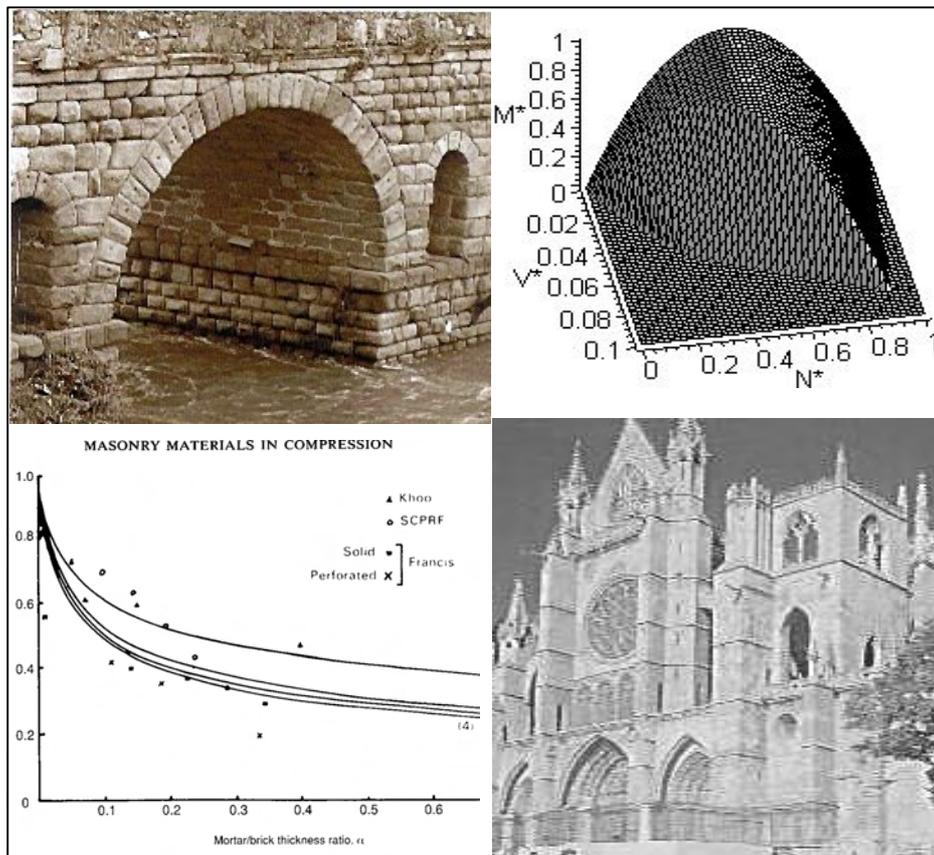

Monografías sobre el análisis estructural de construcciones históricas de fábrica

COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LA OBRA DE FÁBRICA

José Luis Martínez

José A. Martín-Caro

Javier León



Departamento de Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras
E.T.S.Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. U.P.M.

Monografía sobre el análisis estructural de construcciones históricas de fábrica.

Febrero, 2001

Jose Luis Martínez
Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos
Investigador del Departamento de Mecánica
de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras
E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos
U.P.M.



Jose A. Martín-Caro
Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos
Investigador del Departamento de Mecánica
de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras
E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos
U.P.M.



Javier León
Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos
Profesor Titular de Hormigón Estructural
Departamento de Mecánica de los Medios Continuos
y Teoría de Estructuras
E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos
U.P.M.



*Claro que lo entiendo. Incluso un niño de cinco años podría entenderlo.
¡Que me traigan un niño de cinco años!*

Groucho Marx

Prólogo

Me ha complacido de manera especial escribir este prólogo a la monografía que los autores proponen como la primera de una serie que van a dedicar al estudio y divulgación de los aspectos estructurales de las obras de fábrica. El motivo de tal satisfacción es triple.

En primer lugar, se trata de un documento que contribuye a cubrir la clamorosa laguna que, al comenzar el siglo XXI, aún se encuentra en el mundo del conocimiento de las estructuras de fábrica, tan presentes y asimiladas en nuestra cotidianidad que hemos tendido a pensar que siempre han estado ahí y que no hay razón para imaginarse que dejen de formar parte de nuestro paisaje y de nuestra esencia, quedando así, sorprendentemente, fuera del ámbito del interés del investigador estructural. Los árboles, que son los incontables ejemplos de realizaciones en ladrillo o piedra (edificios, puentes y otras obras civiles), no nos han dejado ver el bosque, de la dignísima y fascinante disciplina que constituye el estudio de los mecanismos resistentes que, con frecuencia ocultos, se encuentran tras la dermis de la noble y telúrica textura de las obras de fábrica.

La segunda razón por la cual me siento honrado al prologar esta monografía está relacionada con mi condición de Catedrático de Hormigón Estructural de esta Escuela, porque se salda así ³/₄ mejor diré se inicia el saldo, para estimular a los autores para que cumplan con su anunciada misión de continuar por esta senda ³/₄ una deuda de gratitud con la disciplina que ha tenido una enorme influencia sobre lo que hoy consideramos Hormigón Estructural. Basta echar un vistazo a los planes de estudios de esta casa para detectar enseguida ³/₄ mejor dicho, tras remontar seis o siete décadas ³/₄ que los ingenieros de otros tiempos tenían que aprender a proyectar obras de fábrica con criterios de los que bebieron quienes, como José Entrecanales o José Eugenio Ribera y su aventajado discípulo Eduardo Torroja, vieron en el hormigón algo más que mera piedra artificial.

Aquellos pioneros, heteroestructurales en palabras de Javier Rui-Wamba, sentaron las bases para el estudio del hormigón, cuyo tratamiento teórico y experimental, en un proceso esencialmente ingenieril, ha llegado a cotas tan

depuradas que su sistemática y metodología ha contribuido al desarrollo de conocimiento y forma de abordar el proyecto de otros materiales estructurales como acero, madera, etc. De ello es buena prueba la configuración de los actuales Eurocódigos, que se nutren de ciertos planteamientos nacidos en el mundo del hormigón, como el formato de seguridad correspondiente al método de los estados límite o el de bielas y tirantes para el tratamiento de regiones de D de discontinuidad, por ejemplo, para extenderlos a todos los materiales estructurales que en ellos se tratan. Por todo ello me ha complacido comprobar cómo ahora el tratamiento del comportamiento de las fábricas se analiza, en esta monografía, a partir de ideas y consideraciones bien conocidas por los estudiosos del hormigón estructural. Se verifica así un hecho curioso y fecundo: la disciplina madre ³/₄la fábrica³/₄ se nutre de la hija del hormigón, como el lector podrá comprobar a lo largo de las páginas que siguen.

Finalmente, el tercer motivo de alegría es comprobar cómo van viendo la luz los trabajos de las personas que trabajan en nuestro entorno del Laboratorio de Estructuras de la Escuela, especialmente los dos primeros autores, lanzados a la conclusión de sus respectivas tesis doctorales. Animo y apoyo a los tres para que sus esfuerzos para profundizar en el atractivo mundo de las obras de fábrica cobre la forma de una disciplina académica, no sólo recuperada del olvido, sino enriquecida e ilustrada con el enfoque y las herramientas de este siglo que acabamos de iniciar.

Febrero de 2001

*Hugo Corres Peiretti
Catedrático*

Índice

1 Generalidades.....	1
2 Caracterización de los materiales constituyentes	4
2.1 Las piezas.....	4
2.1.1 Geometría.....	4
2.1.2 Propiedades mecánicas.....	5
Peso específico	5
Resistencia a compresión.....	6
Resistencia a flexotracción	15
Resistencia a tracción	15
Módulo de deformación longitudinal	16
Coeficiente de Poisson.....	16
Energía de fractura.....	17
Módulo de entumecimiento	17
2.2 Los morteros	18
2.2.1 Propiedades mecánicas.....	18
Peso específico	19
Resistencia a compresión.....	19
Módulo de deformación longitudinal	23
Coeficiente de Poisson.....	23
2.3 La interfaz pieza-mortero	24
2.3.1 Resistencia a corte.....	24
3 Caracterización de la fábrica como material compuesto	28
3.1 Comportamiento bajo esfuerzos de compresión uniaxial....	28
3.1.1 Mecanismo resistente y criterios de rotura.....	28
criterio de Francis y Totaro	30
criterio experimental de Khoo y Hendry y Ohler	33
3.1.2 Comportamiento tenso-deformacional $s-e$	37
3.1.3 Módulo de deformación longitudinal E	40
3.1.4 Valor de la resistencia a compresión f	42
Influencia de las propiedades del material de asiento.....	43
Influencia de los parámetros del aparejo	44
Influencia de la relación a tizón / espesor del tendel	45
Influencia del tamaño de las piezas	45
Influencia de la regularidad del aparejo.....	45
Influencia de la rigidez relativa de piezas y mortero b	46

Fórmulas empíricas para la obtención de f	46
Fórmulas potenciales en f_b y f_m	46
Ajuste de Hendry y Malek para ladrillo.....	47
Ajuste de Rastampour para bloques.....	48
Ajuste de EC-6 para ladrillo	48
Ajuste de las normas británicas para ladrillo y sillería	48
Ajuste de las normas americanas para ladrillo.....	50
Fórmulas fenomenológicas para la obtención de f	51
Fórmula de Ohler.....	51
3.2 Comportamiento bajo esfuerzos de flexo-compresión y corte.....	54
3.2.1 Comportamiento en su plano. Comportamiento biaxial	54
Mecanismos de rotura	54
Resultados experimentales.....	55
Resultados numéricos	58
Formulación analítica de diferentes criterios de rotura	60
Tursenk y Cacovic	60
Hamyd y Drysdale	61
Mann y Müller	62
Riddington y Ghazal	64
Envolventes de rotura M-N-V	66
Esquema resistente y relaciones generales.....	68
Criterio III: Rotura por compresión de la fábrica	69
Criterio II: Rotura por tracción en la pieza	72
Criterio I: Rotura por deslizamiento en el tendel.....	75
Diagrama final de interacción.....	78
3.2.2 Comportamiento fuera de su plano	80
Mecanismos de rotura uniaxiales. Flexión en direcciones principales	80
Mecanismos de rotura biaxiales. Flexión con aparejo esviado ...	81
Presencia de un esfuerzo axial en la dirección perpendicular a los tendeles	84
3.2.3 Valores de la resistencia a flexotracción y corte de la fábrica	84
4 Comportamiento reológico de la fábrica.....	87
5 Notación	88
6 Bibliografía.....	90

COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LA OBRA HISTÓRICA DE FÁBRICA

El capítulo III, dedicado a los materiales clásicos, de “Razón y ser de los tipos estructurales “, del maestro Eduardo Torroja, comienza con la transcripción de una frase de Frank Lloyd Wright: “ *Para el artista creador cada material expresa su propio mensaje* ”. Torroja añade “y para comprender ese mensaje es necesario meditar sobre las propiedades de cada uno de ellos hasta empaparse de su peculiar modo de ser y de expresarse; porque, efectivamente, cada cual presenta su etopeya diferente y específica.”

Entre las claves de este mensaje está la más prosaica de todas: la resistente; y, en efecto, el conocimiento de los mecanismos resistentes de las fábricas constituye la base imprescindible para entender el funcionamiento de las estructuras de las que forman parte y, de forma particular, de su nivel de seguridad. Al estudio, pues, del comportamiento de las fábricas está destinada esta monografía, en la que no sólo se presenta una síntesis del estado del conocimiento en la materia – muy abandonada, tanto en el ámbito de la arquitectura como de la ingeniería, en la práctica profesional y en los planes de estudio –, sino un avance en primicia de la interacción de esfuerzos normales y tangentes, presentada de forma compacta y práctica, lo que constituye una ayuda de interés para el técnico

Generalidades

Atendiendo a su construcción P.I.E.T. 70 define la obra de fábrica como aquellos elementos de obra obtenidos por disposición de ladrillos, bloques, piedras de cantería, unos junto a otros y sobre otros, ordenadamente y solapados de acuerdo con unas determinadas leyes de traba.

EC-6 define la fábrica como “*Conjunto trabado de piezas asentadas con mortero*”.

Atendiendo a su comportamiento, otra posible definición es la de material compuesto por piezas tales como, ladrillos, bloques, piedra de cantería que se encuentran unidas entre sí mediante un ligante, habitualmente mortero o, en ocasiones, mediante juntas a hueso, con un comportamiento marcadamente anisótropo, heterogéneo y en determinadas circunstancias discontinuo.

Las obras de fábrica presentan una serie de peculiaridades que las diferencian de otras tipologías y que afectan directa o indirectamente al comportamiento mecánico de las mismas.

- La primera peculiaridad de estas estructuras, que queda reflejada en ambas definiciones, es la gran **diversidad de tipos** que cubre la obra de fábrica.

Bajo el término *fábrica* se engloba una gran diversidad de materiales en estado y condición variable. Sólo dentro de las piezas la tipología es enorme (ladrillos macizos, perforados, huecos, sillares graníticos, calizos, lajas de pizarras, etc.). El ligante, por su parte, está sujeto también a una cantidad ingente de tipos. Por último, la traba o aparejo presenta, como no podía ser de otra forma, diversas posibilidades.

Esta fuerte variación de tipos lleva consigo una gran dispersión entre los valores de las propiedades mecánicas.

- **La fábrica es un material compuesto** y su comportamiento está gobernado por las propiedades de los componentes y la relación entre estas propiedades. En particular, la distinta deformabilidad de las piezas y del mortero es una de las características más notables y propias de la fábrica.

Por otra parte, las condiciones en que se encuentran los componentes en la fábrica (en el compuesto) son muy distintas de las que se dan en los ensayos de los componentes por separado por lo que su comportamiento también será diferente.

Por ejemplo, la resistencia a compresión de una pieza que se puede obtener en un ensayo no coincidirá necesariamente con la tensión que experimentará esa misma pieza al fallar por aplastamiento en un muro, ya que los procesos y mecanismos de rotura que se dan en ambas situaciones son diferentes. De igual manera se pueden esperar resistencias de la fábrica mayores que los 0.5 a 1.0 N/mm² de los morteros de cal que la constituyen, ya que la resistencia del mortero en los tendeles es mucho mayor que en las muestras cúbicas debido al estado de compresión triaxial inducido por las piezas.

- Dentro de las obras de fábrica estudiadas en este trabajo (las ya existentes), otro aspecto no menos importante es **conocer el estado actual** en que se encuentran. El hecho de que puedan llevar en pie mucho tiempo implica que han estado sometidas a la acción de agentes de diferente naturaleza, químicos, físicos, biológicos y, también, a la acción humana.

No sólo es importante conocer el tipo de materiales y propiedades que conforman la obra de fábrica, sino también el estado en que se encuentran.

- Como indica la propia definición, **la fábrica es un material anisótropo**. La anisotropía intrínseca de las piezas, pero mucho más la existencia de juntas verticales (llagas) y de juntas horizontales (tendeles) condiciona el comportamiento mecánico de esta tipología, definiendo un comportamiento diferente en cada dirección. Será preciso conocer, por tanto, la dirección relativa de los esfuerzos actuantes con la dirección de las juntas.
- Otro aspecto particular de las estructuras de fábrica, es la **gran sensibilidad de sus variables mecánicas a la ejecución**. La

incidencia de la puesta en obra de la fábrica es mayor que en otros materiales (hormigón, metálicas, etc..).

- Por desgracia y, posiblemente debido a la caída en desuso de la fábrica como material portante para estructuras nuevas, actualmente existe un **desconocimiento** mayor **de su comportamiento** que del de otras tipologías.
- **Inexistencia de normativa** que ampare la caracterización de la fábrica existente. Si bien existen recomendaciones y propuestas para la realización de ensayos (PIET 70, EC-6, FL-90, UNE) para obra nueva, no existe una metodología que defina el número mínimo de ensayos necesarios para caracterizar, por ejemplo, la resistencia a compresión, tracción, corte, los coeficientes de minoración de los materiales, etc. para fábricas existentes.
- Señalar como característica común y general a la fábrica, **la práctica imposibilidad de desarrollar tensiones de tracción** y su carácter masivo que marca el comportamiento de estas estructuras.

Recientemente (en las últimas tres décadas), se ha realizado un gran número de estudios y ensayos para la caracterización de la fábrica. Éstos se han centrado básicamente en el estudio de paneles y muros de fábrica de ladrillo bajo cargas en su plano, aunque también existen ensayos de flexión de fábrica fuera del mismo. Estos estudios han estado orientados, además, al proyecto y construcción de nuevas estructuras de edificación. Este importante esfuerzo acometido, principalmente por el mundo anglosajón, ha permitido un avance importante en el conocimiento del comportamiento mecánico de la obra de fábrica de ladrillo y, por extrapolación, de toda la fábrica en general en la medida que se puede y salvando las particularidades correspondientes.

Dentro de la fábrica se incluye el hormigón en masa o débilmente armado y se excluirá el adobe y tapial. El estudio, que aquí se presenta, se ha centrado principalmente en la fábrica de piedra y ladrillo. Ello se debe a las limitaciones de alcance que se deben imponer a todo trabajo y a que el tapial y el adobe no son de uso frecuente en construcciones históricas *duraderas*.

A lo largo de este trabajo se pasará revista, en primer lugar, a las principales propiedades mecánicas de los materiales constituyentes (piezas, mortero e interfaz). Es obligado hacer unas breves consideraciones acerca de los materiales constituyentes de la fábrica antes de entrar en el estudio del comportamiento de la fábrica como material compuesto.

En segundo y tercer lugar, se estudiará el comportamiento de la fábrica como material compuesto, bajo esfuerzos predominantes de compresión y bajo esfuerzos de flexocompresión y corte. En el desarrollo de este tercer punto se distinguirá entre el comportamiento de la fábrica en su plano y fuera de él. Se propondrán valores para las variables resistentes de la fábrica (f , f_p , f_v , E), contrastándolos con otros valores propuestos en la bibliografía y con los ensayos que se encuentran disponibles.

En cuarto y último lugar se tratará el comportamiento reológico de la fábrica.

2. Caracterización de los materiales constituyentes

Las propiedades de la fábrica dependen en buena medida de las propiedades de sus partes constituyentes: las piezas, ladrillo o bloques, y el ligante, generalmente mortero, aunque, en ocasiones, ni siquiera existe.

2.1. Las piezas

2.1.1. Geometría

Las piezas de fábrica, piedras labradas o de cerámica, poseen una forma regular más o menos paralelepípedica en caso de sillería y ladrillo o irregular en caso de mampostería. Las dimensiones y caras se nombrarán de acuerdo con PIET 70 [1] y FL-90 [2] como se recoge en la figura 2.1:

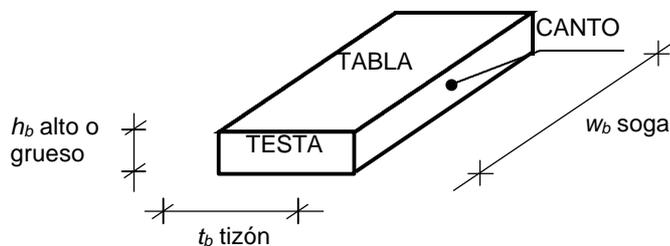


Figura 2.1 Nomenclatura para las dimensiones y caras de las piezas de fábrica

Las proporciones entre las 3 dimensiones de las piezas son muy variables y dependen del tipo de piedra y usos de labra o de fabricación de los ladrillos. Es típico encontrar que la mayor dimensión en la dirección paralela a los tendeles sea del orden de 3 ó 4 veces la altura. El tizón no suele ser menor que el doble de la altura. Demetrio de los Ríos [3], por ejemplo, en sus proyectos de restauración de la Catedral de León, especifica que “*la longitud de los sillares no excederá de cuatro veces su altura ni bajará esta última.*”

En caso de muros de sillería PIET 70 recomienda las siguientes proporciones referidas al alto de la pieza:

Tabla 2.1 Proporciones recomendadas para bloques en muros de sillería [1]

Tipo de piedra	h_b Alto	t_b Tizón	w_b Soga
Blandas	1	1	3
Semiduras	1	2	4
Duras	1	2	5
Muy Duras	1	2	6

Ira Baker [4] recomienda que en sillería elaborada con areniscas blandas o calizas granulares la relación soga:alto no sea mayor que 3:1 porque de lo contrario, asegura, podría partirse en dos. Para rocas más resistentes la relación puede llegar a 4:1.

En cuanto a las dimensiones absolutas de los sillares Heyman [5] afirma que los bloques de piedra utilizados en edificación medieval solían tener una dimensión principal (soga) de 300 mm, siendo muy infrecuente encontrar sillares mayores de 500 mm. Demetrio de los Ríos [3] fija unas dimensiones para los muros en León: *“toda la sillería [...] no carecerá de piedra hasta diez centímetros de tizón por donde menos. En las hiladas comunes dicho tizón no bajará de veinte a treinta centímetros medidos por las caras de junta.”*

En ladrillo la dimensión del grueso varía entre 25 y 100 mm, con un valor típico de 40 a 50 mm. Las proporciones alto : tizón : soga suelen ser de 1:2:4.

En cuanto a las torres de ascendencia islámica Sanmiguel [6] en su estudio sobre torres aragonesas afirma que la proporción 2:1 (soga:tizón) es casi siempre la utilizada ya que facilita el aparejo a soga y tizón *“el que mejor traba las sucesivas hiladas”*. Aún teniendo en cuenta las naturales oscilaciones en las medidas de una pieza hecha a mano, distingue 2 tamaños de ladrillo: el *pequeño* de 150 x 300 mm, presente en las torres más antiguas, y el *grande* de 170 x 340 mm. El grueso suele estar en ambos casos entre los 40 y 50 mm.

2.1.2 Propiedades mecánicas

Las propiedades mecánicas dependen fundamentalmente de la naturaleza de la piedra. Los tipos más universalmente utilizados son granitos, calizas, areniscas y, en menor medida, mármoles [7,8]. Las propiedades mecánicas fundamentales a efectos de análisis estructural son la densidad, el módulo de deformación longitudinal y la resistencia a compresión, que tiene un significado trascendente ya que constituye un índice de la calidad y se utiliza para deducir otras propiedades mecánicas como sucede con el hormigón. También se suele determinar directamente la resistencia a flexotracción. Otras propiedades interesantes como las relacionadas con parámetros deformacionales (deformación de pico, deformación última, módulo de Poisson) o de fractura (energía de fractura) no suelen determinarse experimentalmente.

Peso específico g_b

Dentro del análisis estructural, el peso específico determina la mayoría de las cargas gravitatorias que suponen la principal sollicitación en muros, torres de fábrica, e incluso puentes, debido al carácter masivo de estas estructuras. Este documento se refiere siempre al peso específico aparente y no al real de los materiales, puesto que es el aparente el que se utiliza en cálculos.

Se determina mediante ensayos sobre muestras. PIET 70 [1], por ejemplo, propone un ensayo frecuente en la bibliografía, sobre un mínimo de 3 probetas que pueden ser aprovechadas para posteriores ensayos de resistencia. La densidad aparente se determina como relación entre el peso de la muestra desecada y la diferencia entre los pesos de la muestra saturada y el peso de la probeta sumergida en agua.

Como referencia del orden de magnitud del peso específico de los principales tipos de piedra las tablas 2.2.a y b recogen algunos valores orientativos de la bibliografía.

Tabla 2.2.a Valores del peso específico aparente de la piedra según diversos autores [kN/m³].

Tipo de piedra	Baker [4] mín-med-máx	Camuñas [9] medio	Hütte [11] mín-máx	Arredondo [10] mín-máx	PIET 70 [1]	UIC [12] mín - máx
Granito	25-26-28	28	23-27	26-27	26-30	26 - 28
Caliza	23-25-27	23	19-28	24-28	20	20 - 26
Arenisca	19-22-24	23	19-27	23-29	-	-
Mármol	25-27-28	27	19-28	27-28	-	-

Tabla 2.2.b Valores del peso específico aparente del ladrillo según distintas fuentes [kN/m³].

Tipo/Calidad del Ladrillo	UIC [12]		Ponts en maçonnerie [13]	
1	Ladrillo blando	17 - 19	Calidad inferior	14
2	Ladrillo medio	19 - 21	Calidad media	14 - 18
3	Ladrillo duro	20 - 22	Calidad buena	14 - 18
4	Ladrillo de clínker	21 - 23	Calidad excelente	18 - 22

En la tabla 2.8 se dan algunos valores adicionales de peso específico de ciertas calizas y areniscas de yacimientos españoles

Resistencia a compresión f_b

La resistencia a compresión de las piezas es un índice de calidad válido para comparar distintas piedras entre sí y, a igualdad de dimensiones de las piezas, mortero y aparejo, incide sensiblemente en la resistencia de la fábrica. Sin embargo, por sí misma no permite hacer afirmaciones definitivas sobre la resistencia a compresión de la fábrica de la que forma parte.

La resistencia se determina mediante ensayos de compresión simple sobre muestras extraídas de un elemento estructural o de bloques similares a los de la estructura que se estudia si se dispone de ellos.

La resistencia de los ladrillos depende fundamentalmente de su composición y del proceso de cocido. En principio, los ladrillos no perforados pueden considerarse isótropos.

