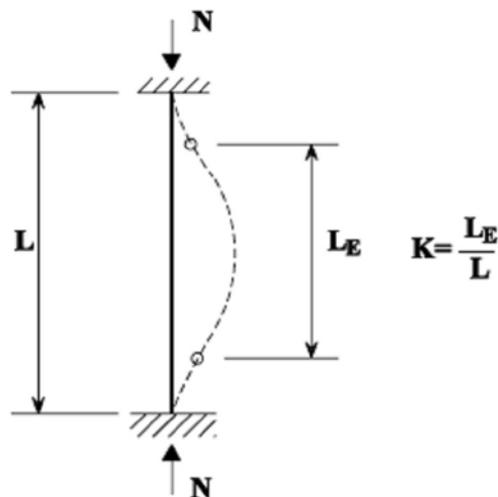


Figura 2.13.- Longitud de pandeo del pilar

El factor de longitud efectiva  $K$  es la relación entre la longitud del pilar equivalente ( $L_E$ ) y la longitud real ( $L$ ); y la longitud del pilar equivalente es la distancia entre dos puntos consecutivos de contraflexión (puntos de momento cero) del pilar real, tal como puede verse en la figura anterior.

En la Tabla 2.3, pueden verse los valores  $K$  teóricos de condiciones ideales donde las restricciones de giro y traslación en los extremos del pilar se dan totalmente o no existen.

	Con empotramiento lateral			Sin empotramiento lateral		
Condiciones de pandeo ideales						
Valores K teóricos	1,0	0,7	0,5	2,0	2,0	1,0

Tabla 2.3.- Factor de longitud de pandeo de pilares con carga central y diversas condiciones de empotramiento

Se admite, que los coeficientes  $K$  son los mismos en piezas reales que en piezas ideales.

Por tanto, la carga crítica de una pieza real puede expresarse a través de:

- I) La determinación de la longitud de pandeo  $L_{cr}$  obtenida, en función de las condiciones de vinculación.
- II) Cálculo de la carga última  $N_{ult}$  de una pieza biarticulada de longitud  $L_{cr}$  del mismo acero y mismo perfil.
- III) Admitir que esta carga última  $N_{ult}$  de la pieza biarticulada es la de la pieza estudiada.

#### 2.2.4.- Pórticos de una planta

El método para determinar la longitud de pandeo varía según el tipo de estructura, dependiendo de las restricciones de giro y traslación en los extremos del pilar, y así desde el punto de vista de su comportamiento frente al pandeo.

Para pórticos de una planta, con el desplazamiento horizontal impedido, el factor de longitud efectiva  $K$  es siempre igual a 1 o menor ( $0,5 < K < 1$ ).

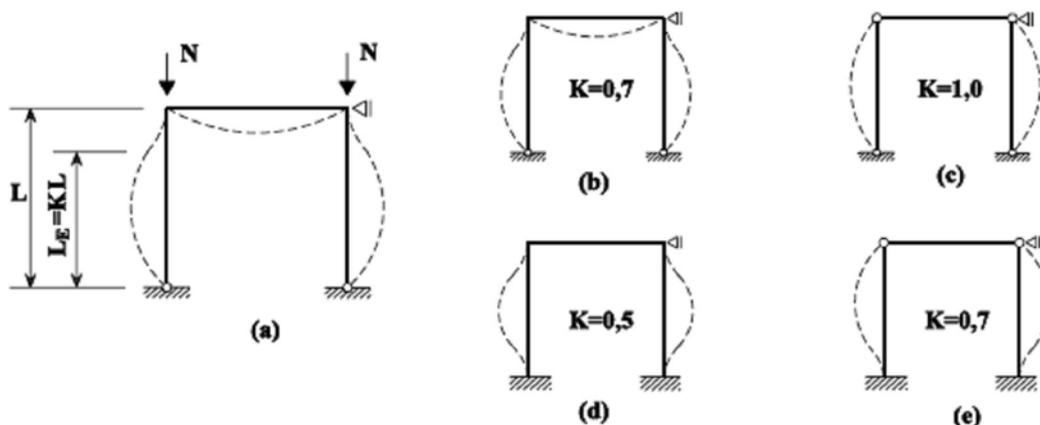


Figura 2.14.- Pandeo de un pilar de pórtico con desplazamiento horizontal impedido

Para pórticos de una planta, con desplazamiento horizontal, el capitel del pilar se mueve respecto a la base. El factor de longitud efectiva  $K$  es siempre igual a 1 o mayor, y es ilimitado ( $1 < K < \infty$ ).

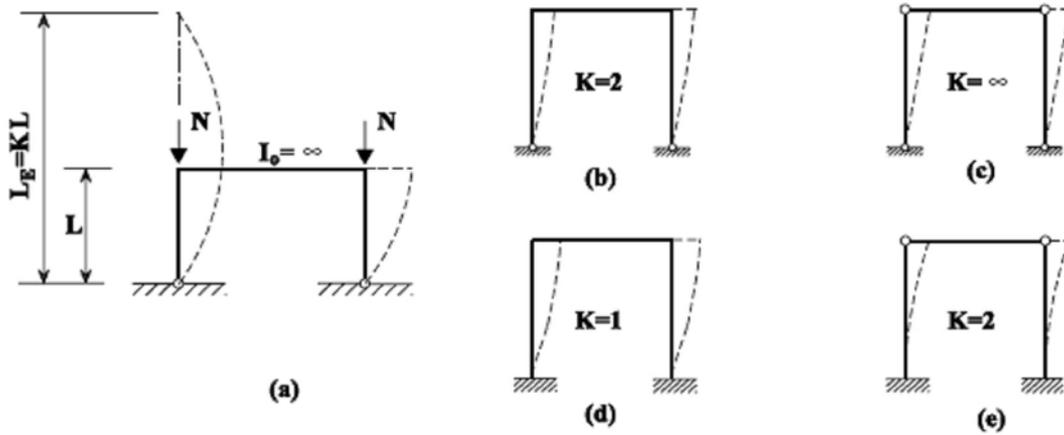


Figura 2.15.- Pandeo de un pilar de pórtico con desplazamiento horizontal

### 2.2.5.- Estructuras planas de varias plantas

Para estructuras con desplazamiento horizontal impedido (intraslacionales), un modelo simplificado para la determinación de la longitud de pandeo de un pilar de una estructura de dichas características, podría ser el indicado en la figura 2.14.

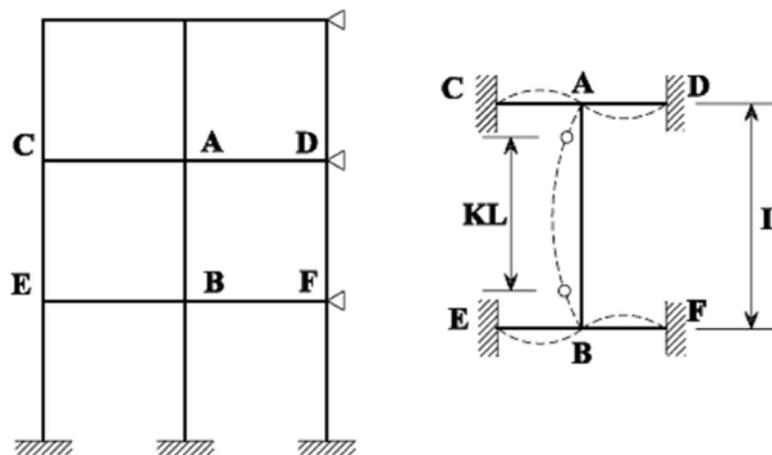


Figura 2.16.- Modelo simplificado de pórtico intraslacional de varias plantas

en estos casos, se cumple  $K \leq 1$ .

En cambio, las estructuras traslacionales pueden sufrir desplazamientos horizontales que modifican su comportamiento frente al pandeo.

En la figura 2.15, puede verse el modelo simplificado de la forma de flexión del pórtico:

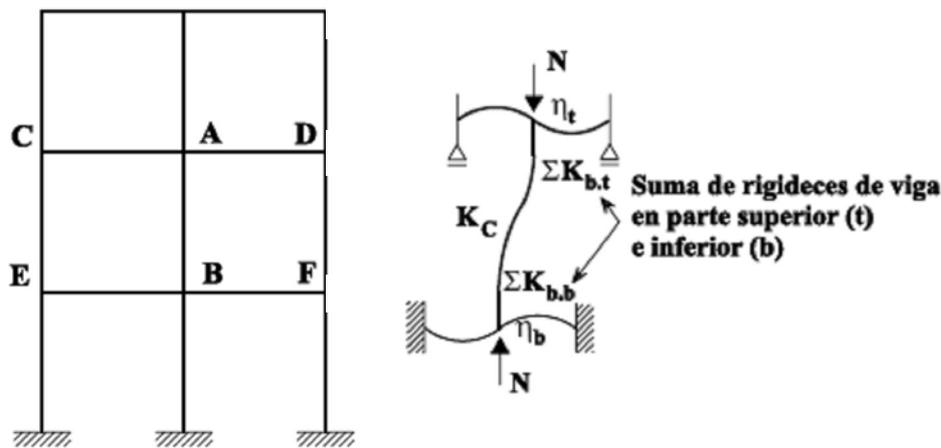


Figura 2.17.- Modelo simplificado de pórtico traslacional de varias plantas

en estos casos, se cumple que  $K \geq 1$ .

Para estos casos más complicados no puede resolverse el pórtico fácilmente, y es necesario recurrir a métodos matriciales o iterativos que exigen el conocimiento de las rigideces de las barras y sus coeficientes de transmisión.

A continuación se presentan las tablas en las que se puede determinar el coeficiente  $K$  en función de las rigideces de los nudos extremos del pilar analizado, a través de unos coeficientes de transmisión  $\eta_1$  y  $\eta_2$ .

Para los modelos teóricos anteriores, los coeficientes de distribución  $\eta_1$  y  $\eta_2$  se obtienen del modo siguiente:

$$\eta_1 = \frac{K_c}{K_c + K_{11} + K_{12}}$$

$$\eta_2 = \frac{K_c}{K_c + K_{21} + K_{22}}$$

donde  $K_c$  es el coeficiente de rigidez del pilar  $I/L$ ;  
 $K_{ij}$  es el coeficiente de rigidez efectiva de la viga.

Condiciones de coacción al giro en el extremo alejado de la viga	Coeficiente de rigidez efectiva $K_{ij}$ de la viga (siempre que ésta permanezca en régimen elástico y no esté sometida a axil)
Empotrada en el extremo alejado	1,0 $I/L$
Articulada en el extremo alejado	0,75 $I/L$
Giro igual al del extremo próximo (curvatura doble)	1,5 $I/L$
Giro igual y opuesto al del extremo próximo (curvatura simple)	0,5 $I/L$
Caso general. Giro $\theta_a$ en el extremo próximo y $\theta_b$ en el extremo alejado	$(1 + 0,5 \theta_b/\theta_a)$ $I/L$

Tabla 2.4.- Rigidez efectiva de una viga.

Condiciones de coacción al giro en el extremo alejado de la viga	Coefficiente de rigidez efectiva $K_{ij}$ de la viga (siempre que ésta permanezca en régimen elástico y sometida a axil)
Empotrada en el extremo alejado	1,0 I/L (1-0,4 N/N <sub>cr</sub> )
Articulada en el extremo alejado	0,75 I/L (1-1,0 N/N <sub>cr</sub> )
Giro igual al del extremo próximo (curvatura doble)	1,5 I/L (1-0,2 N/N <sub>cr</sub> )
Giro igual y opuesto al del extremo próximo (curvatura simple)	0,5 I/L (1-1,0 N/N <sub>cr</sub> )
donde $N_{cr} = \pi^2 EI/L^2$	

Tabla 2.5.- Rigidez efectiva de una viga sometida a axil.

Considerando los coeficientes de transmisión y el tipo de pórtico, el factor de longitud de pandeo se puede presentar gráficamente mediante los conocidos ábacos de Wood (fig. 2.18 y fig. 2.19)

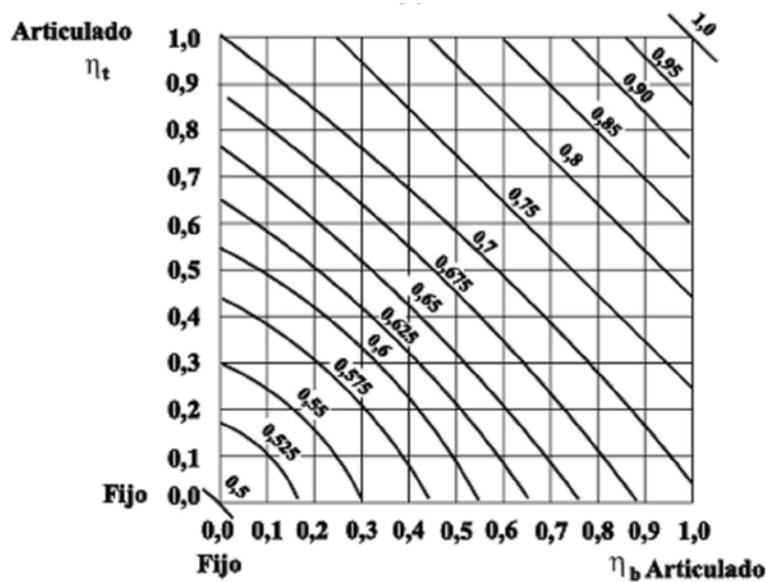


Figura 2.18.- Factor de longitud de pandeo (K) de un pilar de pórtico intraslacional.

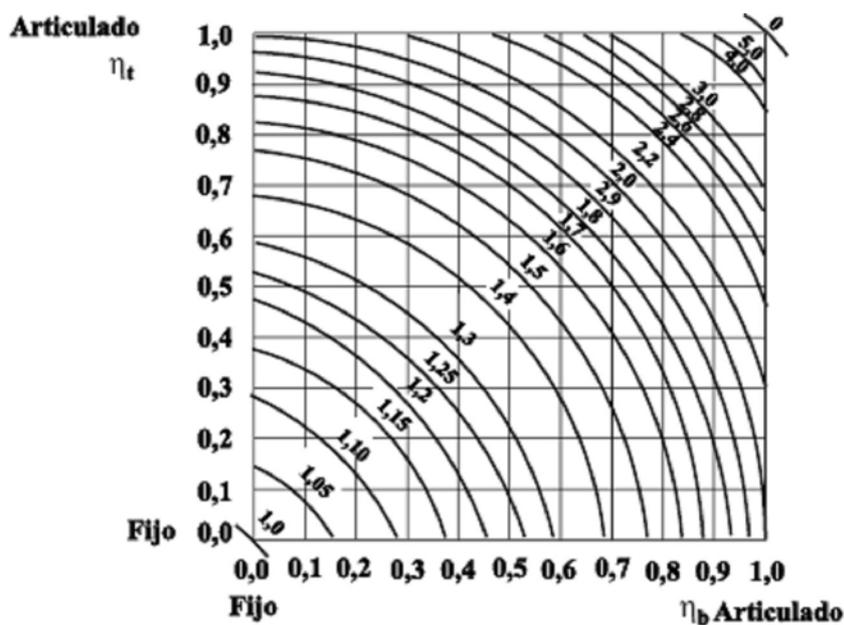


Figura 2.19.- Factor de longitud de pandeo (K) de un pilar de pórtico traslacional.

El valor de dicho factor de longitud de pandeo también se puede representar analíticamente, utilizando las siguientes expresiones:

a) modo intraslacional:

$$K = \frac{L_{cr}}{L} = 0,5 + 0,14 \cdot (\eta_1 + \eta_2) + 0,055 \cdot (\eta_1 + \eta_2)^2$$

b) modo traslacional:

$$K = \frac{L_{cr}}{L} = \sqrt{\frac{1 - 0,2 \cdot (\eta_1 + \eta_2) - 0,12 \cdot \eta_1 \eta_2}{1 - 0,8 \cdot (\eta_1 + \eta_2) + 0,6 \cdot \eta_1 \eta_2}}$$

### 2.3.- NORMATIVAS ACTUALES

En referencia a la situación legislativa en España para el proyecto de estructuras de acero, hasta hace pocas fechas, existía, como única norma de obligado cumplimiento, la Norma Básica de la Edificación: “Estructuras de Acero”, NBE EA-95, elaborada hace más de tres décadas. Este marco normativo nacional ha experimentado un cambio importante, de tal forma que a corto plazo presentará la concurrencia de tres documentos que afectan al proyecto de las estructuras de acero. Por un lado, están los Eurocódigos Estructurales, dependientes del Comité Europeo de Normalización (CEN); el Código Técnico de la Edificación (BE-SE-A), dependiente del Ministerio de Vivienda; y por último, y vigente brevemente, la Instrucción de Acero Estructural (EAE, 2002), dependiente del Ministerio de Fomento.

La nueva Instrucción de Acero Estructural (EAE,2002), integra tanto a edificación como al proyecto y construcción de obras públicas, además parte de su contenido se soporta en el Eurocódigo 3, concretamente EN 1993-1-1(2005).

Para la realización de la presente tesina se han estudiado los siguientes documentos de las tres normas que se comparan: el Código Técnico de la Edificación, la Instrucción de Acero Estructural EAE y el Eurocódigo 3.

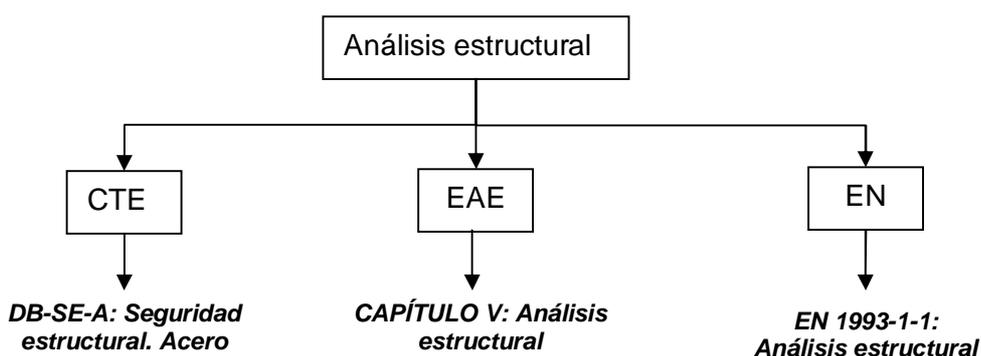


Figura 2.20.- Entorno normativo para análisis estructural de estructuras de acero

Los tres documentos para el análisis de estructuras de acero, coinciden en los principios y metodologías propuestas por el Eurocódigo 3 y, por lo tanto, se puede afirmar que, salvo matices, son documentos no contradictorios.

Después de la comparación realizada entre los contenidos de los capítulos enunciados anteriormente (fig.2.20), puede concluirse que existen aspectos tratados en los tres

documentos, sin embargo la extensión y el grado de profundización con los que se tratan los temas es diferente.

Por ejemplo, el Código Técnico de la Edificación, como su nombre indica, está orientado primordialmente al campo de la edificación y su articulado está basado en EN 1993-1-1. La nueva Instrucción EAE integra tanto la edificación como la obra pública y también parte de su contenido se soporta en el Eurocódigo 3. También, en su articulado incluye proyecto, ejecución y control.

## 2.4.- HERRAMIENTAS NUMÉRICAS

Durante el desarrollo de la presente tesina se han utilizado dos programas de cálculo para el análisis de estructuras de acero. Ambos se utilizan con la finalidad de modelar pórticos de estructura metálica para el análisis global de los mismos.

### 2.4.1.- Modelo de análisis de elementos finitos – Abaqus

La modelización basada en el método de elementos finitos permite reproducir el comportamiento estructural de problemas complejos con ecuaciones constitutivas no lineales y considerando también la no linealidad geométrica.

Con objeto de realizar un análisis de carga última del problema de inestabilidad global para un elemento bajo esfuerzos de compresión, el modelo numérico utilizado es el código de análisis estructural Abaqus basado en el método de elementos finitos (Hibbit et al., 1996).

El modelo numérico tiene en cuenta los efectos de la no linealidad geométrica debidos a la influencia de los grandes desplazamientos en el equilibrio de la estructura.

Para el estudio del comportamiento a compresión de pilares de acero, el tipo de elementos a considerar son elementos tipo viga.

La teoría de vigas es una aproximación unidimensional del continuo en tres dimensiones. Esta reducción dimensional es resultado directo de que la sección transversal de la viga es mucho más pequeña que la dimensión a lo largo del eje de la misma. La principal ventaja de los elementos de viga es que son geoméricamente simples y tienen pocos grados de libertad.

Los problemas estáticos con no linealidad geométrica involucran frecuentemente comportamientos de pandeo; por ello puede realizarse un análisis de valores propios de inestabilidad para estimar la carga crítica de pandeo de la estructura así como su modo de pandeo.

Por consiguiente, los problemas de estabilidad que ocurren principalmente en columnas, necesitan dos tipos de análisis: un primer análisis de autovalores y posteriormente un análisis de no linealidad geométrica para analizar el comportamiento de la estructura una vez se ha producido inestabilidad.

En el presente trabajo, para crear algunos modelos numéricos se ha utilizado el programa de elementos finitos ABAQUS/CAE versión 6.6-1 donde se modelan las geometrías con una interfase muy interactiva y visual. El cálculo de la estructura modelizada se efectúa con ABAQUS/Standard 6.6-1 mediante el cual permite introducir previamente las imperfecciones iniciales de manera implícita en el modelo, para luego hacer un análisis

global de no linealidad geométrica. Por último, se vuelve a utilizar ABAQUS/CAE versión 6.6 para la visualización y tratamiento de los resultados obtenidos.

#### 2.4.2.- PowerFrame.

PowerFrame (2005) es un programa comercial, para el cálculo de estructuras mediante elementos tipo viga siguiendo el método de los desplazamientos en cálculo matricial.

Ofrece en un único paquete, la modelización de la estructura y de las cargas, el análisis (en primer y segundo orden), la verificación resistente y de inestabilidad, aplicando diferentes normativas, obtención de diagramas de esfuerzos y la obtención de un informe de cálculo detallado.

La sencillez y versatilidad del programa permite efectuar de manera rápida el predimensionamiento de las estructuras analizadas, verificando las normativas de cálculo que tiene implementadas.

Sin embargo, PowerFrame, no permite realizar análisis de autovalores para conocer las cargas críticas de bifurcación de equilibrio ni los modos de pandeo de las estructuras analizadas. Tampoco se puede realizar un análisis de no linealidad geométrica introduciendo una deformada inicial.

### 3.- GUÍA DE APLICACIÓN PARA EL ANÁLISIS GLOBAL ELÁSTICO DE PÓRTICOS SEGÚN INSTRUCCIÓN EAE.

En el presente capítulo se pretende facilitar el manejo del Capítulo V de Análisis Estructural de la Instrucción EAE(2002) para el cálculo de aquellas estructuras de acero utilizadas en la práctica habitual; ya sean pórticos de acero intraslacionales como traslacionales.

Por consiguiente, se hace referencia a las principales fórmulas y reglas extraídas de la Instrucción EAE, que resultan necesarias para abordar:

- análisis elástico global para edificios y estructuras similares de acero,
- estructuras traslacionales e intraslacionales,
- comprobaciones de elementos estructurales en los Estados Límites.

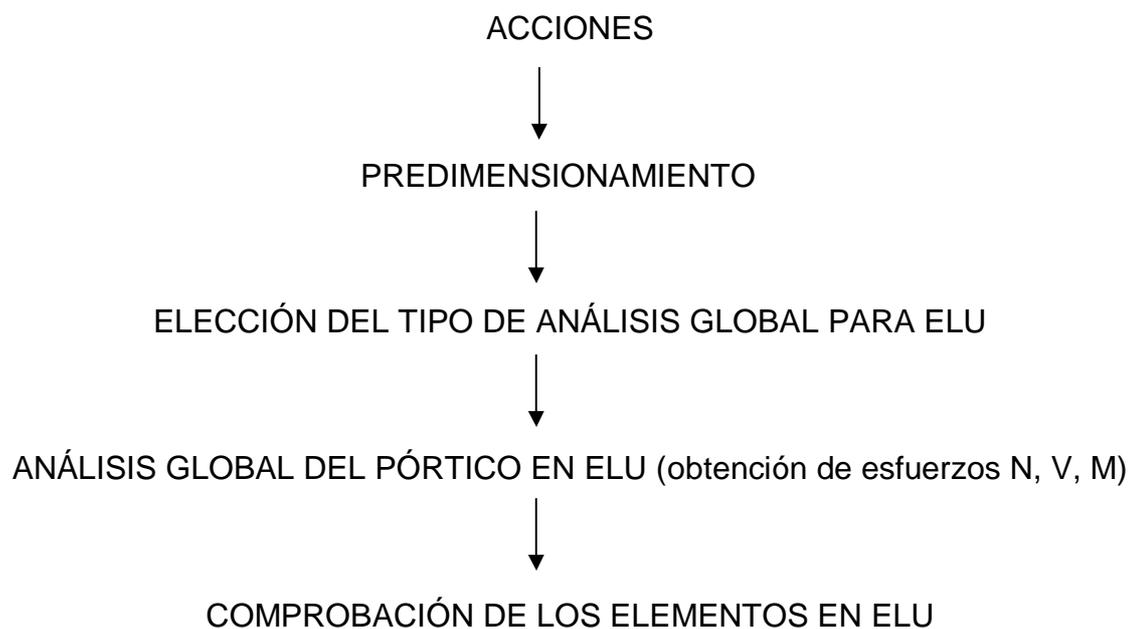
Durante el texto se utilizarán las numeraciones de párrafos y apartados siguiendo lo establecido en la Instrucción EAE entre corchetes [ ], con el fin de facilitar al usuario de la guía, la utilización de los diferentes apartados en la Instrucción.

#### 3.1.- DIAGRAMA DE FLUJO: ANÁLISIS ELÁSTICO GLOBAL DE PÓRTICOS DE ACERO SEGÚN EAE.

En este apartado se presenta un diagrama de flujo mediante el cual se muestra el proceso de análisis global elástico de pórticos. El proceso se divide en tres partes, claramente diferenciadas para facilitar al lector los pasos a seguir para un análisis global de pórticos de acero, siendo estas las que se detallan a continuación:

- I) Planteamiento general: en el diagrama del apartado 3.1.1, se presenta de forma esquematizada las principales consideraciones para el análisis global de pórticos de acero, de este modo se puede tener una idea general de los pasos necesarios para el desarrollo de dicho análisis.
- II) Planteamiento detallado: en el apartado 3.1.2, se muestra un diagrama de flujo que permite al usuario realizar las comprobaciones necesarias para cada tipología de pórtico en función de su grado de traslacionalidad, según EAE.
- III) Comentarios: en el apartado 3.1.3 se explica, fila por fila, el contenido de cada uno de los posibles pasos a seguir para un análisis global elástico así como las alternativas que plantea la Instrucción EAE en referencia a dicho análisis.