La piedra, por sí misma suele ser anisótropa en lo que a propiedades mecánicas se refiere. En cantera se distinguen la dirección del lecho y las perpendiculares a ella. En mecánica de rocas es frecuente dar un índice de la anisotropía del material como la relación entre los módulos de elasticidad correspondientes a las citadas direcciones. Por esta razón, el ensayo debe

hacerse aplicando la carga en la dirección en que realmente actúa la compresión principal en la estructura. Si la probeta se extrae de un muro o pila, usualmente la dirección ensayada es la perpendicular a la deseada. Por lo tanto, si la posición horizontal en cantera (que suele ser la de mayor resistencia [4]) se mantiene horizontal en la fábrica, al ensayar las caras verticales se obtendrá una resistencia menor que la esperable en las condiciones reales.

Las condiciones de ensayo, la coacción de los platos de la prensa sobre la probeta, las dimensiones y preparación de la probeta y su grado de saturación influyen decisivamente en el resultado.

PIET 70 propone ensayos sobre un mínimo de 3 probetas prismáticas de $40 \times 40 \times 240 \text{ mm}^3$ elaboradas con muestras desecadas. En primer lugar se debe realizar el ensayo de resistencia a flexotracción mediante un ensayo de flexión en 3 puntos sobre una luz de $100 \pm 10 \text{ mm}$. Los trozos de probeta de menor tamaño se utilizan para el ensayo de compresión pura.

EC-6 [14] propone un ensayo sobre probetas cúbicas de $100 \times 100 \times 100 \text{ mm}^3$ secadas al aire. El valor de $f_{b100 \times 100}$ obtenido en este ensayo no se puede considerar representativo de la resistencia real [15] debido, entre otros factores, a la mencionada coacción de las placas de la prensa. Para corregir este valor EC-6 da unos coeficientes de corrección, función de la forma y dimensiones de la probeta (tabla 2.5).

Baker [4] muestra los resultados de los ensayos a compresión llevados a cabo entre 1883 y 1905 sobre un total de 177 muestras procedentes de 54 canteras de EE.UU. Los ensayos se efectuaron sobre probetas cúbicas de 50.8 mm (2 pulgadas) de lado, aunque se afirma que el resultado del ensayo es independiente del tamaño de la probeta, esto no es así como se verá más adelante. Los resultados se resumen en la tabla 2.3 junto a otros valores recogidos en la bibliografía que no especifican las dimensiones ensayadas:

Tabla 2.3. Valores de la resistencia a compresión de la piedra f_b recogidos en la bibliografía [N/mm^2].

Tipo de piedra	Baker [4] *	Arredondo [10] **	Hüte [11] **	Camuñas [9] **
Granito	14-134-191	80-270	80-270	180
Caliza	25-65-166	80-150	25-190	60-130
Arenisca	30-64-105	10-180	15-320	50
Mármol	48-88-123	80-150	40-280	140

(*) Probetas cúbicas desecadas de 50.8 mm de lado. Valores mínimos, medios y máximos

(**) No se especifican las dimensiones de las probetas

En ladrillos el rango de variación de la resistencia es muy grande: J Morton [16] refiriéndose a ladrillos de fabricación actual en Gran Bretaña, sitúa el mínimo en $10 \text{ a } 15 \text{ N}/\text{mm}^2$ y el máximo en $100 \text{ N}/\text{mm}^2$, si bien admite como posibles resistencias de hasta $150\text{-}180 \text{ N}/\text{mm}^2$.

Lo dicho vale para ladrillos de arcilla; en el caso de piezas de silicato cálcico las máximas resistencias serían de $35 \text{ a } 45 \text{ N}/\text{mm}^2$.

Tabla 2.4 Valores de la resistencia a compresión de ladrillos recogidos en la bibliografía. [N/mm²] *

Calidad del ladrillo		UIC [12]	Ponts en Maçonnerie [13]	
1	Blando	4 – 8	Inferior	6 – 10
2	Medio	8 – 15	Medio	10 – 20
3	Duro	15 – 30	Bueno	20 – 30
4	Clínker	30 – 50	Excelente	35 – 70

(*) No se especifican las dimensiones de las probetas

Es conocido el hecho, ya adelantado, de que la esbeltez y las dimensiones absolutas de la probeta influyen en el valor obtenido de resistencia a compresión. Hay dos razones fundamentales que explican esta dependencia:

Influencia de la esbeltez y del tamaño de la probeta.

Por un lado la coacción lateral de las placas de ensayo. En efecto, en una probeta de pequeña esbeltez ($h/b=1$ p. ej.) el rozamiento que introducen las placas sobre las caras cargadas *zuncha* transversalmente la probeta impidiendo su deformación lateral y, por lo tanto, la forma de rotura no se produce por compresión pura uniaxial. Los valores de resistencia en una probeta así confinada son mayores (hasta un 50 %) que los que se obtienen en una probeta del mismo material en que los efectos de coacción de las placas se encuentren lejos de la sección crítica, como ocurre para esbelteces mayores que 2 ó 2.5 (ver fig. 2.2).

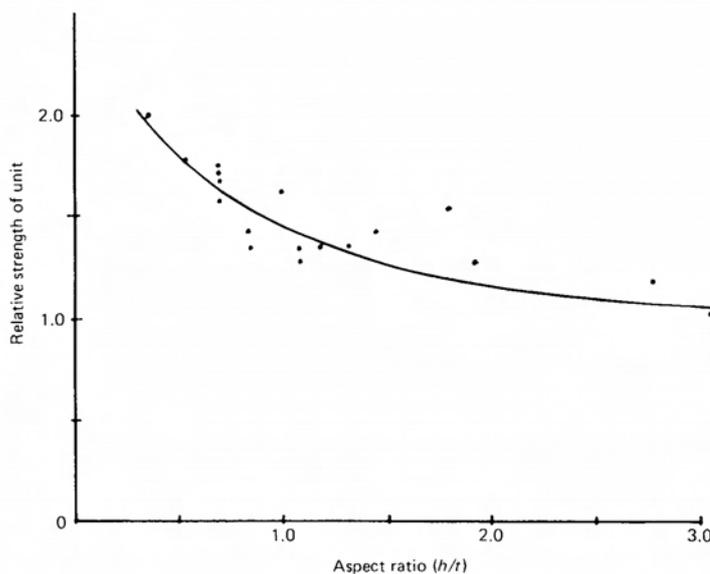


Figura 2.2. Resistencia de probetas de ladrillos de silicato cálcico referidas a la resistencia de una probeta sin efecto de confinamiento por las placas en función de la esbeltez. Experimentos de Page [17]

Por otro lado tiene lugar un efecto escala o de tamaño. Debe recordarse que la resistencia a compresión no es una propiedad intrínseca del material y sí lo

es la energía de fractura G_f , o la energía de fractura en compresión G_c [15,18]. En el contexto de la fractura elástica, Bažant [19] ha expresado la ley del efecto del tamaño de manera independiente de la forma de la probeta:

$$f = \left(\frac{EG_f}{c_f + D} \right)^{1/2} \geq f_0 \quad (2.1)$$

Donde f es la resistencia entendida como la tensión soportada en el instante de rotura, E es el módulo de elasticidad, c_f es una constante del material igual a la extensión de la zona de desarrollo de la fractura ($c_f=0$ en fractura lineal, $c_f>0$ en rocas, materiales cerámicos y hormigón) y D es una dimensión característica de la probeta (lado del cubo, etc.), f_0 es un cierto límite inferior de la resistencia observado en ensayos brasileños y que presumiblemente existe en otras formas de rotura [18].

En la figura 2.3 se muestran resultados en ensayos brasileños sobre probetas de hormigón que ilustran el comportamiento cuasifrágil: los puntos son resultados experimentales, la recta (la escala de abscisas es logarítmica) de pendiente 2:1 representa la teoría de fractura lineal, la curva es la ley del efecto de tamaño de Bažant y la recta horizontal marca un límite de tamaño más allá del cual la resistencia nominal no se reduce más.

Como se observa en la expresión anterior, f es función de tres propiedades intrínsecas del material y del tamaño de la probeta, siendo la dependencia aproximadamente proporcional al inverso de la raíz del tamaño de la probeta (exactamente proporcional si $c_f=0$). Si tenemos dos probetas cúbicas de lados $L1$ y $L2$ y conocemos la resistencia f_1 obtenida en $L1$, f_2 puede estimarse como:

$$f_2 \approx f_1 \sqrt{\frac{L1}{L2}} \quad (2.2)$$

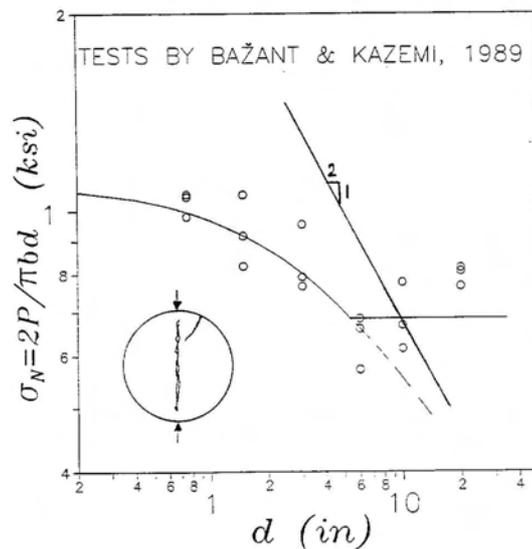


Figura 2.3 Variación de la resistencia en ensayos brasileños en función del diámetro de la probeta (escala logarítmica) [18]

Johnson [4] deduce, a partir de experimentos de Bauschinger, la siguiente correlación para los valores de la resistencia a compresión obtenidos con probetas cúbicas y prismáticas:

$$\frac{f_b \text{ en prisma}}{f_b \text{ en cubo}} = 0.778 + 0.222 \frac{b}{h} \quad (2.3)$$

donde b es la menor dimensión de la base de la probeta y h su altura. Como se ve, la resistencia obtenida en un prisma de esbeltez 2 es, según la expresión anterior, un 90% de la obtenida en un cubo.

Para tener en cuenta que la resistencia *in situ* de las piezas depende de la geometría y que las dimensiones reales no tienen porqué coincidir con las de la probeta de ensayo, EC-6 [14] da un factor de conversión que permite obtener la resistencia normalizada (la utilizada en cálculos) a partir de la obtenida en el ensayo.

Factores de conversión en función del tamaño y dimensiones relativas del bloque o probeta

Tabla 2.5 Factor entre la resistencia normalizada a compresión de la pieza ($f_{b_{xh}}$) y la obtenida en el ensayo sobre probeta cúbica de 100 mm de lado. EC-6 [14]

Valores de $\delta = f_{100 \times 100} / f_{b_{xh}}$					
Altura de la pieza [mm]	Menor dimensión horizontal de la pieza [mm]				
	50	100	150	200	250 ó mayor
50	0.85	0.75	0.70	-	-
65	0.95	0.85	0.75	0.70	0.65
100	1.15	1.00	0.90	0.80	0.75
150	1.30	1.20	1.10	1.00	0.95
200	1.45	1.35	1.25	1.15	1.10
250 o mayor	1.55	1.45	1.35	1.25	1.15

Khalaf y Hendry [17], basándose en resultados de ensayos han propuesto una fórmula para δ :

$$d = \left(\frac{h}{\sqrt{A}} \right)^{0.37} \quad (2.4)$$

donde d es la relación entre la resistencia de la pieza cúbica (real o ideal) de 100 mm de lado y la resistencia de una pieza de sección A y altura h : $f_{100 \times 100} / f_{b_{xh}}$.

Los resultados obtenidos con los coeficientes de la tabla 2.5 son similares a los de la fórmula anterior: como contraste, se muestran en la figura 2.4 los valores de d según la expresión (2.4) y la tabla 2.4 de EC-6.

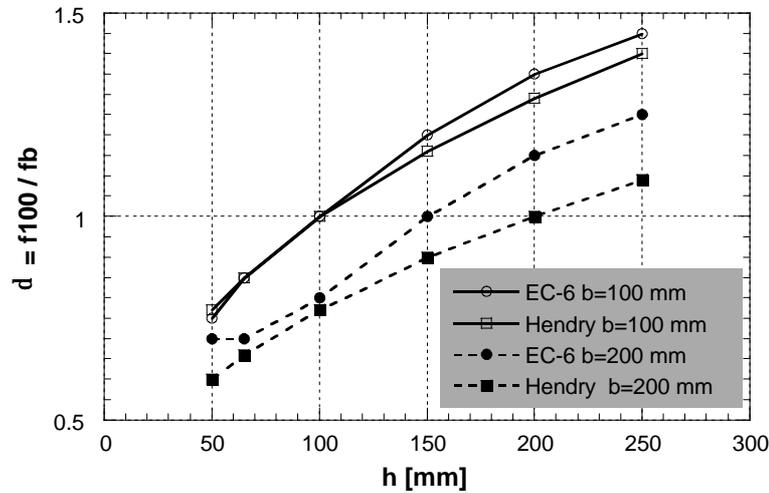


Figura 2.4 Valores del coeficiente de conversión d según EC-6 y la expresión (2.4) en función del alto de la pieza. Para menor dim. horizontal $b=100$ y $b=200$ mm.

Sin embargo, la expresión anterior no puede recoger de forma satisfactoria el efecto de tamaño ya que da un valor constante $d=1$ para probetas cúbicas de cualquier tamaño. La tabla 2.6 compara los valores de la tabla de EC-6 con las expresiones (2.2), de EC-6 y de (2.4); suponiendo conocida $f_{100 \times 100}$, se obtienen las resistencias en piezas cúbicas de lado 50, 150, 200 y 250 mm.

Tabla 2.6. Comparación de los coeficientes de conversión de resistencia para distintos tamaños de la probeta (cúbica)

Lado de la probeta cúbica [mm]	$f_{100 \times 100} / f_b$ cúbica		
	Expresión (2.2)	EC-6 (tabla 2.4)	Expresión (2.4)
50	0.71	0.847	1
150	1.22	1.1	1
200	1.41	1.15	1
250	1.587	1.15	1

Para minimizar la influencia del efecto de las placas, la resistencia a compresión del hormigón (considerado aquí como piedra artificial) se obtiene en casi todas las normas modernas en ensayos sobre probetas de esbeltez (h/b) igual a 2. ACI [20] utiliza probetas cilíndricas de 152x305 mm (6x12 pulgadas), EHE [21] cilíndricas de 150x300 mm, las mismas que MODEL CODE [22]. EC-2 [22] basa las especificaciones de todo su articulado en el valor obtenido del ensayo sobre probetas cilíndricas de esbeltez 2.

MODEL CODE [22] relaciona la resistencia obtenida en probetas cúbicas ($L=150$ mm) con la de probetas cilíndricas de (150x300 mm) mediante un

coeficiente de conversión ($f_{c_{cilindro}}/f_{c_{cubo}}$) que varía con la resistencia y que para valores hasta 50 N/mm^2 vale 0.80. EHE proporciona una tabla de factores de conversión orientativos para probetas de distintas geometrías.

A modo de ejemplo se comparan en la tabla 2.7 los valores dados por las distintas fuentes de la equivalencia de resistencias entre probetas cilíndricas y cúbicas ($f_{150 \times 300} / f_{150 \times 150}$). El valor medio de 0.80 coincide casi exactamente con el inverso del que puede deducirse de la figura 2.2.

Tabla 2.7. Comparación de los coeficientes de conversión de resistencias obtenidas en probeta de esbeltez 2 y cúbica para hormigón y piezas.

	Model Code [22]	EHE [21]	Johnson (2.3)	EC-6 (Tabla 2.4)	Hendry (2.4)
$f_{150 \times 300} / f_{150 \times 150}$	0.80	0.70 a 0.90	0.89	0.81	0.77

Como conclusión puede decirse que las dimensiones de la probeta tienen una influencia notable (variaciones hasta de 20 ó 30%) en el valor obtenido de resistencia a compresión. Por ello es imprescindible aclarar a qué dimensiones está referida f_b cuando se da como dato experimental. Más aún, hay que precisar qué valor de los obtenidos experimentalmente se utilizará como resistencia nominal f_b en cálculos. De esta manera, suponiendo unas dimensiones típicas (ver 2.1.1) de los ladrillos en torres mudéjares y de los bloques de sillería en torres o muros góticos, bóvedas de fábrica, etc., la resistencia *in situ* de las piezas será entre un 15% menor en sillería y un 30% mayor en ladrillo que la $f_{100 \times 100}$ de ensayos:

- f_b en bloques de $250 \times 300 \times 400 \text{ mm}^3$ $= 0.87 f_{100 \times 100}$
- f_b en ladrillos de $50 \times 100 \times 200 \text{ mm}^3$ $= 1.33 f_{100 \times 100}$

La mayoría de las normas especifican que el ensayo de compresión se realice sobre muestras desecadas.

Influencia del grado de saturación

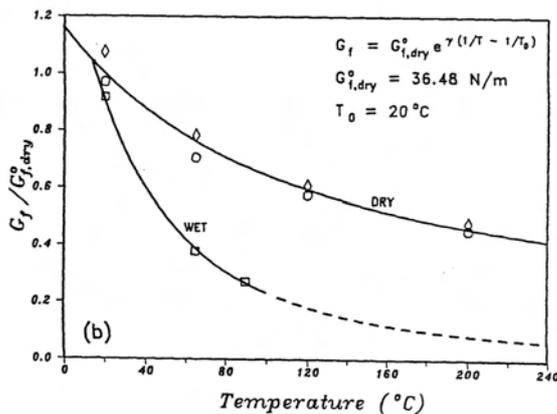


Figura 2.5 Variación de la energía de fractura del hormigón con la humedad y la temperatura. [20]

El contenido de agua de la muestra de piedra o ladrillo puede influir en más de un 40% en el resultado (siempre a la baja). La tabla 2.8 tomada de Camuñas [9] recoge los resultados de ensayos sobre areniscas y calizas provenientes de yacimientos españoles tradicionalmente empleados en construcciones monumentales. Como se ve, ciertas piedras exhiben una

reducción muy importante mientras otras de procedencia similar no experimentan reducción alguna. Quizás la explicación provenga del hecho, contrastado en hormigón [18], de que la energía de fractura se ve afectada (en mayor medida a mayores temperaturas) por el estado de saturación del material. Según (2.1) la resistencia f_b es función de la energía de fractura por lo que se verá afectada por la degradación de G_f . A temperaturas habituales el hormigón no muestra diferencias entre los estados seco y saturado, pero sí a más altas temperaturas.

No se han encontrado en la bibliografía resultados similares para piedra o ladrillo al mostrado en la figura 2.5 para hormigón.

Tabla 2.8. Influencia del grado de humedad en la resistencia a compresión en distintas canteras españolas. [Camuñas]

Tipo de piedra	Yacimiento	Peso específico [kN/m ³]	f_b seco [N/mm ²]	$\frac{f_{b,seco}-f_{b,saturado}}{f_{b,seco}} \cdot 100$
ARENISCA	Baleares.Fornaltux	14	5	32
	Baleares. Porreras, marés blanc	15	7	41
	Murcia. Archena	11	8	0
	Alicante. Villena	16	22	34
	Alicante. Sax	20	23	22
	Marruecos. Benzú	24	51	9
	Cataluña. Montjuich	-	42	-
CALIZA	Alicante. Monóvar	21	51	8
	Alicante. Petrel	22	51	7
	Alicante. Morquí	23	60	8
	Baleares. Santany	18	27	8
	Baleares. Illeta	25	77	3
	Burgos. Hurones	18	25	24
	Burgos. Hontoria	19	9	0
	Burgos. Ibeas de Juarros	25	48	-
	Burgos. Carcedo	22	26	34
	Barcelona. Jorba	24	70	6
	Segovia	19	7	-
	Córdoba	21	16	5
	Madrid. Redueña	23	56	29
	Madrid. Guadalix	25	105	9
	Madrid. Colmenar de Oreja	26	120	0
	Logroño. Moreda	23	73	34

Esta influencia del grado de saturación debe tenerse en cuenta para normalizar y hacer comparables distintos valores de f_b pero también, eventualmente, puede usarse como valor de la resistencia a compresión el valor saturado si el elemento estructural (base de un pilar o muro p. ej.) va a estar sometido a la humedad del terreno. ACI 318 [20], por ejemplo, prescribe el uso de la resistencia a compresión obtenida en un ensayo sobre probeta saturada en elementos de hormigón que vayan a quedar sumergidos.

Resistencia a flexotracción f_{xb}

La práctica incapacidad para resistir tensiones de tracción es una característica definitoria de la fábrica. Sin embargo la falta de resistencia del material compuesto fábrica no implica que los materiales constituyentes no posean resistencia a tracción. De hecho es imprescindible para el funcionamiento resistente de la fábrica que las piezas posean, de forma individual una cierta resistencia a tracción.

La resistencia a tracción de las piezas tiene interés no tanto porque en las estructuras de fábrica se dé de forma pura esta sollicitación a nivel de elemento estructural como por el hecho de que la rotura a compresión esta asociada en realidad, al fallo por las tensiones de tracción transversales inducidas al confinar al ligante bajo sollicitaciones de compresión y corte. Este aspecto se encuentra desarrollado en el punto 3.1.

La determinación directa de la resistencia a tracción presenta problemas de índole práctica por lo que es frecuente determinar la resistencia a flexotracción.

Resistencia a tracción f_{tb}

La resistencia a tracción se relaciona con la resistencia a flexotracción y con las dimensiones de la probeta de ensayo. EHE da la siguiente expresión para hormigón:

$$f_{tb} = f_{xb} \frac{1.5 \left(\frac{h}{100} \right)^{0.7}}{1 + 1.5 \left(\frac{h}{100} \right)^{0.7}} \quad (2.5)$$

Donde h es el canto de la probeta ensayada a flexotracción expresado en mm.

Según (2.5) si el canto de la probeta es del orden de 50 mm la resistencia a tracción pura es del orden de la mitad de la resistencia flexotracción.

Tabla 2.9 Valores de la resistencia a tracción como fracción en % de la resistencia a compresión

Tipo de piedra	Baker [4]	Arredondo [10]	Camuñas [9]	Schubert [15]	UIC [12]	Geotécnia y cimientos I [24]	Ponts en maçonnerie [13]
Granito	8.7						
Caliza	17.4	3.3	10	-	5	5-10	-
Arenisca	14.2						
Mármol	15.2						
Ladrillo de arcilla	13.5	-	-	3 a 10	5		3.0

Módulo de deformación longitudinal E_b

La deformabilidad de la fábrica es debida en una altísima proporción a su componente menos rígido: el mortero. Interesa, no obstante, conocer el módulo de elasticidad de las piezas puesto que la relación de rigideces entre piezas y mortero es un parámetro que determina el comportamiento del material compuesto. Esta misión se presenta compleja ya que, en ocasiones, el módulo de elasticidad de ciertas variedades de piedra, como las areniscas, varía con el nivel de carga [4] mientras para otras, granitos, calizas o mármoles, es sensiblemente constante.

ASTM [25] recoge un estudio en el que participaron 8 laboratorios de EEUU en 1992 en el que se determinaron los módulos de elasticidad tangentes al 25, 50 y 75% de la resistencia a compresión de granitos, calizas, areniscas y mármoles provenientes de 4 canteras. Los resultados para el nivel de carga más bajo se dan en la tabla 2.10.a.

Teniendo en cuenta el bajo nivel tensional de la fábrica, que aún en zonas de fuerte concentración de tensiones, difícilmente excede los 5 N/mm^2 , tiene sentido hablar de módulo de deformación longitudinal de las piezas como una constante del material. Baker [4] da los siguientes valores, tabla 2.10.a:

Tabla 2.10.a Valores orientativos del módulo de elasticidad de piedras E_b [N/mm^2].

Tipo de piedra	Baker [4]	UIC [12]	ASTM [25]
Granito	8,500 – 32,000 - 67,500	10,000 – 100,000	47,000 (Barre)
Caliza	17,000 – 32,000 - 76,000	20,000 – 100,000	33,000 (Salem)
Arenisca	7,000 – 15,000 – 40,000	10,000 – 50,000	12,500 (Berea)
Mármol	25,000 – 48,000 – 82,000	–	76,000 (Tennessee)

Tabla 2.9.b Valores orientativos del módulo de elasticidad del ladrillo E_b [N/mm^2].

Tipo de ladrillo	UIC [12]	Ponts en maçonnerie [13]
Ladrillo Blando	1,000 – 5,000	
Ladrillo Medio	5,000 – 10,000	5,000 – 25,000
Ladrillo Duro	10,000 – 15,000	
Ladrillo Clinker	15,000 – 20,000	

Coefficiente de Poisson n_b

Este parámetro deformacional se determina con mucha menor frecuencia. Sin embargo influye en la deformabilidad relativa y aparece nominalmente en ciertos modelos analíticos del comportamiento de la fábrica. Valores típicos que se encuentran en la literatura [26], son :

- Piedra: $\nu = 0.15$ a 0.20
- Ladrillo: $\nu = 0.10$ a 0.15

Energía de fractura G_f

Van der Pluijm [15] encontró valores de G_f entre 0.06 y 0.13 N· mm/mm² para ladrillos de arcilla y de silicato cálcico. Los valores de la resistencia a tracción variaban para esas muestras entre 1.5 y 3.5 N/mm².

Módulo de entumecimiento k_b

Ciertos ladrillos de arcilla sufren un aumento de volumen al ser colocados en obra y tomar humedad del mortero. Este entumecimiento es de desarrollo lento (se ha observado este fenómeno hasta 7.5 años después de colocado el ladrillo) y no es recuperable. ACI 530-95 [27], la normativa americana de fábrica, da el siguiente valor orientativo:

$$k_b = 300 \cdot 10^{-6} \text{ mm/mm}$$

2.2 Los morteros

El mortero es un material perfectamente plástico en el instante de colocación, endureciendo a las pocas horas y que adquiere rigidez y resistencia a lo largo del tiempo. El mortero tiene 3 misiones dentro de la fábrica [28] :

- Rellenar las juntas impidiendo el paso del agua.
- Regularizar el asiento entre bloques y repartir uniformemente las cargas.
- Colaborar, en su caso, a conducir las sollicitaciones horizontales hasta la cimentación.

Los morteros se componen de árido, un ligante más o menos hidráulico y agua. De Vekey [16] asegura que el óptimo de plasticidad¹ se obtiene para una proporción ligante:árido de 1:3.

El componente reactivo de los morteros utilizados en construcciones históricas es casi universalmente la cal (CaO) con otras *impurezas* presentes en la caliza utilizada para obtener, por calentamiento, la cal viva. Las impurezas arcillosas, silíceas y aluminosas, le confieren a la cal propiedades hidráulicas al formarse compuestos como silicatos o aluminatos cálcicos, que se encuentran también en el hormigón de cemento Pórtland. En caso de que la caliza utilizada para elaborar la cal careciera de impurezas y no se hayan añadido puzolanas o arcillas, la cal será aérea y su endurecimiento se debe enteramente a un proceso de carbonatación en que la cal se convierte en carbonato cálcico a lo largo de meses e incluso años.

En ciertas regiones ricas en yeso se empleaba este material para formar argamasas en lugar, o en combinación con la cal [6].

El mortero es el elemento más “débil” de la fábrica, el menos rígido, responsable de la mayor parte de la deformación instantánea y prácticamente toda la deformación diferida. Al mortero se debe la deformación de retracción por secado que experimenta la fábrica.

De acuerdo con ciertos estudios [28] entre el 60 y el 80 % del asiento total que experimenta un muro de fábrica (incluyendo la parte instantánea y la diferida) tiene lugar en los tendeles de mortero. Si se tiene en cuenta que en fábrica de ladrillo la altura acumulada de mortero representa un 15% del total y en sillería sólo el 2-5 % se concluye que la deformación en el mortero es mucho mayor que en las piezas. Estas cifras dan una idea de la importancia del comportamiento del mortero en el conjunto de la fábrica.

A continuación se citan estudios relativos a las propiedades que condicionan estos aspectos dentro del comportamiento general de los morteros históricos.

2.2.1 Propiedades mecánicas

El mortero, dentro de su funcionamiento habitual en la fábrica, está sometido a un estado tensional triaxial como se describe en el punto 3.1. Por ello las propiedades mecánicas del mortero deben estudiarse en régimen triaxial para comprender su comportamiento en servicio y en condiciones uniaxiales, o de

¹ El término *plasticidad* debe interpretarse, en este contexto, como consistencia plástica, trabajabilidad.

ausencia de coacción lateral, para ajustarse a las condiciones post-fisuración de las piezas.

Peso específico g_m

El peso específico de los morteros de cal varía entre 15 y 20 kN/m³ [12].

Resistencia a compresión f_m

La resistencia a compresión de los morteros está siempre referida a probetas de pequeño tamaño, cúbicas o de esbeltez 2 (las dos mitades resultantes del ensayo a flexotracción sobre probetas de 40x40x160). Al hablar de resistencia a compresión de un mortero se entiende que se trata de la resistencia de muestras de un tamaño convencional no confinadas, pero tal resistencia no es identificable con la resistencia del mortero *en* la fábrica, sino que se trata de un índice de comparación que cuantifica la *calidad* del mortero y que puede ser utilizado en fórmulas empíricas ajustadas haciendo uso de este valor.

Como orden de magnitud de la resistencia de morteros de cal De Vekey [16] fija un rango de f_m entre 0.5 y 1.0 N/mm² para morteros, tanto de cal hidráulica como aérea, confeccionados en proporciones cal:arena 1:2 a 3.

ACI 530-99 [27] clasifica los morteros (modernos) de cemento y cal en 4 categorías función de la dosificación ó la resistencia a compresión a 28 días:

Tabla 2.11. Dosificación y resistencias especificados por ACI 530.1-99 y ANS C270 [27,29] para morteros.

Tipo de mortero	Cemento	Cal	Arena*	f_m [N/mm ²]
M	1	0.25	2.8 a 3.8	17.0
S	1	0.25 a 0.50	2.8 a 4.5	12.5
N	1	0.50 a 1.25	3.4 a 6.8	5.0
O	1	1.25 a 2.50	5.1 a 10.5	2.5
K	1	2.50 a 4	7.9 a 12	0.5

(*) Entre 2.25 y 3.0 veces la suma de cal y cemento. Las proporciones se dan en volumen.

De forma similar EC-6 [14] permite especificar los morteros por dosificación como partes en volumen de cemento: cal: arena, o por resistencia a 28 días, designándose por la letra M y el valor de la resistencia a compresión en N/mm². El mortero ordinario de resistencia mínima especificado para fábrica será M1.

Las recomendaciones de la UIC [12] dan unos valores medios de la resistencia a compresión de morteros existentes que recoge la tabla 2.12.

Tabla 2.12. Resistencia a compresión de morteros f_m según UIC.

Tipo de mortero	f_m [N/mm ²]
De cal	0.2 – 0.5
De cal hidráulica	0.5 – 2.0
De cemento y cal	2.0 – 8.0
De cemento	8.0 – 15

Ponts en Maçonnerie [13], recoge valores dados por autores clásicos, según est apublicación Rondelet obtuvo valores de 3.0 a 6.5 N/mm². Tourtay en 1885, ensayando a 21 días cubos de 60 mm de arista, halló resistencias de 2 N/mm² para morteros de cal y 7.3 N/mm² para morteros de cemento. Vicat encontró resistencias entre 2.0 y 2.5 N/mm² para cal aérea y en torno a 7.5 N/mm² para cal hidráulica.

La tabla 2.13 reproduce los resultados de ensayos de Rondelet recogidos en Lárt de Batir [30] sobre probetas cúbicas de unos 51 mm de lado (4 pulgadas de superficie).

Tabla 2.13. Resistencias a compresión en probeta cúbica obtenidas por Rondelet en distintos morteros [N/mm²]

Tipo de mortero	Fecha	
	1787	1802
Mortero de cal y arena de río	4.40	4.94
Mortero de cemento	6.85	8.54
Mortero con arena y cemento	4.56	5.09
Mortero de grès pilé	3.07	3.11
Mortero de poudre de piedra de Conflans	5.56	7.90
Puzolana de Roma	4.71	5.37
Puzolana de Nápoles	4.07	5.35
Puzolana blanca de Nápoles	5.90	7.58
Puzolana de Ecosse	6.83	6.87
Mortero de lastrico	4.95	5.91
Mortero de blanco de España	6.65	6.96

La resistencia a compresión del mortero de una construcción histórica depende de una multitud de factores como la naturaleza de la piedra caliza empleada para elaborar la cal, el proceso de apagado, la naturaleza y granulometría de los áridos, las condiciones de exposición a la intemperie, etc.

El conocimiento sobre morteros de cal “nuevos” es muy reducido ya que las normativas actuales consideran sólo los morteros total o parcialmente elaborados con cemento portland. Sin embargo, aún plantea más incógnitas el hecho, patente en construcciones históricas, de que los morteros han sufrido cientos de años de envejecimiento. Heyman [5] llega a decir “*resulta apropiado, además de prudente considerar la obra de fábrica como un conjunto de piedras en seco [...] Puede que se haya utilizado un mortero para rellenar los intersticios, pero normalmente se tratará de morteros ya pobres en origen que se habrán degradado con el tiempo y, por ello, no se puede considerar que añadan mayor resistencia a la construcción*”. Como se verá en los puntos 3.1 y 3.2, no es posible eludir la estimación de la

resistencia de los morteros mediante una hipótesis *conservadora* (p. ej. tomar $f_m=0$ en cálculos) ya que el comportamiento del material compuesto fábrica no puede explicarse sin la consideración del mortero. No se trata, pues, de que el mortero *añada* resistencia sino que la construcción funciona como lo hace porque el mortero forma parte de ella. No se puede, por tanto, concluir que si el mortero es pobre se debe evaluar la fábrica prescindiendo de él *como si no estuviera*. De hecho, Francis *et al* [17,31] demostraron que la resistencia de paneles de fábrica de ladrillo a hueso (con las superficies de contacto pulidas) era del orden del doble que la de idénticos paneles contruidos con juntas de mortero ordinario.

Los morteros están presentes en la construcción y llevan en ella cientos de años. Es preciso tener una idea del grado de deterioro que pueden presentar los morteros debido al paso del tiempo. En este sentido, Vicat [32] llevó a cabo una interesante campaña ensayando morteros extraídos de edificios antiguos y morteros nuevos confeccionados con las mismas cales de la región. La tabla 2.14 resume la nº XXIII del trabajo de Vicat. La impresión que se obtiene de esta comparación es que, como dice Heyman, los morteros son *pobres en origen* (en el sentido de que su resistencia es decenas de veces inferior a la de los morteros modernos) pero, como en el caso del puente de Valentré, de 400 años, sus propiedades pueden conservarse durante siglos si no tiene lugar un proceso de deterioro específico (lavado, arenizado, meteorización, vegetación, etc.).

Los valores de f_m dados por Vicat son comparables entre sí pero, por las características del ensayo, no pueden interpretarse como valores absolutos de resistencia.

Tabla 2.14 “Morteros ordinarios obtenidos en diferentes edificios, comparados con los morteros fabricados para los experimentos con las mismas cales” Vicat [32]

Procedencia de la cal	Procedencia de la muestra de mortero	Descripción del mortero	Edad del mortero [años]	f_m [N/mm ²]
Montélimar	Una vivienda particular	Arena fina en buena proporción	19	0.55
	Una vieja torre	Como el precedente	110	0.73
	Fabricada para los experimentos	Arena granítica bastante fina	1	0.89
Viviers	Muro defensivo	Arena bastante fina en buena proporción	> 600	0.99
	Fabricada para los experimentos	Arena granítica muy fina	1	0.82
Cahors	Una vivienda particular	Mortero magro de cal mezclada, con arena medianamente gruesa	22	0.07
	Ídem,	Ídem. Rápidamente desecado	22	0.07
	Ídem	Desecación normal, mejor hecho que los precedentes	22	0.10
	De la cimentación de la misma vivienda	Como los anteriores Lentamente desecado	22	0.33
	Puente de Valentré	Arena gruesa y gravas, en buenas proporciones	400	0.45
	Fabricada para los experimentos	Arena granítica bastante fina	1.67	0.24
	Fabricada para los experimentos	Arena gruesa y grava	1.83	0.75
	Fabricada para los experimentos	Arena fina y gruesa mezcladas	1.83	0.64
Lanzac	Vivienda particular, de una cornisa	Magro, arena granítica bastante fina. Media de 4 muestras	20	0.12
	Iglesia	Como los precedentes, menos magro	200 – 300	0.14
	Fabricada para los experimentos	Con la misma arena	1.67	0.13
Loupiac	Vivienda particular	Magro, arena granítica bastante fina.	27	0.16
	Iglesia	Magro, arena fósil	200	0.23
	Ídem.	Menos magro que el anterior	200	0.23
	Fabricada para los experimentos	Arena granítica	1.67	0.15

Módulo de deformación longitudinal E_m

Las recomendaciones de la UIC dan los siguientes valores orientativos para el módulo de elasticidad de los morteros existentes:

Tabla 2.15. Módulos de elasticidad de los morteros de distintas categorías E_m según UIC

Tipo de mortero	E_m [N/mm ²]	E_m/f_m
De cal aérea	400 – 1,000	2000
De cal hidráulica	1,000 – 2,000	2,000 – 1,000
De cemento y cal	2,000 – 6,000	1,000 – 750
De cemento	6,000 – 10,000	750 – 650

La misma referencia da la siguiente figura (2.6) que correlaciona la resistencia a compresión con el módulo de elasticidad.

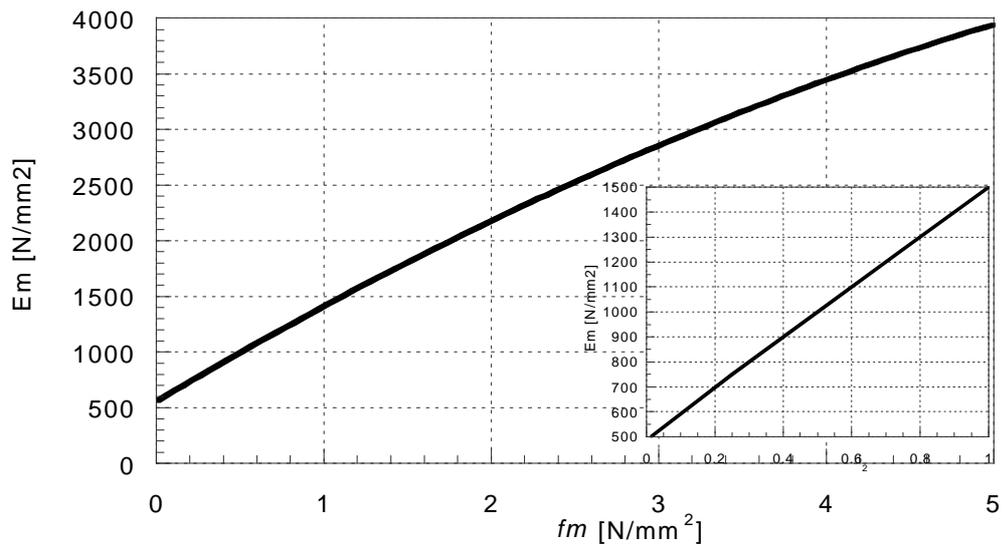


Figura 2.6. Correlación entre la resistencia a compresión f_m y el módulo de elasticidad E_m del mortero propuesta por UIC[12]. El gráfico pequeño es una ampliación de la zona $0 < f_m < 1.0$

Coefficiente de Poisson ν

El coeficiente de Poisson del mortero en la fábrica es muy dependiente del estado tensional. Suele determinarse el coeficiente en ensayos uniaxiales. Como referencia suele tomarse un valor de ν próximo a 0.2.

2.3 La interfaz pieza – mortero

La fábrica es un material heterogéneo de tres componentes: las piezas, el mortero y la interfaz entre ambos. Ésta última se considera aquí como un componente más ya que tiene propiedades peculiares y exhibe un comportamiento que condiciona el de la fábrica y debe estudiarse específicamente.

La naturaleza de la unión entre las piezas y el mortero, es decir, de la adherencia entre ambos elementos es el factor que caracteriza la interfaz. Este mecanismo de unión, de naturaleza física y química, (principalmente la primera), se ve afectado por diversos factores estudiados y expuestos en [17], entre los que sobresale el contenido de humedad en las piezas en el momento de su colocación y el índice de succión de las piezas (Figura 2.7). En esta figura queda claro que si las piezas se colocan con un contenido de humedad próximo al valor máximo de absorción la adherencia cae casi a cero.

Otro aspecto importante detectado por Van del Pluijm [17] es el hecho de que la superficie de contacto real (área eficaz) es considerablemente menor que la teórica o total debido a la retracción del mortero. El área de contacto medida en muros de ladrillo y mortero de cemento fue del orden del 50% de la total en muros y aún menor en pilastras. [15,33]

No existe todavía un conocimiento exacto del mecanismo, además, debemos tener en cuenta la enorme variedad de fábricas, incluyendo la fábrica con juntas a hueso, que impiden acotar el problema de forma general. Dos fenómenos ocurren en este plano de debilidad de la fábrica (interfaz), uno asociado al fallo por tracción y otro asociado al fallo tangencial.

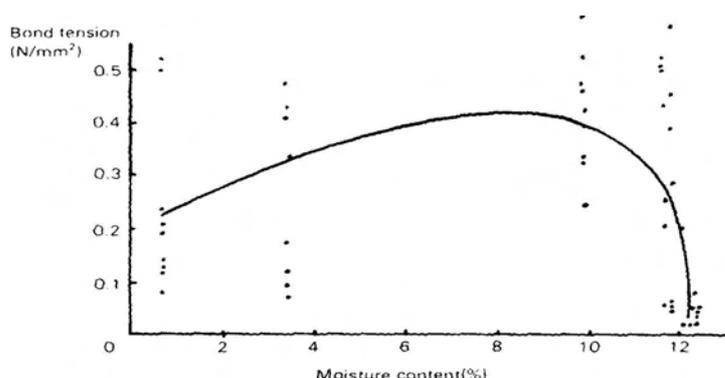


Figura 2.7. Relación entre el contenido de humedad de las piezas en el instante de colocación y la tensión de adherencia en la interfaz. La absorción de humedad de los ladrillos era de 13.75% (Sinha) [17].

2.2.1 Resistencia a corte

Según se ha expuesto a lo largo de este epígrafe, la correcta caracterización de la respuesta a corte en las juntas y en las piezas de la fábrica precisa evaluar el estado de tensiones tangenciales y normales (precompresión) en las mismas.

Existen varias maneras de definir el criterio de rotura. El más común es el modelo friccional de Mohr-Coulomb² (2.6).

$$f_v = c + ms \quad (2.6)$$

donde f_v es la resistencia al deslizamiento del tendel, c un valor de la cohesión, m el coeficiente de rozamiento en la interfaz y s la tensión normal al tendel.

EC-6 propone un modelo Mohr-Coulomb², donde la resistencia característica a esfuerzo cortante en la dirección paralela a los tendeles, puede ser obtenida experimentalmente (realización de ensayos sobre paneles) o analíticamente mediante la ecuación siguiente.

$$f_v = f_{vo} + 0.4s \leq 0.05f_b \quad (2.7)$$

- f_v : resistencia al deslizamiento de la junta
- f_b : resistencia a compresión uniaxial de las piezas
- f_{vo} : resistencia a cortante en ausencia de tensiones de compresión
- s : tensión normal aplicada

Diversos autores han realizado ensayos a corte, en la figura 2.8 se muestran como ejemplo los resultados de los ensayos de Hendry y Shina [17] sobre muros, tanto a escala real, como en modelo reducido.

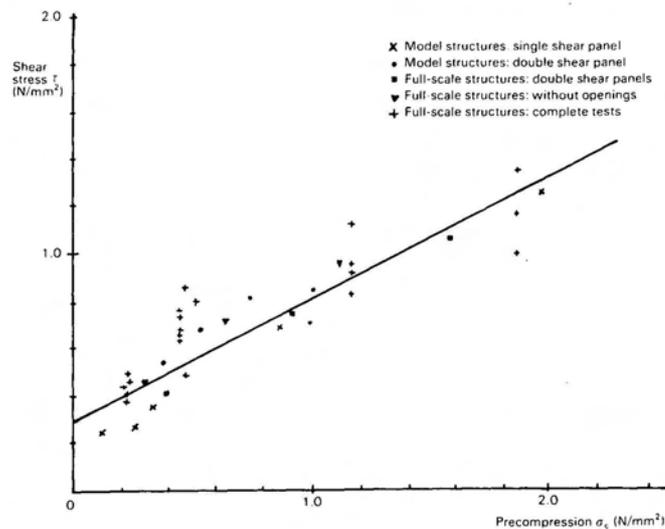


Figura 2.8. Relación entre la tensión de corte y la precompresión. Resultados de los ensayos a escala real y en modelo reducido.

La envolvente que mejor se ajusta a estos resultados obtenidos en una ecuación del tipo Mohr-Coulomb como la que aparece a continuación.

² Se utiliza el término Mohr-Coulomb por analogía con la ecuación que define ese criterio de fallo. Sin embargo no se trata de una verdadera envolvente de tipo Mohr-Coulomb ya que el fallo se produce cuando el punto definido por el par de tensiones σ - τ toca la recta definida en (2.6) y no cuando el círculo de Mohr correspondiente al estado tensional es tangente a dicha recta, como es el caso en la formulación de Mohr-Coulomb.

$$f_v = 0.3 + 0.5s \leq 2\text{N/mm}^2 \quad (2.8)$$

El valor de la tensión tangencial permitido en ausencia de tensiones normales es de 0.3 N/mm^2 , y el valor de la pendiente de la recta, (coeficiente de rozamiento), de 0.5.

Pero no son éstos los únicos valores, en la tabla 2.16 [17], se recoge una gran variedad de valores para los parámetros en un modelo pseudo-Mohr-Coulomb (cohesión c y ángulo de rozamiento interno m), en función de las propiedades de los materiales utilizados, del tipo de probeta y del tipo de ensayo.

Tabla 2.16 Valores de c y m en un modelo pseudo-Mohr-Coulomb en función del tipo de fábrica.

Fuente	Tipo de ladrillo	Mortero Cemento : cal : arena	c [N/mm ²]	m
Hendry y Sinha	Arcilla extrusionado	1:0.25:3	0.3	0.5
Chinwah	Arcilla extrusionado	1:0.25:3	0.25	0.34
Pieper y Trautsch	Silicato cálcico	1:2:8	0.20	0.84
Schneider	Silicato cálcico	1:1:6	0.14	0.30
Schneider y Schnell	Hormigón ligero	1:1:6	0.21	0.21
Hamid y Drysdale	Arcilla extrusionado	1:0.25:2.81		
		1:0.5:4.0	0.56	0.91
		1:1.25:6.75		
Mann y Muller	Arcilla sólido	1:3	0.4	0.3
		1:0:4	0.35	0.37
	Arcilla perforado	1:3	0.23	0.38
		1:0:4	0.35	0.37
	Silicato cálcico	1:3	0.25	0.18
		1:0:4	0.4	0.35
	Hormigón poroso	1:0:4	0.35	0.13
		1:3	0.2	0.2

Los valores para c están comprendidos entre 0.20 y 0.56. Según estos valores las piezas de silicato cálcico presentan valores inferiores a las ejecutadas en arcilla. En cuanto a la dosificación del mortero no parece que se pueda sacar una regla general para obtener su influencia en el valor de c .

El ángulo de rozamiento también está sujeto a fuertes variaciones en su valor, comprendido entre 0.15 y 0.90. En este caso es difícil definir qué tipo de pieza y dosificación de mortero da lugar a valores altos del coeficiente de rozamiento.

Van der Pluijm [31] realizó una campaña de ensayos donde estudió el efecto de la presencia de tensión normal al tendel en la resistencia a corte. Los resultados indican que cuando se cuenta con una tensión normal muy alta, el mecanismo de rotura se produce por fisuración y fallo en la interfaz acompañado por una fisuración diagonal en las piezas (tercer tramo de las envolventes de Mann y Muller [31] y de Riddington y Ghazal [26]).

3. Caracterización de la fábrica como material compuesto

El peso específico de la fábrica vendrá dado por el de los componentes ponderados por sus respectivas proporciones en volumen.

Teniendo en cuenta que en sillería o mampostería de piedra el volumen de mortero es muy inferior al de piedra, puede identificarse el peso de la fábrica con el de los bloques. En caso de fábricas de ladrillo, la proporción de mortero es relativamente mayor pero también es cierto que el peso específico de los ladrillos de arcilla es muy próximo al de los morteros por lo que el error cometido al identificar el peso específico de la fábrica con el del ladrillo es aún asumible.

3.1 Comportamiento bajo esfuerzos de compresión uniaxial

Las estructuras de fábrica en general, bóvedas, pilas, torres, muros, etc., están sometidas a esfuerzos predominantemente de compresión. Por ello se debe prestar especial atención al mecanismo de rotura bajo este tipo de sollicitación y, por tanto, al valor de la resistencia a compresión de la fábrica.

3.1.1. Mecanismo resistente y criterios de rotura

La rotura de la fábrica bajo esfuerzos de compresión está directamente relacionada con la interacción que se produce entre la pieza y el ligante, función de las diferentes propiedades deformacionales de ambos componentes.

En la figura 3.1 se estudia el caso de un prisma de fábrica sometido a un esfuerzo de compresión. En este caso, la pieza perteneciente a la zona central de un prisma de fábrica se encuentra sollicitada por las tensiones indicadas en la figura 3.1: una tensión principal de compresión perpendicular a la tabla s_{zb} y tensiones transversales de tracción s_{xb} y s_{yb} . Al mismo tiempo, el tendel de mortero bajo la pieza está sollicitado por la compresión principal s_{zm} y compresiones transversales s_{xm} y s_{ym} . De esta manera, el mortero está sometido a un estado de compresión triaxial, mientras que, la pieza a una compresión vertical y a tracciones en el plano horizontal.