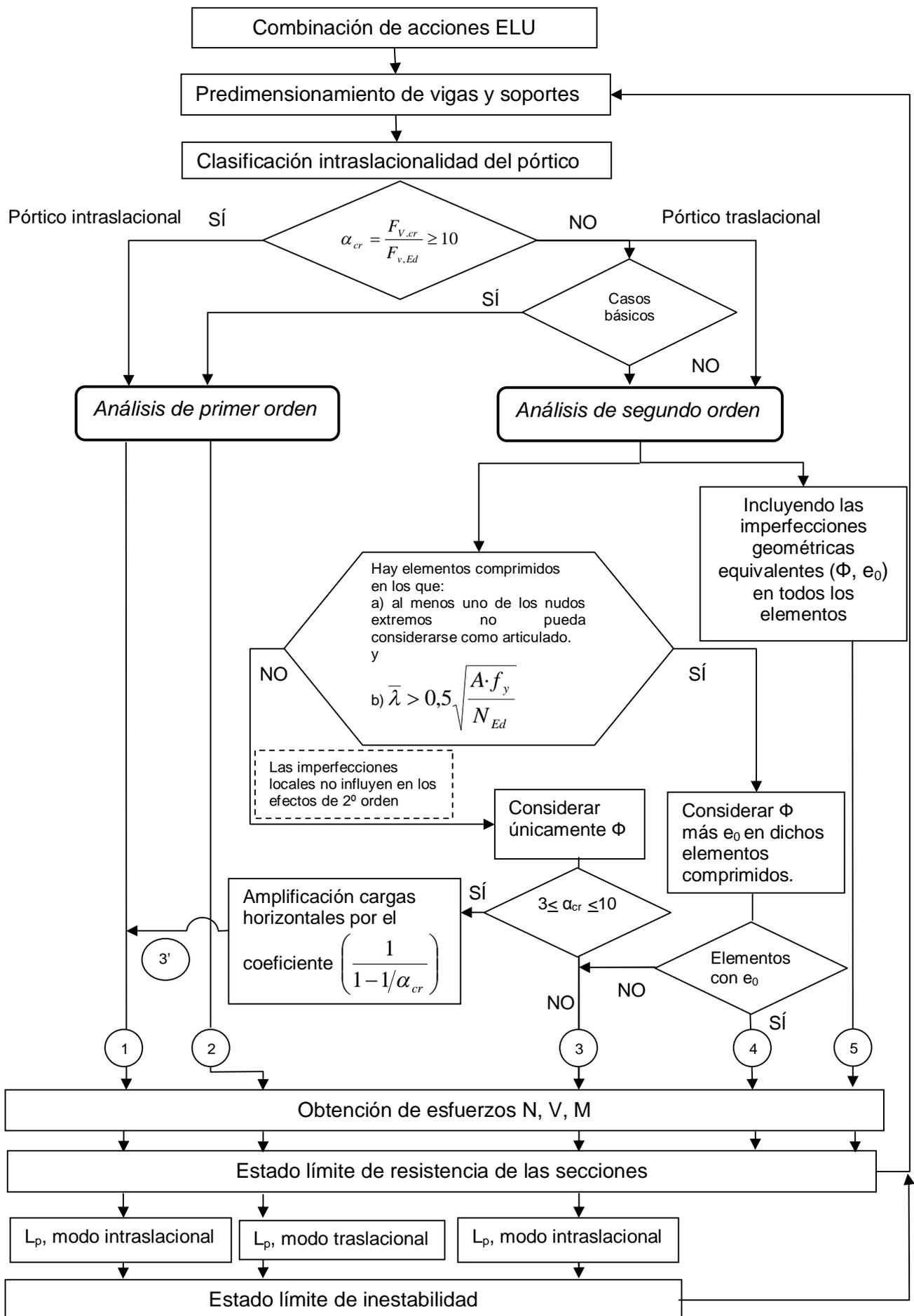
3.1.1.- Análisis elástico global de pórticos de acero según EAE: Planteamiento General



3.1.2.- Análisis elástico global de pórticos de acero según EAE: Planteamiento detallado

Fila:

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11



### 3.1.3.- Análisis elástico global de pórticos de acero según EAE: Comentarios.

*fila 1:*

Las acciones a tener en cuenta en el proyecto de edificaciones se consideran tal y como se describe en EAE [Capítulo III: Acciones] y CTE [Seguridad Estructural – Acciones en la edificación].

Las hipótesis de carga en ELU a considerar en el proyecto se definen tal y como prescribe EAE [Capítulo III: Art.12]

*fila 2:*

Predimensionamiento de los elementos según las comprobaciones correspondientes para el estado límite último.

*fila 3:*

[23.2] Una estructura puede clasificarse como intraslacional cuando su rigidez lateral es suficiente para que la influencia de los efectos de segundo orden en su resistencia pueda considerarse despreciable. El análisis global de las estructuras intraslacionales puede realizarse según la teoría en primer orden.

Una estructura puede considerarse como intraslacional frente a un cierto modo de inestabilidad lateral, y una determinada combinación de acciones, si se cumple el siguiente criterio:

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{V,cr}}{F_{v,Ed}} \geq 10 \quad \text{cuando se realiza un análisis global elástico}$$

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{V,cr}}{F_{v,Ed}} \geq 15 \quad \text{cuando se realiza un análisis global plástico o elastoplástico}$$

siendo:

$F_{v,cr}$  la carga crítica vertical total de inestabilidad elástica para dicho modo de pandeo global, bajo la configuración de la combinación de acciones a considerar

$F_{v,Ed}$  la carga vertical total de cálculo que actúa sobre la estructura para dicha combinación de acciones

$\alpha_{cr}$  el coeficiente de amplificación por el que debe multiplicarse la configuración de cargas de cálculo para provocar la inestabilidad lateral elástica según el modo de pandeo global considerado.

*Nota:*

Se puede obtener  $\alpha_{cr}$ , mediante un software adecuado (en el presente trabajo se ha utilizado Abaqus) que permita realizar un análisis de autovalores para obtener los valores propios (cargas críticas) y los modos de pandeo de las estructuras estudiadas.

Si no se dispone de ningún programa que permita hacer dicho análisis, el criterio de intraslacionalidad indicado puede, en ciertos casos, sustituirse por la alternativa incluida en [23.2.1].

[23.2.1] *Criterio de intraslacionalidad en estructuras convencionales de edificación*

En pórticos simples con dinteles de cubierta planos, o de débil pendiente, así como en entramados aporticados planos de edificación, con nudos rígidos, el criterio de intraslacionalidad de 23.2 puede suponerse satisfecho si, en cada planta, y para la combinación de acciones considerada, dicho criterio se cumple para:

$$\alpha_{cr} = \left( \frac{F_{H,Ed}}{F_{v,Ed}} \right) \times \left( \frac{h_p}{\delta_{H,Ed}} \right) \quad \text{siendo:}$$

$F_{H,Ed}$  el valor de cálculo de la fuerza horizontal, estimada en el nivel inferior de cada planta, resultante de las cargas horizontales que actúan por encima de dicho nivel, incluyendo los efectos de las imperfecciones indicadas en EAE [Art.22 ]

$F_{v,Ed}$  el valor de cálculo de la fuerza vertical, estimada en el nivel inferior de cada planta, resultante de las cargas verticales que actúan por encima de dicho nivel.

$h_p$  la altura de la planta considerada.

$\delta_{H,Ed}$  el desplazamiento horizontal relativo entre el nivel superior e inferior de la planta considerada, bajo la acción de las acciones exteriores, horizontales y verticales, de cálculo y de las fuerzas transversales equivalentes a las imperfecciones, establecidas en EAE [Art.22], para la combinación de acciones considerada.

*Comentarios:*

La aplicación de dicho criterio simplificado de intraslacionalidad, alternativo al general descrito en [23.2] supone que:

- a) La estructura aporticada presenta vigas conectando todos los pilares en cada planta.
- b) En pórticos con dinteles inclinados, la pendiente de la cubierta puede suponerse débil, no superior a 1:2 (26°).
- c) Los niveles del axil de compresión en dinteles, de piso o cubierta, no son significativos, es decir:

$$\bar{\lambda} \leq 0,3 \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{Ed}}}$$

lo que equivale a:  $N_{cr} \geq 11,11 N_{Ed}$  siendo:

$N_{Ed}$  el valor de cálculo del esfuerzo axil de compresión, para la combinación de acciones considerada

$\bar{\lambda}$  la esbeltez adimensional, en el plano de pandeo considerado, para la longitud real del elemento, supuesto biarticulado en sus extremos, según EAE [35.1.2]

$N_{cr}$  el axil crítico de Euler para el elemento, supuesto biarticulado

- d) El control de la intraslacionalidad debe realizarse para todas las combinaciones de acciones susceptibles de generar un proceso de inestabilidad lateral.

fila 4:

- [24.1 c] En ciertos casos básicos, contemplados en EAE [35.1] y en EAE [Anejo 6], puede resultar suficiente la verificación de los controles de inestabilidad en los elementos comprimidos aislados según EAE [Art. 35], a partir de 'longitudes de pandeo' apropiadas basadas en el modo de inestabilidad global de la estructura, y con las solicitaciones obtenidas según la teoría de primer orden, sin considerar las imperfecciones geométricas equivalentes.

fila 5:

Análisis en primer orden: análisis lineales basados en la hipótesis de comportamiento elástico-lineal de los materiales y en la consideración del equilibrio sobre la estructura sin deformar.

Análisis en segundo orden: análisis no lineales, que tienen en cuenta la no linealidad mecánica, esto es, el comportamiento no lineal de los materiales, y la no linealidad geométrica, es decir, la consideración de las condiciones de equilibrio sobre la estructura deformada.

fila 6:

- [22.3.1] Las **imperfecciones laterales globales equivalentes**, se deben considerar como un defecto inicial de verticalidad tal que (ver [Fig. 22.3.1]):

$$\phi = k_h \cdot k_m \cdot \phi_0 \quad \text{siendo:}$$

$\phi_0$  valor de base de la imperfección lateral:  $\phi_0 = 1/200$ .

$k_h$  coeficiente reductor para la altura 'h' (en metros) de la estructura.

$$k_h = \frac{2}{\sqrt{h}} \quad \text{con} \quad \frac{2}{3} \leq k_h \leq 1,0$$

$k_m$  coeficiente reductor para el número de alineaciones, 'm', de elementos comprimidos (pilas en puentes o pilares en edificios) en el plano del pandeo considerado.

$$k_m = \sqrt{0,5 \cdot \left(1 + \frac{1}{m}\right)}$$

En 'm' sólo se contabilizan los elementos solicitados por una compresión cuyo valor de cálculo,  $N_{Ed}$ , sea igual o superior al 50% de la compresión media por elemento, para el plano de pandeo y combinación de acciones considerados.

En principio, sólo deberán contabilizarse en 'm' aquellos elementos comprimidos que se extiendan a la totalidad de la altura 'h' de la estructura utilizada para la obtención de  $k_h$ .

En entramados aporticados de edificación, la imperfección lateral global podrá despreciarse, para una cierta combinación de acciones, cuando,

$$H_{Ed} \geq 0,15 V_{Ed}$$

siendo:

$H_{Ed}$  valor de cálculo de la resultante de las acciones horizontales totales, en la base del edificio, correspondientes a la combinación de acciones considerada.

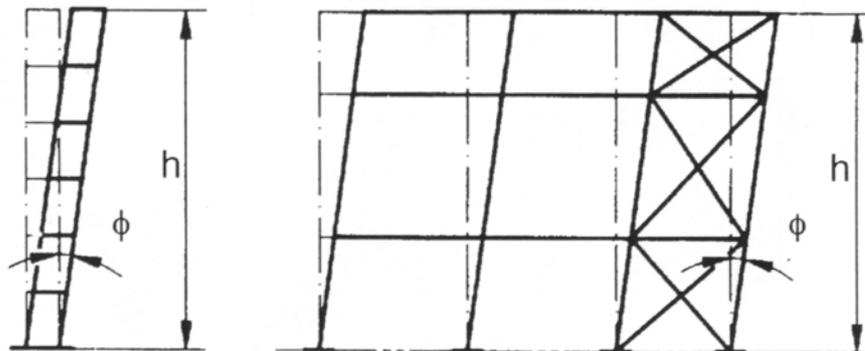
$V_{Ed}$  valor de cálculo de la resultante de las acciones verticales totales, en la base del edificio, para dicha combinación de acciones.

En estos casos, el análisis de la estabilidad global lateral de los entramados, contemplado en los Artículos 23º y 24º, podrá abordarse a partir únicamente de las acciones exteriores sobre la estructura, sin añadir los efectos de las imperfecciones.

Los coeficientes reductores  $k_h$  y  $k_m$ , que afectan al valor de base  $\phi_0$  de la imperfección lateral, tienen en cuenta la reducida probabilidad de que todos los elementos comprimidos, tanto de una planta, como de las diferentes plantas de una estructura, presenten imperfecciones geométricas de valor máximo y, simultáneamente, en la misma dirección y sentido.

#### Comentarios

En estructuras de edificios que consten de diferentes bloques de distinta altura podrán aplicarse imperfecciones geométricas equivalentes diferentes para cada uno de los bloques, afectando en cada caso el valor de base,  $\phi_0$ , de los coeficientes reductores  $k_h$  y  $k_m$  obtenidos para las alturas 'h', y el número de alineaciones verticales 'm' de cada bloque.



[Fig. 22.3.1] Imperfecciones laterales globales

- [22.3.2] Las **imperfecciones locales** se deben considerar como una curvatura inicial equivalente, en los elementos comprimidos afectados, con forma parabólica de segundo grado y una flecha máxima  $e_0$ , tal que:

Tipo de curva de pandeo (ver 35.1.2)	Método de análisis global de la estructura	
	Análisis global elástico	Análisis global plástico
	$e_0$	$e_0$
$a_0$	L/350	L/300
a	L/300	L/250
b	L/250	L/200
c	L/200	L/150
d	L/150	L/100

donde L es la longitud del elemento.

[22.3.3] Los efectos de las imperfecciones laterales globales y de las curvaturas iniciales en los elementos comprimidos pueden asimilarse a **unos sistemas de fuerzas transversales autoequilibradas equivalentes**, proporcionales a las cargas verticales aplicadas en la combinación de acciones correspondiente, estimadas como sigue para cada elemento (ver Fig.22.3.3.a):

a) Para el caso de defectos iniciales de verticalidad de elementos comprimidos:

$$H_{td} = \phi N_{Ed}$$

b) Para el caso de curvaturas iniciales en elementos comprimidos, cuando sea preciso considerarlas según 22.3.2:

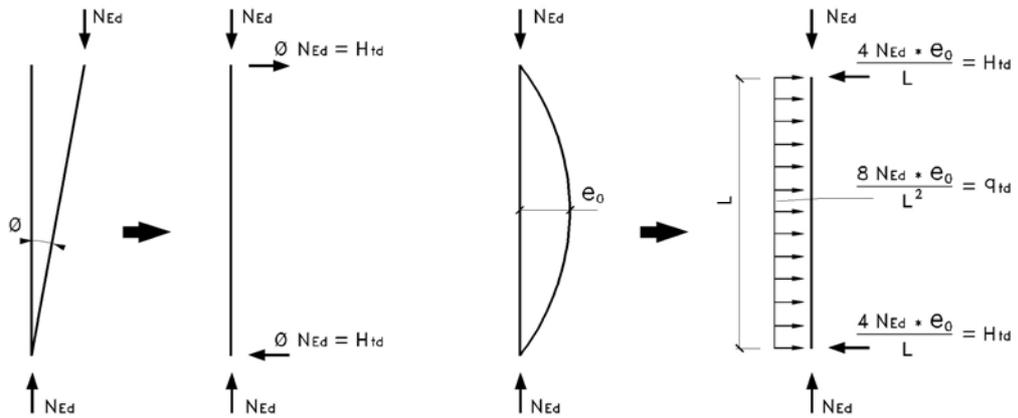
$$q_{td} = \frac{8 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L^2}$$

$$H_{td} = \frac{4 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L}$$

siendo

L la longitud del elemento

$N_{Ed}$  el valor de cálculo del esfuerzo de compresión, en el elemento.

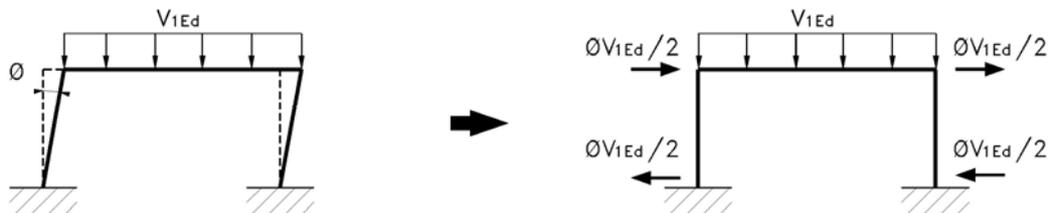


[Fig. 22.3.3.a] Fuerzas transversales equivalentes a las imperfecciones

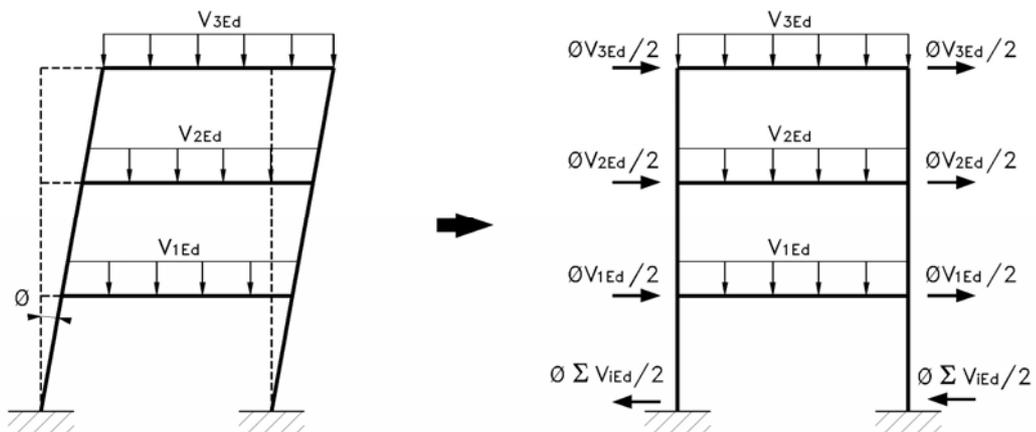
### Comentarios

En estructuras aporticadas de edificación las fuerzas transversales equivalentes por defectos de verticalidad se aplicarán en cada nivel de forjado de piso y de cubierta, resultando proporcionales al valor de las cargas verticales aplicadas sobre la estructura en dicho nivel. Dado que se trata de un sistema de fuerzas autoequilibrado, no deben omitirse las fuerzas equivalentes en la base de los pilares de planta baja, para no transmitir resultante alguna a la cimentación (ver Fig. 22.3.3.b).

Pórtico de una planta:



Pórtico de varias plantas:

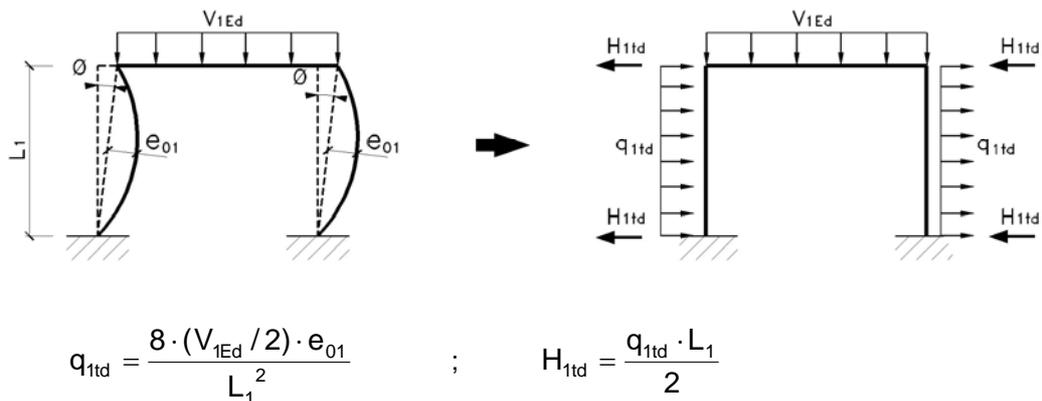


[Fig. 22.3.3.b.] Fuerzas horizontales equivalentes a los defectos iniciales de verticalidad

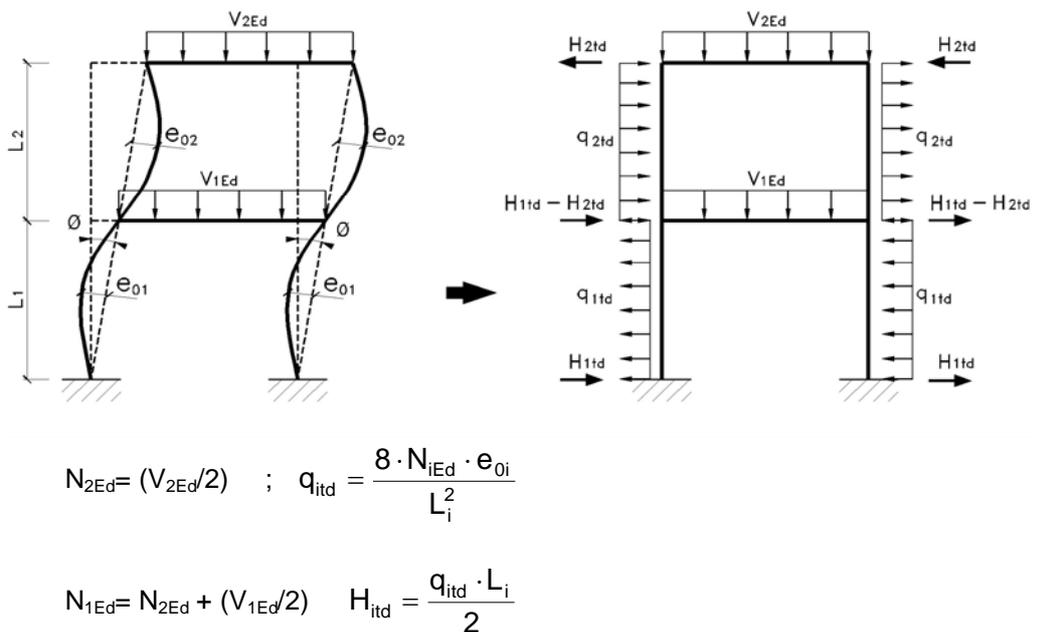
*Comentarios*

Cuando, de acuerdo con [22.3.2] sea preciso considerar las fuerzas equivalentes adicionales debidas a las curvaturas iniciales de los elementos comprimidos afectados, éstas se aplicarán de acuerdo con la deformada principal de pandeo correspondiente a la combinación de acciones analizada, según se esquematiza en [Fig. 22.3.3.c]:

Pórtico de una planta



Pórtico de varias plantas

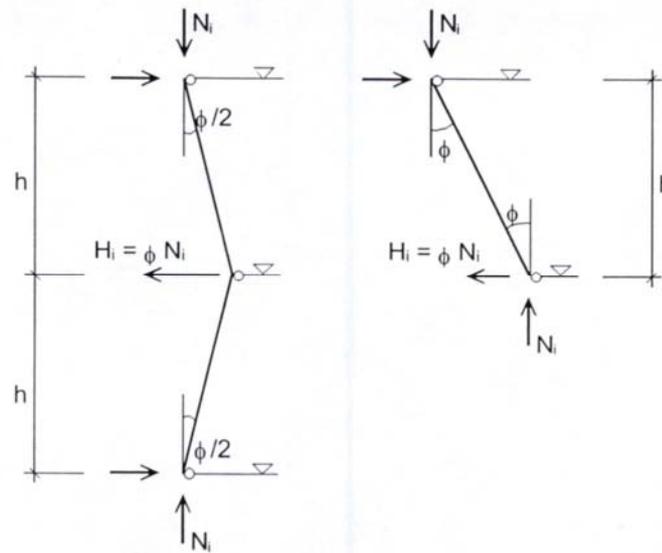


[Fig. 22.3.3.c] Fuerzas horizontales equivalentes adicionales por curvaturas iniciales en los elementos

*Comentarios*

En estructuras aporricadas de edificación, pueden estimarse las fuerzas horizontales transmitidas por los elementos comprimidos a los planos de forjados de piso o cubierta mediante los esquemas de la [Fig.22.3.3.d] donde  $\phi$  es una imperfección lateral equivalente de defectos de verticalidad estimada

a partir de la formulación de [22.3.1], pero adoptando como altura 'h', en metros, la altura media de la planta correspondiente al forjado considerado.



[Fig. 22.3.3.d] Esquema de fuerzas horizontales transmitidas por los soportes a los forjados

fila 7:

[22.3.2] Deberá considerarse la influencia, en la estabilidad global de las estructuras traslacionales, de las imperfecciones locales propias de todos aquellos elementos comprimidos en los que se cumplan las dos condiciones siguientes:

- Al menos uno de los dos nudos extremos del elemento no pueda considerarse como articulado.
- Su esbeltez adimensional (ver 35.1.2), en el plano de pandeo considerado, calculada como barra biarticulada en sus extremos, sea tal que:

$$\bar{\lambda} > 0,5 \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{Ed}}} \quad \text{siendo:}$$

A el área de la sección transversal del elemento.

$N_{Ed}$  el valor de cálculo de la compresión en el elemento, para la combinación de acciones analizada.

Esta condición equivale a que el axil de compresión de cálculo del elemento,  $N_{Ed}$ , sea superior al 25% de su carga crítica en Euler,  $N_{cr}$ .

Sino se cumple una de estas dos condiciones, se considerará solamente el defecto inicial de verticalidad, es decir, las imperfecciones laterales globales, ya que las imperfecciones locales no influyen en los efectos de segundo orden.

fila 8:

Línea de flujo 1, 2: Análisis global de primer orden utilizando la geometría inicial de la estructura y despreciando las deformaciones de la misma que influyen en los efectos de las acciones.

- [24.2] Línea de flujo 3': Alternativamente, a los análisis elásticos en segundo orden, puede utilizarse un análisis elástico en primer orden, bajo las acciones exteriores (verticales y horizontales) y las imperfecciones geométricas equivalentes, y amplificar los momentos flectores, esfuerzos cortantes y demás efectos debidos estrictamente a la deformación lateral, por el coeficiente:

$$\left( \frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr}}} \right) \quad \text{siendo} \quad \alpha_{cr} \geq 3,0$$

$\alpha_{cr}$  el coeficiente de amplificación por el que debe multiplicarse la configuración de cargas de cálculo para alcanzar la inestabilidad elástica, según el modo de pandeo global considerado, tal y como se define en 23.2.

Este método simplificado sólo resulta aplicable a:

- a) Pórticos de edificación de una sola planta.
- b) Pórticos regulares de edificación de varias plantas, a condición de que todas las plantas presenten condiciones similares de:
  - distribución de cargas verticales, y
  - distribución de cargas horizontales, y
  - rigideces laterales de pórtico en relación a las acciones horizontales
- c) Puentes, o elementos de puentes, cuya respuesta traslacional esté básicamente condicionada por el primer modo de inestabilidad (sistemas asimilables a un grado de libertad), o cuando  $\alpha_{cr} \geq 3,0$ .

En los demás casos, debe recurrirse a un método general de análisis elástico en segundo orden.

- [24.1 b] Línea de flujo 3: Análisis global traslacional de la estructura que considere únicamente, salvo lo establecido en [22.3.2], los efectos de las imperfecciones laterales globales equivalentes. (ver fila 7)

- [24.1 b] Línea de flujo 4: Análisis global traslacional de la estructura que cumpliendo las condiciones establecidas en [22.3.2], debe incorporar, además de las imperfecciones laterales globales, las imperfecciones por curvaturas lineales equivalentes en ciertos elementos comprimidos. (ver fila 7)

- [24.1 a] Línea de flujo 5: Análisis global que incluya las imperfecciones laterales globales equivalentes de la estructura traslacional, definidas en [22.3.1], y las imperfecciones por curvaturas iniciales equivalentes de los elementos comprimidos aislados, definidas en [22.3.2.] En ambos casos, pueden utilizarse alternativamente las fuerzas transversales equivalentes establecidas en [22.3.3.]

*fila 9:*

En el caso de que el análisis sea en primer orden, se obtienen los esfuerzos de los elementos del pórtico a partir del sistema de acciones inicial.

En el caso de análisis en segundo orden, se obtienen los esfuerzos, de los elementos comprimidos, mediante métodos iterativos que incorporan los efectos de segundo orden, bien a través de la actualización paso a paso de la geometría de la estructura deformada, bien mediante la modificación de la matriz de rigidez; utilizando programas específicos que lo permitan (en la presente tesina se han utilizado: Abaqus y PowerFrame).

*fila 10:*

Comprobación resistente de las diferentes secciones bajo los esfuerzos resultantes de cálculo.

[Art.34] La resistencia de las secciones depende de la clasificación de la sección transversal. La comprobación de acuerdo con criterios elásticos podrá realizarse para todo tipo de sección, inclusive para secciones de clase 4, siempre y cuando, para éstas, se consideren las propiedades de la sección transversal reducida.

*fila 11:*

Comprobación de la estabilidad de los elementos comprimidos.