En realidad estas tensiones, que suponen uniformes en la pieza y en el mortero varían a lo largo de la soga y el tizón. La figura 3.1 debe entenderse como un esquema y las tensiones representadas están localizadas en la zona central de la pieza y el mortero. Además existen entre ambos componentes tensiones tangenciales t_{zx} y t_{zy} de resultante total nula que no se han dibujado por claridad

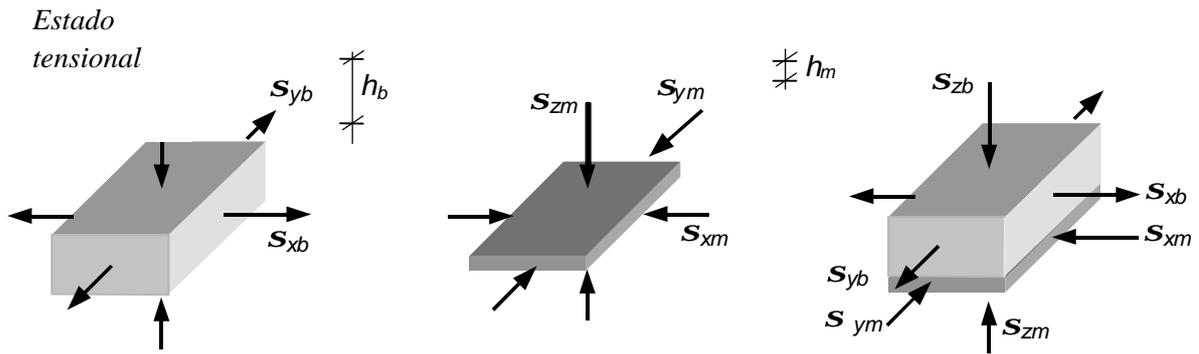


Figura 3.1 Estado tensional en la pieza y en el mortero en la fábrica sometida da esfuerzos de compresión.

Equilibrio

Para que se satisfaga el equilibrio de fuerzas verticales la compresión en el mortero y la pieza debe ser la misma ya que se supone que el ladrillo o bloque es macizo y el mortero ocupa toda la tabla. De igual forma debe satisfacerse el equilibrio en las direcciones transversales, de manera que la fuerza total por unidad de longitud de tizón que actúa sobre la testa de la pieza será $s_{yb} \cdot h_b$ que debe ser igual a la que actúa sobre la correspondiente cara de mortero $s_{ym} \cdot h_m$. De forma similar se deduce el equilibrio en dirección x . Llamando α a la relación h_m/h_b las ecuaciones de equilibrio resultan:

$$s_{zb} = s_{zm} = s_z \quad (3.1)$$

$$s_{xb} = \alpha s_{xm} \quad (3.2)$$

$$s_{yb} = \alpha s_{ym} \quad (3.3)$$

Las dos últimas ecuaciones expresan el hecho de que la relación entre las tracciones en la pieza y las compresiones en el mortero es igual a la relación puramente geométrica entre el espesor de los tendeles h_m y el grueso de las piezas h_b . Ello explica la gran importancia del parámetro α en la resistencia de la fábrica (ver figura 3.13). Cuanto menor es α , menores son las tracciones (desfavorables) en la pieza y mayores las compresiones transversales (favorables) en el mortero para la misma tensión vertical aplicada.

Compatibilidad

En este caso se plantean las ecuaciones de compatibilidad a nivel de fibra. Correspondiendo a las direcciones x , y y z de la figura se tienen unas deformaciones designadas por e_{xb} , e_{yb} y e_{zb} , en la pieza y e_{xm} , e_{ym} y e_{zm} en el mortero. La condición de compatibilidad entre ambos componentes establece que las deformaciones transversales de la pieza y el mortero sean iguales, de lo contrario el mortero *escaparía* de la junta:

$$e_{xb} = e_{xm} \quad (3.4)$$

$$e_{yb} = e_{ym} \quad (3.5)$$

Estas condiciones se satisfacen muy aproximadamente en la zona central, cerca de los bordes la compatibilidad no es perfecta y el mortero experimenta cierta deformación diferencial tratando de *escapar*.

Igualdad de tensiones en el plano horizontal

Las tensiones en ambas direcciones x e y del el plano horizontal son iguales, tanto en el mortero como en la pieza. Esto no es una hipótesis sino una consecuencia de las anteriores relaciones de equilibrio y compatibilidad y

del comportamiento *incrementalmente elástico*³. Si se sustituyen las ecuaciones (3.2) a (3.5) en las relaciones entre tensiones y deformaciones (3.8) a (3.11) se obtiene,

$$\mathbf{s}_{xb} = \mathbf{s}_{yb} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{s}_{xm} = \mathbf{s}_{ym} \quad (3.7)$$

Llegados a este punto, comúnmente aceptado, han surgido diferentes hipótesis sobre cuál es la condición crítica de tensiones o deformaciones que produce la rotura y sobre cuál es la trayectoria de tensiones en pieza y mortero desde el comienzo del proceso de carga hasta la rotura.

Criterio de rotura

En el caso de la pieza, para compresión pura se alcanza la rotura al alcanzar la tensión el valor de la resistencia a compresión uniaxial $s_z = f_b$. En tracción biaxial (sin superponer una compresión perpendicular) la rotura se produce cuando las tensiones de tracción son iguales a la resistencia a tracción biaxial $s_{xb} = s_{yb} = f_{tb,II}$. La pregunta es para qué combinación de s_{xb}, s_{yb}, s_z se alcanza la rotura cuando estos valores sean menores de $f_{tb,II}$ y f_{tb} respectivamente.

En el caso del mortero, para compresión pura se alcanza la rotura al alcanzar la tensión el valor de la resistencia a compresión uniaxial $s_z = f_m$. La pregunta, en este caso, es cuánto vale la resistencia a compresión cuando se tienen compresiones en el plano perpendicular, f'_m .

Finalmente falta saber cómo evolucionan las tensiones s_x, s_y, s_z desde cero hasta interceptar a alguna de las dos envolventes, la de las piezas y la de ladrillo.

De las diferentes aproximaciones existentes al fenómeno, se presentan las dos consideradas más relevantes. Hendry ha expuesto de forma racional y ordenada algunos de los conceptos y datos actualizados más importantes sobre este punto por lo que gran parte de lo que aquí se presenta ha sido tomado de [17].

1.- En primer lugar, Francis y Totaro [17,31] hacen la hipótesis de comportamiento elástico para ambos materiales. De esta manera, las deformaciones horizontales en la pieza y en el mortero vienen expresados por,

$$\mathbf{e}_{xb} = \frac{1}{E_b} [\mathbf{s}_{xb} + \mathbf{n}_b (\mathbf{s}_z - \mathbf{s}_{yb})] \quad (3.8)$$

$$\mathbf{e}_{yb} = \frac{1}{E_b} [\mathbf{s}_{yb} + \mathbf{n}_b (\mathbf{s}_z - \mathbf{s}_{xb})] \quad (3.9)$$

$$\mathbf{e}_{xm} = \frac{1}{E_m} [-\mathbf{s}_{xm} + \mathbf{n}_m (\mathbf{s}_z + \mathbf{s}_{ym})] \quad (3.10)$$

³ Las tensiones en x e y también son iguales si se usan las relaciones (3.8) a (3.11) en un sentido más general que el puramente elástico, admitiendo que las propiedades de los materiales E y n no son constantes sino dependientes de las tensiones.

$$\mathbf{e}_{ym} = \frac{1}{E_m} [-\mathbf{s}_{ym} + \mathbf{n}_m (\mathbf{s}_z + \mathbf{s}_{xm})] \quad (3.11)$$

Siendo E_b y E_m los módulos de deformación longitudinal de la pieza y el mortero y \mathbf{n}_b y \mathbf{n}_m los coeficientes de Poisson de la pieza y el mortero.

Denominando, como ya se ha hecho más arriba, $\mathbf{b} = E_b/E_m$ a la relación entre módulos de deformación longitudinal y aplicando las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad (3.1) a (3.5), se obtiene una relación entre las tensiones transversales de tracción y la tensión vertical de compresión, además se comprueba que las tensiones en el plano horizontal son iguales, como ya se había supuesto:

$$\mathbf{s}_{xb} = \mathbf{s}_{yb} = \mathbf{s}_z \frac{\mathbf{a}(\mathbf{b}\mathbf{n}_m - \mathbf{n}_b)}{\mathbf{a}(1 - \mathbf{n}_b) + \mathbf{b}(1 - \mathbf{n}_m)} \quad (3.12)$$

Esta relación esta basada únicamente en las ecuaciones de equilibrio, compatibilidad y en la adopción de un modelo constitutivo elástico para ambos materiales.

La figura 3.2 muestra las tensiones transversales en la pieza y en el mortero divididas por la tensión de compresión principal en función de \mathbf{b} y para distintos valores de \mathbf{a} según la expresión anterior. Se han tomado unos valores típicos de $\mathbf{n}_b=0.15$ y $\mathbf{n}_m=0.20$.

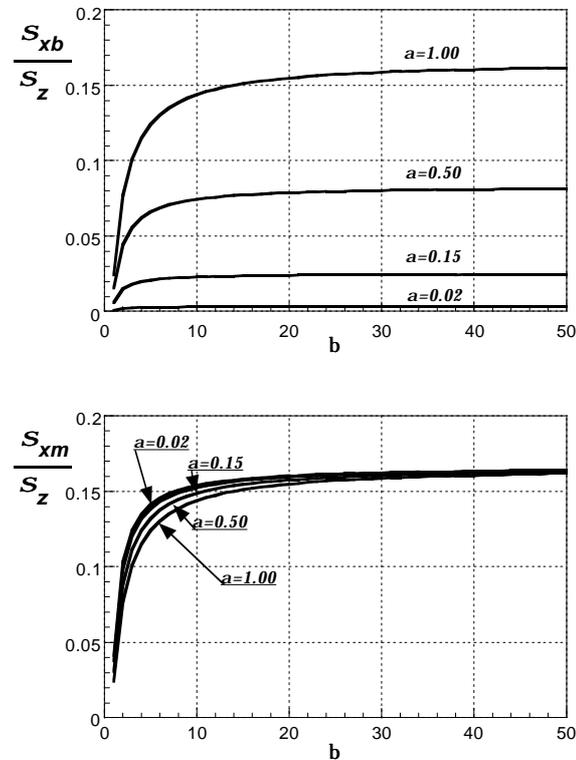


Figura 3.2 Tensiones transversales en las piezas y en el mortero relativas a la tensión vertical de compresión, en función de \mathbf{a} y \mathbf{b} . $\mathbf{n}_b=0.15$ y $\mathbf{n}_m=0.20$.

La influencia de b es mucho menor que la de a , siendo algo más significativa para fábrica de ladrillo, con b entre 1 y 15, que para sillería, $b > 10$, donde apenas influye. La tracción en las piezas está gobernada fundamentalmente por a , mientras que la compresión en el mortero parece casi independiente tanto de a como de b , al menos siempre que b tome valores de razonablemente altos ($b > 10$).

Si se hace variar ahora n_b y n_m , como en la figura 3.3 se aprecia que la influencia de n_m es mucho mayor que la de n_b .

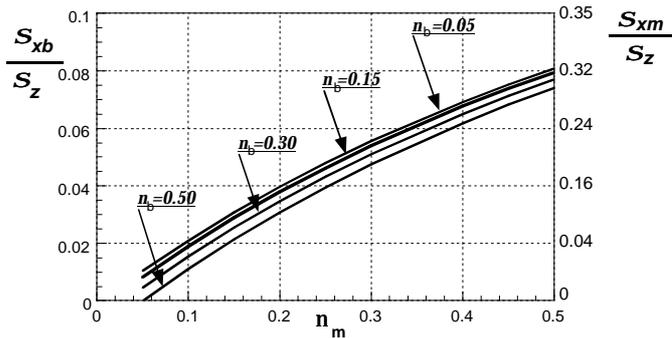


Figura 3.3 Tensiones transversales en las piezas y en el mortero relativas a la tensión vertical de compresión, en función de n_b y n_m . $a=0.25$, $b=10$.

La tracción en las piezas está gobernada por el parámetro a y la deformabilidad lateral del mortero cuantificada por n_m . Los valores de esta tracción serán muy pequeños en sillería y pueden alcanzar hasta el 10 ó 15% de la tensión de compresión en fábrica de ladrillo. La compresión transversal en el mortero está gobernada casi exclusivamente por el coeficiente de Poisson del mortero n_m . Los valores de la compresión transversal pueden encontrarse entre un 10 y un 25% de la compresión principal. El parámetro b tiene mucha menor importancia que el a . Esto es una buena noticia debido a que el primer parámetro es difícilmente determinable en la práctica y, muy probablemente, varía con el nivel de tensión mientras el segundo es puramente geométrico, más fácilmente determinable y constante. Por el contrario, la gran importancia que muestra n_m no es tan buena noticia al ser un parámetro muy difícilmente medible en una estructura existente.

Hasta aquí todo lo escrito es válido siempre que se adopte un modelo constitutivo elástico para piezas y mortero. En este punto Francis y Totaro [31] aceptan que la rotura de la fábrica se debe al fallo de la pieza y hacen la hipótesis de que la combinación crítica $s_{xb}-s_z$ guarda una relación lineal entre f_b y f_{tb} (ver figura 3.4).

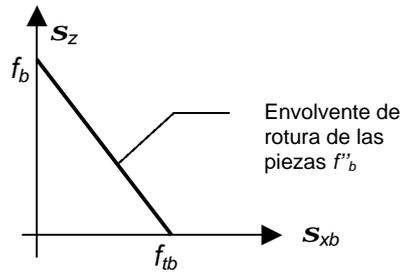


Figura 3.4 Envolvente de rotura propuesta por Francis y Totaro

La resistencia a compresión f'_b en presencia de tracciones $s_{xb}=s_{yb}$ vale entonces

$$f'_b = f_b \left(1 - \frac{s_{xb}}{f_{tb}} \right) \quad (3.13)$$

identificando la rotura de las piezas con la de la fábrica se puede igualar f'_b con f en la expresión anterior. Substituyendo (3.12) s_z por f y s_{xb} por el valor que se obtiene de (3.13) se llega al valor de la resistencia a compresión de la fábrica según Francis y Totaro:

$$f = f_b \frac{a(1-n_b) + b(1-n_m)}{a(1-n_b) + \frac{f_b}{f_{tb}}(bn_m - n_b) + b(1-n_m)} \quad (3.14)$$

El valor de la resistencia a compresión de la fábrica depende entonces de los parámetros elásticos de piezas y mortero (E_m, E_b, n_b, n_m) y de la resistencia a compresión y tracción de las piezas. Hendry [17] estudió la influencia del espesor del mortero en la resistencia a compresión de la fábrica, comparando los resultados experimentales obtenidos en ladrillos sólidos y perforados con los provenientes de la expresión anterior. La contrastación de ésta con los resultados experimentales no es demasiado buena en general. Estas discrepancias pueden estar fundadas en la calibración de los valores para los coeficientes de Poisson (n_b, n_m) y del parámetro f_b/f_{tb} . Por otra parte, la hipótesis de comportamiento elástico de los materiales a lo largo de todo el proceso de carga es muy discutible, en cualquier caso supone una primera aproximación cualitativa al problema.

2.- En segundo lugar, Hendry y Khoo [17], proponen y definen un criterio de rotura para la fábrica de ladrillo, estudiando de forma empírica y, por separado, las envolventes de rotura para piezas, bajo estados combinados de tracción – compresión, y, para el mortero, bajo un estado de compresión triaxial. Ohler desarrolló un trabajo similar en la misma línea añadiendo unas simplificaciones numéricas que permiten obtener una fórmula explícita para la resistencia de la fábrica. En este apartado se presentan paralelamente ambos enfoques.

Basándose en una campaña experimental, proponen una envolvente de rotura para las piezas. A diferencia de la propuesta de Francis y Totaro, la relación encontrada por Hendry y Khoo entre la tensión de rotura a compresión y las tracciones presentes en el plano horizontal (f'_b) no fue lineal. Las envolventes determinadas experimentalmente para ladrillo son convexas hacia el origen (figura 3.5) y admiten un ajuste del tipo propuesto por Khoo y Hendry. :

$$\frac{f'_b}{f_b} = 1 - \left(\frac{S_{xb}}{f_{tb}} \right)^{0.546} \quad (3.16)$$

La campaña experimental fue realizada para ladrillos cuya resistencia a compresión estaba comprendida entre 30 y 90 N/mm².

Ohler, basándose en experimentación existente, propone una envolvente de rotura (3.17) para las piezas muy similar a la de Hendry y Khoo, dando una representación trilinear para la misma (3.18) que es más cómoda de operar como se verá a continuación. La envolvente de Ohler y los valores de a y b en cada tramo se presentan en la figura 3.5.

$$\frac{f'_b}{f_b} = 1 - \left(\frac{S_{xb}}{f_{tb}} \right)^{0.58} \quad (3.17)$$

$$\frac{f'_b}{f_b} = a - b \frac{S_{xb}}{f_{tb}} \quad (3.18)$$

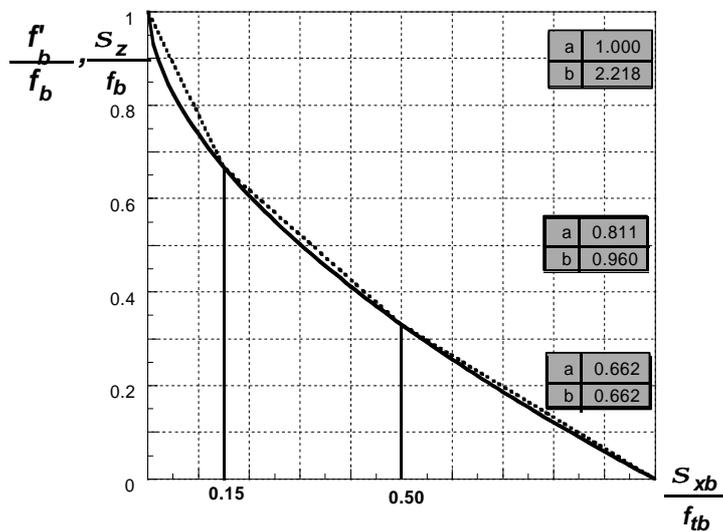


Figura 3.5 Envolvente de rotura de ladrillo de Ohler y ajuste trilinear. En abscisas la tensión de tracción en el ladrillo dividida por su resistencia a tracción, en ordenadas la tensión de compresión actuante dividida por la resistencia a compresión uniaxial de la pieza. Cualquier punto a la derecha de la curva es de rotura. [Hendry]

Khoo y Hendry también llevaron a cabo una campaña de ensayos sobre morteros⁴ 1:¼:3 y 1:1:6 para determinar la resistencia a compresión f'_m en

⁴ cemento:cal:arido

presencia de compresiones transversales. La conclusión fue que la resistencia aumenta de forma no lineal y en mayor medida cuanto mayor es la resistencia uniaxial f_m . El aumento de resistencia es muy notable si bien algo menor en morteros que en hormigón. Los resultados de estos ensayos se representan en la figura 3.6. Estos autores propusieron una fórmula de ajuste potencial:

$$\frac{f'_m}{f_m} = 1 + 2.91 \left(\frac{s_{xm}}{f_m} \right)^{0.805} \quad (3.19)$$

Teniendo en cuenta la relación $s_{xb} = a s_{xm}$ obtenida del equilibrio podemos expresar la envolvente del mortero en función de la tensión de tracción en el ladrillo. De esta manera ambas envolventes pueden representarse en ejes $s_c - s_{xb}$:

$$\frac{f'_m}{f_m} = 1 + 2.91 \left(\frac{s_{xb}}{a f'_m} \right)^{0.805} \quad (3.20)$$

De la misma forma, Ohler propone un ajuste lineal (3.21) para la envolvente de rotura del mortero que se representa junto a la expresión de Hendry y Khoo en la figura 3.6:

$$\frac{f'_m}{f_m} = 1 + m \frac{s_{xm}}{f_m} \quad (3.21)$$

Los valores de m dependen de f_m :

f_m [N/mm ²]	31.6	21.4	15.4	6.4
m	5.3	3.6	2.4	2.1

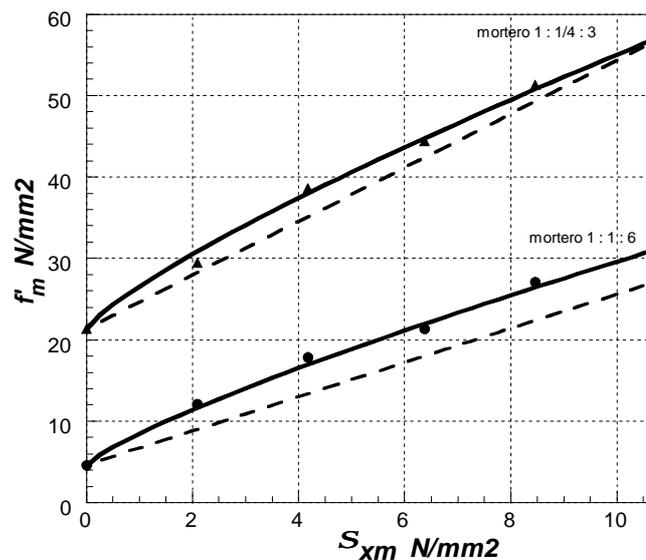


Figura 3.6 Resistencia del mortero en estado triaxial frente a la tensión de confinamiento. La línea continua es el ajuste de Khoo y Hendry, la discontinua el ajuste lineal de Ohler, los puntos son resultados experimentales. [17]

De nuevo, haciendo uso de la ecuación de equilibrio, ($s_{xb} = a s_{xm}$) es posible expresar la envolvente del mortero en función de la tensión de tracción en el ladrillo.

$$\frac{f'_m}{f_m} = 1 + \frac{m s_{xb}}{a f_m} \quad (3.22)$$

La pendiente de la envolvente del mortero *aumenta* en una proporción $1/a$ al representarse junto a la envolvente del ladrillo.

Una vez definidas las envolventes de rotura de cada uno de los componentes de la fábrica sometidos a los estados tensionales comentados (piezas compresión/tracción y mortero compresión triaxial), Khoo y Hendry, basándose en la campaña experimental, definen el punto de rotura de la fábrica en el plano $s_z - s_{xb}$ como precisamente aquel en que se intersecan las envolventes de pieza y mortero como se ve en la figura 3.7. La ordenada de este punto f/f_b es la resistencia a compresión de la fábrica dividida por la del ladrillo y la abscisa $s_{xb,u}/f_{tb}$ es la tracción transversal en el ladrillo en el instante de la rotura dividida por la resistencia a tracción del mismo.

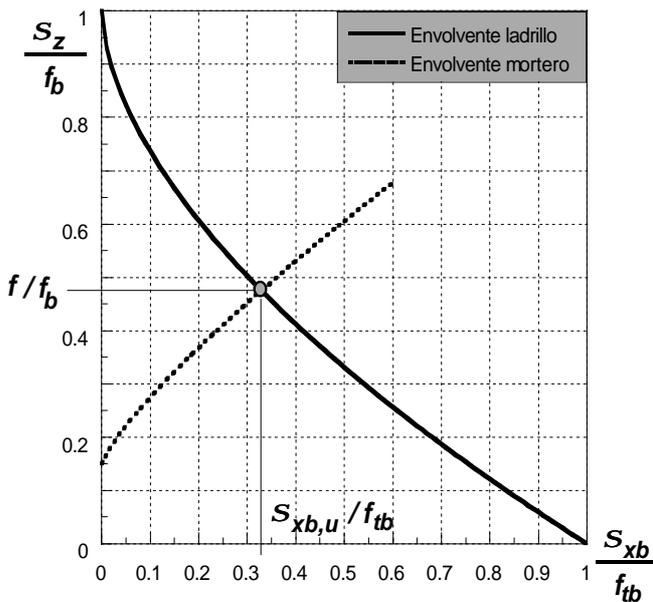


Figura 3.7 Punto de rotura de un prisma de fábrica en la intersección de las envolventes de los componentes.

Puesto que la rotura de la fábrica se produce para el punto de intersección de las envolventes de piezas y mortero se puede imponer $f = f'_m = f'_b$ y despejando s_{xb} y f de (3.18) y (3.22) se obtiene el valor de la tracción en la pieza en el punto de rotura:

$$s_{xb,u} = \frac{a f_b - f_m}{\frac{m}{a} + b} \frac{f_b}{f_{tb}} \quad (3.23)$$

y la resistencia a compresión de la fábrica (fórmula de Ohler):

$$f = f_m + \frac{af_b - f_m}{1 + \frac{ba}{m} \frac{f_b}{f_{tb}}} \quad (3.24)$$

donde f es la resistencia a compresión de la fábrica, f_b y f_m la de las piezas y mortero en ensayo triaxial, a la relación entre el alto de la pieza y el espesor de los tendeles, a y b los parámetros de la envolvente trilinear de Ohler para el ladrillo (figura 3.5) y m la pendiente de la envolvente de rotura del mortero (3.22).