Si se ha llevado a cabo un análisis en primer orden, la estabilidad de los elementos comprimidos deberá verificarse del modo que se presenta en EAE [Art.35]; con la longitud de pandeo apropiada, intranslacional (ver línea de flujo 1 y 3') o traslacional (ver línea de flujo 2)

[24.1] Si se utiliza un análisis en segundo orden, donde se considera únicamente las imperfecciones laterales globales (línea de flujo 3), puede utilizarse para controlar la estabilidad de los elementos comprimidos, los métodos establecidos en [35.3], suponiendo que el elemento aislado, con su longitud de pandeo (menor o igual a la distancia entre puntos adyacentes con desplazamiento transversal coaccionado), se halla sometido a las solicitaciones de flexión y compresión en sus extremos, obtenidas en el análisis global traslacional realizado.

*Comentarios*

Si se realiza un análisis global que incluya la totalidad de los efectos de segundo orden y de las imperfecciones geométricas equivalentes (línea de flujo 5), la verificación de la estabilidad de los elementos comprimidos queda adecuadamente garantizada a través del análisis global en segundo orden de la estructura, no siendo preciso ninguna verificación adicional a la comprobación resistente de las diferentes secciones bajo los esfuerzos resultantes de cálculo.

### 3.2.- CUESTIONES FRECUENTES.

La complejidad de los artículos tratados en el apartado anterior, lleva al usuario a plantearse algunas cuestiones en el momento de su aplicación.

Durante la realización de la presente tesina han ido surgiendo una serie de dudas debidas a la ambigüedad con la que se tratan algunos temas, motivo por el cual se

creyó necesario el planteamiento, de dichas cuestiones, de modo teórico-práctico para conseguir de una forma clara y sencilla su resolución.

A continuación, se presenta el análisis sobre las cuestiones más relevantes que se han ido presentando durante la elaboración del presente trabajo:

- i) La obtención del coeficiente de amplificación,  $\alpha_{cr}$ , que permite definir el criterio de intraslacionalidad en estructuras convencionales de edificación, según EAE [23.2.1] indica que deben incluirse los efectos de las imperfecciones establecidas en EAE [Art.22]

En este caso, una de las cuestiones que pueden plantearse, es si deben considerarse todas estas imperfecciones o solo las imperfecciones laterales globales, y si influye en el cálculo del coeficiente de amplificación  $\alpha_{cr}$ , ya que no se especifica exactamente cuales de ellas deben considerarse sino que lo hace de forma general.

Para resolver esta cuestión, se realiza el cálculo del coeficiente de amplificación, según EAE [23.2.1], para tres pórticos de características geométricas distintas, considerando las imperfecciones laterales globales y las curvaturas iniciales equivalentes, o únicamente las imperfecciones laterales globales.

Para la obtención de dicho coeficiente, se ha utilizado el programa PowerFrame, mediante el cual se obtienen los valores de cálculo de las fuerzas horizontales y verticales y el desplazamiento horizontal mediante un análisis de primer orden (ver Anexo I), para obtener así el coeficiente de amplificación mediante el método alternativo descrito en EAE [23.2.1].

PowerFrame ofrece la posibilidad de incluir las imperfecciones laterales globales en el modelo, pero no las curvaturas iniciales equivalentes; en consecuencia, se asimilan dichas curvaturas a un sistema de fuerzas transversales autoequilibradas, proporcionales a las cargas verticales aplicadas según EAE [22.3.3]. En el apartado 3.3 del presente capítulo puede verse, a modo de ejemplo, como debe aplicarse dicho sistema de fuerzas.

Con el propósito de poder comparar los resultados obtenidos con un valor más exacto de la solución, se ha utilizado el código Abaqus, para el cálculo del coeficiente de amplificación,  $\alpha_{cr}$ , mediante un análisis de autovalores. Dicho análisis calcula los modos propios de la estructura para las condiciones de carga consideradas, y los autovalores asociados.

El menor valor propio corresponde al coeficiente de amplificación por el que debe multiplicarse la configuración de cargas para provocar la inestabilidad según el primer modo de pandeo (ver Anexo I).

Los pórticos que se han estudiado para resolver esta cuestión, se muestran a continuación cada uno con su correspondiente sistema de cargas, geometría y condiciones de apoyo:

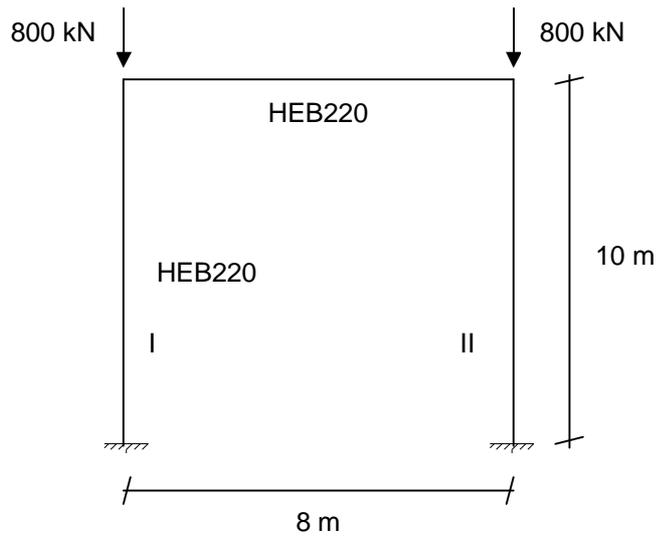


Figura 3.1.- Pórtico I

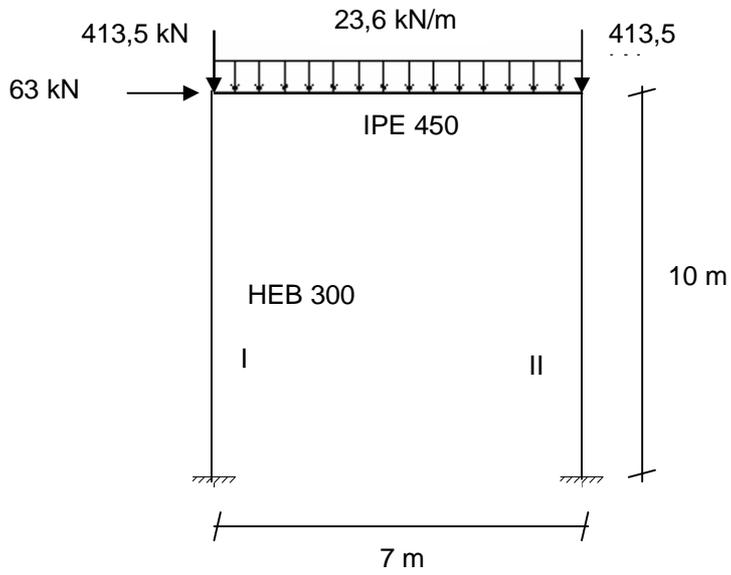


Figura 3.2.- Pórtico II

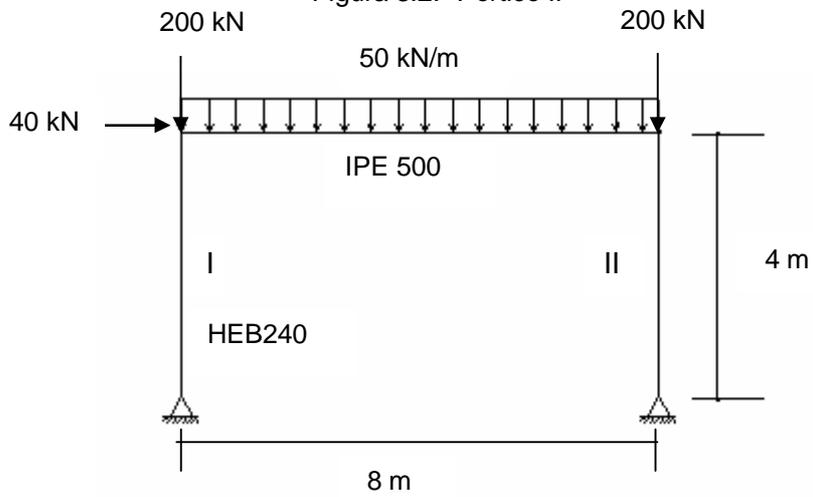


Figura 3.3.- Pórtico III

A continuación se muestran los resultados obtenidos, para cada uno de los pórticos de estudio del presente apartado, en función de las imperfecciones geométricas equivalentes consideradas.

Pórtico		$\alpha_{cr}$ - PowerFrame		$\alpha_{cr}$ - Abaqus
I	Empotrado H = 10m L = 8 m	$\phi$	$\phi + e_0$	1,59
		1,92	1,25	
II	Empotrado H = 10m L = 7 m	$\phi$	$\phi + e_0$	8,51
		10,21	10,1	
III	Apoyado H = 4m L = 8m	$\phi$	$\phi + e_0$	7,53
		8,98	8,35	

Tabla 3.1.- Valores de los coeficientes de amplificación en función de las imperfecciones consideradas.

De los resultados obtenidos en la tabla anterior puede observarse que, si se incluyen la totalidad de las imperfecciones geométricas equivalentes ( $\phi + e_0$ ) o solo las imperfecciones globales laterales ( $\phi$ ), los valores del coeficiente de amplificación calculados según EAE [23.2.1] no difieren mucho los unos de los otros.

En consecuencia, la traslacionalidad del pórtico, que es lo que se mide con el coeficiente de amplificación,  $\alpha_{cr}$ , no depende de las imperfecciones locales de los elementos, solamente de las imperfecciones globales de verticalidad y de los desplazamientos horizontales.

Como puede observarse, los resultados con Abaqus, pueden variar un poco con los obtenidos mediante el método simplificado ya que, con un análisis de autovalores el resultado obtenido es más preciso.

- ii) ¿Influye la dirección de las fuerzas equivalentes adicionales debidas a las imperfecciones en el análisis global de estructuras?

Tal y como se ha comentado en el apartado anterior, los efectos de las imperfecciones laterales globales y de las curvaturas iniciales de los elementos comprimidos pueden asimilarse a un sistema de fuerzas transversales autoequilibradas equivalentes.

Luego, uno puede plantearse si la dirección por la cual aplica dicho sistema afecta a los esfuerzos obtenidos para el análisis estructural.

Con el fin de comprobar dicho efecto, se consideran para cada uno de los tres pórticos planteados anteriormente, las fuerzas equivalentes adicionales debidas a las curvaturas iniciales de los elementos comprimidos, en los dos sentidos de aplicación posibles, tal como:

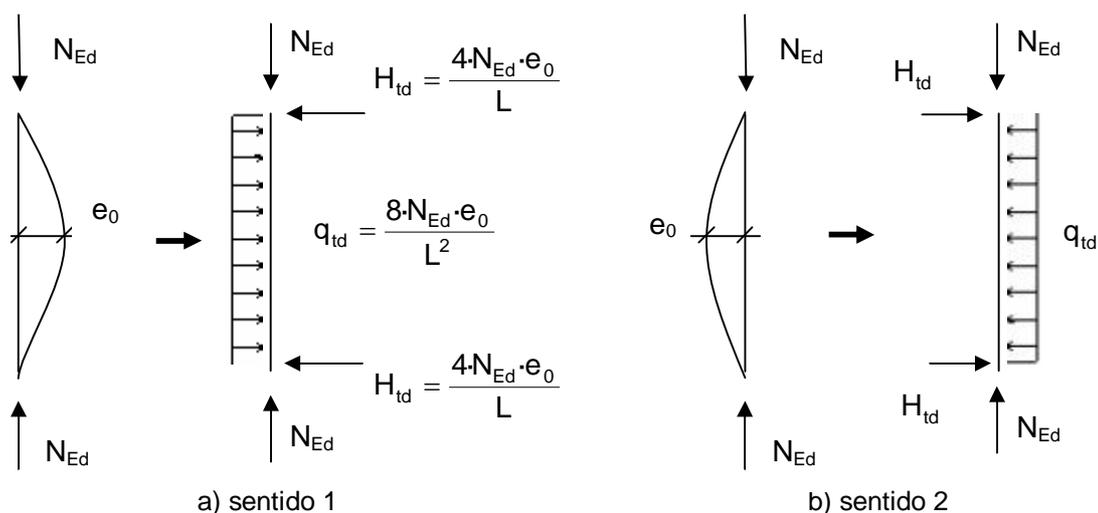


Figura 3.4.a-b.- Fuerzas horizontales equivalentes adicionales por curvaturas iniciales en los elementos.

Obteniéndose para cada pórtico, las fuerzas horizontales equivalentes que se muestran en la tabla 3.2. En el siguiente apartado, se muestra a modo de ejemplo, la obtención de dichas fuerzas paso a paso.

Pórtico		Pilar I		Pilar II	
		H <sub>td</sub> (kN)	q <sub>td</sub> (kN·m)	H <sub>td</sub> (kN)	q <sub>td</sub> (kN·m)
I	Empotrado H = 10m L = 8 m	12,8	2,56	12,8	2,56
II	Empotrado H = 10m L = 7 m	7,24	1,44	8,62	1,73
III	Apoyado H = 4m L = 8m	6,05	3,03	6,75	3,37

Tabla 3.2.- Fuerzas equivalentes adicionales debidas a las curvaturas iniciales.

Con cada uno de los sistemas de cargas se han calculado los esfuerzos mediante un análisis en segundo orden considerando las imperfecciones globales equivalentes, a través del cual se han obtenido los siguientes esfuerzos máximos de cálculo axil y momento flector:

Pórtico		Sentido 1		Sentido 2	
		N <sub>Ed</sub> (kN)	M <sub>y,Ed</sub> (KN·m)	N <sub>Ed</sub> (kN)	M <sub>y,Ed</sub> (KN·m)
I	Empotrado H = 10m L = 8 m	810,65	42,6	810,65	42,6
II	Empotrado H = 10m L = 7 m	540,90	235,9	547,8 kN	229,8
III	Apoyado H = 4m L = 8m	424,73	207,3	424,33	206,1

Tabla 3.3.- Comparación de esfuerzos axil y momentos flectores máximos en función de la dirección del sistema de fuerzas equivalentes autoequilibrado.

Se puede observar que el sentido por el cual se aplica el sistema de fuerzas equivalentes influye en algunos casos en el resultado de los esfuerzos obtenidos, sobretodo si existen acciones horizontales en la estructura. Resultando que, si se consideran las fuerzas adicionales equivalentes en las direcciones susceptibles de inestabilidad se obtienen esfuerzos mayores.

Por consiguiente, se debe considerar dichas direcciones por tal de alcanzar el caso más desfavorable por el cual se verificará la comprobación resistente.

- iii) Si el criterio de intraslacionalidad indica que la estructura puede considerarse intraslacional ( $\alpha_{cr} \geq 10$ ), pero el primer modo de pandeo tiene forma traslacional, como se calcula la longitud de pandeo para la verificación de inestabilidad, con el modo traslacional o intraslacional?

Tal y como se ha comentado en ocasiones anteriores, para el cálculo del coeficiente de amplificación,  $\alpha_{cr}$ , se puede utilizar el código Abaqus, mediante un análisis de autovalores tipo *buckle* donde se calculan los modos propios de la estructura y los autovalores asociados. El valor propio según el primer modo crítico de pandeo, corresponde al coeficiente de amplificación.

Según los criterios establecidos en EAE [23.2], una estructura puede considerarse intraslacional si el coeficiente de amplificación es tal que  $\alpha_{cr} \geq 10$ . Durante el estudio se han modelado diferentes tipologías de pórticos, y es en los pórticos intraslacionales por los cuales se ha cuestionado la forma de su modo de pandeo, ya que puede parecer a simple vista que se trata de un pórtico traslacional (ver figura 3.5).

A continuación se muestra uno de los pórticos modelados durante el estudio para demostrar dicho efecto, este pórtico se caracteriza tal como:

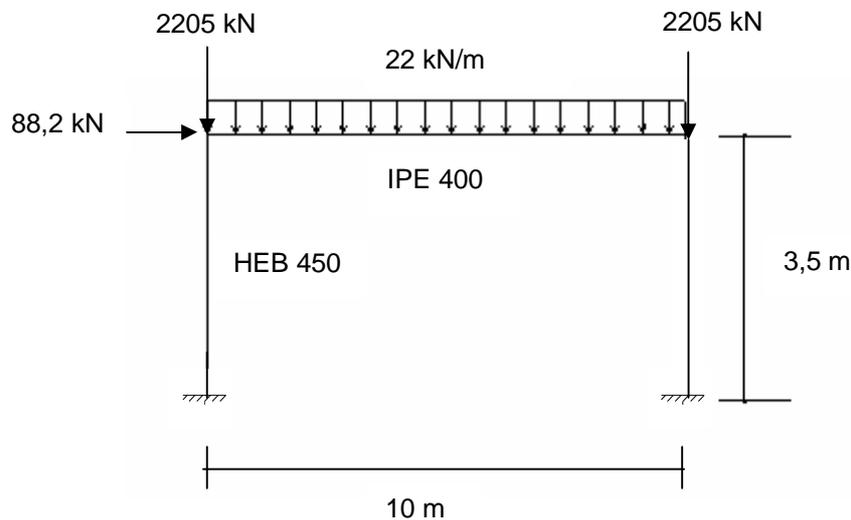


Figura 3.4.- Pórtico empotrado.

Modelando el pórtico anterior (figura 3.4), con un análisis de autovalores tipo *buckle*, se obtiene el primer modo crítico de pandeo siguiente (figura 3.5):

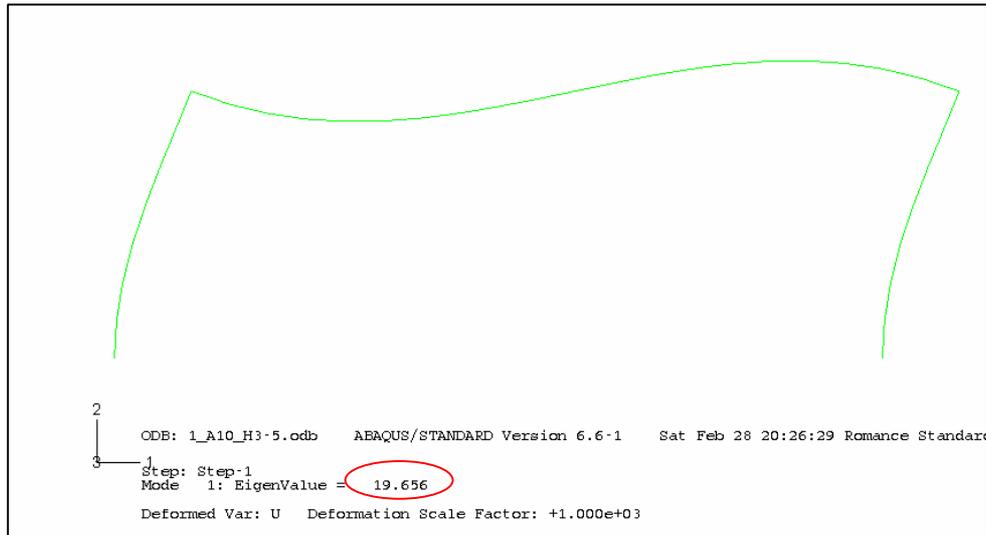


Figura 3.5.- Primer modo crítico de pandeo, obtenido mediante un análisis de autovalores.

Tal y como se ha comentado, el valor propio asociado a dicho primer modo crítico de pandeo corresponde con el coeficiente de amplificación,  $\alpha_{cr}$ , por el cual se puede determinar el grado de traslacionalidad de la estructura.

Como se puede ver en la figura 3.5, dicho valor propio es tal que:

$$\lambda_1 = \alpha_{cr} = 19,65 > 10$$

en consecuencia, según EAE [23.2], la estructura (figura 3.4) puede considerarse intraslacional y el análisis global puede realizarse según la teoría en primer orden, siendo preciso la verificación resistente y de inestabilidad.

Al ver el modo de inestabilidad lateral con la deformada de la figura 3.5, puede parecerle al usuario, que se trata de un pórtico traslacional y cuestionarse con que modo de longitud de pandeo se realiza la comprobación a inestabilidad.

Aún así, para estos casos, la longitud de pandeo se debe calcular según el modo intraslacional considerando curvatura doble en la viga, obteniéndose para el pórtico de la figura 3.4:

$\eta_1 = 0$  por estar empotrado en la base

$$\eta_2 = \frac{I_p/L_p}{I_p/L_p + 1,5(I_v/L_v)} = \frac{79892 \cdot 10^4 / 3500}{79892 \cdot 10^4 / 3500 + 1,5 \cdot (23131 \cdot 10^4 / 10000)} = 0,98$$

$$\begin{aligned} \beta &= 0,5 + 0,14 \cdot (\eta_1 + \eta_2) + 0,055 \cdot (\eta_1 + \eta_2)^2 = \\ &= 0,5 + 0,14 \cdot (0,98) + 0,055 \cdot (0,98)^2 = 0,69 \end{aligned}$$

luego la longitud de pandeo es tal que:

$$L_{cr} = \beta \cdot L = 0,69 \cdot 3,5 = 2,41 \text{ m.}$$

- iv) Para las estructuras que pueden considerarse traslacionales, según el método de análisis considerado debe verificarse la inestabilidad lateral, utilizando longitud de pandeo modo traslacional o modo intraslacional. (línea de flujo 2 y 3 del diagrama del apartado 3.1.2)

Tal y como puede verse en el diagrama de flujo del apartado 3.1.2 del presente capítulo, para pórticos traslacionales la consideración de los efectos de segundo orden y de las imperfecciones geométricas equivalentes puede abordarse por alguno de los tres métodos siguientes:

- a) Análisis global que incluya la totalidad de los efectos de segundo orden, es decir, las imperfecciones laterales globales y las curvaturas iniciales equivalentes. (línea de flujo 5 del diagrama del apartado 3.1.2)
- b) Análisis global, que considere únicamente las imperfecciones laterales globales equivalentes. (línea de flujo 3 del diagrama del apartado 3.1.2)
- c) Análisis en primer orden, sin la consideración de las imperfecciones geométricas equivalentes. (línea de flujo 2 del diagrama del apartado 3.1.2)

Si se utiliza el método a), la verificación de la estabilidad de los elementos aislados comprimidos queda garantizada a través del análisis global en segundo orden de la estructura.

Si se utiliza el método b), debe verificarse la comprobación resistente siendo preciso la verificación adicional de la estabilidad, incluyendo los efectos de segundo orden y las imperfecciones laterales globales. Para ello, se debe suponer la longitud de pandeo del elemento comprimido según modo intraslacional, puesto que si se considerara del modo traslacional, los efectos de segundo orden y las imperfecciones laterales globales le darían al pórtico un carácter doblemente traslacional.

Si se utiliza el método c), se debe verificar además de la comprobación resistente, la verificación de los controles de inestabilidad en los elementos comprimidos aislados a partir de longitudes de pandeo modo traslacional, puesto que éstas están basadas en el modo de inestabilidad global de la estructura.

### 3.3.- EJEMPLOS BÁSICOS.

En el apartado anterior se han resuelto de forma teórico-práctico, cuestiones sobre algunos criterios utilizados para el análisis global de estructuras de acero.

En este apartado, se pretende desarrollar de forma práctica y sencilla, algunos de esos criterios para que el lector pueda entender paso a paso su obtención.

#### 3.3.1.- Cálculo del coeficiente de amplificación mediante análisis de autovalores.

Tal y como se ha comentado en el apartado anterior, para la obtención del coeficiente de amplificación, según EAE [23.2], existe un tipo de análisis llamado análisis de autovalores donde se calculan los modos propios de inestabilidad lateral de la estructura y los autovalores asociados.

El valor propio asociado al primer modo de pandeo, corresponde al coeficiente de amplificación,  $\alpha_{cr}$ , por el que resulta necesario multiplicar las cargas de cálculo para provocar la inestabilidad elástica según el modo de pandeo global de la estructura.

A modo de ejemplo, se realiza dicho análisis para el Pórtico II (figura 3.2), como un modelo tridimensional mediante el programa Abaqus/CAE 6.6.1.

Para modelizar dicho pórtico se utilizan elementos lineales tipo viga (*Wire*), que permiten la integración a lo largo de su longitud. Con ellos se crean todos los elementos que conforma el pórtico: pilares y dintel. Son elementos lineales, que representan el eje medio del elemento, a los que se les asigna el perfil correspondiente. Ensamblando los tres elementos (pilares y dintel) debidamente se obtiene la geometría del modelo de la viga.

El material de los elementos se considera elástico, tal que sus características son:

- Módulo de elasticidad  $E = 210.000 \text{ N/mm}^2$
- Coeficiente de Poisson  $\nu = 0,3$ .
- Densidad  $\gamma = 7.850 \text{ kg/m}^3$ .

Las características geométricas corresponden al perfil de la serie HEB300 para los pilares y IPE450 para el dintel.

Los elementos utilizados para discretizar la geometría del pórtico son del tipo B33; en el espacio y cúbicos.

Las cargas aplicadas son cargas puntuales verticales en los pilares de 413,5 kN, carga vertical repartida en el dintel de 23,6 kN/m y carga puntual horizontal en el extremo superior del pilar derecho de 63 kN.

Las condiciones de contorno se han impuesto en ambos apoyos tal que se impiden los desplazamientos ( $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$ ) y giros ( $UR_1$ ,  $UR_2$ ,  $UR_3$ ) en las tres direcciones. En los pilares y dintel se impide el desplazamiento transversal ( $U_3$ ), dejando libre el desplazamiento longitudinal.

En la figura 3.6 puede verse la geometría del modelo con las cargas aplicadas y las condiciones de contorno apropiadas.

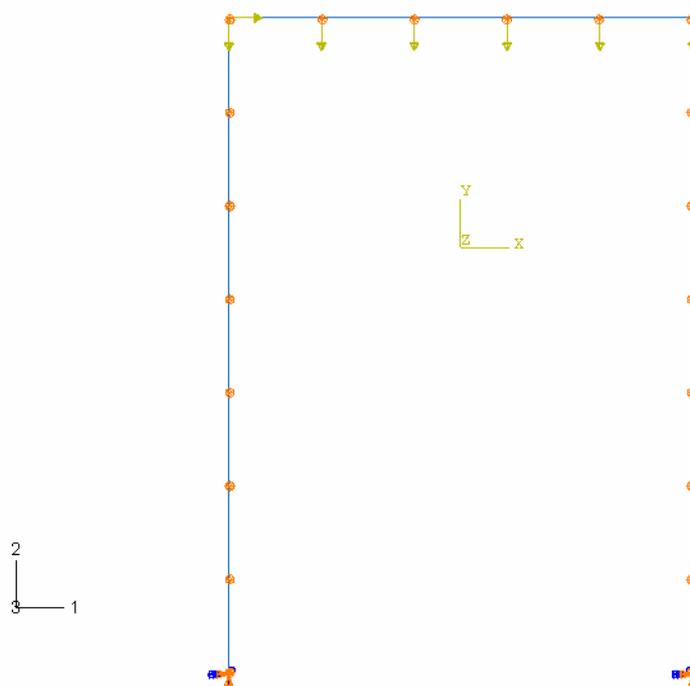


Figura 3.6. Geometría del modelo con cargas aplicadas y las condiciones de apoyo.

Se efectúa un análisis de autovalores, implementado en el código Abaqus, donde se calculan los modos propios de la estructura para las condiciones de cargas consideradas, y los autovalores asociados.



Figura 3.7.- Primer modo crítico de pandeo, obtenido mediante un análisis del tipo *buckle*.

Tal y como se ha comentado anteriormente, el valor propio asociado a dicho primer modo crítico de pandeo corresponde con el coeficiente de amplificación,  $\alpha_{cr}$ . Como puede verse en la figura 3.7, dicho valor propio es tal que:

$$\lambda_1 = \alpha_{cr} = 8,5113$$

Por consiguiente, según EAE [23.2], el pórtico de estudio puede considerarse traslacional puesto que:

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{v,cr}}{F_{v,Ed}} = 8,5113 < 10$$

Luego debe comprobarse su estabilidad lateral global según los métodos descritos en EAE [Art.24], que consideran los efectos de segundo orden así como las imperfecciones geométricas equivalentes, definidas en EAE [Art.22].

### 3.3.2.- Cálculo del coeficiente de amplificación según el criterio de intraslacionalidad en estructuras convencionales de edificación.

Según [23.2.1], para pórticos simples con dinteles de cubierta planos o de débil pendiente, existe un modo alternativo para calcular el criterio de intraslacionalidad, tal que:

$$\alpha_{cr} = \left( \frac{F_{H,Ed}}{F_{v,Ed}} \right) \times \left( \frac{h_p}{\delta_{H,Ed}} \right)$$

siendo:

- $F_{H,Ed}$  el valor de cálculo de la fuerza horizontal, estimada en el nivel inferior de cada planta, resultante de las cargas horizontales que actúan por encima de dicho nivel, incluyendo los efectos de las imperfecciones indicadas en el Artículo 22º.
- $F_{v,Ed}$  el valor de cálculo de la fuerza vertical, estimada en el nivel inferior de cada planta, resultante de las cargas verticales que actúan por encima de dicho nivel.
- $h_p$  la altura de la planta considerada.
- $\delta_{H,Ed}$  el desplazamiento horizontal relativo entre el nivel superior e inferior de la planta considerada, bajo la acción de las acciones exteriores, horizontales y verticales, de cálculo y de las fuerzas transversales equivalentes a las imperfecciones, establecidas en EAE [Art.22], para la combinación de acciones considerada.

En este apartado se describe paso a paso a modo de ejemplo, la obtención de dicho factor.

Para la obtención de los valores de cálculo de las fuerzas horizontales y verticales y el desplazamiento horizontal, se ha utilizado el programa PowerFrame, mediante un análisis de primer orden con la consideración de las imperfecciones laterales globales.

El pórtico que se modela para el presente ejercicio, coincide con el *Pórtico III* del apartado 3.2, con la geometría y condiciones de apoyo de la figura 3.8. El material utilizado es acero S235 conformado en caliente.

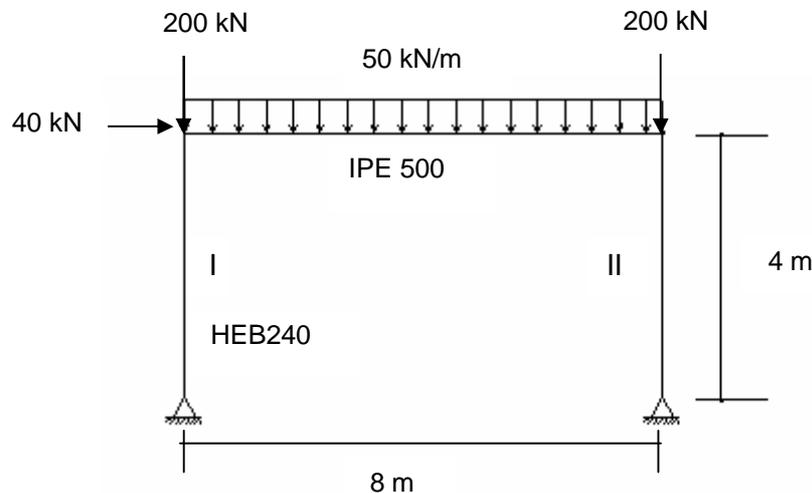


Figura 3.8.- Pórtico biarticulado

Tal y como se ha argumentado en el apartado 3.2 de la presente tesina, para la obtención del coeficiente de amplificación según EAE [23.2.1] debe considerarse las imperfecciones laterales globales.

Para resolver el presente ejemplo, se supone que el programa mediante el cual se realiza el análisis no permite incluir dichas imperfecciones directamente en los cálculos, en consecuencia, deberá asimilarse su efecto a un sistema de fuerzas transversales autoequilibradas equivalentes según EAE [22.3.3].

Primeramente, se comprueba si pueden despreciarse las imperfecciones laterales globales, para la combinación de acciones, según EAE [22.3.1]:

$$H_{Ed} \geq 0,15 V_{Ed}$$

siendo:

$H_{Ed}$  valor de cálculo de la resultante de las acciones horizontales totales, en la base del edificio, correspondientes a la combinación de acciones considerada.

$V_{Ed}$  valor de cálculo de la resultante de las acciones verticales totales, en la base del edificio, para dicha combinación de acciones.

sustituyendo los valores, se tiene:

$$40 \text{ kN} \geq 0,15 \cdot 800 \text{ kN} = 128 \text{ kN}$$

Por consiguiente, se considerará un defecto inicial de verticalidad tal que, EAE [22.3.1]:

$$\phi = k_h \cdot k_m \cdot \phi_0$$

Aplicando los valores, se tiene:

$$k_h = \frac{2}{\sqrt{4}} = 1$$

$$k_m = \sqrt{0,5 \left( 1 + \frac{1}{2} \right)} = 0,866$$

$$\phi_0 = 1/200$$

$$\phi = k_h \cdot k_m \cdot \phi_0 = 1 \cdot 0,866 \cdot (1/200) = 4,33 \cdot 10^{-3}$$

A continuación se asimila el efecto de las imperfecciones laterales globales en los elementos comprimidos, a un sistema de fuerzas transversales autoequilibradas equivalentes proporcionales a las cargas verticales aplicadas, estimadas como sigue:

$$H_{td} = \phi \cdot N_{Ed}$$

según un análisis en primer orden se obtienen las siguientes fuerzas (figura 3.9):

$$N_{Ed I} = 380 \text{ kN}$$

$$N_{Ed II} = 420 \text{ kN}$$

por consiguiente, las fuerzas equivalentes toman los valores:

$$H_{td I} = 4,33 \cdot 10^{-3} \cdot 380 = 1,64 \text{ kN}$$

$$H_{td II} = 4,33 \cdot 10^{-3} \cdot 420 = 1,82 \text{ kN}$$

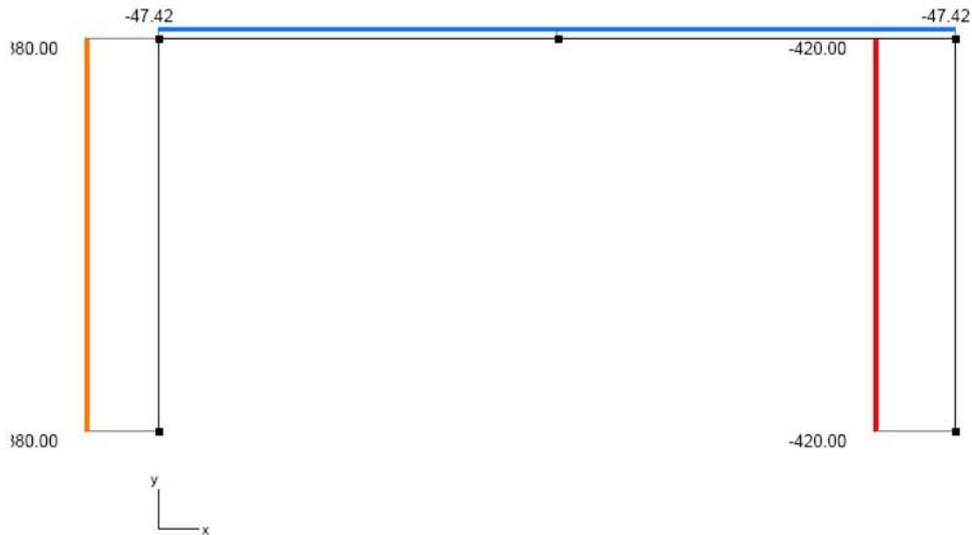


Figura 3.9.- Esfuerzos axiales (kN) para la combinación de cargas inicial.

aplicando las fuerzas adicionales para las imperfecciones laterales globales, se obtiene la siguiente combinación de acciones:

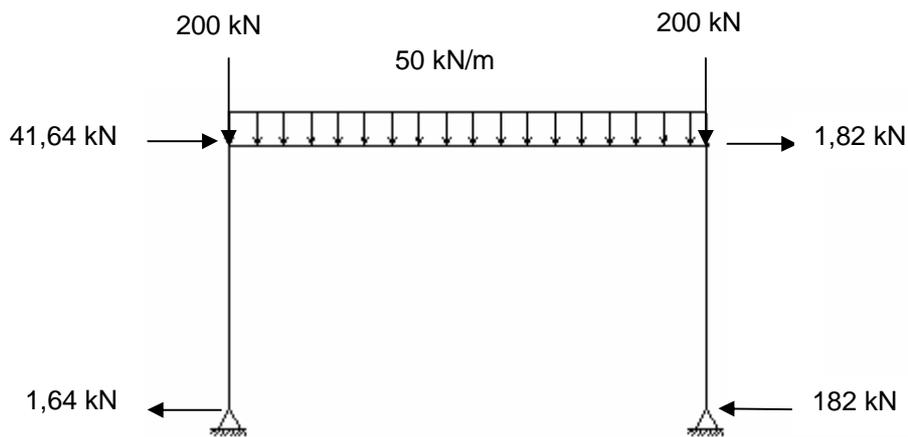


Figura 3.10.- Pórtico biarticulado con fuerzas adicionales debidas a los efectos iniciales de verticalidad de los elementos comprimidos.

Con el nuevo sistema de cargas (figura 3.10), se realiza un análisis en primer orden, con el programa PowerFrame, obteniéndose la fuerza de cálculo horizontal y vertical en la base del pórtico y el desplazamiento horizontal relativo entre el extremo inferior y superior de los pilares (ver figura 3.9, 3.10 y 3.11 respectivamente):

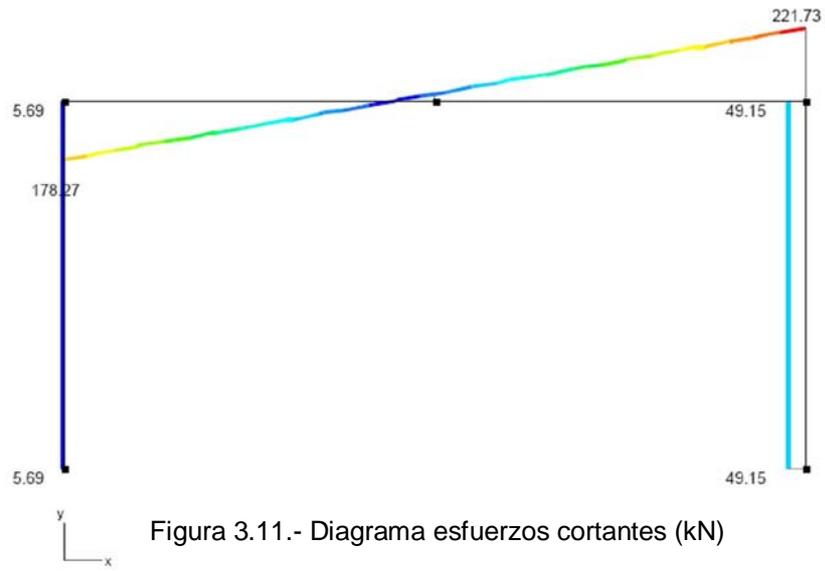


Figura 3.11.- Diagrama esfuerzos cortantes (kN)

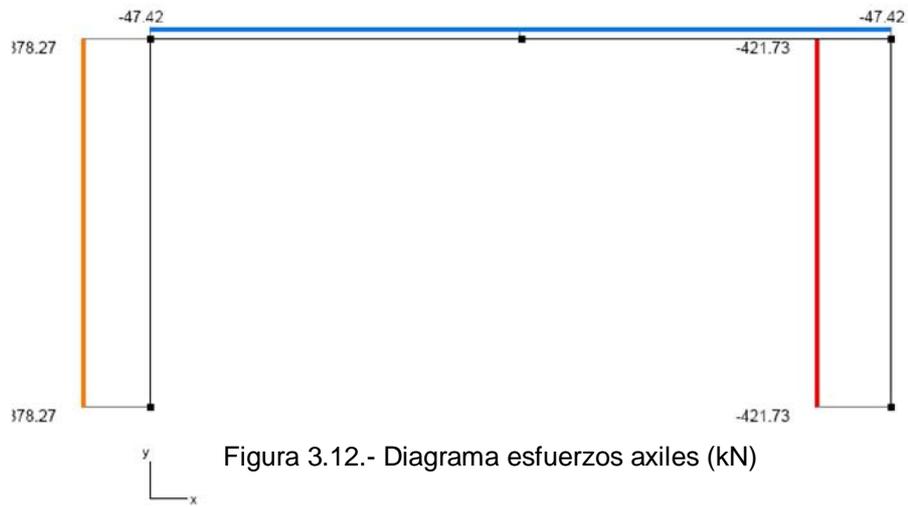


Figura 3.12.- Diagrama esfuerzos axiales (kN)

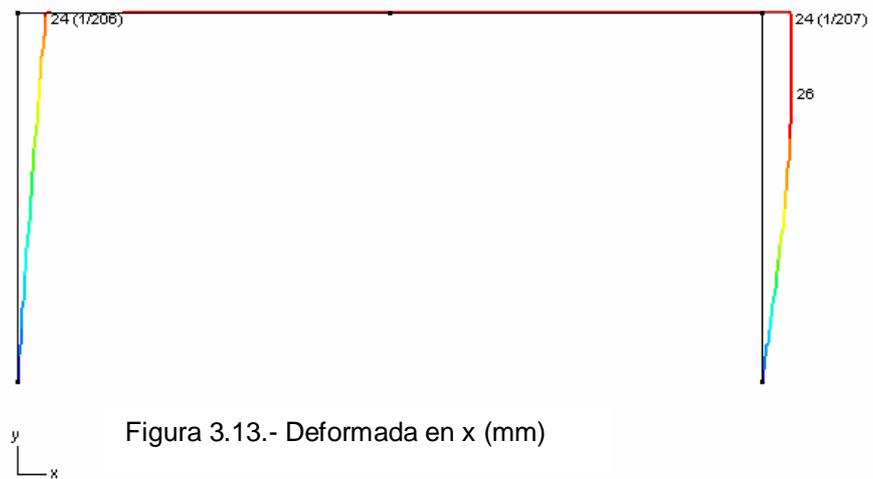


Figura 3.13.- Deformada en x (mm)

Los valores de cálculo de la fuerza horizontal y vertical total, es:

$$F_{V,Ed} = 378,27 + 421,73 = 800 \text{ kN}$$

$$F_{H,Ed} = 49,14 - 5,69 = 43,46 \text{ kN}$$

Para las cargas consideradas, el desplazamiento horizontal relativo es:

$$\delta_{H,Ed} = 24 \text{ mm}$$

sustituyendo los valores, finalmente se tiene:

$$\alpha_{cr} = \left( \frac{F_{H,Ed}}{F_{V,Ed}} \right) \times \left( \frac{h_p}{\delta_{H,Ed}} \right) = \left( \frac{43,46 \text{ kN}}{800 \text{ kN}} \right) \times \left( \frac{4000 \text{ mm}}{24 \text{ mm}} \right) = 8,98 \leq 10$$

Luego, la estructura puede considerarse traslacional y deberán considerarse los efectos de segundo orden, tal como las imperfecciones geométricas equivalentes.

### 3.3.3.- Consideración fuerzas transversales equivalentes a las imperfecciones.

Sea una estructura que pueda considerarse traslacional, tal como el pórtico estudiado en el apartado anterior (figura 3.8). El análisis global puede realizarse mediante un análisis global que incluya la totalidad de los efectos de las imperfecciones geométricas equivalentes; es decir, las imperfecciones laterales globales equivalentes y las imperfecciones por curvaturas iniciales equivalentes de los elementos comprimidos aislados.

A continuación, se muestra a modo de ejemplo la consideración de dichas imperfecciones en el análisis global del pórtico en cuestión.

#### 3.3.3.1.- Imperfecciones laterales globales equivalentes.

En el apartado anterior, se ha podido ver la consideración de las imperfecciones laterales globales, asimiladas a un sistema de fuerzas transversales equivalentes, puesto que se suponía que el programa por el cual se modelaba el pórtico no disponía de la aplicación para incluir dichas imperfecciones en el análisis global.

No obstante, para este ejemplo se muestra como pueden incluirse las imperfecciones laterales globales para el tipo de análisis global considerado (figura 3.14), mediante un programa comercial tal como PowerFrame.

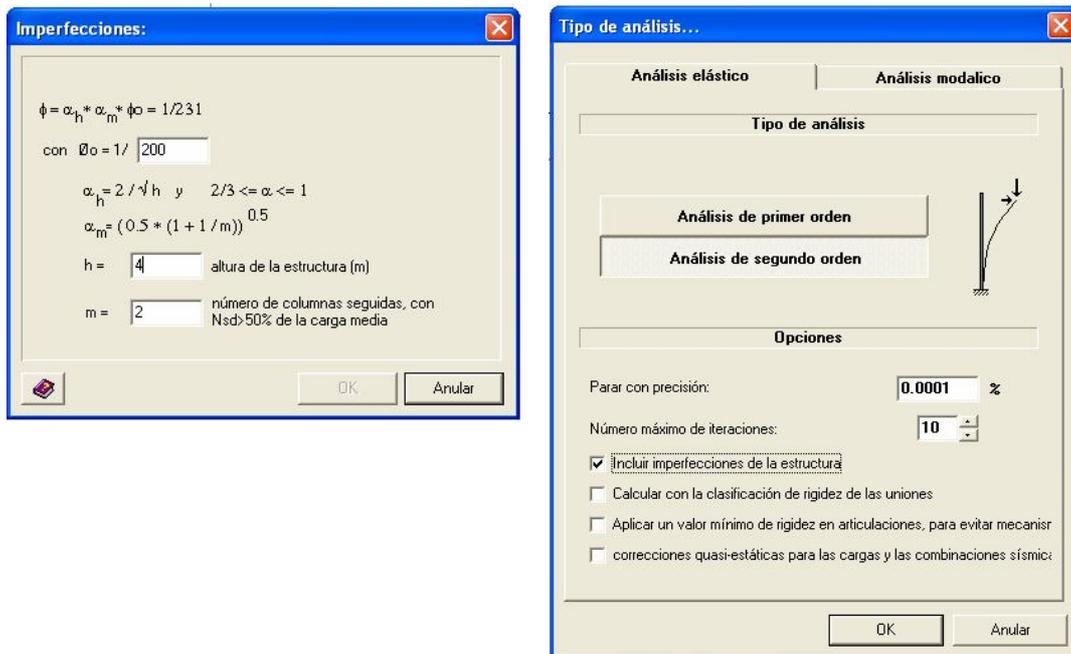


Figura 3.14.- Consideración de las imperfecciones laterales globales con PowerFrame

De este modo, el análisis ya considera las imperfecciones laterales globales, sin tener la necesidad de plantear un sistema de fuerzas transversales equivalentes a dichas imperfecciones tal como se ha realizado en el apartado anterior.

### 3.3.3.2.- Curvaturas iniciales equivalentes en los elementos comprimidos.

Para incluir las curvaturas iniciales equivalentes de los elementos comprimidos, no se conoce de ninguna aplicación con la herramienta PowerFrame. En consecuencia, pueden asimilarse los efectos de dichas curvaturas a unas fuerzas adicionales transversales autoequilibradas equivalentes, estimadas como sigue:

$$q_{td} = \frac{8 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L^2}$$

$$H_{td} = \frac{4 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L}$$

siendo  $L$  y  $N_{Ed}$  la longitud y el valor de cálculo del esfuerzo de compresión, respectivamente, en el elemento.

Los pilares comprimidos corresponden a perfiles HEB240, según establece EAE[35.1.2] corresponde a la curva de pandeo  $b$ , luego la flecha máxima a considerar para los elementos comprimidos afectados, es tal que:  $e_0 = L/250$

por consiguiente:

$$q_{tdl} = \frac{8 \cdot N_{Edl} \cdot e_0}{L^2} = \frac{8 \cdot 380 \cdot 1}{250 \cdot 4} = 3,0 \text{ kN/m}$$

$$H_{tdI} = \frac{4 \cdot N_{EdI} \cdot e_o}{L} = \frac{4 \cdot 380 \cdot 1}{250} = 6,0 \text{ kN}$$

$$q_{tdII} = \frac{8 \cdot N_{EdII} \cdot e_o}{L^2} = \frac{8 \cdot 420 \cdot 1}{250 \cdot 4} = 3,4 \text{ kN/m}$$

$$H_{tdII} = \frac{4 \cdot N_{EdII} \cdot e_o}{L} = \frac{4 \cdot 420 \cdot 1}{250} = 6,8 \text{ kN}$$

asimilando dichas cargas a un sistema de fuerzas transversales autoequilibradas equivalentes, se obtiene el siguiente estado de cargas:

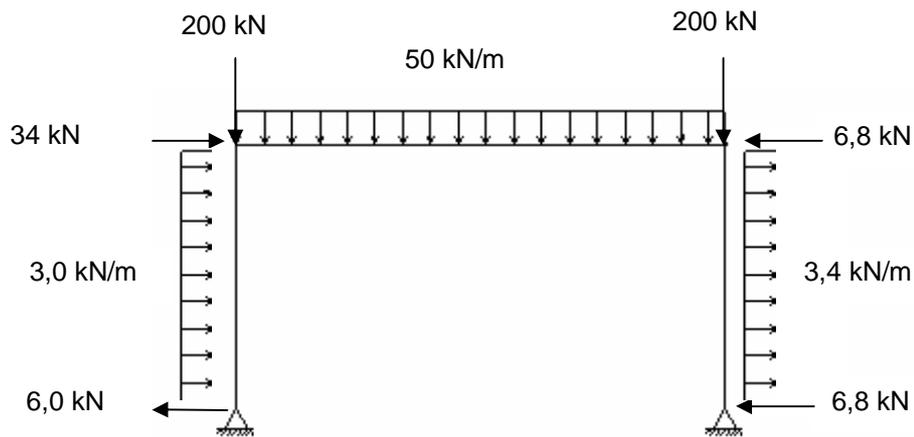


Figura 3.15.- Pórtico biarticulado con sistema de fuerzas horizontales equivalentes adicionales por curvaturas iniciales en los elementos.

A partir de este nuevo sistema de cargas, se puede realizar un análisis en segundo orden incluyendo además las imperfecciones globales laterales (Fig. 3.14).

Dicho análisis consideraría la totalidad de los efectos de las imperfecciones geométricas, en consecuencia no es preciso ninguna verificación adicional a la comprobación resistente.



#### 4.- ESTUDIO DE LOS MÉTODOS DE ANÁLISIS GLOBAL PARA PÓRTICOS TRASLACIONALES.

Uno de los objetivos planteados en la presente tesina, es realizar un amplio estudio de las metodologías de análisis global de pórticos de acero propuestas en la Instrucción EAE. Principalmente, para pórticos traslacionales, para los cuales deben considerarse los efectos de segundo orden y las imperfecciones geométricas equivalentes.

En el apartado 3.1 de este estudio, se observa que la Instrucción EAE establece la posibilidad de abordar la consideración de dichos efectos mediante análisis directos de segundo orden y para ciertos casos básicos, puede resultar suficiente la verificación de inestabilidad según teoría de primer orden.

La aplicación de un método u otro, puede facilitar al usuario el análisis global, ya sea por la herramienta de cálculo necesaria para realizar los cálculos como para las verificaciones que deben comprobarse para cada uno de ellos.

En el presente apartado, se quiere comprobar la aplicación del método simplificado según teoría de primer orden y ver para que ciertos casos básicos es aplicable.

Para ello se parte de un planteamiento real en edificación, teniendo en cuenta los criterios establecidos del Documento Básico - Seguridad Estructural - Acciones en la edificación del Código Técnico de la Edificación.

##### 4.1.- PLANTEAMIENTO DE UNA ESTRUCTURA REAL EN EDIFICACIÓN.

Con el fin de aplicar el estudio a pórticos o elementos con diferentes longitudes y condiciones de contorno, se considera un amplio rango de casos para el estudio de diferentes pórticos de edificación, variando la luz de vanos, número y alturas de las plantas y tipos de apoyo.

Se toma como base de partida un pórtico de tres vanos y variando el número de plantas entre 10, 5 y 3.

Las dimensiones de cada vano tomaran diferentes valores, tales como:

- Luz de los vanos: 7m y 10 m.
- Altura pilares: 3,5m, 7m y 10m.
- Distancia entre pórticos constante: 3,5m.

Las secciones utilizadas para el dimensionamiento para soportes y dinteles serán:

- Perfil de la serie IPE, en los dinteles.
- Perfil de la serie HEB, en los pilares.

Se asume que las uniones son:

- Rígidas en la unión de vigas con pilares.
- Rígidas o articuladas en la base de los pilares, se analizará ambos casos.

El acero utilizado en toda la estructura de los pórticos será del tipo S235, con límite elástico  $f_y = 235 \text{ N/mm}^2$ .

En la siguiente figura, se puede ver el pórtico que se toma como base de partida para modelar el análisis global.

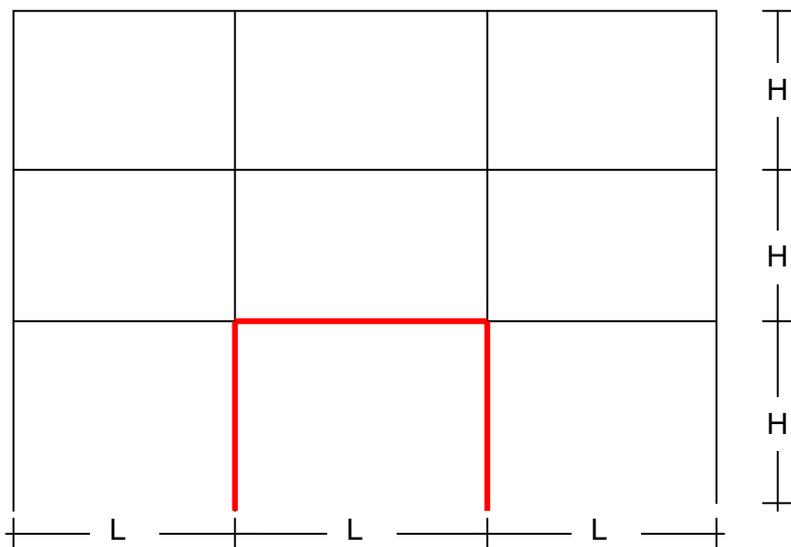


Figura 4.1.- Geometría de los pórticos de estudio

Para el estudio de dichos pórticos, se analizará el vano más solicitado, que en todos los casos, coincide con el vano central de la planta baja (marcado en rojo), quedando una estructura simplificada, con un determinado sistema de cargas, tal como sigue:

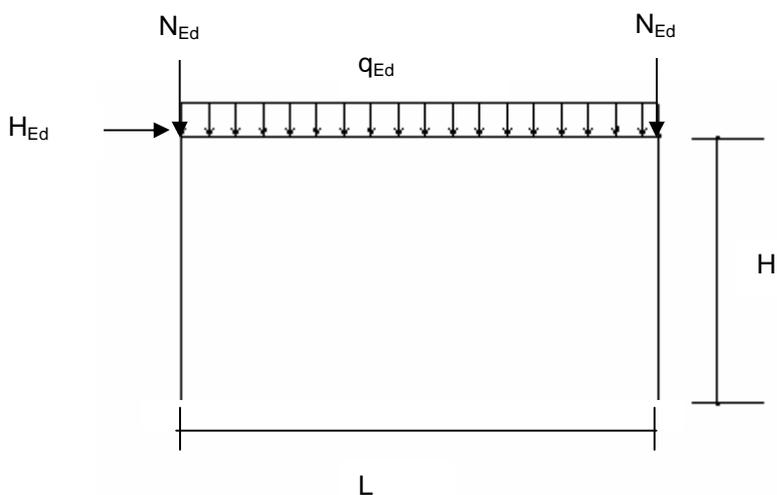


Figura 4.2.- Modelo simplificado de los pórticos de estudio

Para la combinación de acciones, se consideran la hipótesis de cargas para un edificio de oficinas con zonas de acceso al público según [DBSE-AE], las acciones que se tendrán en cuenta en los cálculos son:

- Acciones permanentes:  
Peso propio (forjado más soladas)  $g = 2 \text{ kN/m}^2$
- Acciones variables:  
Sobrecarga de uso  $s = 3 \text{ kN/m}^2$   
Viento  $v = 2,8 \text{ kN/m}$

- Factores de seguridad:  
Cargas permanentes  $\gamma_G = 1,35$   
Cargas variables  $\gamma_s = 1,5$
- Coeficiente de reducción de sobrecarga: 0,9 (< 25m<sup>2</sup> superficie tributaria)  
0,8 (> 25m<sup>2</sup> superficie tributaria)

La combinación de acciones utilizada para la obtención de la carga máxima en estado límite último, es única.

A continuación, se muestran todos los sistemas de acciones del ELU, para cada pórtico según la geometría que le corresponda.