Esta expresión sí ha mostrado una buena concordancia con los resultados experimentales obtenidos en fábrica de ladrillo.

En el epígrafe “*Fórmulas fenomenológicas para la obtención de f* ” del punto 3.3 “*Valores de la resistencia a compresión*” se da una discusión más detallada de la aplicación práctica de esta expresión.

3.1.2 Comportamiento tenso-deformacional $s - e$

El comportamiento de la fábrica es fuertemente no lineal desde estados tempranos de carga. Esta no linealidad queda plasmada en las curvas $s - e$ al comparar los valores del módulo de elasticidad tangente y del secante a $2/3$ del valor de la resistencia a compresión. De forma general, el comportamiento es de tipo elastoplástico (figura 3.9).

Powell y Hodgkinson [17] realizaron una campaña de ensayos sobre fábrica de ladrillo donde se caracterizó la ecuación tenso-deformacional de la fábrica para carga rápida, sin confinamiento y para cuatro tipos diferentes de ladrillos (tabla 3.2). Los ensayos se realizaron bajo carga controlada. En la figura 3.8 se muestran los resultados de los ensayos realizados y la propuesta de curva tenso-deformacional adimensional extrapolada de los mismos, comparada con la propuesta por Turnsek y Cacović.

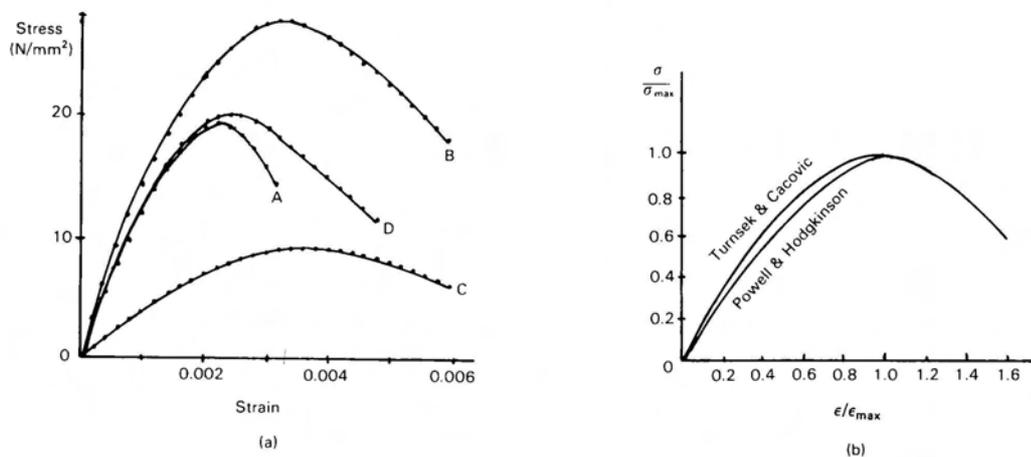


Figura 3.8 Curva tensodeformacional resultante de los ensayos de Powell y Hodgkinson para 4 tipos de ladrillo y propuesta de curva $s/s_{ult} - e/e_{max}$ adimensional

Tabla 3.2 Resultados de los ensayos de Powell y Hodgkinson [17]

Clase de ladrillo	Resistencia a compresión de la pieza (MPa)	Resistencia a compresión de la fábrica (MPa)	f/f_b %	Módulo tangente (MPa)	Módulo secante (Mpa)
A Perforado	69.6	19.93	28	18230	11900
B Clase A	71.7	27.65	38	17370	12930
C Fletton	25.5	9.33	37	4960	3740
Double frogged	45.3	20.10	44	16830	11610

Las curvas de los ladrillos A, B y D presentan un comportamiento similar, y similar a su vez al hormigón; un tramo ascendente y rama de descarga. El valor de la deformación elástica oscila entre 0.002 y 0.003, mientras que el valor de la deformación última está sujeta a mayor variación, variable entre 0.0035 el más frágil (perforado) y 0.006 el más dúctil (ladrillo B). La forma de la curva del ladrillo C es más suave, presentando una resistencia notoriamente menor pero una alta ductilidad.

Existen tres variables importantes en el comportamiento uniaxial de la fábrica: el nivel de confinamiento de la misma, el ángulo de incidencia del esfuerzo de compresión con respecto a los tendeles y, en menor medida, el tiempo de actuación de la carga.

Priestley y Elder [31] estudiaron la importancia del nivel de confinamiento en el comportamiento a compresión de la fábrica. Realizaron ensayos sobre prismas de fábrica compuesta por bloques de hormigón rellenos de mortero. La influencia del confinamiento transversal (materializado por medio de armadura transversal en los tendeles) en la curva $\sigma - \epsilon$ se representa en la figura 3.10.

Los resultados demostraron que era posible contar con un leve aumento en la resistencia y un gran aumento (del orden del doble) en la ductilidad en los casos de fábrica confinada. En la figura 3.9 se muestra los valores $\sigma - \epsilon$ obtenidos en los ensayos y el ajuste de las curvas propuestas por Kent-Park ajustadas por Priestley y Elder.

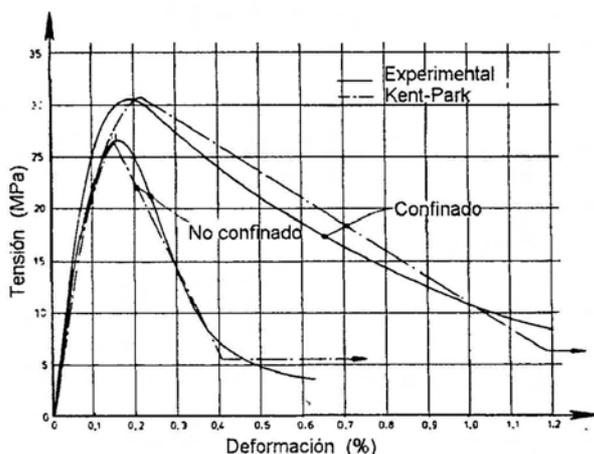


Figura 3.9 Curva $\sigma - \epsilon$ teórica y experimental (Priestley y Elder)

Estos autores también estudiaron la influencia de la velocidad de carga en el valor de la máxima resistencia y en la deformación última. Para los prismas confinados, un aumento de 0.05 %/s a 0.5 %/s en la velocidad de deformación suponía un incremento del 17% en la carga de rotura.

La fábrica, al igual que otros materiales cuasi frágiles (hormigón), presenta un comportamiento “post-pico” con ablandamiento, a diferencia de los materiales *plásticos*, como el acero dulce, que presenta una meseta de fluencia o incluso endurecimiento al plastificar.

Antes de la aplicación de la primera carga es posible que existan microfisuras en la fábrica, debidas a la propia retracción en el mortero o a la cocción en las piezas. Estas microfisuras experimentarán un crecimiento progresivo bajo la aplicación de una carga. El crecimiento de las fisuras será estable cuando se produzca sólo al aumentar la carga. Una vez se alcanza la resistencia de pico se produce un crecimiento acelerado formándose las primeras macrofisuras que dejan ya de ser estables, al necesitar un decrecimiento en la carga para controlar la fisuración.

La fábrica presenta este comportamiento, en mayor o en menor medida, tanto en tracción compresión y corte. La variable que califica y cuantifica este comportamiento es la energía de fractura.

Samarashinge [31] realizó una campaña de ensayos de paneles a compresión simple en los que estudió la influencia de la orientación relativa del esfuerzo de compresión con respecto a los tendeles. Los resultados señalan al ángulo de desviación del esfuerzo de compresión con respecto a la perpendicular a los tendeles como una variable condicionante en el comportamiento de la fábrica (figura 3.10).

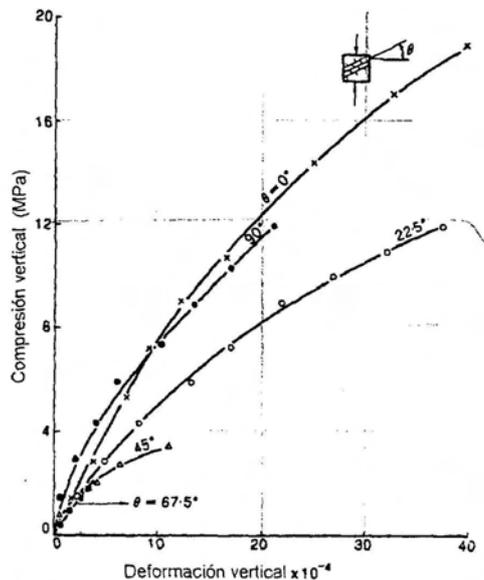


Figura 3.10. Influencia de la orientación de los tendeles en el comportamiento tensodeformacional (Page) [31].

Cuando el esfuerzo de compresión no es perpendicular a los tendeles se produce una drástica disminución en el valor de la resistencia a compresión y en el valor de la deformación última. Esto ocurre porque el mecanismo de rotura no es el expuesto en el epígrafe anterior, siendo necesaria una caracterización biaxial de la fábrica (apartado 3.2). Una compresión que no es perpendicular a los tendeles puede interpretarse como una compresión perpendicular más un cortante, en 3.2 se trata esta interacción de esfuerzos.

En cuanto a la normativa existente para el proyecto y construcción de estructuras de fábrica FL-90 y EC-6 presenta curvas similares que no representan de forma precisa el comportamiento σ - ϵ , pero que dan lugar a esfuerzos equivalentes al integrar las tensiones en la sección. Estas curvas tienen un valor para la deformación elástica y para la deformación en rotura semejantes al caso del hormigón (figura 3.11).

Asimismo la normativa permite asimilar:

$$E = 1000 f_k$$

$$G = 0.4E \quad n = 0.25$$

Para el valor de la resistencia característica a compresión f_k (perpendicular a los tendeles) es necesario realizar ensayos.

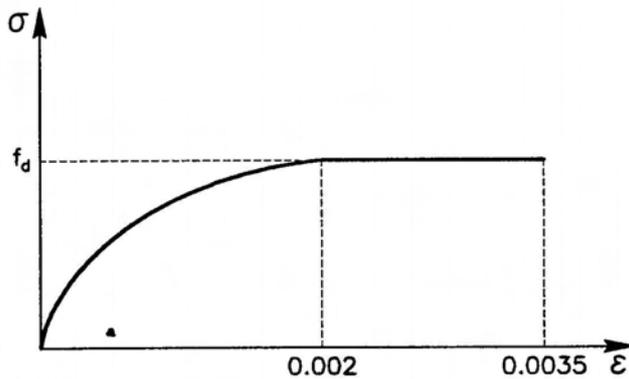


Figura 3.11 Diagrama parábola-rectángulo para la fábrica. FL-90

3.1.3 Módulo de deformación longitudinal E

Para estudiar el comportamiento en servicio se precisa un valor del módulo de Young que puede obtenerse como módulo tangente o secante a partir de un diagrama σ - ϵ realista y no de un diagrama equivalente en agotamiento como es el del tipo parábola rectángulo de la figura 3.11. Si no se dispone del diagrama real o si, para definirlo, se requiere el módulo de deformación longitudinal, éste puede estimarse de forma tentativa a partir de los módulos de los materiales constituyentes de la siguiente forma:

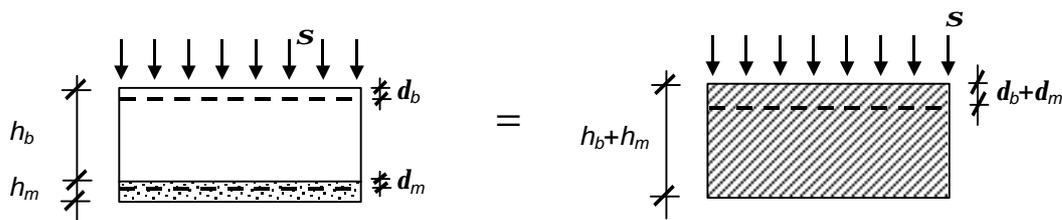


Figura 3.12 Pieza y mortero y material homogéneo equivalente.

Utilizando los subíndices b y m para las piezas y el mortero respectivamente y nombrando sin subíndices las propiedades y deformaciones de la fábrica se obtiene un módulo equivalente de la fábrica E imponiendo que el acortamiento en el compuesto sea igual a la suma de los acortamientos de los componentes:

$$\mathbf{e}_b h_b + \mathbf{e}_m h_m = \mathbf{e}(h_b + h_m) \quad (3.25)$$

$$\frac{\mathbf{s}}{E_b} h_b + \frac{\mathbf{s}}{E_m} h_m = \frac{\mathbf{s}}{E} (h_b + h_m) \quad (3.26)$$

Despejando E y denominando, como es habitual, $\mathbf{a}=h_m/h_b$ y $\mathbf{b}=E_b/E_m$,

$$E = E_b \frac{1 + \mathbf{a}}{1 + \mathbf{ab}} \quad (3.27)$$

Este valor del módulo puede ser tangente o secante dependiendo de qué módulos se consideren para E_b y E_m .

La expresión anterior es la recomendada por UIC [12] para la estimación de E .

Si para ladrillo se consideran unos valores *típicos* $\mathbf{a}=0.25$ y $\mathbf{b}=10$ y para sillería $\mathbf{a}=0.02$ y $\mathbf{b}=50$ se tienen para la fábrica valores orientativos del módulo de deformación longitudinal:

- Fábrica de ladrillo $E \approx 0.35 E_b$
- Fábrica de sillería $E \approx 0.50 E_b$

Es posible obtener un valor del módulo para cargas de larga duración. Para ello se hace la hipótesis de que toda la fluencia está concentrada en el mortero y cuantificada por un coeficiente de fluencia \mathbf{j}_m . De esta forma, el acortamiento a tiempo infinito del mortero será $\mathbf{d}_{m\infty}=(1+\mathbf{j}_m)\mathbf{d}_m$ mientras el acortamiento de la pieza sigue siendo \mathbf{d}_b . Operando de forma análoga se obtiene:

*Módulo
equivalente
para cargas
de larga
duración*

$$E_{dif} = E_b \frac{1 + \mathbf{a}}{1 + \mathbf{ab}(1 + \mathbf{j})} \quad (3.28)$$

Donde se ha llamado E_{dif} al módulo equivalente de la fábrica a tiempo infinito.

Considerando los mismos valores de \mathbf{a} y \mathbf{b} que antes y suponiendo $\mathbf{j}_m=2$ a tiempo infinito, se tienen para la fábrica valores orientativos del módulo de deformación ante cargas de larga duración aproximadamente la mitad, o menos, que los módulos instantáneos:

- Fábrica de ladrillo $E_{dif} \approx 0.15 E_b$
- Fábrica de sillería $E_{dif} \approx 0.25 E_b$

Sin embargo, hay que tener en cuenta que la construcción de obras históricas era lenta y una gran parte de la deformación por fluencia tenía lugar durante

el proceso constructivo, no afectando a la estructura. Ello sugiere que el valor de j_m que se debe emplear es menor, quizás del orden de 1 con lo que resultan valores del módulo de deformación longitudinal para cargas diferidas del orden del 60 al 70% del módulo para cargas instantáneas. La incertidumbre que existe sobre el valor de la fluencia del mortero y la duración de la construcción aconseja utilizar la expresión (3.28) con prudencia y efectuar estudios paramétricos.

UIC [12] recomienda utilizar unos valores efectivos de E ante distintas sollicitaciones para tener en cuenta fenómenos no lineales como la fluencia y la respuesta ante estados avanzados de carga en zonas localizadas:

- $0.5E$, para cargas térmicas y deformaciones impuestas por partes de la estructura constituidas por otro material
- $0.8E$, para la determinación de deformaciones y movimientos a partir de esfuerzos longitudinales y transversales y para la determinación de esfuerzos en estructuras hiperestáticas.

EC-6 [14] y otras normas permiten estimar aproximadamente E a partir del valor de f , como $E \gg 1000f$. Esta forma de estimación conlleva el error de no considerar distintos tipos de fábrica, en todo caso parece que 1000 es un valor excesivo para construcciones antiguas.

En caso de no disponerse de datos fiables, los autores consideran preferible estimar a , b y E_b , con las recomendaciones apuntadas en los apartados precedentes y utilizar las expresiones (3.27 y 3.28), haciendo un estudio de sensibilidad, antes que aceptar una estimación de E a partir de f aceptando un factor de proporcionalidad muy incierto.

3.1.4 Valor de la resistencia a compresión f

Como ya se anticipó en epígrafes anteriores, la mayoría de los elementos estructurales de fábrica están sometidos a esfuerzos de compresión, por lo que la cuantificación, aunque de forma aproximada, del valor de la resistencia a compresión (valor que se puede utilizar en cualquier análisis numérico) se antoja imprescindible.

En los últimos años se ha realizado un número apreciable de ensayos a compresión. En estos ensayos se han estudiado multitud de factores, desde la geometría y resistencia de las piezas, la mezcla, la dosificación, la succión del ligante, el aparejo o traba, el tamaño de la probeta ensayada, y un largo etceterá.

De este conjunto de ensayos y estudios teóricos se puede concluir en primera instancia, simplificando notablemente que la resistencia a compresión de la fábrica depende fundamentalmente de la resistencia a compresión de la pieza y el espesor relativo del tendel. Aunque existe un gran número de variables que entran en juego, como el valor de la resistencia a compresión del mortero, que serán tratadas posteriormente.

A continuación, se presenta un resumen de los valores obtenidos en los diferentes ensayos realizados. Se mencionarán las fórmulas empíricas disponibles para la obtención de f , incluyendo las que se encuentran en la

normativa para el proyecto y construcción de obra de fábrica, y, también las fenomenológicas (basadas directamente en el mecanismo de rotura).

Influencia de las propiedades del material de asiento

Si hacemos caso a la mayor parte de las fórmulas empíricas disponibles, la resistencia de la fábrica f depende, de forma general, de la raíz cúbica o cuarta de la resistencia del mortero f_m (la resistencia en probeta cúbica).

La *Structural Clay Products Research Foundation* llevó a cabo experimentos sobre pareados⁵ elaborados con distintos materiales de asiento en los tendeles (tabla 3.3).

Tabla 3.3 Efecto de diferentes materiales de asiento en pareados de ladrillo [17]

Material de asiento en el tendel	Resistencia a compresión del pareado f [N/mm ²]	f/f_b
Hoja de aluminio de 0.8 mm (caras de los ladrillos pulidas)	106	0.96
Mortero 1:0.25:4.5	44	0.40
Arena (contenida por una cinta adhesiva)	65	0.59
Caras pulidas	98	0.89

Morsy [17] también experimentó con distintos materiales de asiento, desde goma hasta acero, en este caso sobre prismas de fábrica de tres piezas de altura y dos tendeles, confeccionados con ladrillos a escala 1:6 con sus caras pulidas. La tabla 3.4 resume los resultados de 6 experimentos con cada material.

Tabla 3.4. Efecto de diferentes materiales de asiento en prismas de ladrillo [Hendry]

Material de asiento en el tendel	Resistencia a compresión del pareado f [N/mm ²]	f/f_b
Acero	57	1.40
Contrachapado	46	1.15
Aglomerado	44	1.09
Polietileno	17	0.42
Goma con fibras	12	0.29
Goma blanda	7	0.17
Caras pulidas	37	0.93
Mortero 1 : 1/4 : 3	14	0.35

El caso en el que el material de junta es el acero, la resistencia obtenida es mayor que la de la propia pieza, esto puede explicarse en que, en este caso, el acero actúa como pieza y el ladrillo como material deformable. De estos resultados parece deducirse que cuanto más deformable sea el material de junta menor será la resistencia de la fábrica (goma blanda y con fibras).

También es interesante constatar que, en el caso de poder contar con caras pulidas, la resistencia obtenida es similar a la de la pieza, ya que lo que se está ensayando es una pieza realmente.

⁵ *Couplet*: dos piezas separadas por un tendel

Influencia de los parámetros del aparejo

La heterogeneidad y anisotropía del material compuesto fábrica marca su comportamiento resistente, distinguiéndolo de otros materiales sin resistencia a tracción pero homogéneos como el hormigón en masa. La esencia del fenómeno reside en la distinta deformabilidad de piezas y mortero. Esta deformabilidad depende de la naturaleza y propiedades *en bruto* de los constituyentes y de la geometría relativa del aparejo. Los factores principales son:

- **a** (relación entre el grueso de las piezas y el espesor de los tendeles h_m/h_b)
- La dimensión de las piezas
- La regularidad del aparejo

La mayor deformabilidad del material de asiento (el mortero) respecto a las piezas facilita el modo de rotura por tracción indirecta en los bloques (*splitting*). La deformabilidad de los tendeles es creciente con su espesor, por lo que a mayor espesor relativo de las juntas de mortero, la resistencia es menor, como confirma la experimentación. La figura 3.13 muestra la resistencia de prismas de fábrica respecto a la resistencia del ladrillo para distintas relaciones de $a = h_m/h_b$.

Relación a entre el grueso de las piezas y el espesor de los tendeles

El espesor de juntas empleado en sillería es muy pequeño, Baker [4] cita 3.2 mm (1/8 de pulgada) como el mínimo “*en las mejores obras de sillería*” y hasta 12.7 mm en obras cuidadas, pilas de viaducto, etc. Demetrio De los Ríos [3] prescribe 10 mm para la sillería en los proyectos de la catedral de León. Si el alto típico de los bloques varía entre 250 y 500 mm resulta para sillería un valor de **a** entre 1/25 y 1/50 (0.04 y 0.02).

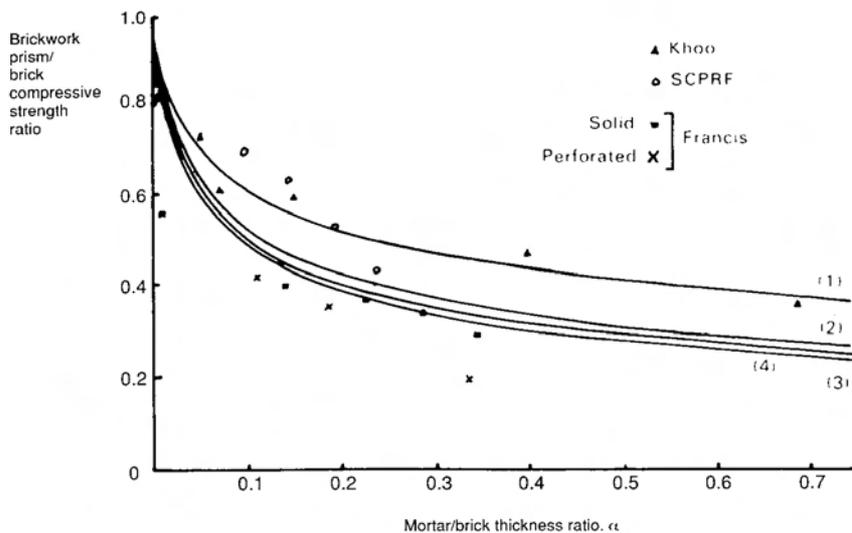


Figura 3.13 Influencia de la relación h_m/h_b en la resistencia de la fábrica. Resultados experimentales y curvas propuestas por diversos autores [17]

En fábrica histórica de ladrillo, con tendeles de 15 a 35 mm y alto de las piezas en torno a 40 ó 50 mm el valor **a** varía entre 0.30 y 0.90, llegando a

veces a la unidad. A la vista de la figura 3.13 estos valores de a indican que, a igualdad de calidad del mortero, la resistencia de una sillería bien labrada de tendeles muy finos tendrá una resistencia a compresión próxima a la de los bloques f/f_b en torno a 0.70 ó 0.75, mientras que la proporción f/f_b en fábrica de ladrillo será próxima a 0.30, pudiendo reducirse hasta 0.20 o menos.