En primer lugar, se considera que la estructura tiene 10 plantas de altura, para este caso los valores obtenidos son los siguientes:

**Caso 1 ( $n_p = 10$ ):**

- Caso 1a (L = 7 m ; H = 3,5 m)
 
$$N_{Ed} = [\gamma_G \cdot G + \gamma_s \cdot S] \cdot n_p^0 = [1,35 \cdot (2 \cdot (3,5 \cdot 7)) + 1,5 \cdot (3 \cdot 0,9 \cdot (3,5 \cdot 7))] \cdot 10 = 1653,7 \text{ kN}$$

$$H_{Ed} = w \cdot n_p^0 \cdot H = (\gamma_s \cdot \psi_0 \cdot v) \cdot 10 \cdot 3,5 = (1,5 \cdot 0,6 \cdot 2,8) \cdot 10 \cdot 3,5 = 88,2 \text{ kN}$$

$$q_{Ed} = (\gamma_G \cdot G \cdot 3,5) + (\gamma_s \cdot S \cdot 0,9) = (1,35 \cdot 2 \cdot 3,5) + (1,5 \cdot 3 \cdot 0,9) = 23,6 \text{ kN/m}$$
- Caso 1b (L = 7 m ; H = 7 m)
 
$$N_{Ed} = [\gamma_G \cdot G + \gamma_s \cdot S] \cdot n_p^0 = [1,35 \cdot (2 \cdot (3,5 \cdot 7)) + 1,5 \cdot (3 \cdot 0,9 \cdot (3,5 \cdot 7))] \cdot 10 = 1653,7 \text{ kN}$$

$$H_{Ed} = w \cdot n_p^0 \cdot H = (\gamma_s \cdot \psi_0 \cdot v) \cdot 10 \cdot 7 = (1,5 \cdot 0,6 \cdot 2,8) \cdot 10 \cdot 7 = 176,4 \text{ kN}$$

$$q_{Ed} = (\gamma_G \cdot G \cdot 3,5) + (\gamma_s \cdot S \cdot 0,9) = (1,35 \cdot 2 \cdot 3,5) + (1,5 \cdot 3 \cdot 0,9) = 23,6 \text{ kN/m}$$
- Caso 1c (L = 7m ; H = 10 m)
 
$$N_{Ed} = [\gamma_G \cdot G + \gamma_s \cdot S] \cdot n_p^0 = [1,35 \cdot (2 \cdot (3,5 \cdot 7)) + 1,5 \cdot (3 \cdot 0,9 \cdot (3,5 \cdot 7))] \cdot 10 = 1653,7 \text{ kN}$$

$$H_{Ed} = w \cdot n_p^0 \cdot H = (\gamma_s \cdot \psi_0 \cdot v) \cdot 10 \cdot 10 = (1,5 \cdot 0,6 \cdot 2,8) \cdot 10 \cdot 10 = 252 \text{ kN}$$

$$q_{Ed} = (\gamma_G \cdot G \cdot 3,5) + (\gamma_s \cdot S \cdot 0,9) = (1,35 \cdot 2 \cdot 3,5) + (1,5 \cdot 3 \cdot 0,9) = 23,6 \text{ kN/m}$$
- Caso 1d (L = 10m ; H = 3,5m)
 
$$N_{Ed} = [\gamma_G \cdot G + \gamma_s \cdot S] \cdot n_p^0 = [1,35 \cdot (2 \cdot (3,5 \cdot 10)) + 1,5 \cdot (3 \cdot 0,8 \cdot (3,5 \cdot 10))] \cdot 10 = 2205 \text{ kN}$$

$$H_{Ed} = w \cdot n_p^0 \cdot H = (\gamma_s \cdot \psi_0 \cdot v) \cdot 10 \cdot 3,5 = (1,5 \cdot 0,6 \cdot 2,8) \cdot 10 \cdot 3,5 = 88,2 \text{ kN}$$

$$q_{Ed} = (\gamma_G \cdot G \cdot 3,5) + (\gamma_s \cdot S \cdot 0,8) = (1,35 \cdot 2 \cdot 3,5) + (1,5 \cdot 3 \cdot 0,9) = 22,05 \text{ kN/m}$$
- Caso 1e (L = 10 m ; H = 7 m)
 
$$N_{Ed} = [\gamma_G \cdot G + \gamma_s \cdot S] \cdot n_p^0 = [1,35 \cdot (2 \cdot (3,5 \cdot 10)) + 1,5 \cdot (3 \cdot 0,8 \cdot (3,5 \cdot 10))] \cdot 10 = 2205 \text{ kN}$$

$$H_{Ed} = w \cdot n_p^0 \cdot H = (\gamma_s \cdot \psi_0 \cdot v) \cdot 10 \cdot 7 = (1,5 \cdot 0,6 \cdot 2,8) \cdot 10 \cdot 7 = 176,4 \text{ kN}$$

$$q_{Ed} = (\gamma_G \cdot G \cdot 3,5) + (\gamma_s \cdot S \cdot 0,8) = (1,35 \cdot 2 \cdot 3,5) + (1,5 \cdot 3 \cdot 0,9) = 22,05 \text{ kN/m}$$
- Caso 1f (L = 10 m ; H = 10 m)
 
$$N_{Ed} = [\gamma_G \cdot G + \gamma_s \cdot S] \cdot n_p^0 = [1,35 \cdot (2 \cdot (3,5 \cdot 10)) + 1,5 \cdot (3 \cdot 0,8 \cdot (3,5 \cdot 10))] \cdot 10 = 2205 \text{ kN}$$

$$H_{Ed} = w \cdot n_p^0 \cdot H = (\gamma_s \cdot \psi_0 \cdot v) \cdot 10 \cdot 10 = (1,5 \cdot 0,6 \cdot 2,8) \cdot 10 \cdot 10 = 252 \text{ kN}$$

$$q_{Ed} = (\gamma_G \cdot G \cdot 3,5) + (\gamma_s \cdot S \cdot 0,8) = (1,35 \cdot 2 \cdot 3,5) + (1,5 \cdot 3 \cdot 0,9) = 22,05 \text{ kN/m}$$

A continuación se muestran, las combinaciones de cargas para cada uno de los pórticos simplificados que se obtienen, si se considera una estructura de cinco plantas de altura.

**Caso 2 ( $n_p = 5$ ):**

- Caso 2a (L = 7 m ; H = 3,5 m)

$$N_{Ed} = [\gamma_G \cdot G + \gamma_s \cdot S] \cdot n_p^0 = [1,35 \cdot (2 \cdot (3,5 \cdot 7)) + 1,5 \cdot (3 \cdot 0,9 \cdot (3,5 \cdot 7))] \cdot 5 = 827 \text{ kN}$$

$$H_{Ed} = w \cdot n_p^0 \cdot H = (\gamma_s \cdot \psi_0 \cdot v) \cdot 5 \cdot 3,5 = (1,5 \cdot 0,6 \cdot 2,8) \cdot 5 \cdot 3,5 = 44,1 \text{ kN}$$

$$q_{Ed} = (\gamma_G \cdot G \cdot 3,5) + (\gamma_s \cdot S \cdot 0,9) = (1,35 \cdot 2 \cdot 3,5) + (1,5 \cdot 3 \cdot 0,9) = 23,6 \text{ kN/m}$$

- Caso 2b (L = 7 m ; H = 7 m)

$$N_{Ed} = [\gamma_G \cdot G + \gamma_s \cdot S] \cdot n_p^0 = [1,35 \cdot (2 \cdot (3,5 \cdot 7)) + 1,5 \cdot (3 \cdot 0,9 \cdot (3,5 \cdot 7))] \cdot 5 = 827 \text{ kN}$$

$$H_{Ed} = w \cdot n_p^0 \cdot H = (\gamma_s \cdot \psi_0 \cdot v) \cdot 5 \cdot 7 = (1,5 \cdot 0,6 \cdot 2,8) \cdot 5 \cdot 7 = 88,2 \text{ kN}$$

$$q_{Ed} = (\gamma_G \cdot G \cdot 3,5) + (\gamma_s \cdot S \cdot 0,9) = (1,35 \cdot 2 \cdot 3,5) + (1,5 \cdot 3 \cdot 0,9) = 23,6 \text{ kN/m}$$

- Caso 2c (L = 7m ; H = 10 m)

$$N_{Ed} = [\gamma_G \cdot G + \gamma_s \cdot S] \cdot n_p^0 = [1,35 \cdot (2 \cdot (3,5 \cdot 7)) + 1,5 \cdot (3 \cdot 0,9 \cdot (3,5 \cdot 7))] \cdot 5 = 827 \text{ kN}$$

$$H_{Ed} = w \cdot n_p^0 \cdot H = (\gamma_s \cdot \psi_0 \cdot v) \cdot 10 \cdot 10 = (1,5 \cdot 0,6 \cdot 2,8) \cdot 10 \cdot 10 = 126 \text{ kN}$$

$$q_{Ed} = (\gamma_G \cdot G \cdot 3,5) + (\gamma_s \cdot S \cdot 0,9) = (1,35 \cdot 2 \cdot 3,5) + (1,5 \cdot 3 \cdot 0,9) = 23,6 \text{ kN/m}$$

- Caso 2d (L = 10m ; H = 3,5m)

$$N_{Ed} = [\gamma_G \cdot G + \gamma_s \cdot S] \cdot n_p^0 = [1,35 \cdot (2 \cdot (3,5 \cdot 10)) + 1,5 \cdot (3 \cdot 0,8 \cdot (3,5 \cdot 10))] \cdot 5 = 1102 \text{ kN}$$

$$H_{Ed} = w \cdot n_p^0 \cdot H = (\gamma_s \cdot \psi_0 \cdot v) \cdot 10 \cdot 3,5 = (1,5 \cdot 0,6 \cdot 2,8) \cdot 5 \cdot 3,5 = 44,1 \text{ kN}$$

$$q_{Ed} = (\gamma_G \cdot G \cdot 3,5) + (\gamma_s \cdot S \cdot 0,8) = (1,35 \cdot 2 \cdot 3,5) + (1,5 \cdot 3 \cdot 0,9) = 22,05 \text{ kN/m}$$

- Caso 2e (L = 10 m ; H = 7 m)

$$N_{Ed} = [\gamma_G \cdot G + \gamma_s \cdot S] \cdot n_p^0 = [1,35 \cdot (2 \cdot (3,5 \cdot 10)) + 1,5 \cdot (3 \cdot 0,8 \cdot (3,5 \cdot 10))] \cdot 5 = 1102 \text{ kN}$$

$$H_{Ed} = w \cdot n_p^0 \cdot H = (\gamma_s \cdot \psi_0 \cdot v) \cdot 10 \cdot 7 = (1,5 \cdot 0,6 \cdot 2,8) \cdot 5 \cdot 7 = 88,2 \text{ kN}$$

$$q_{Ed} = (\gamma_G \cdot G \cdot 3,5) + (\gamma_s \cdot S \cdot 0,8) = (1,35 \cdot 2 \cdot 3,5) + (1,5 \cdot 3 \cdot 0,9) = 22,05 \text{ kN/m}$$

- Caso 2f (L = 10 m ; H = 10 m)

$$N_{Ed} = [\gamma_G \cdot G + \gamma_s \cdot S] \cdot n_p^0 = [1,35 \cdot (2 \cdot (3,5 \cdot 10)) + 1,5 \cdot (3 \cdot 0,8 \cdot (3,5 \cdot 10))] \cdot 5 = 1102 \text{ kN}$$

$$H_{Ed} = w \cdot n_p^0 \cdot H = (\gamma_s \cdot \psi_0 \cdot v) \cdot 10 \cdot 10 = (1,5 \cdot 0,6 \cdot 2,8) \cdot 5 \cdot 10 = 252 \text{ kN}$$

$$q_{Ed} = (\gamma_G \cdot G \cdot 3,5) + (\gamma_s \cdot S \cdot 0,8) = (1,35 \cdot 2 \cdot 3,5) + (1,5 \cdot 3 \cdot 0,9) = 22,05 \text{ kN/m}$$

Por último, se muestran los casos de pórticos cuando se toman tres plantas de altura, obteniéndose los siguientes valores:

**Caso 3 ( $n_p = 3$ ):**

- Caso 3a (L = 7 m ; H = 3,5 m)

$$N_{Ed} = [\gamma_G \cdot G + \gamma_s \cdot S] \cdot n_p^0 = [1,35 \cdot (2 \cdot (3,5 \cdot 7)) + 1,5 \cdot (3 \cdot 0,9 \cdot (3,5 \cdot 7))] \cdot 3 = 413,5 \text{ kN}$$

$$H_{Ed} = w \cdot n_p^0 \cdot H = (\gamma_s \cdot \psi_0 \cdot v) \cdot 5 \cdot 3,5 = (1,5 \cdot 0,6 \cdot 2,8) \cdot 5 \cdot 3,5 = 22 \text{ kN}$$

$$q_{Ed} = (\gamma_G \cdot G \cdot 3,5) + (\gamma_s \cdot S \cdot 0,9) = (1,35 \cdot 2 \cdot 3,5) + (1,5 \cdot 3 \cdot 0,9) = 23,6 \text{ kN/m}$$

- Caso 3b (L = 7 m ; H = 7 m)

$$N_{Ed} = [\gamma_G \cdot G + \gamma_s \cdot S] \cdot n_p^0 = [1,35 \cdot (2 \cdot (3,5 \cdot 7)) + 1,5 \cdot (3 \cdot 0,9 \cdot (3,5 \cdot 7))] \cdot 3 = 413,5 \text{ kN}$$

$$H_{Ed} = w \cdot n_p^0 \cdot H = (\gamma_s \cdot \psi_0 \cdot v) \cdot 5 \cdot 7 = (1,5 \cdot 0,6 \cdot 2,8) \cdot 5 \cdot 7 = 44,1 \text{ kN}$$

$$q_{Ed} = (\gamma_G \cdot G \cdot 3,5) + (\gamma_s \cdot S \cdot 0,9) = (1,35 \cdot 2 \cdot 3,5) + (1,5 \cdot 3 \cdot 0,9) = 23,6 \text{ kN/m}$$

- Caso 3c (L = 7m ; H = 10 m)

$$N_{Ed} = [\gamma_G \cdot G + \gamma_s \cdot S] \cdot n_p^0 = [1,35 \cdot (2 \cdot (3,5 \cdot 7)) + 1,5 \cdot (3 \cdot 0,9 \cdot (3,5 \cdot 7))] \cdot 3 = 413,5 \text{ kN}$$

$$H_{Ed} = w \cdot n_p^0 \cdot H = (\gamma_s \cdot \psi_0 \cdot v) \cdot 10 \cdot 10 = (1,5 \cdot 0,6 \cdot 2,8) \cdot 10 \cdot 10 = 63 \text{ kN}$$

$$q_{Ed} = (\gamma_G \cdot G \cdot 3,5) + (\gamma_s \cdot S \cdot 0,9) = (1,35 \cdot 2 \cdot 3,5) + (1,5 \cdot 3 \cdot 0,9) = 23,6 \text{ kN/m}$$

- Caso 3d (L = 10m ; H = 3,5m)

$$N_{Ed} = [\gamma_G \cdot G + \gamma_s \cdot S] \cdot n_p^0 = [1,35 \cdot (2 \cdot (3,5 \cdot 10)) + 1,5 \cdot (3 \cdot 0,8 \cdot (3,5 \cdot 10))] \cdot 3 = 551,25 \text{ kN}$$

$$H_{Ed} = w \cdot n_p^0 \cdot H = (\gamma_s \cdot \psi_0 \cdot v) \cdot 10 \cdot 3,5 = (1,5 \cdot 0,6 \cdot 2,8) \cdot 5 \cdot 3,5 = 22 \text{ kN}$$

$$q_{Ed} = (\gamma_G \cdot G \cdot 3,5) + (\gamma_s \cdot S \cdot 0,8) = (1,35 \cdot 2 \cdot 3,5) + (1,5 \cdot 3 \cdot 0,9) = 22,05 \text{ kN/m}$$

- Caso 3e (L = 10 m ; H = 7 m)

$$N_{Ed} = [\gamma_G \cdot G + \gamma_s \cdot S] \cdot n_p^0 = [1,35 \cdot (2 \cdot (3,5 \cdot 10)) + 1,5 \cdot (3 \cdot 0,8 \cdot (3,5 \cdot 10))] \cdot 3 = 551,25 \text{ kN}$$

$$H_{Ed} = w \cdot n_p^0 \cdot H = (\gamma_s \cdot \psi_0 \cdot v) \cdot 10 \cdot 7 = (1,5 \cdot 0,6 \cdot 2,8) \cdot 5 \cdot 7 = 44,1 \text{ kN}$$

$$q_{Ed} = (\gamma_G \cdot G \cdot 3,5) + (\gamma_s \cdot S \cdot 0,8) = (1,35 \cdot 2 \cdot 3,5) + (1,5 \cdot 3 \cdot 0,9) = 22,05 \text{ kN/m}$$

- Caso 3f (L = 10 m ; H = 10 m)

$$N_{Ed} = [\gamma_G \cdot G + \gamma_s \cdot S] \cdot n_p^0 = [1,35 \cdot (2 \cdot (3,5 \cdot 10)) + 1,5 \cdot (3 \cdot 0,8 \cdot (3,5 \cdot 10))] \cdot 3 = 551,25 \text{ kN}$$

$$H_{Ed} = w \cdot n_p^0 \cdot H = (\gamma_s \cdot \psi_0 \cdot v) \cdot 10 \cdot 10 = (1,5 \cdot 0,6 \cdot 2,8) \cdot 5 \cdot 10 = 63 \text{ kN}$$

$$q_{Ed} = (\gamma_G \cdot G \cdot 3,5) + (\gamma_s \cdot S \cdot 0,8) = (1,35 \cdot 2 \cdot 3,5) + (1,5 \cdot 3 \cdot 0,9) = 22,05 \text{ kN/m}$$

En total se obtienen 18 pórticos distintos, que si además se consideran las condiciones de apoyo empotrado y articulado, resultan finalmente un total de 36 pórticos.

Cada uno de dichos pórticos ha sido modelado utilizando el programa PowerFrame, para poder realizar un predimensionamiento de los dinteles y pilares de forma sencilla, y luego hacer las verificaciones según corresponda.

#### 4.2.- PREDIMENSIONAMIENTO Y CLASIFICACIÓN DE INTRASLACIONALIDAD.

A partir de los casos obtenidos en el apartado anterior, se pretende analizar los distintos valores del coeficiente de intraslacionalidad, según EAE [23.2.1]. A partir del criterio de intraslacionalidad obtenido, se clasificarán los pórticos según sean traslacionales o intraslacionales.

En la presente tesina, se presta especial interés en los pórticos traslacionales; ya que existen varios métodos de análisis para la comprobación de su estabilidad lateral global, tal como puede verse en el apartado 3.1.2 del Capítulo 3.

En primer lugar es necesario hacer un predimensionamiento de los dinteles y los pilares para cada uno de los casos de estudio. Dicho predimensionamiento, se realiza a partir de un análisis en segundo orden considerando las imperfecciones laterales globales ( $\phi$ ).

Una vez dimensionado el pórtico se calcula el coeficiente de intraslacionalidad, según se establece en EAE [23.2.1].

El valor de cálculo de la fuerza horizontal y vertical,  $F_{H,Ed}$  y  $F_{V,Ed}$  respectivamente; y el desplazamiento horizontal relativo,  $\delta_{H,Ed}$ , se obtienen con el PowerFrame mediante un análisis en primer orden considerando las imperfecciones laterales globales.

En el Anexo II, pueden verse con detalle los cálculos realizados para la obtención de los resultados.

En las tablas que se muestran a continuación, se detalla para cada uno de los casos predimensionados el valor del coeficiente de intraslacionalidad,  $\alpha_{cr}$ .

En color verde, se indican los casos en los que  $\alpha_{cr} \geq 10$  y por consiguiente la estructura puede considerarse como traslacional, según EAE [23.2].

En rojo se indican los casos con  $\alpha_{cr} < 10$ , luego la estructura puede considerarse como intraslacional.

Tabla 4.1.- Predimensionamiento y coeficientes intraslacionalidad para edificio de 10 plantas.

Pórtico 1 ( $n_p = 10$ )				
	Empotrado		Articulado	
	Perfiles	$\alpha_{cr}$	Perfiles	$\alpha_{cr}$
Caso 1a L = 7 m ; H = 3,5 m	IPE 360 HEB 300	14,85	IPE 500 HEB 400	7,71
Caso 1b L = 7 m ; H = 7 m	IPE 500 HEB 450	10,37	*	--
Caso 1c L = 7 m ; H = 10 m	*	--	*	--
Caso 1d L = 10 m ; H = 3,5 m	IPE 500 HEB 400	23,32	IPE 600 HEB 450	8,16
Caso 1e L = 10 m ; H = 7 m	IPE 600 HEB 550	17,03	*	--
Caso 1f L = 10 m ; H = 10 m	*	--	*	--

(\*) perfiles de la serie IPE y HEB no existentes en el mercado para el predimensionamiento.

Tabla 4.2.- Predimensionamiento y coeficientes intraslacionalidad para edificio de 5 plantas.

Pórtico 2 ( $n_p = 5$ )				
	Empotrado		Articulado	
	Perfiles	$\alpha_{cr}$	Perfiles	$\alpha_{cr}$
Caso 2a L = 7 m ; H = 3,5 m	IPE 360 HEB 260	19,46	IPE 450 HEB 320	9,24
Caso 2b L = 7 m ; H = 7 m	IPE 450 HEB300	10,87	IPE 550 HEB 320	7,18
Caso 2c L = 7 m ; H = 10 m	IPE 550 HEB 450	16,04	*	--
Caso 2d L = 10 m ; H = 3,5 m	IPE 550 HEB 300	26,26	IPE 600 HEB 300	7,87
Caso 2e L = 10 m ; H = 7 m	IPE 550 HEB 340	11,55	*	--
Caso 2f L = 10 m ; H = 10 m	IPE 600 HEB 500	14,82	*	--

(\*) perfiles de la serie IPE y HEB no existentes en el mercado para el predimensionamiento.

Tabla 4.3.- Predimensionamiento y coeficientes intraslacionalidad para edificio de 3 plantas.

Pórtico 3 ( $n_p = 3$ )				
	Empotrado		Articulado	
	Perfiles	$\alpha_{cr}$	Perfiles	$\alpha_{cr}$
Caso 3a L = 7 m ; H = 3,5 m	IPE 300 HEB 200	15,46	IPE 360 HEB 220	5,45
Caso 3b L = 7 m ; H = 7 m	IPE 360 HEB240	8,9	IPE 450 HEB 300	4,73
Caso 3c L = 7 m ; H = 10 m	IPE 450 HEB 300	10,21	IPE 550 HEB 450	7,14
Caso 3e L = 10 m ; H = 3,5 m	IPE 450 HEB 240	24,42	IPE 450 HEB 260	6,97
Caso 3d L = 10 m ; H = 7 m	IPE 450 HEB 280	11,0	IPE 550 HEB 340	5,07
Caso 3f L = 10 m ; H = 10 m	IPE 500 HEB 320	9,01	*	--

(\*) perfiles de la serie IPE y HEB no existentes en el mercado para el predimensionamiento.

Como puede observarse en las tablas anteriores, para el edificio de diez plantas con base de los pilares articulada, solo es posible predimensionarlo si los pilares tienen una altura de 3,5m. Si superan dicha altura las cargas que soporta el vano central de la planta baja son muy elevadas, luego para que las vigas y los pilares puedan verificar a resistencia y inestabilidad se necesitan perfiles de la serie IPE y HEB no disponibles en el mercado.

Se aprecia también que en cualquier pórtico con la base de los pilares empotrados, en casi todas las combinaciones de acciones la estructura puede considerarse intraslacional, puesto que  $\alpha_{cr} \geq 10$ , menos para Caso 3b y Caso 3f (con  $\alpha_{cr}=8,9$  y  $\alpha_{cr}=9,01$  respectivamente).

Por consiguiente, el análisis global de todos los casos citados anteriormente, considerados intraslacionales, puede realizarse según la teoría de primer orden.

Se observa además, que el resto de casos con la base de los pilares apoyada pueden considerarse traslacionales puesto que  $\alpha_{cr} < 10$ .

La estructura con Caso 3b ( $\alpha_{cr}= 4,73$ ), es la que tiene el coeficiente de intraslacionalidad menor, siendo por tanto la más traslacional.

En estos últimos casos, la influencia de los efectos de segundo orden no puede considerarse despreciable.

#### 4.3.- ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD GLOBAL DE CASOS CONCRETOS.

Como ya se ha comentado anteriormente, en la presente tesina, se presta especial interés al análisis global de estructuras traslacionales. De los distintos métodos de análisis global que pueden abordarse para dichas estructuras, se estudian detalladamente tres de ellos, siendo:

- Análisis global que incluya la totalidad de los efectos de segundo orden, es decir, las imperfecciones laterales globales y las curvaturas iniciales equivalentes, definidas en el apartado 3.1.3 del presente estudio.
- Análisis global, que considere únicamente las imperfecciones laterales globales equivalentes.

- c) Análisis en primer orden, sin la consideración de las imperfecciones geométricas equivalentes, con la verificación de la inestabilidad, a partir de la longitud de pandeo del modo traslacional.

Por consiguiente, en este apartado, se pretende comparar dichos métodos de análisis, para algunos de los casos planteados anteriormente.

A continuación, se muestran las estructuras que se han tomado como referencia, de todos los casos traslacionales obtenidos, para el análisis global mediante los métodos de estudio.

Dichos casos son los siguientes:

- Caso 3b: el pórtico se define tal como se muestra a continuación.

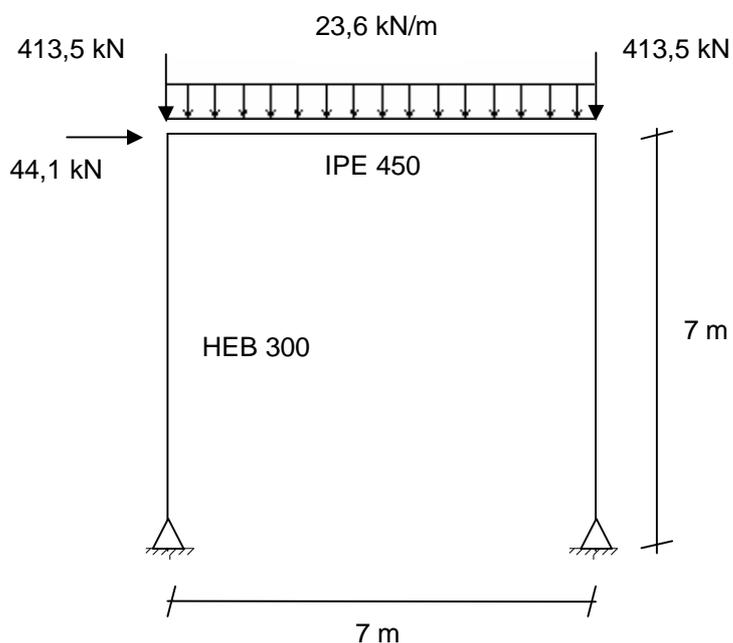


Figura 4.3.- Pórtico biapoyado – Caso 3b.

siendo

$$\alpha_{cr} = \left( \frac{47,3}{992,2} \right) \cdot \left( \frac{7000}{70,5} \right) = 4,73 < 10 \quad (\text{traslacional})$$

- Caso 3f: el pórtico se define tal como se muestra a continuación.

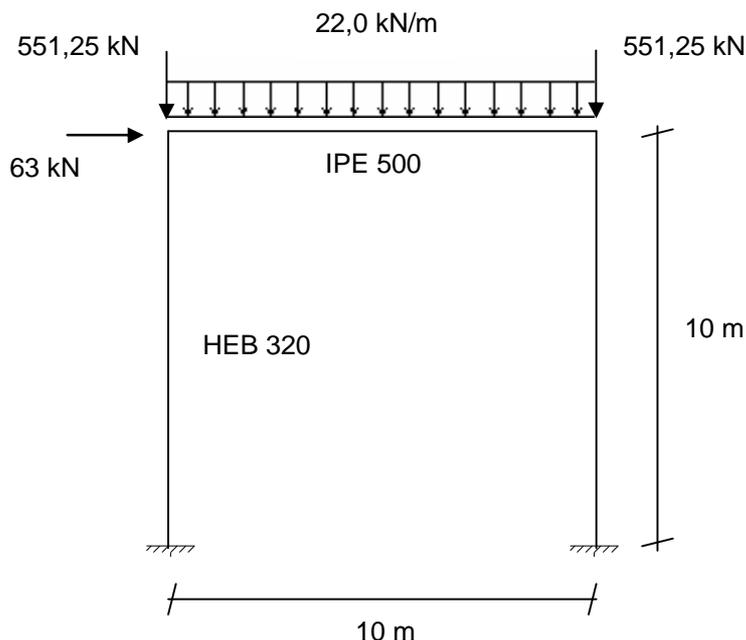


Figura 4.4.- Pórtico empotrado – Caso 3f.

siendo

$$\alpha_{cr} = \left( \frac{66,8}{1323} \right) \cdot \left( \frac{10000}{56} \right) = 9,01 < 10 \quad (\text{traslacional})$$

Tal como se ha comentado anteriormente, para cada caso se realizan los análisis siguientes:

- Análisis en segundo orden incluyendo las imperfecciones geométricas equivalentes ( $\phi$  y  $e_0$ ) en todos los elementos (Línea de flujo 5 del diagrama - 3.1.2).
- Análisis en segundo orden considerando únicamente las imperfecciones laterales globales equivalentes,  $\phi$ , con longitud de pandeo modo intraslacional. (Línea de flujo 3 del diagrama - 3.1.2)
- Análisis en primer orden sin imperfecciones, con longitud de pandeo modo traslacional. (Línea de flujo 2 del diagrama - 3.1.2)

#### 4.3.1.- Análisis global para el Caso 3b.

- Análisis en segundo orden incluyendo las imperfecciones geométricas equivalentes ( $\phi$  y  $e_0$ ) en todos los elementos.

Al ser un análisis global que incluye la totalidad de los efectos de segundo orden, deben calcularse las imperfecciones globales equivalentes.

Cuando a las imperfecciones laterales globales se refiere, el programa PowerFrame permite introducirlas mediante una ventana

En primer lugar, se calculan las imperfecciones laterales globales, siendo según EAE [22.3.1]:

$$\phi = k_h \cdot k_m \cdot \phi_0 = \frac{2}{\sqrt{h}} \cdot \sqrt{0,5 \cdot \left(1 + \frac{1}{m}\right)} \cdot \frac{1}{200} = \frac{2}{\sqrt{7}} \cdot \sqrt{0,5 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right)} \cdot \frac{1}{200} = 3,27 \cdot 10^{-3}$$

Con el programa PowerFrame solo es necesario introducir los parámetros  $h$  y  $m$ , para luego poder considerar dichas imperfecciones en el análisis global elástico (ver figura 3.14).

A continuación se calculan, las imperfecciones locales equivalentes,  $e_0$ , considerándolas como una curvatura inicial equivalentes, en los elementos comprimidos afectados.

Puesto que en el programa PowerFrame no existe ninguna aplicación para incluir dichas imperfecciones directamente en las iteraciones de cálculo; se asimilan dichas curvaturas iniciales a un sistema de fuerzas transversales autoequilibradas equivalentes, proporcionales a las cargas verticales aplicadas en la combinación de acciones correspondiente, estimadas como sigue para cada elemento tal que (ver figura 4.5):

$$H_{td\ 1-2} = \frac{4 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L} = \frac{4 \cdot 452 \cdot 1}{250} = 7,23 \text{ kN}$$

$$q_{td\ 1-2} = \frac{8 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L^2} = \frac{8 \cdot 452 \cdot 1}{250 \cdot 7} = 2,1 \text{ kN/m}$$

$$H_{td\ 4-5} = \frac{4 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L} = \frac{4 \cdot 540 \cdot 1}{250} = 8,64 \text{ kN}$$

$$q_{td\ 4-5} = \frac{8 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L^2} = \frac{8 \cdot 540 \cdot 1}{250 \cdot 7} = 2,47 \text{ kN/m}$$

Dichas fuerzas se aplicaran de tal modo que se consiga la combinación de acciones más desfavorable, tal como:

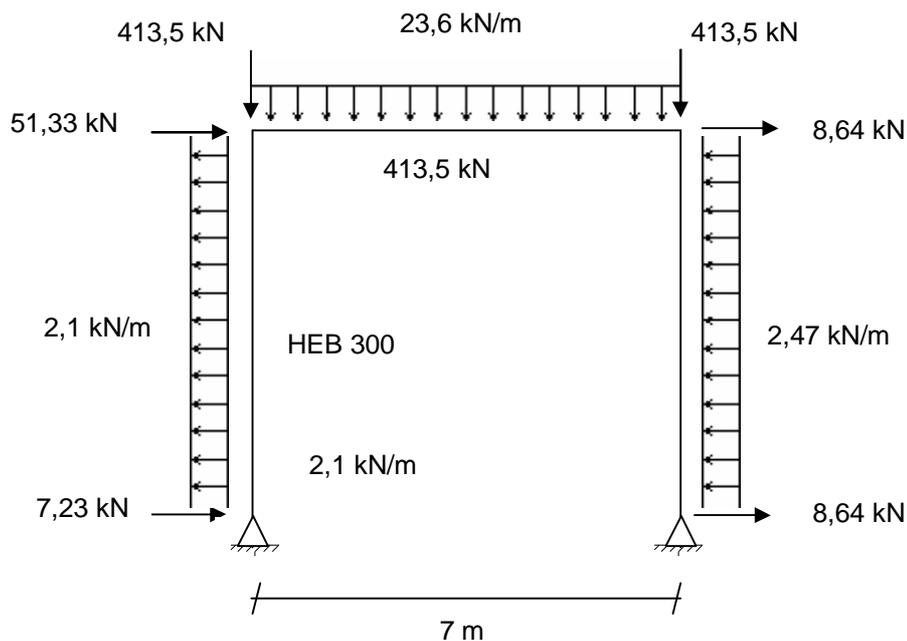


Figura 4.5.- Pórtico biarticulado – Caso 3b - con fuerzas horizontales equivalentes adicionales por curvaturas iniciales en los elementos.

El siguiente paso, es realizar un análisis en segundo orden con la comprobación resistente de las diferentes secciones, ya que la verificación de la estabilidad de los elementos comprimidos queda garantizada a través del análisis global en segundo orden.

Los esfuerzos obtenidos, para el análisis en segundo orden considerando la totalidad de las imperfecciones geométricas, son los siguientes:

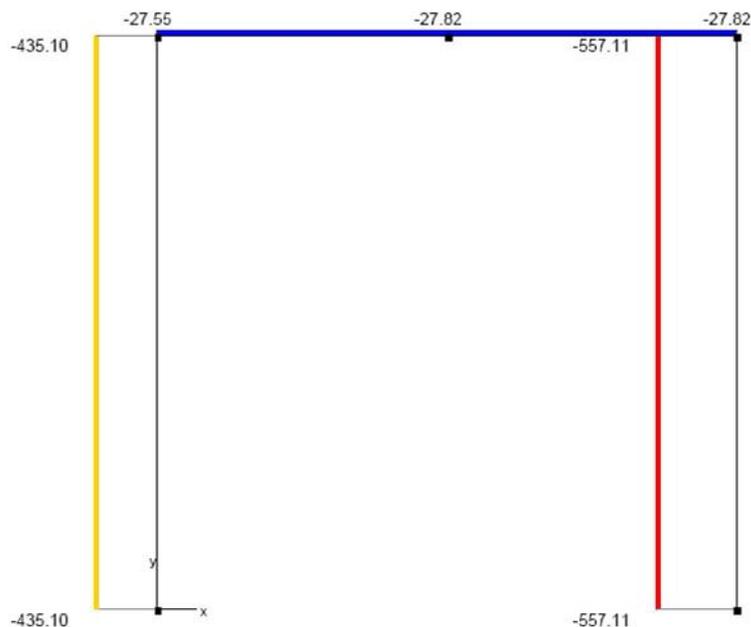


Figura 4.6.- Diagrama de esfuerzos axiales (kN)

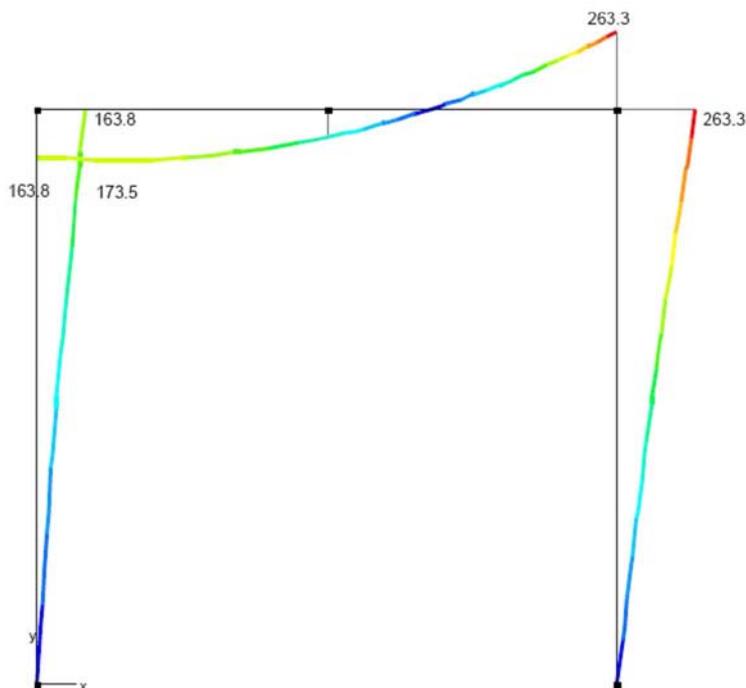


Figura 4.7.- Diagrama de momentos flectores  $M_y$  (kN·m)

Para este método, como se ha comentado anteriormente, la verificación de la estabilidad de los elementos comprimidos queda adecuadamente garantizado con el análisis global en segundo orden, por tanto solo es necesario la comprobación resistente.

A continuación se verifica la sección más solicitada, según EAE [34.7.2], la cual debe satisfacer:

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd}$$

donde

$$M_{N,y,Rd} = \frac{M_{pl,y,Rd} \cdot (1-n)}{1-0,5a} \quad \text{siendo } M_{N,y,Rd} \leq M_{pl,y,Rd}$$

siendo

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}$$

$$a = \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} \quad \text{con } a \leq 0,5$$

$$M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$

sustituyendo los valores para la sección de máximo esfuerzo, se obtiene:

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} = \frac{555,9}{3184,84} = 0,17$$

$$a = \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} = \frac{14910 - (2 \cdot 300 \cdot 19)}{14910} = 0,235$$

$$M_{pl,Rd} = W_{pl,Rd} \cdot f_y = 399,2 \text{ kN}$$

$$M_{N,y,Rd} = \frac{M_{pl,y,Rd} \cdot (1 - n)}{1 - 0,5a} = \frac{399,2 \cdot (1 - 0,17)}{1 - 0,5 \cdot 0,235} = 375,45$$

finalmente se obtiene,

$$M_{y,Ed} = 263 \text{ kNm} \leq 375,45 \text{ kNm} = M_{N,y,Rd}$$

Por consiguiente, la sección más solicitada verifica la condición de resistencia para secciones bajo solicitaciones de flexión y esfuerzo axial.

Mediante PowerFrame, se obtiene el diagrama de verificación de los elementos del pórtico, a través del cual se puede detectar cual es la sección más solicitada.

Se observa, en la siguiente figura, que el pórtico verifica las condiciones de resistencia adecuadamente:

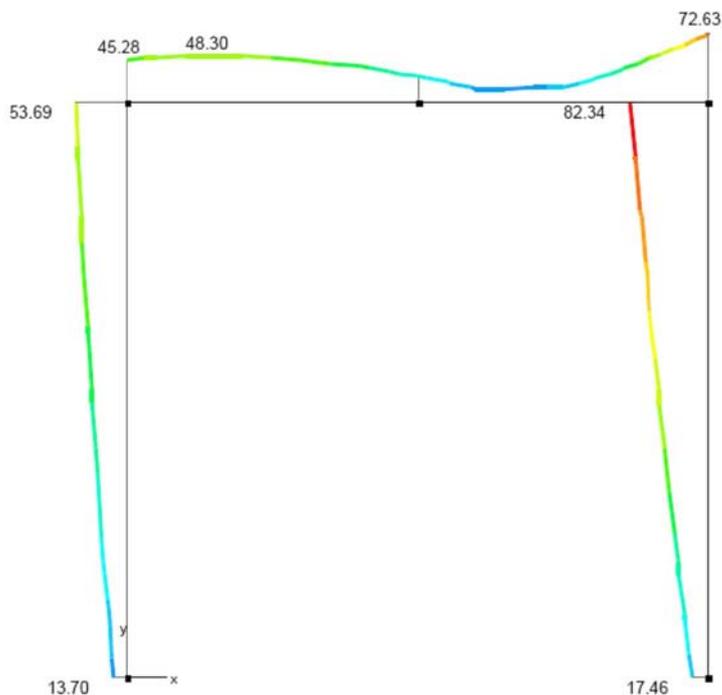


Figura 4.8.- Diagrama de verificación de resistencia, para análisis en segundo orden considerando la totalidad de las imperfecciones.

Los resultados obtenidos de la verificación de resistencia e inestabilidad, para cada elemento del pórtico pueden verse detalladamente en el Anexo III.

- b) Análisis en segundo orden considerando únicamente las imperfecciones laterales globales equivalentes,  $\phi$ , con longitud de pandeo modo intraslacional.

Si se realiza un análisis en segundo orden considerando únicamente los efectos de las imperfecciones laterales globales  $\phi$ , es preciso verificar además de la resistencia, la estabilidad de los elementos comprimidos para el modo intraslacional ( $\beta \leq 1$ ).

Para una estructura intraslacional y condición de apoyo articulado, se obtiene:

$$\eta_1 = 1$$

$$\eta_2 = \frac{I_p/L_p}{I_p/L_p + 1,5(I_v/L_v)} = \frac{25168 \cdot 10^4 / 7000}{25168 \cdot 10^4 / 7000 + 1,5 \cdot (33746 \cdot 10^4 / 7000)} = 0,138$$

$$\beta = 0,5 + 0,14 \cdot (\eta_1 + \eta_2) + 0,055 \cdot (\eta_1 + \eta_2)^2 =$$

$$= 0,5 + 0,14 \cdot (1,138) + 0,055 \cdot (1,138)^2 = 0,73$$

Luego se tiene,

$$L_{cr} = \beta \cdot L = 0,73 \cdot 7 = 5,11 \text{ m}$$

Una vez introducidas en el programa PowerFrame, las longitudes de pandeo para los elementos comprimidos se realiza el análisis de segundo orden incluyendo las imperfecciones laterales.

Los esfuerzos obtenidos, para dicho análisis, se muestran a continuación:

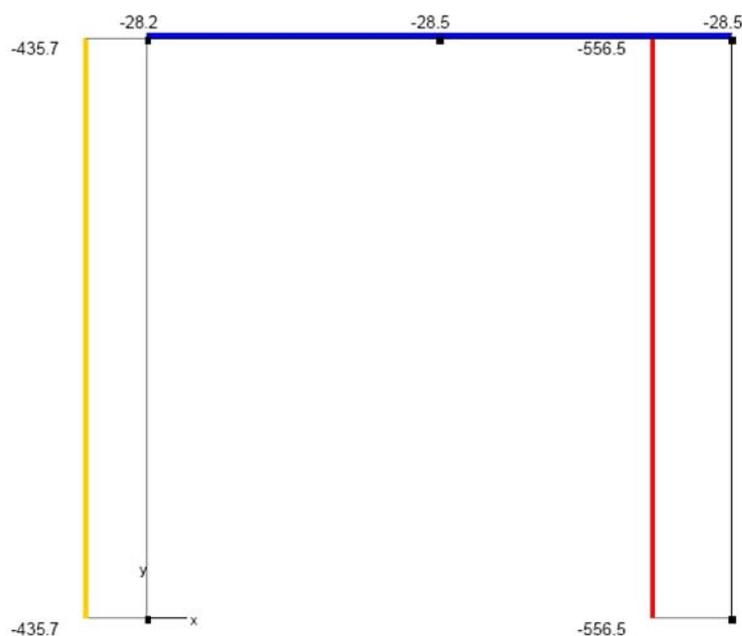


Figura 4.9.- Diagrama de esfuerzos axiales (kN).

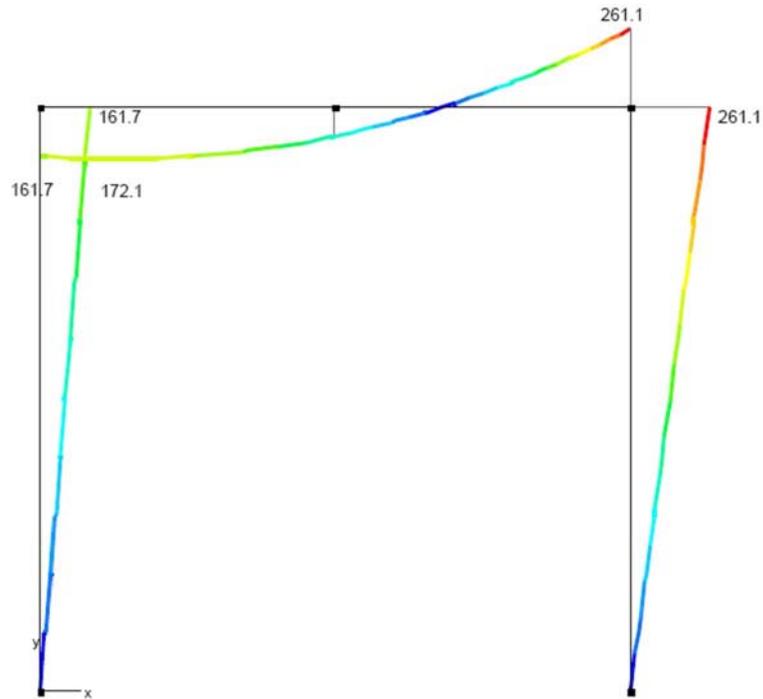


Figura 4.10.- Diagrama de momentos flectores  $M_y$  (kN·m)

Para este método de análisis, como se ha comentado anteriormente, debe verificarse la estabilidad de los elementos comprimidos además de la capacidad resistente de dicho elementos.

En primer lugar, se verifica la resistencia para la sección más solicitada, según EAE [34.7.2], la cual debe satisfacer:

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd}$$

donde

$$M_{N,y,Rd} = \frac{M_{pl,y,Rd} \cdot (1-n)}{1-0,5a} \quad \text{siendo } M_{N,y,Rd} \leq M_{pl,y,Rd}$$

siendo

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}$$

$$a = \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} \quad \text{con } a \leq 0,5$$

$$M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$

sustituyendo los valores para la sección de máximo esfuerzo, se obtiene:

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} = \frac{556,5}{3184,84} = 0,17$$

$$a = \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} = \frac{14910 - (2 \cdot 300 \cdot 19)}{14910} = 0,235$$

$$M_{pl,Rd} = W_{pl,Rd} \cdot f_y = 399,2 \text{ kN}$$

$$M_{N,y,Rd} = \frac{M_{pl,y,Rd} \cdot (1 - n)}{1 - 0,5a} = \frac{399,2 \cdot (1 - 0,17)}{1 - 0,5 \cdot 0,235} = 375,45$$

finalmente se obtiene,

$$M_{y,Ed} = 261,1 \text{ kNm} \leq 375,45 \text{ kNm} = M_{N,y,Rd}$$

Por consiguiente, la sección más solicitada verifica la condición de resistencia para secciones bajo solicitaciones de flexión y esfuerzo axial.

Con el PowerFrame, se obtiene el diagrama de verificación de resistencia de las secciones (%).

Como puede verse, en la siguiente figura, el pórtico verifica las condiciones de resistencia adecuadamente para todas las secciones:

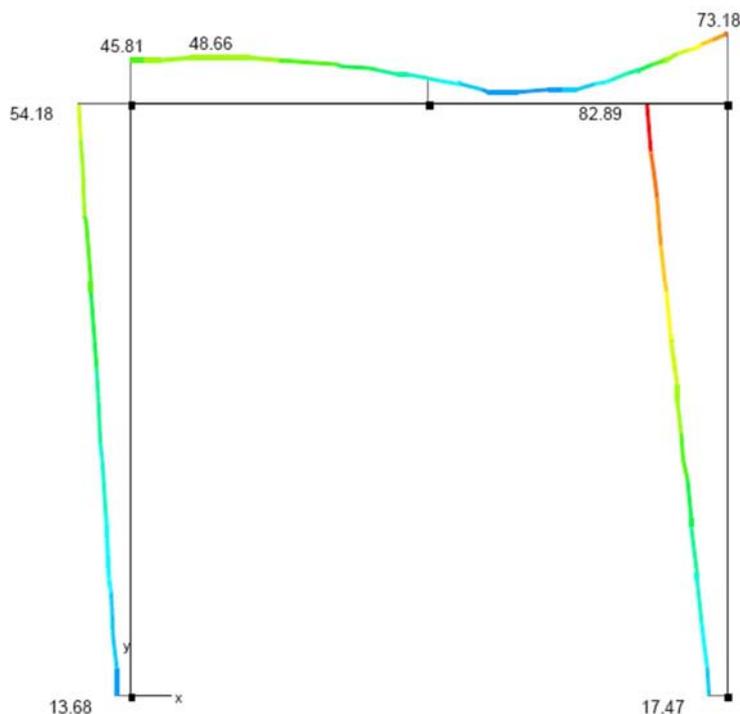


Figura 4.11.- Diagrama de verificación de resistencia, para análisis en segundo orden considerando únicamente las imperfecciones laterales globales equivalentes.

A continuación se verifica la inestabilidad, según se establece en EAE [35.3 – Método 2], para elementos sometidos a flexión y compresión, de modo que deberán verificarse las siguientes condiciones:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1$$

Sustituyendo los valores obtenidos con el programa PowerFrame, se tiene:

$$\frac{556,5}{0,92 \cdot 3185,37} + 0,62 \cdot \frac{261,1}{0,92 \cdot 399,6} = 0,63 \leq 1$$

$$\frac{556,5}{0,55 \cdot 3185,37} + 0,91 \cdot \frac{261,1}{0,92 \cdot 399,6} = 0,96 \leq 1$$

A continuación se muestra, el diagrama de verificación de pandeo en las secciones (%) alrededor del eje débil, para el pórtico de estudio:

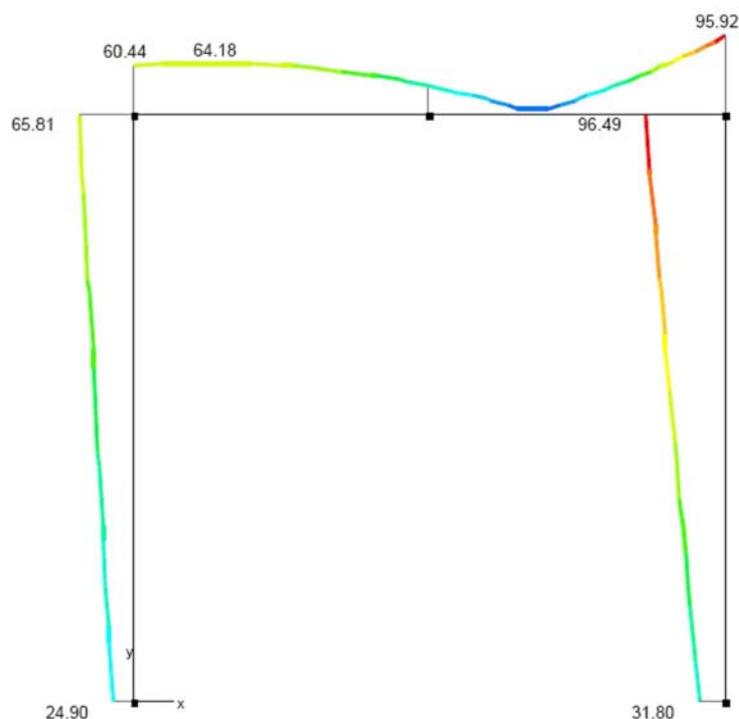


Figura 4.12.- Diagrama de verificación de estabilidad, para análisis en segundo orden considerando únicamente las imperfecciones laterales globales equivalentes.

Tal como se observa en la figura anterior, todas las secciones cumplen con la condición de inestabilidad.

Los resultados obtenidos de la verificación de resistencia e inestabilidad, para cada elemento del pórtico pueden verse detalladamente en el Anexo III.

- c) Análisis en primer orden sin imperfecciones, con longitud de pandeo modo traslacional. (Línea de flujo 2 del diagrama - 3.1.2)

Si se realiza un análisis en primer orden sin considerar los efectos de las imperfecciones globales, es preciso verificar además de la resistencia, la estabilidad de los elementos comprimidos con la longitud de pandeo para el modo traslacional ( $\beta > 1$ ).

La longitud de pandeo, se calcula según [EAE – Anejo 6], para pórticos traslacionales y condición de apoyo articulado, se tiene:

$$\eta_1 = 1$$

$$\eta_2 = \frac{I_p/L_p}{I_p/L_p + 1,5(I_v/L_v)} = \frac{25168 \cdot 10^4 / 7000}{25168 \cdot 10^4 / 7000 + 1,5 \cdot (33746 \cdot 10^4 / 7000)} = 0,138$$

$$\beta = \frac{L_{cr}}{L} = \sqrt{\frac{1 - 0,2 \cdot (\eta_1 + \eta_2) - 0,12 \cdot (\eta_1 \cdot \eta_2)}{1 - 0,8 \cdot (\eta_1 + \eta_2) + 0,6 \cdot (\eta_1 \cdot \eta_2)}} = \sqrt{\frac{1 - 0,2 \cdot (1,138) - 0,12 \cdot (0,138)}{1 - 0,8 \cdot (1,138) + 0,6 \cdot (0,138)}} = 2,09$$

Luego se obtiene,

$$L_{cr} = \beta \cdot L = 2,09 \cdot 7 = 14,63 \text{ m}$$

Una vez introducidas en el programa PowerFrame, las longitudes de pandeo para los elementos comprimidos, calculas a priori, se realiza el análisis de primer orden.

Los esfuerzos obtenidos, para el análisis simplificado en primer orden sin considerar las imperfecciones geométricas, son tales que:

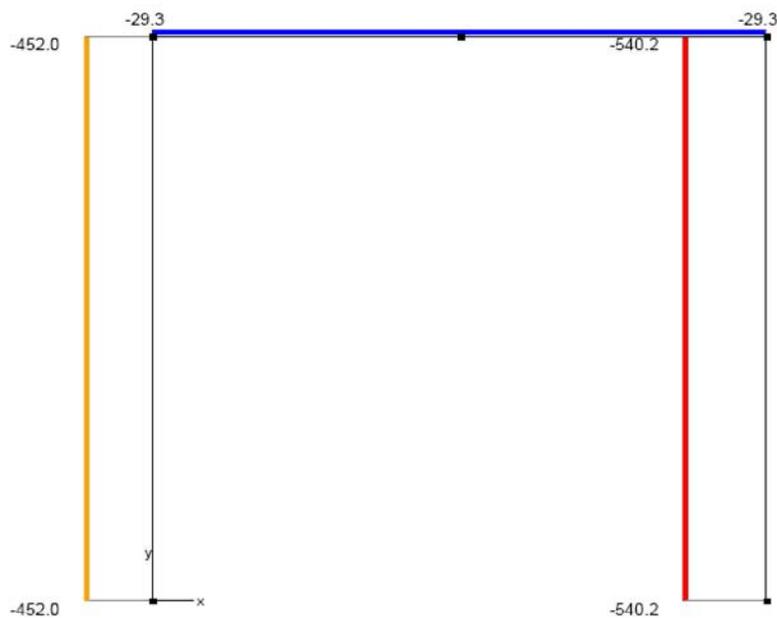


Figura 4.13.- Diagrama de esfuerzos axiales (kN).