La tabla 3.5 aporta algunos datos concretos de torres españolas:

Tabla 3.5 Efecto de diferentes materiales de asiento en prismas de ladrillo

Monumento y época	Dimensiones del ladrillo alto:tizón:soga [mm]	Espesor del tendel h_m [mm]	$a = h_m/h_b$
Torre de la iglesia (en ruinas) de la plaza Agustín de Lara en Madrid. Barroco. S XVII. Ladrillo.	60 : 210 : 280	20 a 30	0.33 a 0.50
Torre de los Lujanes, Madrid. Gótico Mudéjar. S. XV (restaurada en 1910). Ladrillo	40 : 130 : 300	30 a 40	0.75 a 1.00
Torre de San Ginés, Madrid. Renacentista, S XV. Ladrillo	30 a 40 : - : 300	30	1.00 a 0.75
Torre de la Iglesia de la Asunción en Móstoles. Mudéjar, S. XIV. Ladrillo	35 a 40 : - : 270	35 - 40	1.00

Dimensión del alto de las piezas

Es frecuente expresar la resistencia de la fábrica f como una fracción de la resistencia de las piezas f_b , teniendo presente lo referido en 2.2.1 a propósito de la influencia del tamaño y proporciones de la probeta en la determinación de la resistencia a compresión de las piezas. Si la determinación experimental de la resistencia de las piezas se realiza extrayendo testigos, p. ej. de 50x50x100 mm, la resistencia de los bloques de sillería en la fábrica (frente al modo de rotura por tracción indirecta) será aproximadamente igual al valor del ensayo, mientras que en ladrillo la resistencia *in situ* será hasta un 50% mayor que el valor del ensayo:

- Sillería: $f_{b \text{ in situ}} \approx 0.85 \cdot f_{100 \times 100} \approx 0.85 \cdot 1.15 \cdot f_{50 \times 100} \approx 1.00 \cdot f_{50 \times 100}$
- Ladrillo: $f_{b \text{ in situ}} \approx 1.30 \cdot f_{100 \times 100} \approx 1.30 \cdot 1.15 \cdot f_{50 \times 100} \approx 1.50 \cdot f_{50 \times 100}$

Regularidad del aparejo

La figura del aparejo (sucesión de tizones y sogas en cada hilada y entre hiladas: aparejo español, inglés, belga, etc.) ha mostrado tener una influencia muy pequeña en la resistencia de la fábrica [17]. Sin embargo la regularidad o calidad del aparejo sí tiene una notable influencia en la resistencia de la fábrica. Como ejemplo ACI 530-99 [27] refiriéndose a fábrica de ladrillo distingue entre fábrica bien aparejada (*Running Bond Masonry*) y otras (*Other*), considerándose del primer grupo a la fábrica en que el contrapeado de las piezas entre hiladas ocupa al menos un cuarto de la soga. EC-6 especifica que las fábricas deben trabarse, entre hiladas sucesivas, al menos 0.40 veces el alto de la pieza y 40 mm como mínimo. Como se verá más adelante la calidad del aparejo marca importantes diferencias en la resistencia a compresión dada por las fórmulas empíricas.

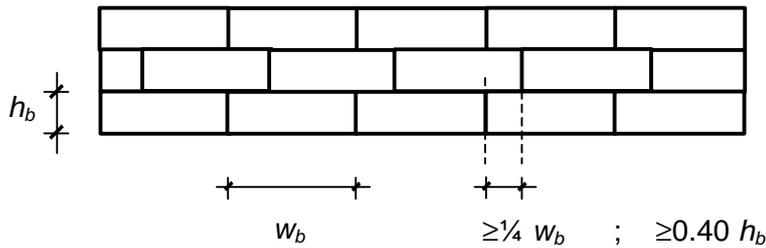


Figura 3.14 Requisito mínimo para aparejo de calidad según ACI 530-99 y EC-6

El modo de rotura de la fábrica, como se ha dicho, viene gobernado por la relación de rigideces entre piezas y mortero. Se define el parámetro $b = E_b/E_m$ para cuantificar esta característica. Teniendo en cuenta los valores de E_b y E_m referidos más arriba se tendrán valores de b en unos rangos aproximados de:

Influencia de las rigideces relativas
 $b = E_b/E_m$

- Sillería: E_b [N/mm²] ∈ (10,000 ; 50,000) ⇒ b ∈ (10 ; 50)
- Ladrillo: E_b [N/mm²] ∈ (1,000 ; 15,000) ⇒ b ∈ (1 ; 15)

Fórmulas empíricas para la obtención de f

Se han realizado numerosos intentos para obtener fórmulas que proporcionen la resistencia de la fábrica a partir de las características geométricas y mecánicas de los componentes y su aparejo. Para ello se ha llevado a cabo una extensa experimentación, especialmente en fábrica de ladrillo y de bloques de hormigón. Los ensayos se suelen llevar a cabo sobre paneles de distintas dimensiones, es frecuente que, en lugar de hacer intervenir en las fórmulas todos los posibles parámetros que influyen, se deriven fórmulas para tipologías concretas, dejando fijo el tipo de mortero, el tamaño de las piezas, etc.

Gran parte de las fórmulas empíricas tienen la forma:

Fórmulas potenciales en f_b y f_m

$$f = K \cdot f_b^A \cdot f_m^B \quad (3.29)$$

donde f es la resistencia (media o característica) a compresión de la fábrica (referida a las dimensiones del panel ensayado) en N/mm², f_b es la resistencia a compresión de los bloques (referida a un tamaño de probeta concreto) en N/mm² y f_m la resistencia a compresión del mortero (referido a un tamaño de probeta concreto) en N/mm². K , A y B son coeficientes que se ajustan experimentalmente.

A toma valores típicos alrededor de 0.60, B alrededor de 0.25 y K suele depender de las características de la fábrica (aparejo, tamaño de las piezas, etc.), siendo variable entre 0.5 y 1.0 Este coeficiente puede llevar incluida la minoración estadística si f es el valor característico en lugar del medio .

De entre las fórmulas tipo exponencial citaremos la obtenida por Hendry y Malek [17] a partir de un tratamiento estadístico sobre varios cientos de

ensayos y referida a la resistencia de un muro de altura real para una planta de edificio. El tizón de los muretes ensayados fue de 102.5 mm (similar a un muro de 1/2 pie) y de 215 mm (1 pie). Los ladrillos eran macizos. El resultado, siendo f la resistencia media de la fábrica, son:

*Ajuste de
Hendry y
Malek para
ladrillo*

$$f = 1.242 \cdot f_b^{0.531} \cdot f_m^{0.208} \quad \text{para espesor del muro 102.5 mm (3.30)}$$

$$f = 0.334 \cdot f_b^{0.778} \cdot f_m^{0.234} \quad \text{para espesor del muro 215.0 mm (3.31)}$$

Si se expresa la resistencia característica en lugar de la media, los coeficientes K pasan a ser 1.017 y 0.217 en las expresiones anteriores. Las figuras 3.15 y 3.16 muestran los resultados de resistencias características para distintos tipos de mortero.

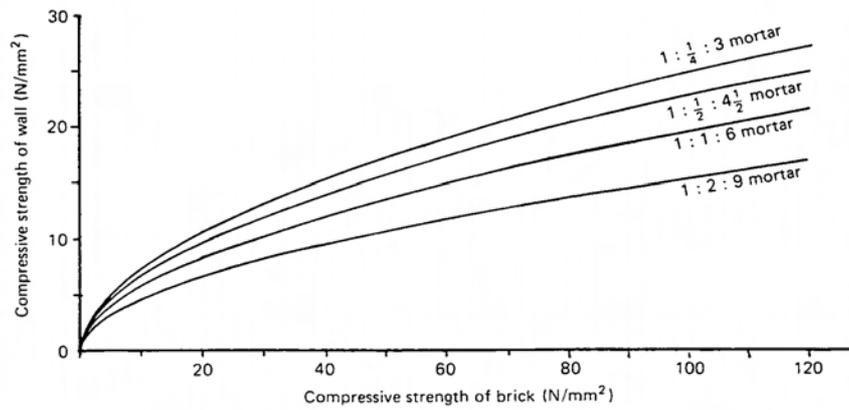


Figura 3.15 Resistencia característica de la fábrica para distintos tipos de mortero según Hendry. Muros de 102.5 mm de tizón.

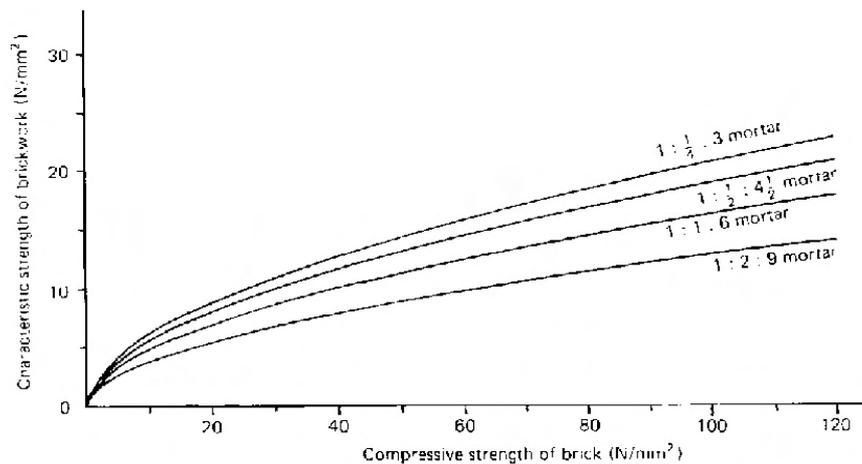


Figura 3.16 Resistencia característica de la fábrica para distintos tipos de mortero según Hendry. Muros de 215 mm de tizón.

Rostampour [Hendry] dedujo la siguiente expresión para la resistencia media de fábrica de bloques de hormigón (grueso:tizón = 1 : 2.2) con un mortero 1:1:6 (cemento:cal:arena). La expresión es aplicable a fábricas en que la relación f_b/f_m sea mayor de 1.70. La figura 3.17 compara los resultados de la expresión analítica con resultados experimentales.

Ajuste de Rostampour para bloques

$$f = 0.9 \cdot f_b^{0.67} \cdot f_m^{0.33} \quad (3.32)$$

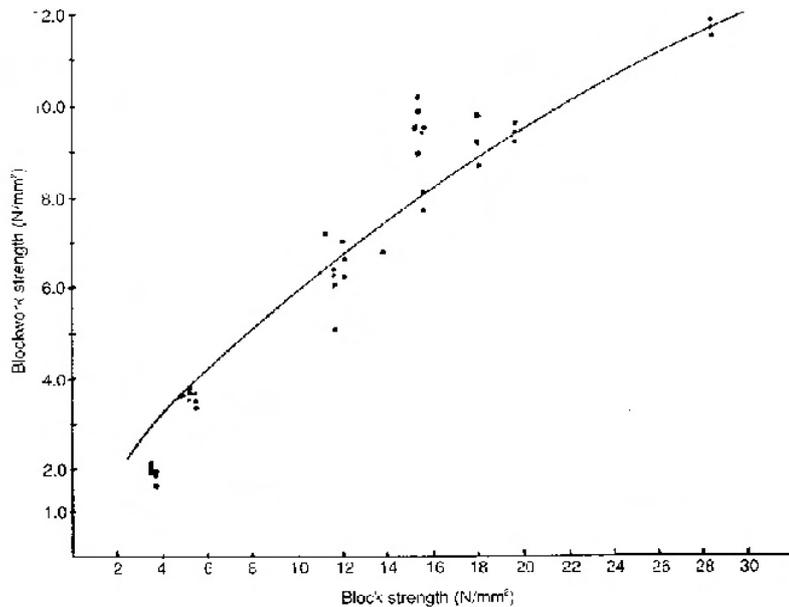


Figura 3.17 Resistencia media de la fábrica de bloques. Fórmula de Rostampour y resultados experimentales con fábrica de bloques de hormigón. Tomada de [17]

En el grupo de fórmulas empíricas exponenciales del tipo (3.29) está la propuesta por Eurocódigo 6:

Ajuste de EC-6 para fábrica de ladrillo

$$f_k = K_k \cdot f_b^{0.65} \cdot f_m^{0.25} \quad (3.29)$$

en la cual f_k es la resistencia característica de la fábrica, f_b es la resistencia media “normalizada” ($f_{100 \times 100}$ o equivalente según la notación de este texto de las piezas, f_m la resistencia media del mortero y K_k un coeficiente entre 0.40 y 0.60 que se ha obtenido a partir del coeficiente medio de ajuste de resultados experimentales K_m mediante (3.30) [34]:

$$K_k = \frac{K_m}{1.2} \quad (3.30)$$

Para que la fórmula (3.29) pueda aplicarse los ladrillos deben reunir los requisitos prescritos en EC-6 para las 3 categorías de piezas y las juntas de mortero deben tener un espesor entr 8 y 15 mm.

BD 21/93 [35] proporciona gráficamente (fig. 3.18) fórmulas empíricas de la resistencia característica de fábrica de piedra y ladrillo con distintos tipos de

Ajuste de las normas británicas para ladrillo y sillería

mortero, a partir de las gráficas se deducen las siguientes expresiones aproximadas:

Fábrica de ladrillo :

$$f_k = 0.8 \cdot f_b^{0.55} \cdot 2.5^{0.25} ; \quad \text{para mortero 1:2:9} \quad (3.31)$$

$$f_k = 0.95 \cdot f_b^{0.44} \cdot 0.5^{0.25} ; \quad \text{para mortero 0:1:3} \quad (3.32)$$

Sillería :

$$f_k = 0.55 \cdot f_b^{0.63} \cdot 2.5^{0.25} ; \quad \text{sillería y mortero 1:2:9} \quad (3.33)$$

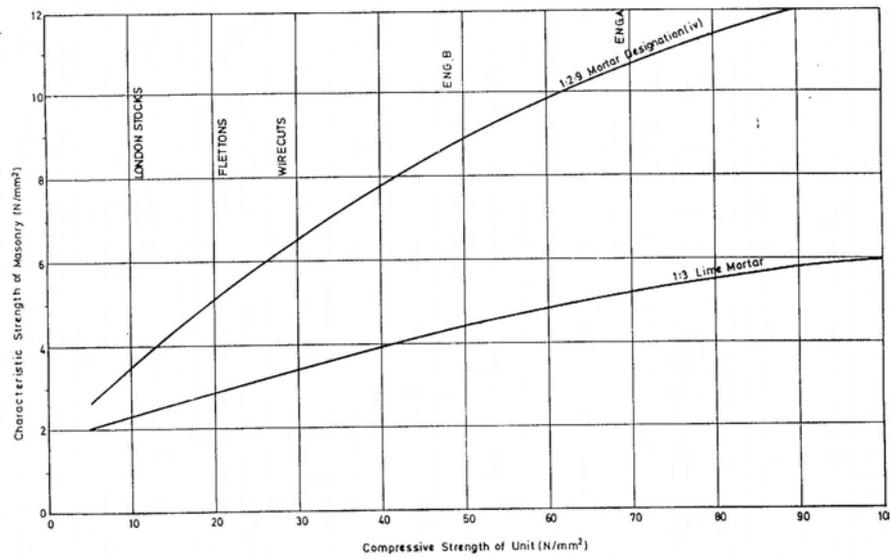


Figura 3.18.a Resistencia característica de la fábrica de ladrillo en función de la resistencia media de las piezas según BD 21/93

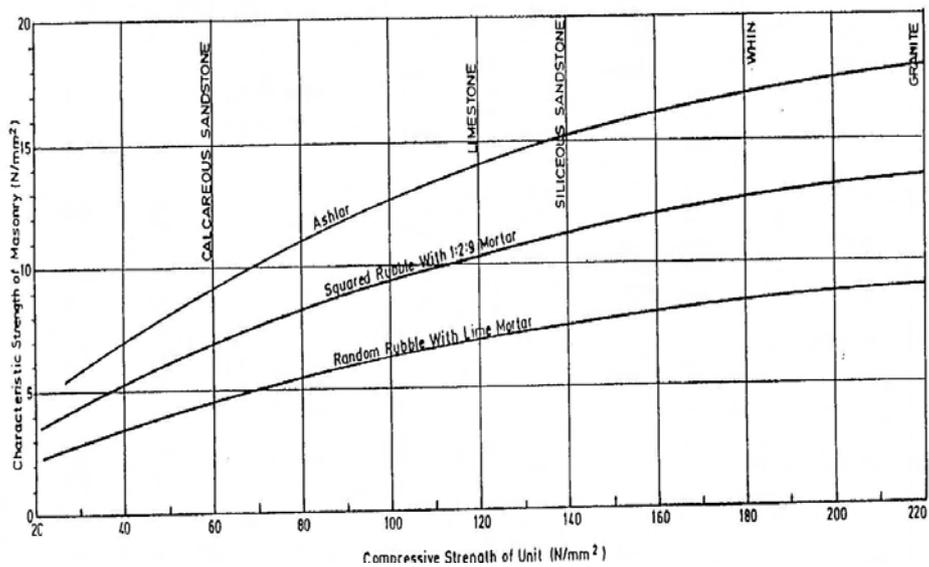


Figura 3.18.b Resistencia característica de la fábrica de ladrillo en función de la resistencia media de las piezas según BD 21/93

ACI 530.99 [27], basándose en experimentación llevada a cabo en Estados Unidos [36], propone una fórmula diferente de las potenciales anteriores: (3.34)

$$f = 2.8 + 0.2f_b \quad [\text{N/mm}^2] \quad (3.34)$$

Ajuste de la norma americana para ladrillo

en esta expresión f es la resistencia característica de la fábrica. Para que (3.34) sea aplicable el espesor del tendel debe ser menor de 16 mm. Las figuras 3.19 muestran los resultados experimentales y el ajuste según (3.34) en fábrica de ladrillo (a) y bloques de cemento (b).

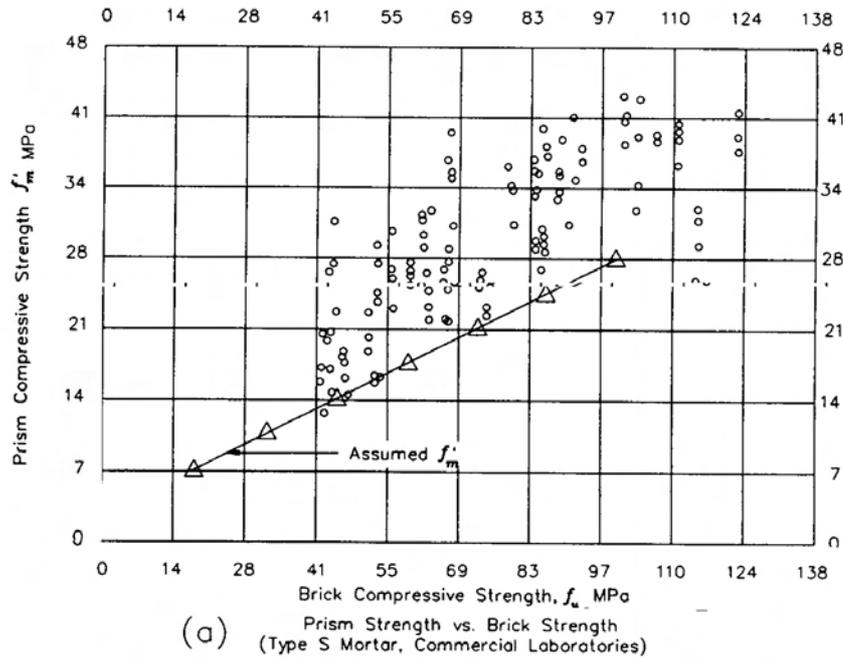


Figura 3.19.a Resultados experimentales y ajuste de ACI. Ladrillo. [27]

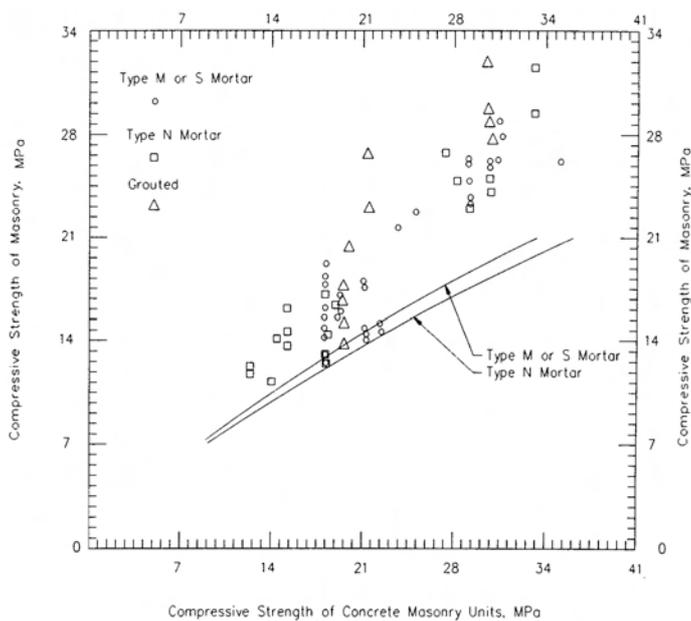


Figura 3.19.b Resultados experimentales y ajuste de ACI. Ladrillo. [27]

Fórmulas fenomenológicas para la obtención de f

Existen también fórmulas para cuantificar f que reflejan, de forma directa, el mecanismo de rotura tal y como se ha expuesto en 3.1. La ventaja de estas fórmulas sobre las empíricas es que se adaptan a distintas tipologías de fábrica y materiales y no sólo a las condiciones con las que fueron obtenidas las fórmulas empíricas. En particular, hasta donde los autores conocen, no se han elaborado fórmulas empíricas basadas en muestras de fábrica extraídas de construcciones históricas, lo que constituye una razón más para preferir las fórmulas fenomenológicas.

Entre ellas se ha querido resaltar la fórmula de Olher (3.24) por su buena coincidencia con los resultados experimentales y porque permite tener en cuenta de forma explícita los aspectos fundamentales que condicionan el valor de la resistencia mediante parámetros sencillos.

Si para morteros de cal de gran antigüedad se admite un valor $m=2$ y se desprecia la resistencia del mortero frente a la de las piezas, la expresión (3.24) se convierte en

$$f = \frac{af_b}{1 + \frac{ba}{2} \frac{f_b}{f_{tb}}} \quad (3.35)$$

Si además se toma la resistencia a tracción de las piezas como el 5% de la resistencia a compresión ($f_{tb}/f_b \approx 0.05$) los valores de a y b , función del tramo de curva en que se encuentre $s_{sb,u}$ dependen sólo de α :

$$f = \frac{af_b}{1 + 10ba} \quad (3.36)$$

Tabla 3.6 valores de a y b en función de α

α	a	b
$\alpha \leq 0.02$	1.000	2.218
$0.02 < \alpha < 0.15$	0.811	0.960
$\alpha > 0.15$	0.662	0.662

Como se ve, de acuerdo con las hipótesis realizadas, la resistencia a compresión de una fábrica con mortero pobre depende exclusivamente de dos variables: la resistencia de las piezas f_b y el parámetro a .

La representación gráfica de la expresión anterior muestra una buena coincidencia cualitativa con los resultados experimentales representados en la figura 3.13 tomada de Hendry si bien la resistencia dada por la fórmula adaptada de la de Ohler es menor que las que se observan en la figura experimental al haberse obtenido con morteros de buena calidad y resistencia no despreciable y con valores reales de la resistencia a tracción de las piezas, seguramente mayor que el 5% de f_b que se ha tomado en estos cálculos.

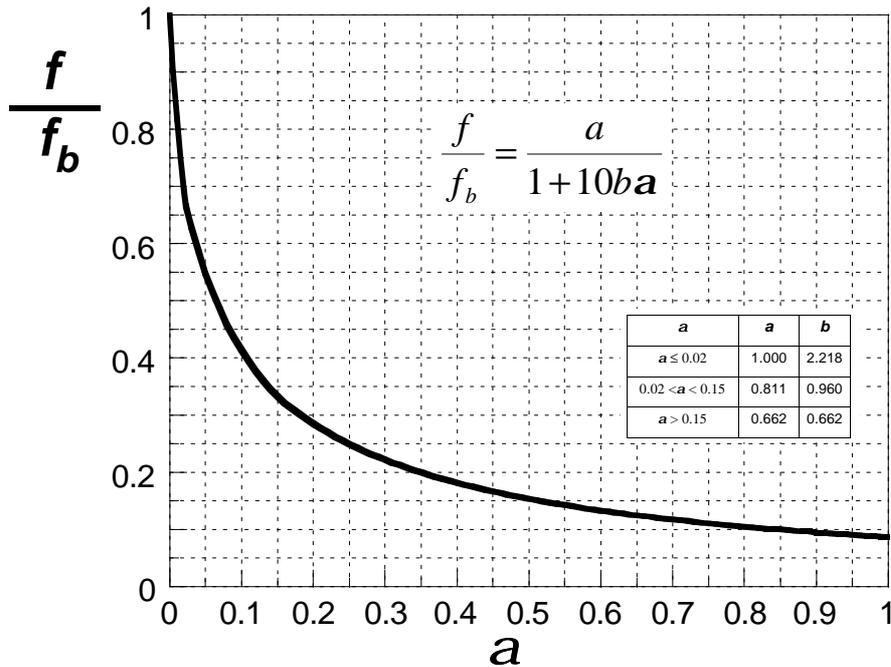


Figura 3.20 Resistencia de la fábrica con mortero muy pobre dividida por la de las piezas en función de a , de acuerdo con la fórmula de Ohler modificada (3.35).

UCI [12] propone una fórmula que deriva directamente de la fórmula de Ohler (3.24) tomando $m=2$ y afectando toda la expresión por un coeficiente 0.5 que la publicación no aclara si es de minoración (el valor de f debe entenderse como de cálculo, f_d) o si tiene en cuenta la variabilidad estadística (el valor de f debe entenderse como característico, f_k).

$$f = 0.5 \cdot \left(f_m + \frac{af_b - f_m}{1 + \frac{ba}{2} \cdot \frac{0.5f_b}{f_{tb}}} \right) \quad (3.37)$$

donde f es la resistencia a compresión “normalizada” de la fábrica, f_b y f_m las resistencias a compresión de las piezas y el mortero respectivamente, f_{tb} es la resistencia a tracción de las piezas que, se aclara en UIC, puede tomarse $=0.025f_b$, a y b son parámetros dependientes del tipo de fábrica cuyo valor se da en la tabla 3.7.

UIC asocia los parámetros de la envolvente trilineal de las piezas de Ohler (a , b) a distintos tipos de fábrica. Esto posiblemente esté justificado por la dependencia del parámetro a del tipo de fábrica, por lo que las tablas 3.6 y 3.7 son análogas excepto en los coeficientes para *Mampostería no concertada o relleno de cascote*⁵, cuya justificación no se aporta y que parecen provenir de una minoración drástica de los coeficientes dados por Ohler.

Tabla 3.7 Valores de a y b de la expresión (3.36) según UIC

Tipo de fábrica	a	b
Fábrica de ladrillo	0.6	0.6
Sillería de bloques de alto > 300 mm	1.0	2.2
Mampostería concertada 200 mm < alto < 300 mm	0.8	1.0
Mampostería no concertada o relleno de cascote	0.1	0.4

La expresión (3.37), al igual que (3.36), supone una dependencia casi lineal entre f y f_b , con una influencia muy importante del parámetro a similar a la representada en la figura 3.13. La resistencia del mortero tiene una influencia menor, más significativa para valores bajos de f_b . La figura 3.21 muestra la resistencia normalizada de la fábrica respecto a la de las piezas según la expresión (3.36) tomando una resistencia baja del mortero ($f_m=1.0$ en todos los casos) y parámetros a típicos de cada aparejo. El factor 0.5 de la expresión propuesta por UIC propicia unos valores muy bajos de las resistencias relativas.

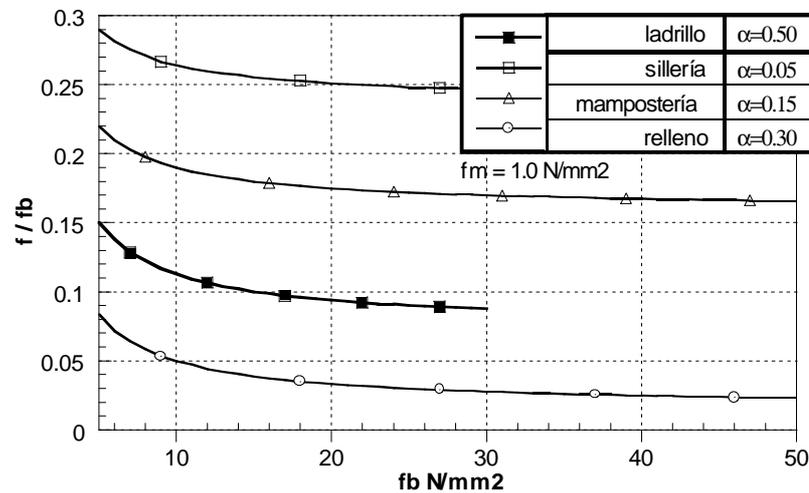


Figura 3.21 Relación resistencia normalizada de la fábrica a resistencia de las piezas

⁵ En el original: “Maçonnerie de moellons (pierres non taillées, grosse part de mortier)”

3.2 Comportamiento bajo esfuerzos de flexo-compresión y corte

3.2.1 Comportamiento en su plano. Comportamiento biaxial

Ciertos elementos de fábrica (muros, paneles, cúpulas, etc.) están sometidos a esfuerzos de flexocompresión y corte en su plano, apareciendo en ellos estados de tensión biaxiales. Debido a la fuerte anisotropía existente en la fábrica, causada, fundamentalmente, por la presencia de tendeles y llagas, y por la propia anisotropía de las piezas (ladrillo perforado, hueco, etc.), el comportamiento depende en gran medida de la dirección de los esfuerzos con respecto a la dirección de los tendeles.

El estado exterior solicitante se definirá por la terna de esfuerzos (M, N, V) en cada cara y por el ángulo que forman con la dirección de los tendeles. El comportamiento de la fábrica se ha demostrado fuertemente dependiente de este ángulo, primero, porque los valores de las resistencias son diferentes, segundo, porque llevan asociados, como se verá a continuación, modos de rotura diferentes.

El estado tensional resultante en la fábrica bajo la sollicitación anterior se define, bien por sus tensiones principales y el ángulo que forman éstas con respecto al plano de los tendeles q , (caso a), bien por las tensiones normales y tangenciales (s_n, s_p, t) en las direcciones de llagas y tendeles (caso b).

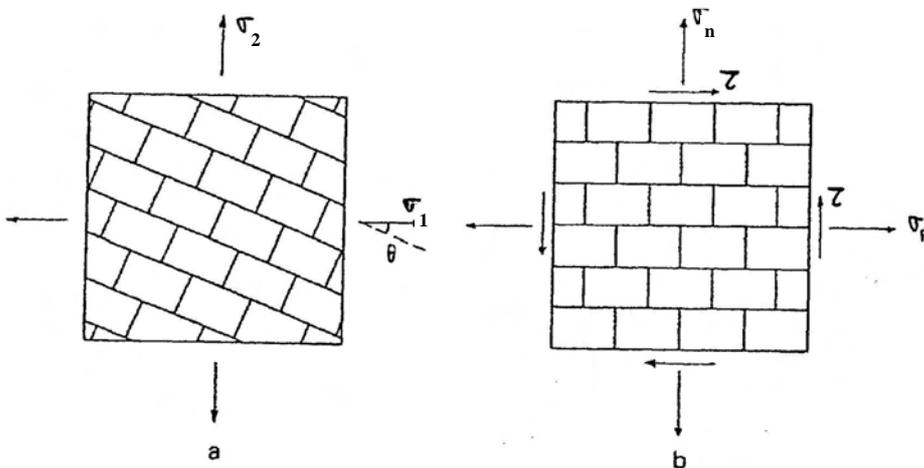


Figura 3.22. Definición del estado tensional biaxial en la fábrica

El análisis de los estados biaxiales, de los posibles mecanismos de rotura, del valor de las resistencias, etc., incluyendo el contemplado en las normativas, se realiza a partir del estudio en agotamiento de la junta o de la pieza ante combinaciones de tensiones tangenciales y tensiones normales en su plano.

Mecanismos de rotura

Los criterios de rotura provienen de la observación e interpretación de los resultados de las campañas de ensayos realizadas hasta la fecha. También existen estudios de modelos numéricos donde se ha estudiado el agotamiento de la fábrica sometida a tensiones biaxiales en el plano.

Resultados experimentales

Por desgracia, se ha realizado una menor cantidad de ensayos en comparación con los existentes en el caso de estados uniaxiales. El ensayo es más complejo y costoso y, además, las variables son más numerosas en el caso biaxial.

Page [31] ha sido uno de los autores que más ha estudiado el fenómeno. La experimentación que ha realizado se ha basado en una extensa campaña de ensayos hasta rotura sobre paneles y muros de fábrica de ladrillo con mortero de cal y cemento.

Los paneles fueron sometidos a estados de compresión biaxial y de tracción-compresión, para los que se estudiaron diferentes valores para θ (ángulo que mide la inclinación de las tensiones principales con respecto a los tendeles, figura. 3.22)

Los mecanismos de rotura obtenidos en los ensayos están representados en la figura 3.24. La información cualitativa de esta figura es abundante, ya que en ella aparecen representados los diferentes tipos de rotura que se pueden esperar en función del estado tensional inducido en la fábrica. Sin embargo, los valores numéricos de agotamiento sólo son válidos para esta fábrica ensayada, siendo difícilmente extrapolables.

En todo caso, los resultados obtenidos en los ensayos demostraron que, en los casos de rotura bajo estados de tracción-compresión, la influencia del ángulo θ era fundamental. En estos casos, el fallo final estaba provocado por fisuración y deslizamiento en las juntas. También se observó un mecanismo mixto en el que estaban involucrados tanto las piezas como las juntas. La ocurrencia de uno u otro dependía del valor de θ . Otra conclusión a la que se llegó fue que el daño inducido por microfisuración, al comprimir el panel altamente en una dirección, disminuía la resistencia a tracción en la dirección perpendicular.

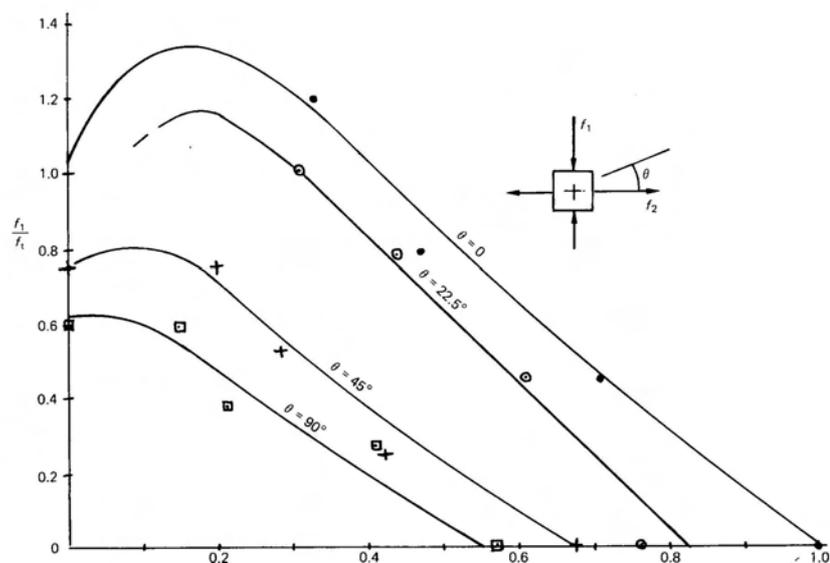


Figura 3.23. Envolvente de rotura en estados de tracción-compresión. Page

En la figura 3.23 se representan las diferentes envolventes de agotamiento de los paneles ensayados por Page para estados de tracción-compresión y para los diferentes valores del ángulo θ . En el eje de ordenadas se representa el

valor de la tensión de tracción dividida por el valor de la resistencia a tracción uniaxial de la fábrica. En el eje de abscisas se representa el valor de la tensión de compresión dividida por el valor de la resistencia a compresión uniaxial de la fábrica. La presencia de una tensión de compresión relativamente pequeña ($0.2f$) en una de las direcciones lleva consigo un aumento en la tensión de tracción soportada en la dirección ortogonal de hasta un 30% con respecto al valor de la tensión de tracción uniaxial, en el caso en que $q=0$. Cuando este valor de compresión supera el $0.5f$ la tensión de tracción soportada es entonces menor que f_{tb} disminuyendo linealmente hasta llegar a cero para $s/f=1$.

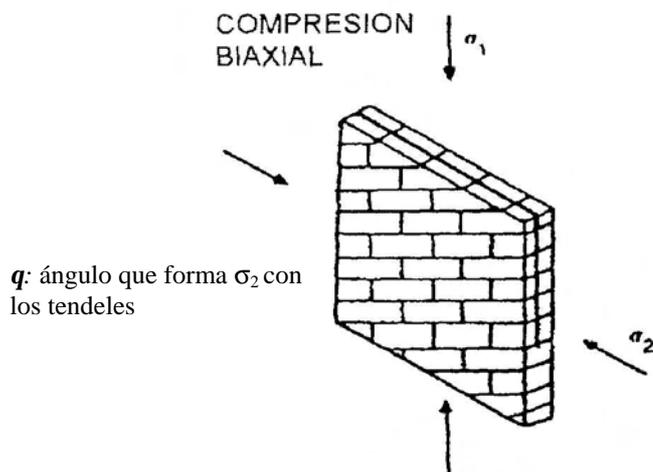
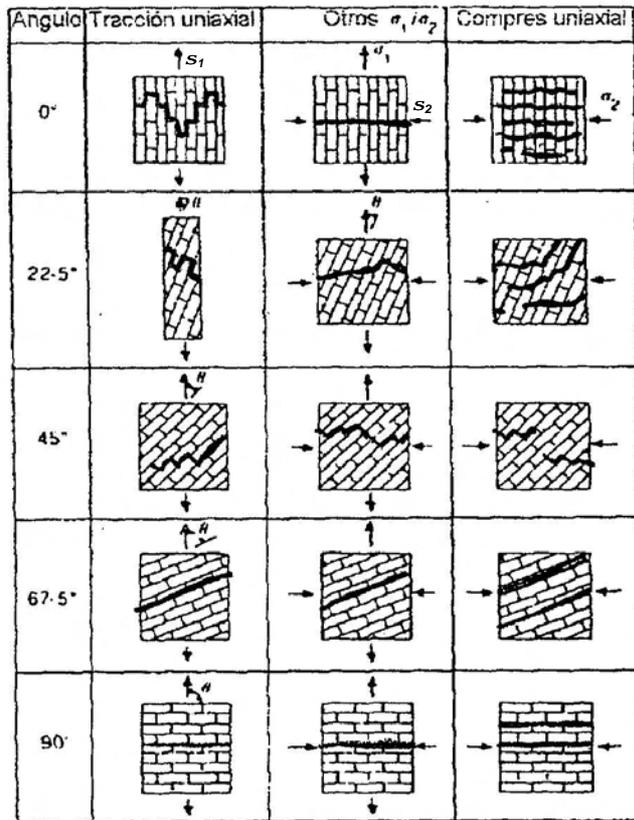


Figura 3.24. Mecanismos de rotura obtenidos por Page al ensayar a rotura los panales bajo diferentes estados biaxiales de tensiones.

En los casos de compresión biaxial se obtuvieron también diferentes mecanismos de rotura en función del ángulo q y de la importancia relativa entre el valor de las dos tensiones s_1 y s_2 inducidas. Cuando el valor de estas tensiones no difería en gran medida, el mecanismo de rotura obtenido se caracterizaba por no depender de q y por producirse en el plano paralelo al panel. Por el contrario, cuando una de las tensiones de compresión era predominante frente a la otra, el plano de rotura era perpendicular al panel, pudiéndose producir a su vez, dos clases de mecanismos de rotura, mecanismos por fisuración y deslizamiento en los tendeles o mecanismos combinados de rotura en piezas y juntas. La resistencia a compresión alcanzada en estados de compresión biaxial era mayor que la resistencia a compresión uniaxial.

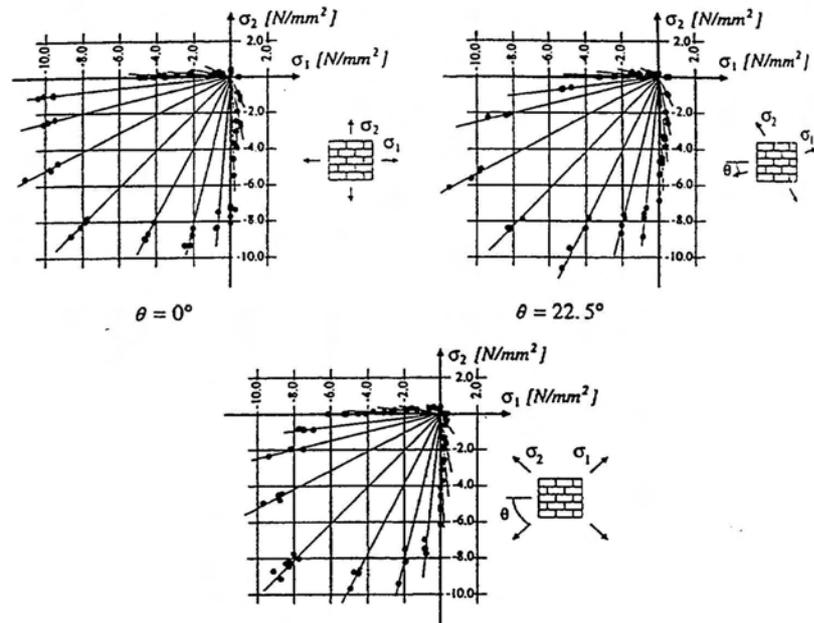


Figura 3.25. Resultados obtenidos por Page al ensayar a rotura los paneles bajo diferentes estados biaxiales de tensiones.

En la figura 3.25 se muestran los resultados de los valores de rotura obtenidos en el ensayo de los paneles por Page. Cada una de las figuras representa los puntos de rotura para $q=0^\circ$, 22.5° y 45° . Cuando la orientación de las tensiones coincide con la disposición de llagas y tendeles ($q=0^\circ$), se observa que el valor en rotura de s_1 , cuando s_2 es nula (compresión uniaxial perpendicular a los tendeles), es mucho mayor, del orden del doble, al valor de la resistencia a compresión uniaxial paralela a los tendeles (s_2 cuando s_1 es nula). También se detecta que el valor de la resistencia en compresión biaxial es del orden de 1.25 veces el valor de la compresión uniaxial para todos los valores de q .

Cuando $q \neq 0$, los valores obtenidos para la resistencia a compresión uniaxial sufren una bajada importante (como ya se anticipó en la figura 3.10).

Las superficies de rotura de la figura 3.25 se parecen, con ciertas salvedades, a las obtenidas para el hormigón. Se pueden diferenciar tres zonas dentro de la envolvente, en la primera, para estados de compresión-compresión la

envolvente tiene forma de curva cóncava, no siendo simétrica para s_2 y s_1 (sólo es simétrica para $q=45^\circ$). En la segunda, bajo estados de tracción-compresión la envolvente se puede asimilar a una recta, y, finalmente, en la zona donde ambas tensiones son de tracción, se puede tomar, como envolvente, dos rectas paralelas a las direcciones de los ejes. La principal diferencia con el hormigón es que existe una superficie de rotura diferente para cada ángulo q . Por tanto, para caracterizar el comportamiento de la fábrica bajo estados biaxiales no es suficiente con una envolvente plana, como las representadas en la figura 3.25, sino que se hace necesario representar las diferentes envolventes en función del ángulo q .

Esto es precisamente lo que se recoge en la figura 3.26, donde se representa la superficie de rotura de la fábrica bajo estados biaxiales para cualquier valor de q .

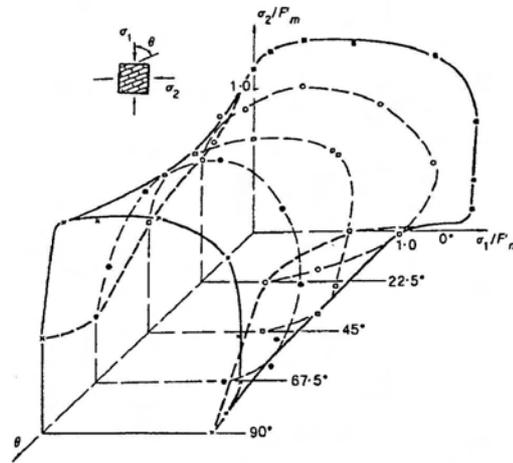


Figura 3.26. Superficie de rotura en estados de compresión biaxial. Fábrica de ladrillo. Page (1981)

Los planos $q = \text{constante}$ representan las envolventes ya comentadas de la figura 3.25. Si ahora se presta atención al plano $(q-s_1/f)$ para $s_2=0$, o al plano $(q-s_2/f)$ para $s_1=0$, en ellos se representa la evolución del valor de la resistencia a compresión uniaxial, perpendicular a los tendeles y paralela a los tendeles respectivamente, en función del valor de q .

Hendry y Samarashinge [17] también han realizado ensayos similares a los llevados a cabo por Page. El resultado final de estos ensayos concluye con la propuesta de envolventes de rotura, en compresión-compresión y tracción-compresión. Los resultados obtenidos son cualitativamente similares a los de Page.

Se ha estudiado también el comportamiento de paneles bajo estados biaxiales mediante modelos numéricos. Destaca el estudio realizado por Stavrakakis, Ignatakis, Matthew y Penelis [37]. Gracias a un modelo analítico 2-D realizado con el programa MAFEA se estudió el agotamiento de paneles de fábrica de ladrillo bajo solicitaciones biaxiales. En este estudio las tensiones aplicadas coincidían siempre con las direcciones de los tendeles

Resultados numéricos

y llagas ($q=0$), pero se introducen dos variables nuevas en el análisis con respecto a los ensayos anteriormente comentados. Se estudió la influencia del espesor relativo del tendel con respecto de la pieza y la influencia de la forma de la pieza (relación h_b/w_b) mediante un análisis paramétrico.

El modelo elaborado permitía reproducir los diferentes modos de rotura previamente detectados en los ensayos experimentales (fisuración en llaga y tendel, microfisuración en la pieza, fisuración mixta en pieza y tendel, etc.), como datos mecánicos se introdujeron en el análisis los valores obtenidos de una fábrica existente datada hacia el año 300 D.C.

En la figura 3.27 se representan las muestras estudiadas numéricamente y en la figura 3.28 las envolventes de rotura obtenidas para dos de ellas.

Los resultados obtenidos parecen coincidir cualitativamente bastante bien con los resultados experimentales de Page, aunque los valores difieren porque, los parámetros mecánicos de la fábrica estudiada difieren de los de la ensayada.

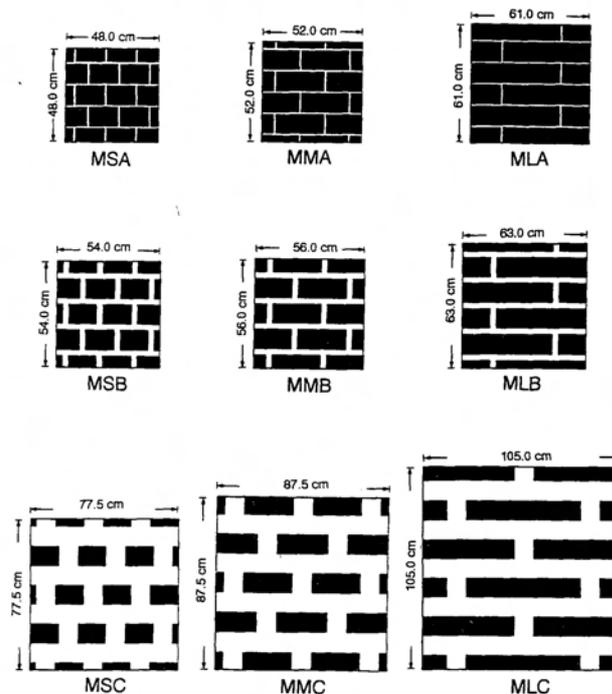


Figura 3.27. Tipos de muestras estudiadas numéricamente

Las envolventes de rotura obtenidas para la fábrica se encuentran contenidas, en todos los casos, entre las del mortero y del ladrillo. Las mayores resistencias encontradas fueron en los casos de juntas de pequeño espesor y ladrillos con una relación largo/alto grande. Esta relación (w_b/h_b) es especialmente importante cuando el espesor del tendel es grande y cuando la magnitud de una de las compresiones es sensiblemente mayor que la otra.

Los valores de la tensión de compresión uniaxial, bien paralela a los tendeles o perpendicular a los mismos, apenas depende de esta relación de forma de la pieza y depende en gran medida del espesor relativo del tendel.

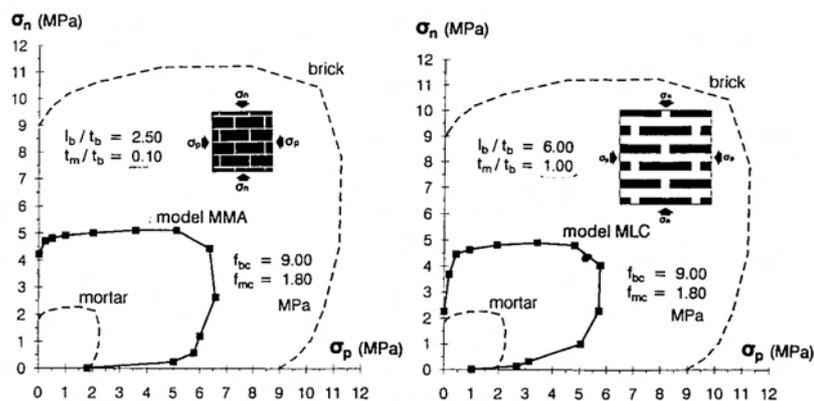


Figura 3.28. Envoltentes de rotura para dos muestras.

Formulación analítica de diferentes criterios de rotura

Turnsek y Cacovic [31], a la vista de los resultados obtenidos en los ensayos de Page y otros autores, proponen un criterio analítico para la estimación de la resistencia de paneles de fábrica bajo solicitaciones simultáneas axiales y de corte.

*Turnsek y
Cacovic*

Su propuesta se basa en aceptar un comportamiento elástico, lineal e isótropo para la fábrica, algo bastante alejado de la realidad. Aceptadas estas hipótesis, el agotamiento del panel se produce cuando en la zona central del mismo, la máxima tensión principal alcanza la resistencia a tracción de la fábrica. Los esfuerzos (N, V) se calculan bajo la teoría elástica.

La tensión normal media y la tensión tangencial máxima vienen dadas por las siguientes expresiones.

$$s_n = \frac{N}{A} \quad (3.38)$$

$$t = 1.5 \frac{V}{A} \quad (3.39)$$

Siendo N y V los esfuerzos perpendicular y paralelo a los tendeles respectivamente y A la sección de la pieza de fábrica perpendicular a N .