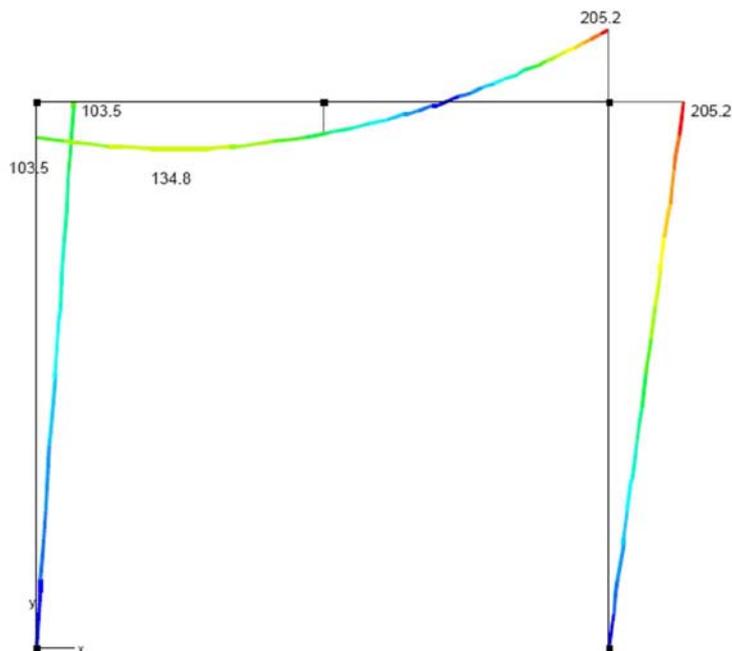


Figura 4.14.- Diagrama de momentos flectores  $M_y$  (kN-m)

Para este método de análisis, como se ha comentado anteriormente, debe verificarse la estabilidad de los elementos comprimidos conjuntamente con la capacidad resistente de dicho elementos.

En primer lugar, se verifica la resistencia para la sección más solicitada, según EAE [34.7.2], la cual debe satisfacer:

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd}$$

donde

$$M_{N,y,Rd} = \frac{M_{pl,y,Rd} \cdot (1-n)}{1-0,5a} \quad \text{siendo } M_{N,y,Rd} \leq M_{pl,y,Rd}$$

siendo

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}$$

$$a = \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} \quad \text{con } a \leq 0,5$$

$$M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$

sustituyendo los valores para la sección de máximo esfuerzo, se obtiene:

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} = \frac{540,1}{3184,84} = 0,17$$

$$a = \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} = \frac{14910 - (2 \cdot 300 \cdot 19)}{14910} = 0,235$$

$$M_{pl,Rd} = W_{pl,Rd} \cdot f_y = 399,2 \text{ kN}$$

$$M_{N,y,Rd} = \frac{M_{pl,y,Rd} \cdot (1 - n)}{1 - 0,5a} = \frac{399,2 \cdot (1 - 0,17)}{1 - 0,5 \cdot 0,235} = 375,45$$

finalmente se tiene que

$$M_{y,Ed} = 205,2 \text{ kNm} \leq 375,45 \text{ kNm} = M_{N,y,Rd}$$

Por consiguiente, la sección más solicitada verifica la condición de resistencia para secciones bajo solicitaciones de flexión y esfuerzo axil.

Con el PowerFrame, se obtiene el diagrama de verificación de resistencia de las secciones (%), tal como se muestra en la figura 4.11:

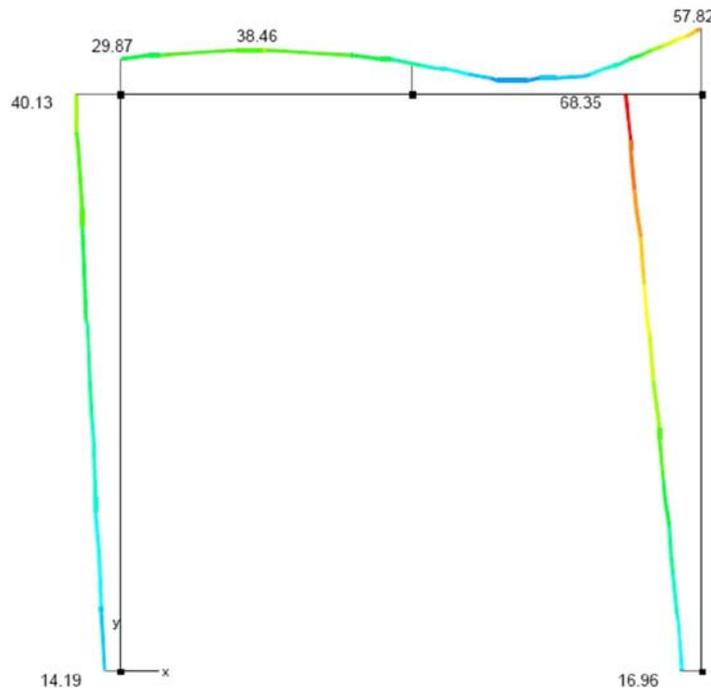


Figura 4.15.- Diagrama de verificación de resistencia, para análisis en primer orden.

A continuación se verifica la inestabilidad, según se establece en EAE [35.3 – Método 2], para elementos sometidos a flexión y compresión, tal que deberán verificarse las siguientes condiciones:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1$$

Sustituyendo los valores obtenidos con el programa PowerFrame, se tiene:

$$\frac{540,2}{0,48 \cdot 3185,37} + 0,77 \cdot \frac{205,2}{0,92 \cdot 399,6} = 0,78 \leq 1$$

$$\frac{540,2}{0,55 \cdot 3185,37} + 0,91 \cdot \frac{205,2}{0,92 \cdot 399,8} = 0,82 \leq 1$$

A continuación se muestra, el diagrama de verificación del pandeo (%) alrededor del eje débil, para el pórtico de estudio, tal como se muestra en la figura 4.8:

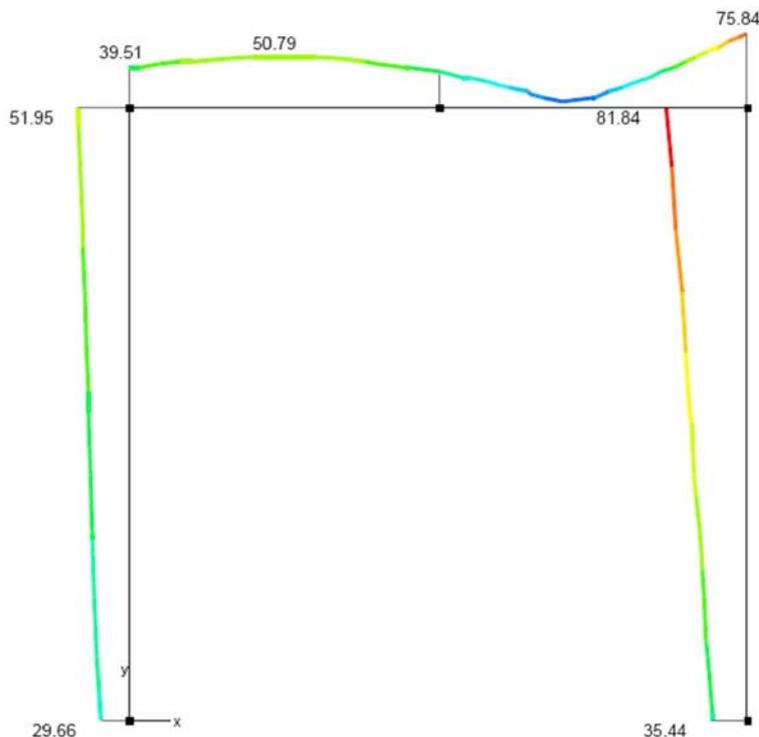


Figura 4.16.- Diagrama de verificación de estabilidad, para análisis en primer orden.

Los resultados obtenidos de la verificación de resistencia e inestabilidad, para cada elemento del pórtico pueden verse detalladamente en el Anexo III.

#### 4.3.1.1.- Análisis de resultados.

En este apartado se pretende analizar los esfuerzos máximos obtenidos, para cada uno de los métodos de análisis global estudiados, con el fin de poder compararlos y ver la eficiencia de cada método.

En la siguiente tabla se presentan dichos valores:

Método de análisis	Esfuerzos axiles	Momento flector
a) Análisis global en segundo orden, incluyendo $\phi$ y $e_0$	$N_{Ed} = 555,9$	$M_{y,Ed} = 263$
b) Análisis global en segundo orden, incluyendo $\phi$	$N_{Ed} = 556,5$	$M_{y,Ed} = 261,1$
c) Análisis global en primer orden, sin imperfecciones.	$N_{Ed} = 540,2$	$M_{y,Ed} = 205,1$

Tabla 4.4.- Esfuerzos máximos para distintos métodos de análisis.

Con los resultados obtenidos de la tabla anterior, puede verse como para análisis según teoría de segundo orden se obtienen los esfuerzos máximos mayores, tal y como debe esperarse debido a la no linealidad geométrica.

Se observa, que los esfuerzos obtenidos con los métodos de análisis global en segundo orden a) y b) tienen valores muy similares, con una variabilidad que no alcanza al 1%.

En cambio, los esfuerzos obtenidos por el método simplificado difieren de los conseguidos por los dos otros métodos, especialmente los momentos flectores, los cuales toman valores hasta un 20% menos que los de los métodos a) y b).

Los esfuerzos axiles, también toman valores inferiores, pero para este caso la diferencia es solamente del 3%.

Como ya se ha comentado anteriormente en el presente estudio, las verificaciones necesarias para cada tipo de análisis varían en función de la consideración de los efectos de segundo orden.

Para el método a), únicamente es necesaria la comprobación resistente ya que la verificación de la estabilidad de los elementos aislados comprimidos queda garantizada a través del análisis global en segundo orden de la estructura.

Si se utiliza el método b), debe verificarse la comprobación resistente siendo preciso la verificación adicional de la estabilidad, incluyendo los efectos de segundo orden y las imperfecciones laterales globales. Para ello, se debe suponer la longitud de pandeo del elemento comprimido según modo intraslacional.

Si se utiliza el método c), se debe verificar además de la comprobación resistente, la verificación de los controles de inestabilidad en los elementos comprimidos aislados a partir de longitudes de pandeo modo traslacional, puesto que éstas están basadas en el modo de inestabilidad global de la estructura.

En la tabla siguiente, se puede ver las capacidades resistente y de inestabilidad, en %, para cada uno de los métodos de análisis considerados. Se observa que para los tres métodos, se verifican las comprobaciones correspondientes.

Método de análisis	Comprobación resistente	Comprobación inestabilidad
a) Análisis global en segundo orden, incluyendo $\phi$ y $e_0$	82,34 %	---
b) Análisis global en segundo orden, incluyendo $\phi$	82,89 %	63 %
c) Análisis global en primer orden, sin imperfecciones.	68,35 %	78 %

Tabla 4.5.- Capacidad resistente e inestabilidad en función del método de análisis

Un análisis detallado de los resultados presentados en la tabla 4.5 permite observar que la verificación resistente de análisis global en segundo orden es más restrictiva que las comprobaciones resistente y de inestabilidad para el análisis en primer orden.

Esto implica que un dimensionamiento estricto de la estructura utilizando análisis en primer orden podría dar lugar a configuraciones no seguras si se analizan con un análisis global en segundo orden.

#### 4.3.2.- Análisis global para el Caso 3f.

a) Análisis en segundo orden incluyendo las imperfecciones geométricas equivalentes ( $\phi$  y  $e_0$ ) en todos los elementos.

Al ser un análisis global que incluye la totalidad de los efectos de segundo orden, deben calcularse las imperfecciones globales equivalentes.

En primer lugar, se calculan las imperfecciones laterales globales, siendo según EAE [22.3.1]:

$$\phi = k_h \cdot k_m \cdot \phi_0 = \frac{2}{\sqrt{h}} \cdot \sqrt{0,5 \cdot \left(1 + \frac{1}{m}\right)} \cdot \frac{1}{200} = \frac{2}{\sqrt{10}} \cdot \sqrt{0,5 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right)} \cdot \frac{1}{200} = 2,73 \cdot 10^{-3}$$

Tal como se ha comentado en el apartado anterior, en el programa PowerFrame solo es necesario introducir los parámetros  $h$  y  $m$ , para luego incluir directamente las imperfecciones laterales globales equivalentes,  $\phi$ , en el análisis global elástico considerado.

A continuación se calculan, las imperfecciones locales equivalentes,  $e_0$ , considerándolas como una curvatura inicial equivalentes, en los elementos comprimidos afectados.

Puesto que en el programa PowerFrame no existe ninguna aplicación para incluir dichas imperfecciones directamente en las iteraciones de cálculo; se asimilan dichas curvaturas iniciales a un sistema de fuerzas transversales autoequilibradas equivalentes, proporcionales a las cargas verticales aplicadas en la combinación de acciones correspondiente, estimadas como sigue para cada elemento tal que (ver figura 4.17):

$$H_{td\ 1-2} = \frac{4 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L} = \frac{4 \cdot 633,1 \cdot 1}{250} = 10,1\text{kN}$$

$$q_{td\ 1-2} = \frac{8 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L^2} = \frac{8 \cdot 633,1 \cdot 1}{250 \cdot 10} = 2,02\text{kN/m}$$

$$H_{td\ 4-5} = \frac{4 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L} = \frac{4 \cdot 689,9 \cdot 1}{250} = 11,0\text{kN}$$

$$q_{td\ 4-5} = \frac{8 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L^2} = \frac{8 \cdot 689,9 \cdot 1}{250 \cdot 10} = 2,21\text{kN/m}$$

Dichas fuerzas se aplicaran de tal modo que se consiga la combinación de acciones más desfavorable, tal como:

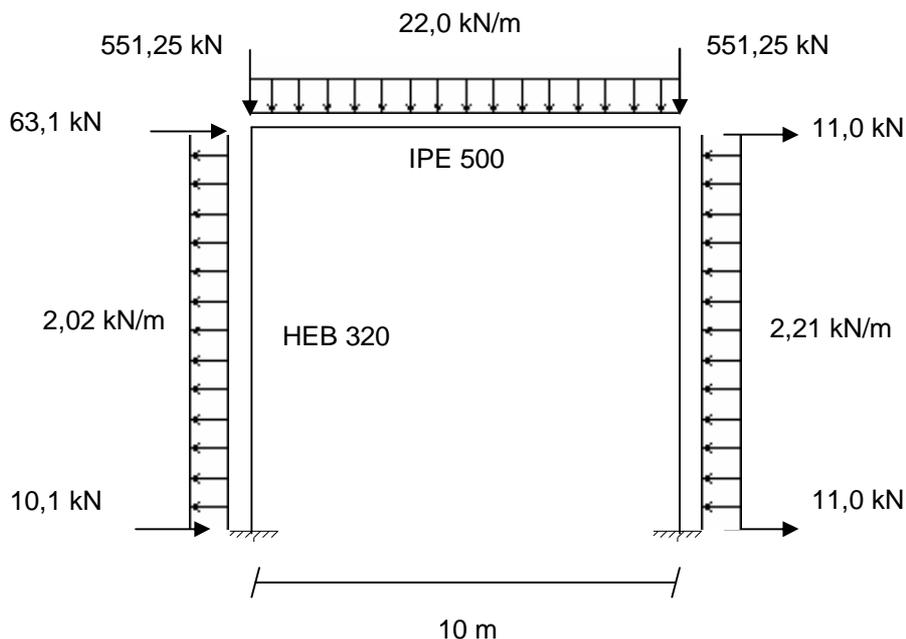


Figura 4.17.- Pórtico empotrado – Caso 3f - con sistema de fuerzas horizontales equivalentes adicionales por curvaturas iniciales en los elementos.

El siguiente paso, es realizar un análisis en segundo orden con la comprobación resistente de las diferentes secciones, ya que la verificación de la estabilidad de los elementos comprimidos queda garantizada a través del análisis global en segundo orden.

Con este nuevo estado de cargas, se realiza el análisis en segundo orden considerando la totalidad de las imperfecciones geométricas, obteniéndose los siguientes diagramas de esfuerzos:

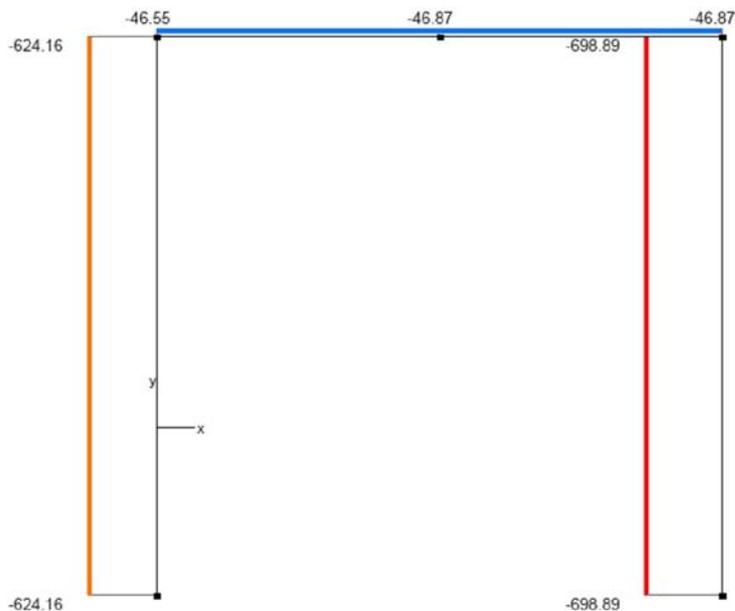


Figura 4.18.- Diagrama de esfuerzos axiales (kN).

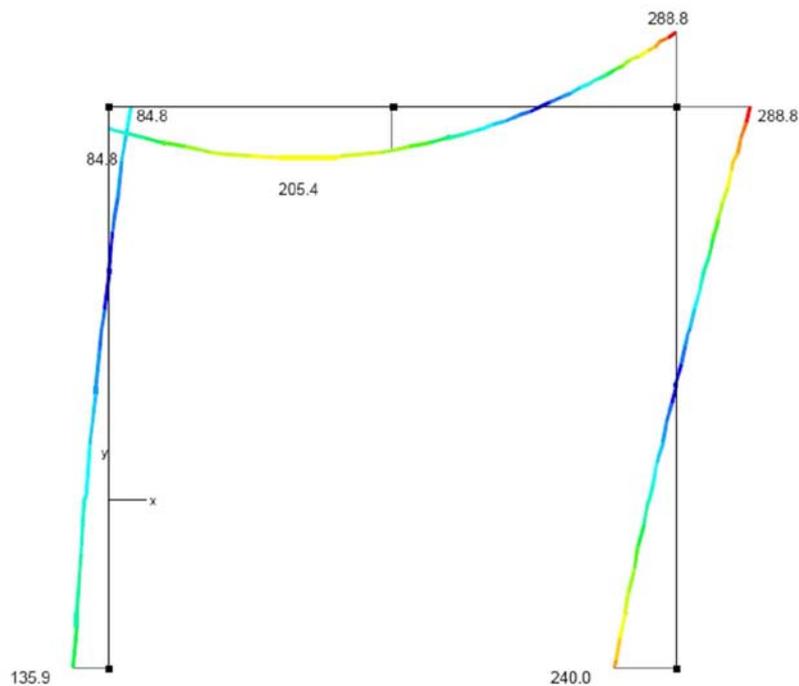


Figura 4.19.- Diagrama de momentos flectores  $M_y$  (kN·m)

Para este método, como se ha comentado anteriormente, la verificación de la estabilidad de los elementos comprimidos queda adecuadamente garantizado con el análisis global en segundo orden, por tanto solo es necesario la comprobación resistente.

A continuación se verifica la sección más solicitada, según EAE [34.7.2], la cual debe satisfacer:

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd}$$

donde

$$M_{N,y,Rd} = \frac{M_{pl,y,Rd} \cdot (1-n)}{1-0,5a} \quad \text{siendo} \quad M_{N,y,Rd} \leq M_{pl,y,Rd}$$

siendo

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}$$

$$a = \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} \quad \text{con} \quad a \leq 0,5$$

$$M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$

sustituyendo los valores para la sección de máximo esfuerzo, se obtiene:

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} = \frac{692,6}{3446,87} = 0,20$$

$$a = \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} = \frac{16140 - (2 \cdot 300 \cdot 20,5)}{16140} = 0,24$$

$$M_{pl,Rd} = W_{pl,Rd} \cdot f_y = 459,2 \text{ kN}$$

$$M_{N,y,Rd} = \frac{M_{pl,y,Rd} \cdot (1-n)}{1-0,5a} = \frac{459,2 \cdot (1-0,20)}{1-0,5 \cdot 0,24} = 417,45$$

finalmente se tiene que,

$$M_{y,Ed} = 288,8 \text{ kNm} \leq 417,45 \text{ kNm} = M_{N,y,Rd}$$

Por consiguiente, la sección más solicitada verifica la condición de resistencia para secciones bajo solicitaciones de flexión y esfuerzo axil.

Mediante PowerFrame, se obtiene el diagrama de verificación de resistencia de las secciones (%), tal como se muestra en la figura 4.20:

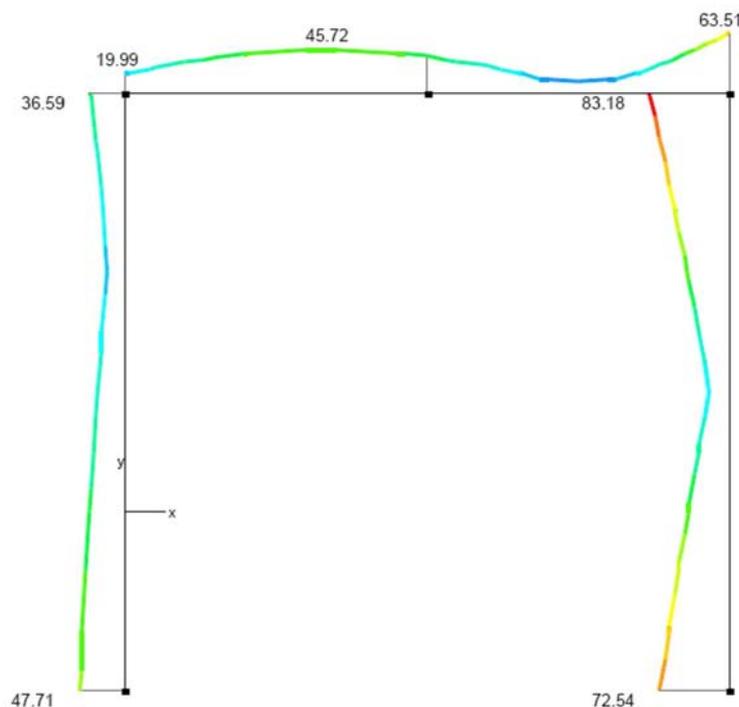


Figura 4.20.- Diagrama de verificación de estabilidad (%), para análisis en segundo orden considerando la totalidad de las imperfecciones.

Los resultados obtenidos de la verificación de resistencia e inestabilidad, para cada elemento del pórtico pueden verse detalladamente en el Anexo III.

- b) Análisis en segundo orden considerando únicamente las imperfecciones laterales globales equivalentes,  $\phi$ , con longitud de pandeo modo intraslacional.

Si se realiza un análisis en segundo orden considerando únicamente los efectos de las imperfecciones laterales globales  $\phi$ , es preciso verificar además de la resistencia, la estabilidad de los elementos comprimidos para el modo intraslacional ( $\beta \leq 1$ ).

En primer lugar, se calculan las longitudes de pandeo según, EAE [Anejo 6], obteniéndose para una estructura intraslacional y condición de apoyo empotrado, los valores siguientes:

$$\eta_1 = 0$$

$$\eta_2 = \frac{I_p/L_p}{I_p/L_p + 1,5(I_v/L_v)} = \frac{30826 \cdot 10^4 / 10000}{30826 \cdot 10^4 / 10000 + 1,5 \cdot (48202 \cdot 10^4 / 10000)} = 0,298$$

$$\beta = 0,5 + 0,14 \cdot (\eta_1 + \eta_2) + 0,055 \cdot (\eta_1 + \eta_2)^2 =$$

$$= 0,5 + 0,14 \cdot (0,298) + 0,055 \cdot (0,298)^2 = 0,55$$

Luego se tiene,

$$L_{cr} = \beta \cdot L = 0,55 \cdot 10 = 5,5 \text{ m}$$

Una vez introducidas en el programa PowerFrame, las longitudes de pandeo para los elementos comprimidos se realiza el análisis de segundo orden incluyendo las imperfecciones laterales equivalentes.

Los esfuerzos obtenidos, para dicho análisis, se muestran a continuación:

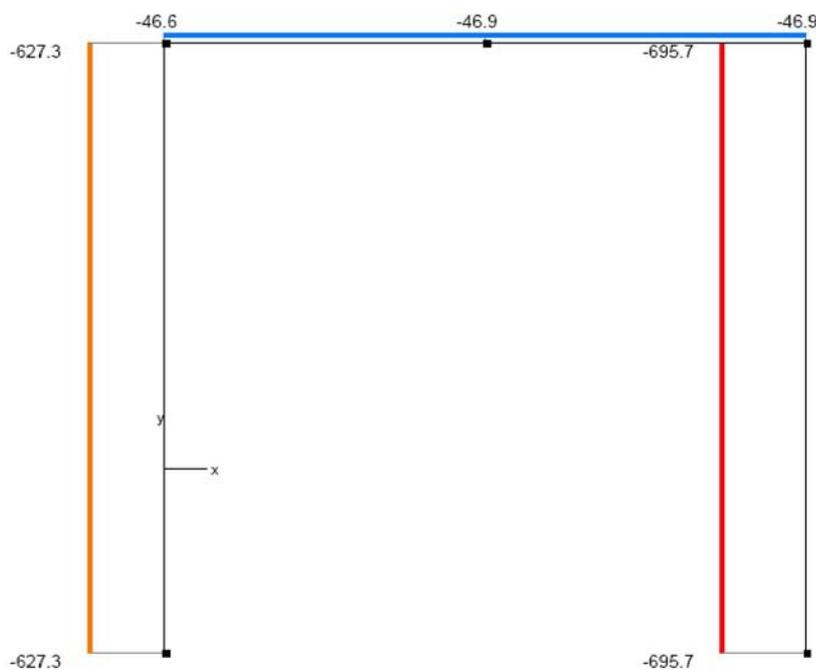


Figura 4.21.- Diagrama de esfuerzos axiales (kN).

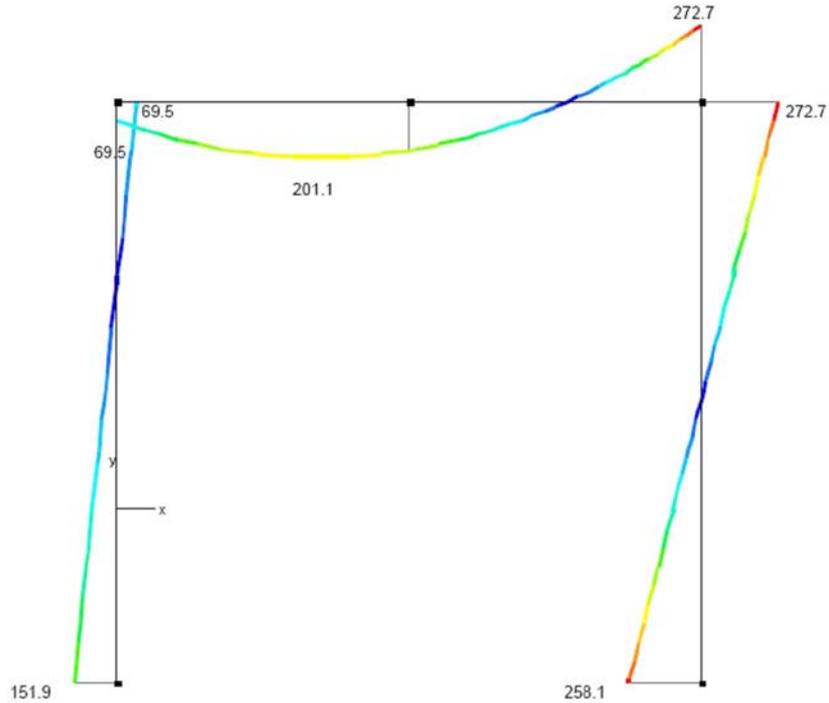


Figura 4.22.- Diagrama de momentos flectores  $M_y$  (kN·m)

Para este método de análisis, como se ha comentado anteriormente, deben verificarse la estabilidad de los elementos comprimidos conjuntamente con la capacidad resistente de dicho elementos.

En primer lugar, se verifica la resistencia para la sección más solicitada, según EAE [34.7.2], la cual debe satisfacer:

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd}$$

donde

$$M_{N,y,Rd} = \frac{M_{pl,y,Rd} \cdot (1-n)}{1-0,5a} \quad \text{siendo} \quad M_{N,y,Rd} \leq M_{pl,y,Rd}$$

siendo

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}$$

$$a = \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} \quad \text{con} \quad a \leq 0,5$$

$$M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$

sustituyendo los valores para la sección de máximo esfuerzo, se obtiene:

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} = \frac{695,7}{3446,87} = 0,20$$

$$a = \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} = \frac{16140 - (2 \cdot 300 \cdot 20,5)}{16140} = 0,24$$

$$M_{pl,Rd} = W_{pl,Rd} \cdot f_y = 459,2 \text{ kN}$$

$$M_{N,y,Rd} = \frac{M_{pl,y,Rd} \cdot (1-n)}{1-0,5a} = \frac{459,2 \cdot (1-0,20)}{1-0,5 \cdot 0,24} = 417,45$$

finalmente se tiene que,

$$M_{y,Ed} = 272,7 \text{ kNm} \leq 417,45 \text{ kNm} = M_{N,y,Rd}$$

Por consiguiente, la sección más solicitada verifica la condición de resistencia para secciones bajo solicitaciones de flexión y esfuerzo axil.

Mediante PowerFrame, se obtiene el diagrama de verificación de resistencia de las secciones (%).

Como puede verse, en la siguiente figura, el pórtico verifica las condiciones de resistencia adecuadamente para todas las secciones:

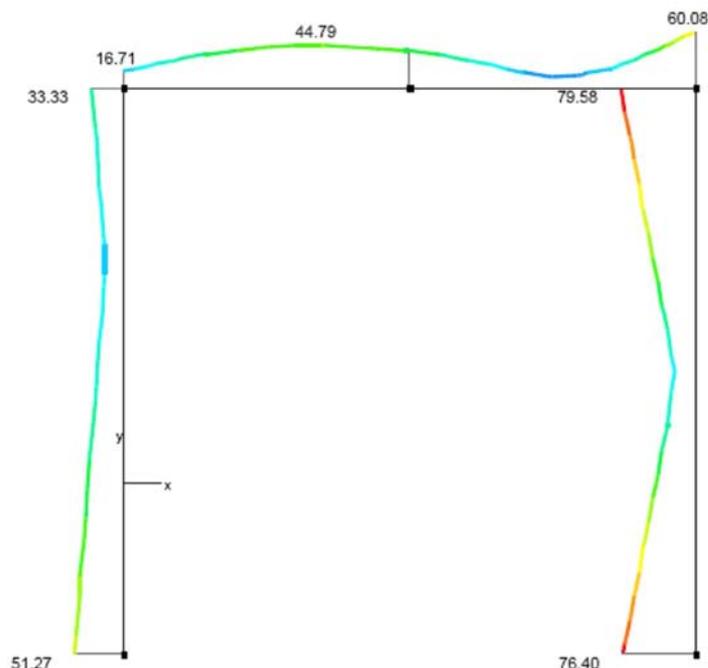


Figura 4.23.- Diagrama de verificación de resistencia, para análisis en segundo orden considerando únicamente las imperfecciones laterales globales equivalentes.

A continuación se verifica la inestabilidad, según EAE [35.3 – Método 2], para elementos sometidos a flexión y compresión, tal que deberán verificarse las siguientes condiciones:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1$$

Sustituyendo los valores obtenidos con el programa PowerFrame, se tiene:

$$\frac{695,7}{0,92 \cdot 3433,9} + 0,42 \cdot \frac{272,7}{0,91 \cdot 460,9} = 0,49 \leq 1$$

$$\frac{695,7}{0,35 \cdot 3433,9} + 0,61 \cdot \frac{272,7}{0,91 \cdot 460,9} = 0,98 \leq 1$$

A continuación se muestra, el diagrama de verificación de pandeo en las secciones (%) alrededor del eje débil, para el pórtico de estudio:

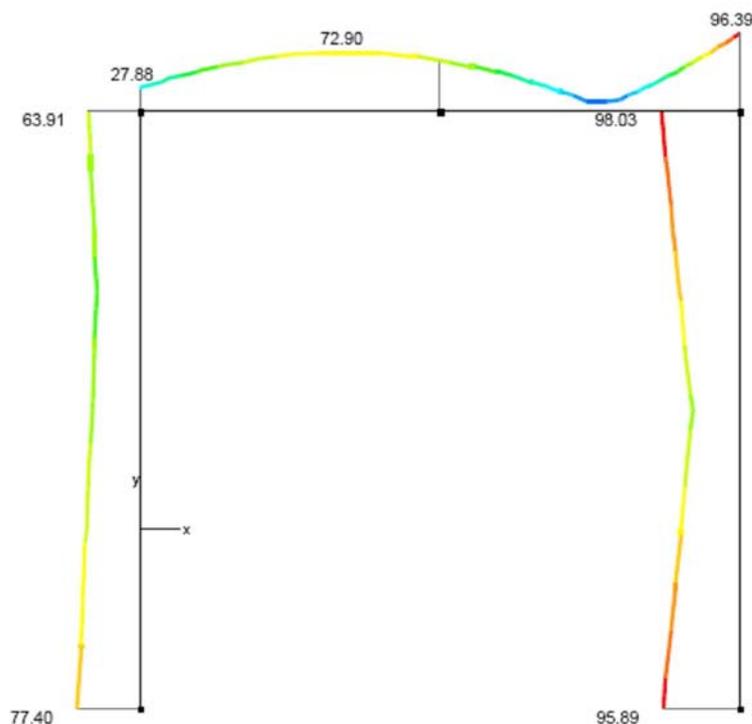


Figura 4.24.- Diagrama de verificación de estabilidad, para análisis en segundo orden considerando únicamente las imperfecciones laterales globales equivalentes.

Tal como se observa en la figura anterior, todas las secciones cumplen con la condición de inestabilidad.

Los resultados obtenidos de la verificación de resistencia e inestabilidad, para cada elemento del pórtico pueden verse detalladamente en el Anexo III.

c) Análisis en primer orden sin imperfecciones, con longitud de pandeo modo traslacional. (Línea de flujo 2 del diagrama - 3.1.2)

Si se realiza un análisis en primer orden sin considerar los efectos de las imperfecciones globales, es preciso verificar además de la resistencia, la estabilidad de los elementos comprimidos con la longitud de pandeo para el modo traslacional ( $\beta > 1$ ).

La longitud de pandeo se calcula según EAE [Anejo 6], para pórticos traslacionales y condición de apoyo empotrado, se tiene:

$$\eta_1 = 0$$

$$\eta_2 = \frac{I_p/L_p}{I_p/L_p + 1,5(I_v/L_v)} = \frac{30826 \cdot 10^4 / 10000}{30826 \cdot 10^4 / 10000 + 1,5 \cdot (48202 \cdot 10^4 / 10000)} = 0,298$$

$$\beta = \frac{L_{cr}}{L} = \sqrt{\frac{1 - 0,2 \cdot (\eta_1 + \eta_2) - 0,12 \cdot (\eta_1 \cdot \eta_2)}{1 - 0,8 \cdot (\eta_1 + \eta_2) + 0,6 \cdot (\eta_1 \cdot \eta_2)}} = \sqrt{\frac{1 - 0,2 \cdot (0,298)}{1 - 0,8 \cdot (0,298)}} = 1,11$$

entonces,

$$L_{cr} = \beta \cdot L = 1,11 \cdot 10 = 11,1 \text{ m}$$

Una vez introducidas en el programa PowerFrame, las longitudes de pandeo para los elementos comprimidos, calculadas a priori, se realiza el análisis de primer orden.

Los esfuerzos obtenidos, para el análisis simplificado en primer orden sin considerar las imperfecciones geométricas, son tales que:

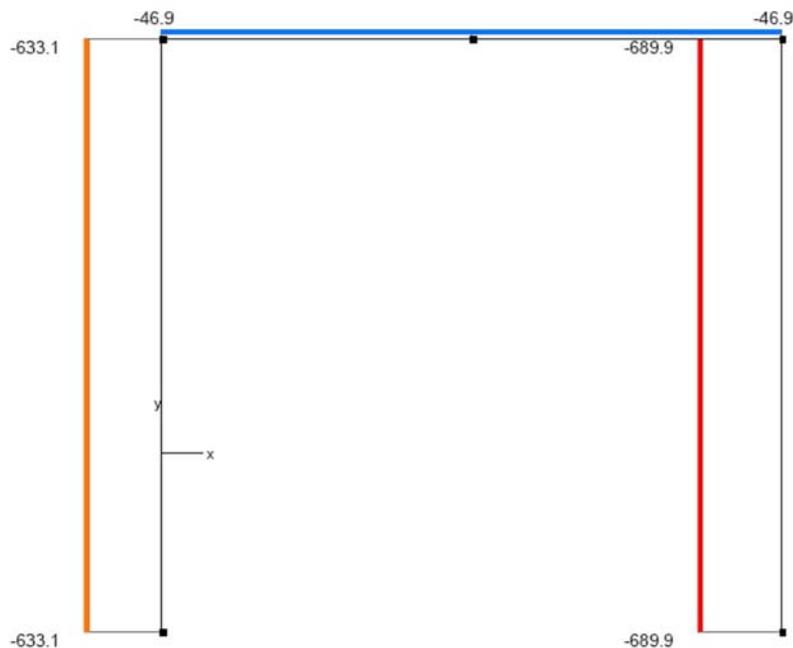


Figura 4.25.- Diagrama de esfuerzos axiales (kN).

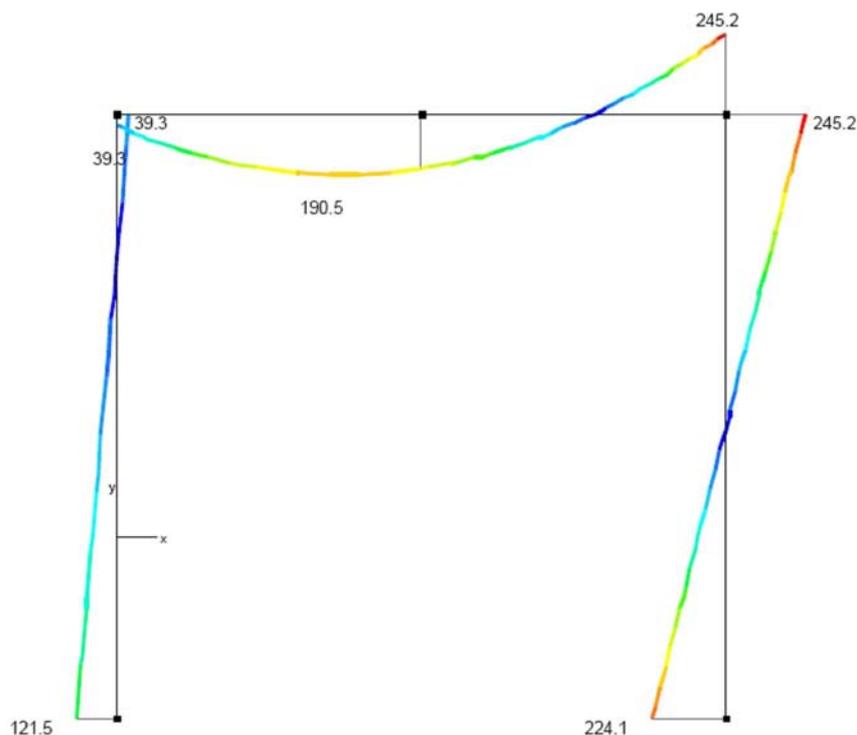


Figura 4.26.- Diagrama de momentos flectores  $M_y$  (kN·m)

Para este método de análisis, como se ha comentado anteriormente, debe verificarse la capacidad resistente y además la estabilidad de los elementos comprimidos, con longitud de pandeo modo traslacional.

En primer lugar, se verifica la resistencia para la sección más solicitada, según EAE [34.7.2], la cual debe satisfacer:

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd}$$

donde

$$M_{N,y,Rd} = \frac{M_{pl,y,Rd} \cdot (1-n)}{1-0,5a} \quad \text{siendo} \quad M_{N,y,Rd} \leq M_{pl,y,Rd}$$

siendo

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}$$

$$a = \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} \quad \text{con} \quad a \leq 0,5$$

$$M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$

sustituyendo los valores para la sección de máximo esfuerzo, se obtiene:

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} = \frac{689,9}{3446,87} = 0,20$$

$$a = \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} = \frac{16140 - (2 \cdot 300 \cdot 20,5)}{16140} = 0,24$$

$$M_{pl,Rd} = W_{pl,Rd} \cdot f_y = 459,2 \text{ kN}$$

$$M_{N,y,Rd} = \frac{M_{pl,y,Rd} \cdot (1-n)}{1-0,5a} = \frac{459,2 \cdot (1-0,20)}{1-0,5 \cdot 0,24} = 417,45$$

finalmente se tiene que,

$$M_{y,Ed} = 245,2 \text{ kNm} \leq 417,45 \text{ kNm} = M_{N,y,Rd}$$

Por consiguiente, la sección más solicitada verifica la condición de resistencia para secciones bajo solicitaciones de flexión y esfuerzo axial.

A continuación se puede ver el diagrama de verificación de resistencia de las secciones (%), tal como:

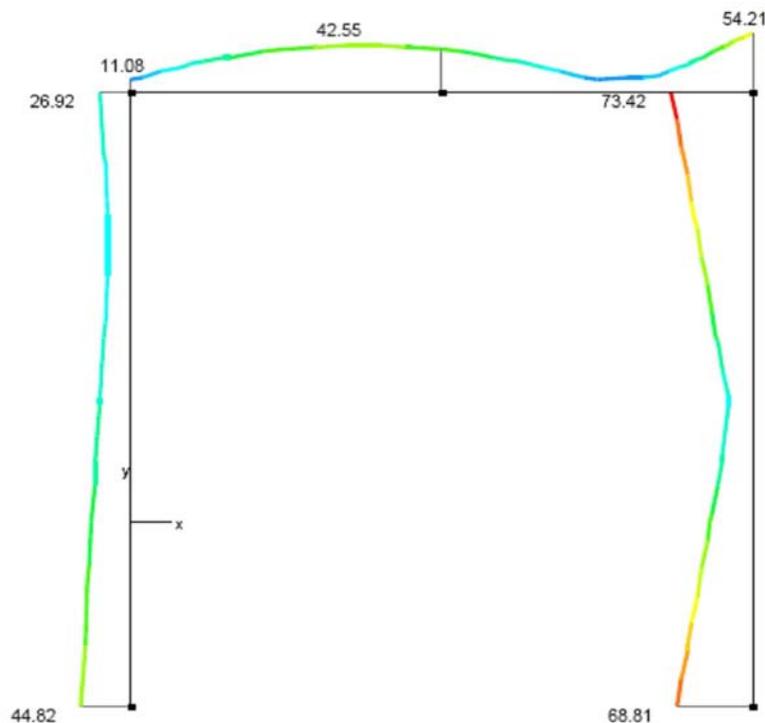


Figura 4.27.- Diagrama de verificación de resistencia, para análisis en simplificado en primer orden sin considerar las imperfecciones globales equivalentes.

A continuación se verifica la inestabilidad, según se establece en EAE [35.3 – Método 2], para elementos sometidos a flexión y compresión, tal que deberán verificarse las siguientes condiciones:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1$$

Sustituyendo los valores obtenidos con el programa PowerFrame, se tiene:

$$\frac{689,9}{0,69 \cdot 3445,9} + 0,48 \cdot \frac{245,2}{0,91 \cdot 460,88} = 0,57 \leq 1$$

$$\frac{689,9}{0,35 \cdot 3445,9} + 0,61 \cdot \frac{245,2}{0,91 \cdot 460,88} = 0,94 \leq 1$$

A continuación se muestra, el diagrama de verificación del pandeo (%) alrededor del eje débil, para el pórtico de estudio, tal como:

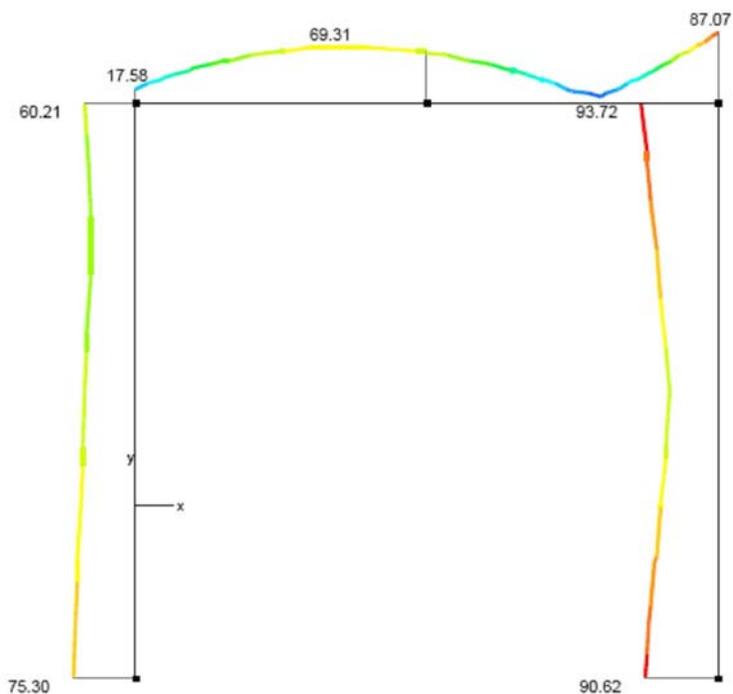


Figura 4.28.- Diagrama de verificación de estabilidad, para análisis en primer orden.

Los resultados obtenidos de la verificación de resistencia e inestabilidad, para cada elemento del pórtico pueden verse detalladamente en el Anexo III.

#### 4.3.2.1.- Análisis de resultados.

En este apartado se pretende analizar los esfuerzos máximos obtenidos, para cada uno de los métodos de análisis global estudiados, con el fin de poder compararlos.

En la siguiente tabla se presentan dichos valores:

Método de análisis	Esfuerzos axiles	Momento flector
a) Análisis global en segundo orden, incluyendo $\phi$ y $e_0$	$N_{Ed} = 698,9$	$M_{y,Ed} = 288,8$
b) Análisis global en segundo orden, incluyendo $\phi$	$N_{Ed} = 695,7$	$M_{y,Ed} = 272,7$
c) Análisis global en primer orden, sin imperfecciones.	$N_{Ed} = 689,9$	$M_{y,Ed} = 245,2$

Tabla 4.6.- Esfuerzos máximos para distintos métodos de análisis.

Para este segundo caso, los valores de los esfuerzos para los distintos métodos de análisis estudiados, tienen un comportamiento análogo a los del apartado anterior.

Puede verse como para análisis según teoría de segundo orden se obtienen los esfuerzos máximos mayores. Se observa, que los esfuerzos obtenidos con el método a) ofrecen un 15% más de momento flector que para el método c).

Por consiguiente es importante comprobar las verificaciones necesarias para cada tipo de análisis, puesto que varían en función de la consideración de los efectos de segundo orden.

Para el método a), únicamente es necesaria la comprobación resistente ya que la verificación de la estabilidad de los elementos aislados comprimidos queda garantizada a través del análisis global en segundo orden de la estructura.

Si se utiliza el método b), debe verificarse la comprobación resistente siendo preciso la verificación adicional de la estabilidad, incluyendo los efectos de segundo orden y las imperfecciones laterales globales. Para ello, se debe suponer la longitud de pandeo del elemento comprimido según modo intraslacional.

Si se utiliza el método c), se debe verificar además de la comprobación resistente, la verificación de los controles de inestabilidad en los elementos comprimidos aislados a partir de longitudes de pandeo modo traslacional, puesto que éstas están basadas en el modo de inestabilidad global de la estructura.

En la tabla siguiente, se puede ver las capacidades resistente y de inestabilidad, en %, para cada uno de los métodos de análisis considerados. Se observa que para los tres métodos, se verifican las comprobaciones correspondientes.

Método de análisis	Comprobación resistente	Comprobación inestabilidad
a) Análisis global en segundo orden, incluyendo $\phi$ y $e_0$	83,18 %	---
b) Análisis global en segundo orden, incluyendo $\phi$	79,58 %	49 %
c) Análisis global en primer orden, sin imperfecciones.	73,42 %	57 %

Tabla 4.7.- Capacidad resistente e inestabilidad en función del método de análisis.

Igual que ocurriría en el ejemplo anterior, analizando la tabla 4.7 se observa que la verificación resistente de análisis global en segundo orden es más restrictiva que las comprobaciones resistente y de inestabilidad para el análisis en primer orden.

Esto implica que un dimensionamiento estricto de la estructura utilizando análisis en primer orden podría dar lugar a configuraciones no seguras si se analizan con un análisis global en segundo orden.

En este caso, la estructura es menos intraslacional,  $\alpha_{cr} = 9,01$  frente al  $\alpha_{cr} = 4,73$  del caso anterior, y por tanto, en el análisis en primer orden tiene más relevancia la comprobación resistente que la de inestabilidad, a diferencia de lo que se observa en la tabla 4.5.

## CAPÍTULO 5.- CONCLUSIONES

En el presente capítulo se exponen las conclusiones que se han obtenido a lo largo de este trabajo organizadas en dos apartados: aquellas relativas a la guía de aplicación para el análisis global de pórticos de acero según la Instrucción EAE y las que hacen referencia al análisis global de pórticos traslacionales.

### 5.1.- CONCLUSIONES RELATIVAS A LA GUÍA DE APLICACIÓN PARA EL ANÁLISIS GLOBAL DE PÓRTICOS DE ACERO SEGÚN LA INSTRUCCIÓN EAE.

Con el fin de facilitar al usuario – proyectista, constructor – la realización de las comprobaciones necesarias para cada tipo de pórtico en función de su traslacionalidad, se ha redactado un manual de cálculo, a modo de guía, incluyendo diagramas de flujo para ofrecer de forma clara los pasos a seguir para el análisis global de pórticos de acero, ya sean pórticos traslacionales como intraslacionales.

Durante la redacción de dicho manual, fueron surgiendo dudas sobre algunas de las especificaciones contenidas en la Instrucción EAE; éstas se han incluido juntamente con el desarrollo teórico-práctico para su aclaración. Además, se han añadido ejemplos básicos para la aplicación de ciertas especificaciones, mediante dos herramientas de cálculo distintas, de tal modo que se pueden comparar y evaluar su efectividad para el análisis global de pórticos.

Por consiguiente se llega a las siguientes conclusiones específicas:

- Para el cálculo del coeficiente de amplificación,  $\alpha_{cr}$ , según el criterio de intraslacionalidad en estructuras convencionales de edificación, se obtendrá el valor de cálculo de la fuerza vertical y horizontal estimada en el nivel inferior de cada planta, y el desplazamiento horizontal relativo según el análisis en primer orden con la consideración de las imperfecciones laterales globales, establecidas en EAE [22.3.1]. Si se incluyen las imperfecciones locales equivalentes, para el cálculo de dicho factor, no se observa gran dispersión en los resultados.
- La obtención del factor de amplificación, mediante un análisis de autovalores, en ciertos casos ofrece un valor distinto que si se calcula según el criterio alternativo para estructuras convencionales de edificación. El valor obtenido a través del análisis de valores propios tiende a ser más preciso.
- La dirección que se tome el sistema de fuerzas transversales equivalentes a las curvaturas iniciales equivalentes en los elementos comprimidos, influye en los esfuerzos obtenidos. Por consiguiente, debe buscarse el modo de carga más desfavorable, que es el que dará esfuerzos mayores.

### 5.2.- CONCLUSIONES RELATIVAS A LA INFLUENCIA DEL MÉTODO DE ANÁLISIS GLOBAL DE PÓRTICOS TRASLACIONALES.

Para determinar los efectos que tienen la aplicación de los distintos métodos de análisis global que ofrece la Instrucción EAE, se han comparado los resultados obtenidos para el análisis elástico global de pórticos de acero en edificación.

En la mayoría de los casos planteados, se obtienen pórticos intraslacionales una vez realizado el dimensionamiento adecuado de los perfiles para su capacidad resistente. Además el rango de traslacionalidad que se consigue para los pórticos traslacionales,

no es muy amplio, ya que la mayoría de dichos pórticos tienen un grado de traslacionalidad entre  $5 < \alpha_{cr} < 10$ .

Una vez modelados los dos pórticos del ejemplo, se observa que los esfuerzos obtenidos para un análisis en primer orden sin la consideración de las imperfecciones globales equivalentes, son menores que los obtenidos para un análisis global según la teoría de segundo orden, tal y como era de esperar.

Dicho efecto es debido a que el análisis según la teoría de segundo orden considerando la no linealidad geométrica da esfuerzos mayores, debidos a la consideración de la estructura deformada en el equilibrio. Por consiguiente, solo es necesaria la comprobación resistente puesto que los efectos de inestabilidad se han considerado en el análisis global de segundo orden, pero son necesarias herramientas de cálculo más complejas que permitan este tipo de análisis.

Las verificaciones de capacidad resistente y estabilidad, se cumplen para las tres metodologías estudiadas según corresponda.

Sin embargo, los esfuerzos obtenidos en teoría de primer orden conducen a resultados menos estrictos que en teoría de segundo orden, pudiéndose llegar a dimensionamientos no seguros en algún caso.

Puede concluirse que siempre que se disponga de herramientas de cálculo adecuadas, resulta conveniente realizar el análisis según la teoría de segundo orden ya que al obtenerse esfuerzos mayores uno se queda al lado de la seguridad y únicamente debe verificarse la resistencia.

### 5.3.- PERSPECTIVAS FUTURAS

En base a las diferencias obtenidas al determinar el grado de instraslacionalidad de los pórticos estudiados, mediante un análisis de autovalores y utilizando la fórmula simplificada propuesta en la Instrucción EAE, se propone realizar un estudio más exhaustivo de la fiabilidad de la formulación simplificada.

Por otro lado, se propone el estudio de geometrías regulares de pórticos para establecer criterios que permitan llevar a cabo la verificación de los mismos, de manera segura, utilizando la teoría de primer orden.

Cabe destacar que en el estudio de la presente tesina, no se ha considerado la no linealidad geométrica, como tampoco se han modelado sistemas de arriostramiento para el análisis elástico global.

Dichas consideraciones, pueden proponerse como nuevas líneas de estudio.

## BIBLIOGRAFÍA

ABAQUS 6.6-1 (2006), ABAQUS Standard User's Manual, ABAQUS Inc. USA.

Código Técnico de la Edificación. Documento Básico-SE A: Seguridad Estructural Acero. Ministerio de Vivenda. 2008.

Código Técnico de la Edificación. Documento Básico-SE Acciones en la edificación. Ministerio de Vivenda. 2008.

Cudós V., Quintero F. (1988). Estructuras metálicas - La pieza aislada, Inestabilidad. II U.D.1. Escuela de la Edificación, Universidad nacional de Educación a Distancia, Tema XIV, páginas 1-31.

EAE, Instrucción de Acero Estructural. Ministerio de Fomento. Secretaría Técnica. Comisión Permanente de Estructuras de Acero.

ECCS "*Manual on Stability of Steel Structures*" (2nd ed), ECCS - Committee 8 - Stability, European Convention for Constructional Steelwork, Publication no. 22, 1976

EN1993-1-1 (2005). Eurocode 3: Design of steel structures, Part 1.1 General rules and rules of buildings. European Committee for Standardisation, Brussels.

EN1993-1-5 (2006). Eurocode 3: Design of steel structures, Part 1.5: Plated structural elements. European Committee for Standardisation, Brussels.

ESDEP, 2000. Elementos estructurales, Instituto Técnico de la Estructura en Acero (ITEA)

Guo-Qing L., Jin-Lun, L. (2007). Advanced and design of steel frames. Chapter 13. Wiley Editorial. London.

Real, E. (2001) Aportaciones al estudio del comportamiento a flexión de estructuras de acero inoxidable. Tesis Doctoral. ETSECCPB – UPC, 2001.

Rui-Wamba, J. (1998) Aforismos Estructurales. Fundación Esteyco, p. 25-45.

Trahair, N.S., Bradford, M.A., Nethercot, D.A., Gardner, L. (2008). The behaviour and design of steel structures to EC3. Fourth edition. p.353