Partiendo del estado tensional anterior (se ha supuesto que no existe tensión en la dirección paralela a los tendeles; $s_p=0$) se obtienen las tensiones principales. Llamando s_1 a la tensión principal de tracción,

$$s_1 = \sqrt{\left(\frac{s_n}{2}\right)^2 + t^2} - \frac{s_n}{2} \quad (3.40)$$

Despejando t la carga de corte que provoca la fisuración viene dada por la siguiente expresión, donde f_{tx} representa la resistencia a flexotracción de la fábrica. Es de resaltar que no se ha tenido en cuenta la anisotropía de la fábrica.

$$t = f_{tx} \sqrt{\left(1 + \frac{s_n}{f_{tx}}\right)} \quad (3.41)$$

$$V = \frac{f_{tx} A}{1.5} \sqrt{1 + \frac{s_n}{f_{tx}}} \quad (3.42)$$

Se limita el ámbito de validez del método para relaciones entre el canto y el ancho del panel, $h/b \geq 1.5$, ya que en paneles menos esbeltos se deberá tener en cuenta la tensión paralela a los tendeles.

La principal desventaja de la fórmula propuesta finalmente es que el esfuerzo cortante resistido depende del valor de la resistencia a flexotracción de la fábrica, un parámetro de difícil cuantificación. Por otra parte, el estado tensional de partida es discutible (inexistencia de tensiones normales paralela a los tendeles)

Hamid y
Drysdale

Hamid y Drysdale [17], formulan una envolvente de rotura para la fábrica sometida a estados biaxiales. Estos autores toman criterios diferentes para la rotura de piezas y mortero. En la rotura por corte en los tendeles, adaptan la teoría de planos de debilidad de la mecánica de rocas, con un criterio friccional tipo Mohr-Coulomb. Para la rotura de las piezas a tracción (*splitting*) se hace uso del criterio utilizado en materiales frágiles ortótropos compuestos. Los tres posibles mecanismos de rotura son:

- Rotura a tracción de piezas y mortero
- Rotura a corte de los tendeles
- Rotura a corte de las llagas

El estado tensional, a partir del cual se verifican los tres mecanismos, se obtiene admitiendo las hipótesis de comportamiento macroscópico elástico lineal e isótropo en la fábrica. En la figura 3.29 se representa la envolvente de rotura (tres mecanismos) junto a los resultados de los ensayos llevados a cabo por Hamid y Drysdale.

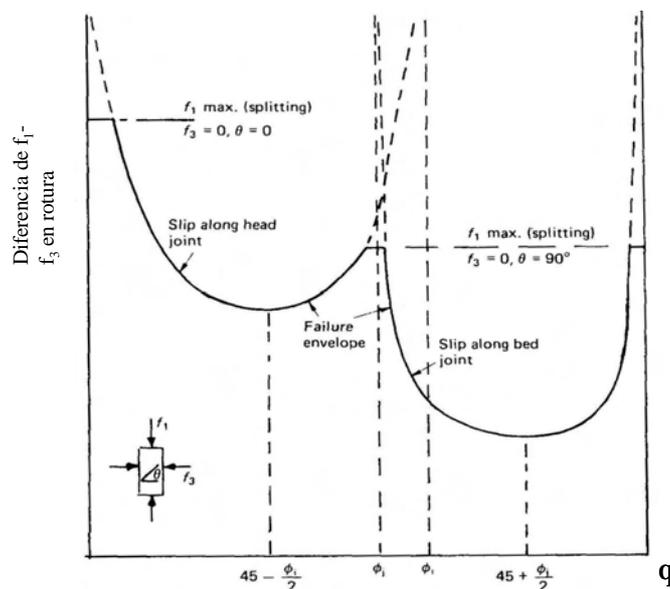


Figura 3.29. Envolvente de rotura propuesta por Hamid y Drysdale

En el eje de ordenadas de la figura 3.29 se representa la diferencia de las tensiones de compresión aplicadas ($s_1 - s_3$), en el eje de abscisas se representa

el ángulo que forman los tendeles con la horizontal. La envolvente final viene definida por la intersección de cuatro envolventes a su vez. La resistencia a compresión uniaxial de la fábrica paralela y perpendicular a los tendeles (dos rectas horizontales), la envolvente por deslizamiento en llaga (curva cóncavo desde arriba), probable para valores del ángulo q que oscilan entre 0 y el valor del ángulo de rozamiento interno de la fábrica f . Por último, puede ocurrir el fallo por deslizamiento en el tendel, representado por una curva de la misma forma que la anterior, probable para valores de q comprendidos entre f y 90° . De esta manera, se tiene relacionado de forma directa el ángulo q , con la máxima diferencia entre las tensiones de compresión aplicadas y, muy importante, con el tipo de fallo esperado.

Mann y Müller [31] formulan un nuevo criterio de rotura para la fábrica. Su planteamiento contempla dos hipótesis de partida. Por un lado, la infinita rigidez de las piezas con respecto al mortero. Esto provoca que las piezas de la fábrica, bajo esfuerzos de corte, experimenten giros de sólido rígido dentro de la matriz deformable (mortero), induciendo un estado tensional al suponer un giro igual en todas las piezas, que produce una deformación diferencial en el mortero, que, a su vez, comprime más unas zonas de las piezas más que otras, figura 3.30.

Mann y Müller

Este estado tensional es aditivo al que la fábrica tiene como material homogéneo bajo el resto de sollicitaciones (N).

La segunda hipótesis realizada considera que las llagas (juntas verticales) son incapaces de transmitir tensiones tangenciales. Esta afirmación se apoya en que no suelen estar completamente rellenas y en que no se puede asegurar la adherencia al no estar comprimidas.

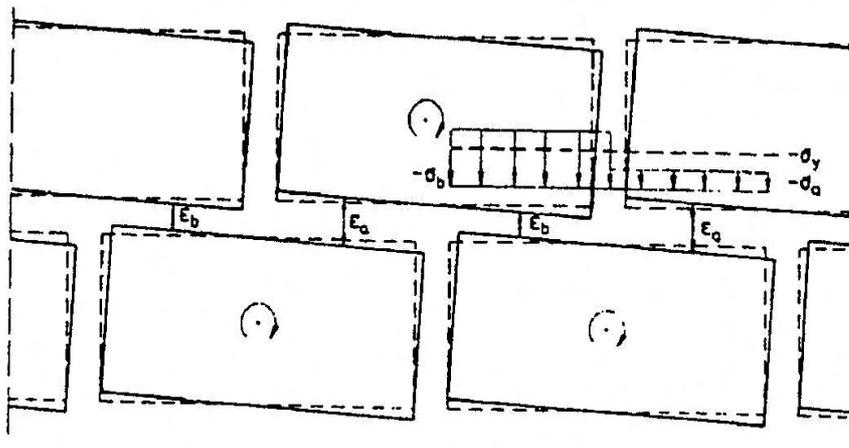


Figura 3.30. Estado tensional final en las piezas rígidas embebidas en el mortero al producirse un movimiento de sólido rígido de las mismas por un esfuerzo de corte y al estar sometidas a esfuerzos axiales. Mann y Müller.

En definitiva, el estado tensional en la pieza y junta resulta de sumar dos estados independientes. Uno proveniente de realizar un análisis elástico e isotrópico de la fábrica bajo esfuerzos axiales, dando como resultado un estado de tensiones normales uniformes. El segundo proveniente del cálculo de tensiones tangenciales y de la redistribución de las tensiones normales en

pieza y junta bajo esfuerzos de corte dentro del planteamiento de piezas rígidas embebidas en una matriz deformable.

El estado final aparece representado en la figura 3.31. En este caso, la tensión paralela a los tendeles se supone igual a cero.

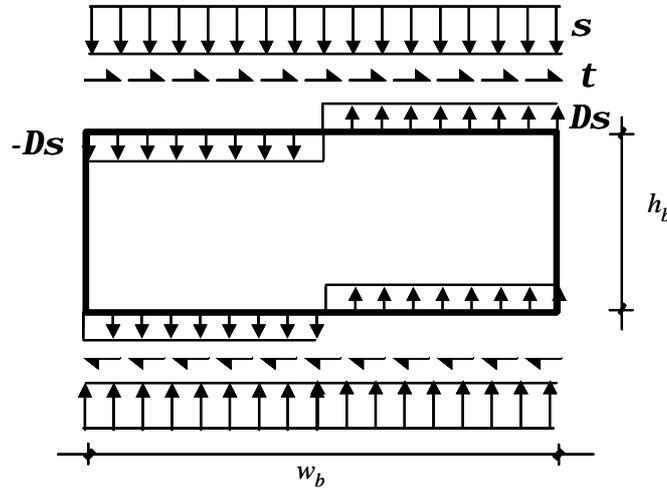


Figura 3.31. Solicitación tensional sobre la pieza según las hipótesis de Mann y Müller

De esta manera, imponiendo equilibrio de momentos en el centro de la pieza, se obtiene una relación entre Ds (incremento o decremento de tensiones normales debido al giro) y la tensión tangencial supuesta uniforme en el tendel

$$t w_b \frac{h_b}{2} = \Delta s \frac{w_b}{2} \frac{w_b}{2} \quad (3.43)$$

$$\Delta s = 2t \frac{h_b}{w_b} \quad (3.44)$$

Bajo este estado tensional, los tres posibles mecanismos de rotura son:

- Rotura de tendeles. Primer tramo de la figura 3.32. Para valores pequeños de la tensión normal, la rotura se produce por fallo friccional en los tendeles, dando lugar a una fisuración en escalera (tendeles y llagas) sin rotura de ladrillos. Obsérvese que se cuenta con un valor inicial de la tensión tangencial f_{v0} (ó cohesión c) sin presencia de tensiones normales.
- Rotura por generación de estados de tracción-corte en las piezas. En este caso, tramo intermedio de la figura 3.32 el agotamiento se alcanza cuando la máxima tensión principal alcanza la tensión de tracción de la pieza.

Para esta rama de rotura dan la ecuación siguiente para estimar la resistencia a corte.

$$t = 0.45 f_b \sqrt{1 + \frac{s_z}{f_{tb}}} \quad (3.45)$$

f_{tb} = resistencia a tracción de la pieza
 s_z = tensión normal aplicada

Este tramo enlaza con el propuesto por Turnsek y Cacovic⁷.

- Rotura a compresión de la fábrica. Por último, en el tramo final de la figura 3.32 se representa la rotura cuando la tensión normal máxima (la media debida a el esfuerzo axil y el incremento debido al esfuerzo de corte) alcanza la resistencia a compresión de la fábrica.

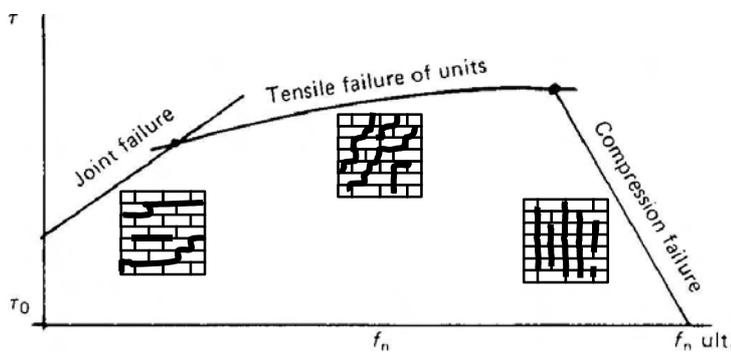


Figura 3.32. Envolvente de rotura en ejes t - s . Mann y Müller.

Riddington y Ghazal [26] también estudian el comportamiento de la fábrica bajo tensiones de compresión y corte. A partir de los resultados disponibles de ensayos realizados anteriormente por otros autores y en los obtenidos por una campaña propia, analizaron la influencia de la tensión normal y formularon una envolvente de rotura basada en tres posibles mecanismos de rotura de forma similar a la de Mann y Müller.

Riddington y Ghazal

La campaña de ensayos se llevó a cabo en probetas de tres piezas y paneles donde se estudiaron cuatro disposiciones de carga diferente (figura 3.33) que inducían en la probeta diferentes niveles de flexión concomitantes con el esfuerzo de corte. Posteriormente, se realizó un modelo numérico mediante elementos finitos de contraste de los ensayos.

Los ensayos realizados tenían como objetivo valorar la capacidad a corte antes de la rotura y la capacidad residual una vez alcanzado el fallo. Los ensayos se realizaron para tensiones normales comprendidas entre 0 y 7.0 MPa. El esquema del ensayo se representa en la figura 3.33.

La envolvente de rotura propuesta constaba de tres tramos a su vez, que reflejaban :

- Fallo por rotura friccional en los tendeles
- Fallo por tracción en el mortero

⁷ Ambas fórmulas, la propuesta por Turnsek y Cacovic y la de Mann y Müller para el tramo central difieren en el factor 0.45. Este aspecto se explica a continuación.

- Fallo por rotura a compresión en las piezas

De los tres tipos de rotura, el primero y el tercero son equivalentes a los planteados por Mann y Müller. Pero, y en esto difieren de lo anteriormente propuesto por Mann y Müller, en los ensayos realizados se observó que la disminución en la resistencia a corte para niveles de compresión altos en comparación con la esperada bajo un criterio friccional Mohr-Coulomb, venía provocada por una rotura por tracción en el mortero, en vez de la rotura por tracción en las piezas formulada por Mann y Müller. En los ensayos realizados no se observó, para ningún nivel de tensión normal, una rotura por tracción en las piezas.

Otras conclusiones alcanzadas fueron:

- La tensión tangencial inicial o cohesión c se reduce con el grado de flexión concomitante en el primer tramo de la envolvente (rama de rotura friccional).
- El valor del coeficiente de fricción antes y después del fallo era similar cuando el nivel de tensión normal aplicada era inferior a 2.0 MPa. Para valores superiores de la tensión normal el coeficiente de fricción residual se ve reducido a la mitad.

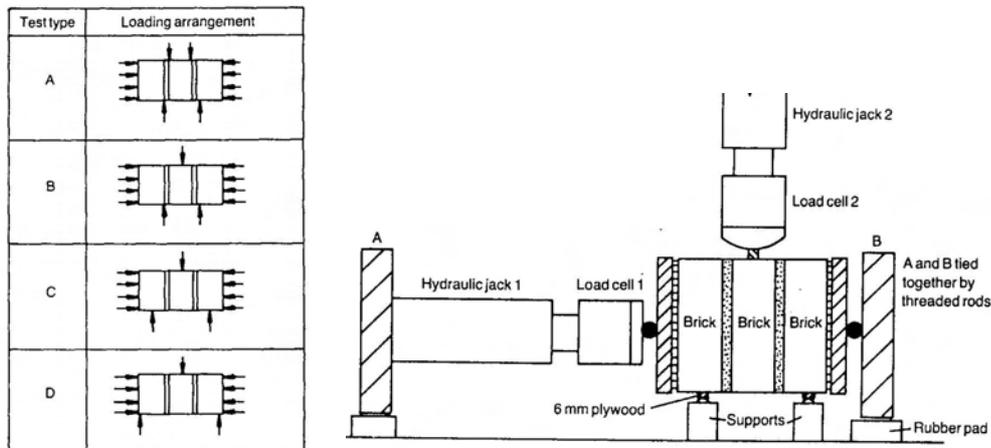
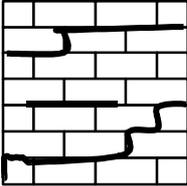
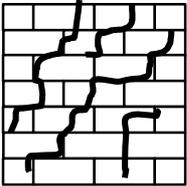
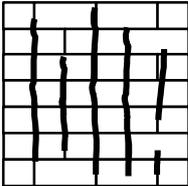


Figura 3.33. Esquema de los ensayos realizados por Riddington y Ghazal

Envolventes de rotura $M-N-V$ ⁸

En los apartados precedentes se ha mostrado cómo la experimentación y las interpretaciones teóricas y numéricas encontradas en la bibliografía ponen de manifiesto el comportamiento biaxial de la fábrica en su plano. Las conclusiones principales son la importancia de la anisotropía del material compuesto y el acoplamiento existente entre la respuesta ante los esfuerzos normales en dos direcciones entre sí y de éstos con los esfuerzos de corte. Se han identificado además las tres formas de rotura posibles según predominen los esfuerzos de corte sobre los normales o viceversa (tabla 3.8) :

Tabla 3.8. Modos de fallo en estados biaxiales

Esfuerzo predominante	Condición de fallo	Parámetros geoétricos y materiales	Aspecto de la rotura
Cortante	Deslizamiento en los tendeles	c , m en la interfaz	 <p>Horizontal o escalonada, sin rotura de las piezas</p>
Cortante y Normal	Rotura a tracción de las piezas (o del mortero)	f_{tb} , x en las piezas	 <p>Escalonada con rotura mixta en tendeles y piezas</p>
Normal	Rotura a compresión de la fábrica (tracción indirecta en las piezas)	f de la fábrica (f_b , f_{tb} , a)	 <p><i>Splitting</i> en las piezas, fisuración perpendicular a los tendeles</p>

⁸ Este apartado es una aportación de los autores y forma parte de una tesis doctoral en redacción.

El gran número de variables que intervienen y condicionan los modos de rotura hacen del problema biaxial un fenómeno complejo. Las formulaciones numéricas propuestas por diversos autores recogen adecuadamente el fenómeno físico y concuerdan bien con los resultados experimentales como ya se ha expuesto pero implican un tratamiento complejo que requiere herramientas numéricas muy avanzadas alejadas de la práctica ingenieril.

En este apartado se presenta un tratamiento que, recogiendo las aportaciones precedentes, maneja esfuerzos en lugar de tensiones y plantea un diagrama de interacción a nivel de sección de forma similar a los procedimientos comunes en estructuras de hormigón o acero.

Ello presenta la ventaja de seguir una metodología ingenieril bien conocida y respaldada por las modernas normas de diseño [EC] basadas en el método de los estados límite. Disponer de un diagrama de interacción a nivel de sección hace posible, además, desacoplar el cálculo de esfuerzos global (o a nivel de estructura) de la comprobación a nivel de estructura.

Para ello es necesario realizar ciertas hipótesis simplificadoras: se supondrá que no existen esfuerzos normales paralelos a los tendeles ni cortantes perpendiculares a los mismos. Ello no implica que localmente no existan (en las piezas o el mortero) tensiones normales paralelas a los tendeles o tensiones tangenciales perpendiculares a los mismos. Además no se considerarán los efectos de la esbeltez en las piezas.

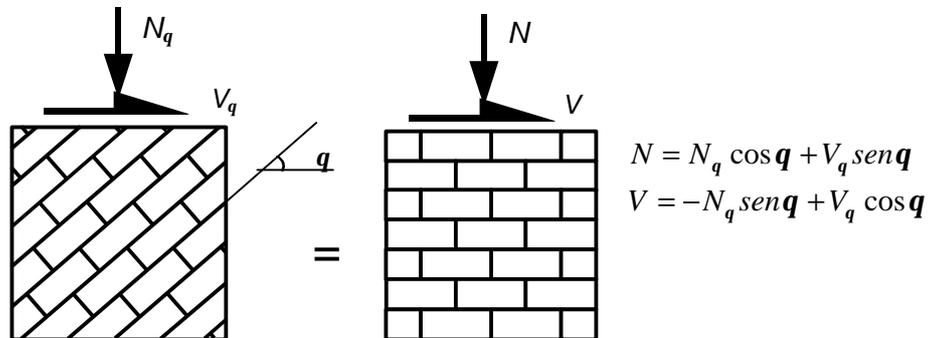


Figura 3.35 Esfuerzos referidos a los ejes paralelo y perpendicular a los tendeles

Como contrapartida, el método incluye la posibilidad de que los esfuerzos normales sean excéntricos respecto a la sección.

El acoplamiento entre los esfuerzos cortantes y normales (V produce tensiones tangenciales y normales, ver (3.43)) exige que los diagramas de interacción involucren simultáneamente a N , V y la excentricidad del axil y, por tanto, a M .

El desarrollo siguiente obtiene el diagrama de interacción tridimensional para una sección de fábrica sometida a un esfuerzo perpendicular a los tendeles N (que puede ser o no excéntrico respecto a la sección considerada), y un esfuerzo cortante V paralelo a los tendeles. En caso de que se disponga de las solicitaciones referidas a otra orientación, es sencillo realizar la conversión a estos *ejes principales* (figura 3.35)

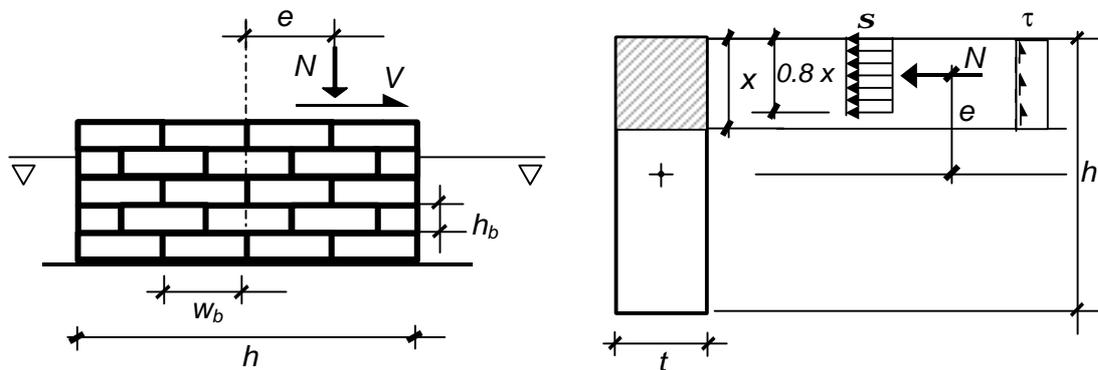


Figura 3.36. Esfuerzos y esquema tensional.

Se considera una sección rectangular, sobre ella actúan, **en agotamiento**, un axil N perpendicular a los tendeles, un cortante V paralelo a los tendeles y contenido en el plano definido por la soga y el alto de las piezas y un momento respecto al centro de gravedad igual a $N \cdot e$, siendo e la excentricidad.

Esquema resistente y relaciones generales

Se admite que la distribución de tensiones normales equivale, en agotamiento, a una distribución uniforme de tensiones sobre una fracción (el 0.8) de la parte comprimida de la sección, acotada por x . La distribución real de tensiones en agotamiento será en realidad sensiblemente parabólica según alguno de los diagramas de 3.1.2. Considerar un diagrama rectangular equivalente es posible ya que éste produce una resultante y excentricidad muy similares al esquema real. De hecho, según FL-90 [2] el diagrama parábola rectángulo es aplicable a las secciones de fábrica y el diagrama parábola rectángulo se puede sustituir en hormigón por el rectangular (EHE [21]) a efectos de resultante de tensiones y punto de aplicación de la misma.

La tensión normal se obtiene de la ecuación de equilibrio de axil:

$$s = \frac{N}{0.8tx} \quad (3.45)$$

La extensión de la zona comprimida depende sólo de la excentricidad del axil y no de la tensión:

$$x = \frac{h - 2e}{0.8} \quad (3.46)$$

Indistintamente se utilizan la excentricidad e o el momento referido al centro de gravedad de la sección bruta M :

$$M = Ne \quad (3.47)$$

⁹ Equivale en términos de resultante de tensiones y punto de aplicación de dicha resultante.

Conservadoramente se admite que sólo la parte comprimida colabora a resistir cortante mediante una distribución uniforme de tensiones rasantes, la ecuación de equilibrio de cortante da la tensión tangencial :

$$t = \frac{V}{tx} \quad (3.48)$$

Es conveniente expresar las relaciones de interacción entre los esfuerzos de agotamiento adimensionalmente. Para ello se definen los siguientes *esfuerzos adimensionales*:

$$N^* = \frac{N}{thf} \quad (3.49)$$

$$V^* = \frac{1.6xV}{thf} \quad (3.50)$$

$$M^* = 8 \frac{M}{th^2 f} \quad (3.51)$$

donde f es la resistencia a compresión de la fábrica y se ha llamado x a la relación de forma de la pieza

$$x = \frac{h_b}{w_b} \quad (3.52)$$

x toma valores próximos a 0.20 en ladrillo y entre 0.20 y 0.30 en sillería.

Tramo III de la envolvente de Mann y Müller: rotura por compresión de la fábrica

En este tramo se alcanza la rotura cuando la tensión total en la parte comprimida de la sección s alcanza el valor de la resistencia a compresión de la fábrica f , que es el único parámetro del material que se requiere para definir esta parte de la envolvente:

$$s + \Delta s = f \quad (3.53)$$

donde s se debe a las sollicitaciones normales N y M , expresión (3.45) y Δs se debe al cortante, según el estado tensional propuesto por Mann y Müller (figura 3.31) se tiene la siguiente expresión ya deducida en (3.43):

$$\Delta s = 2tx \quad (3.54)$$

Sustituyendo en la condición de rotura (3.53) el valor de s de (3.45), el valor de t de (3.48) y el valor de la extensión de la zona comprimida x de (3.46) y operando se llega a una relación en rotura entre N , M y V :

$$N^2 + (1.6xV - fth)N + 2ftM = 0 \quad (3.55)$$

Esta relación se puede expresar en función de los esfuerzos adimensionales definidos (3.49), (3.50) y (3.51):

Despejando M^* :

$$M^* = 4[(1 - V^*)N^* - N^{*2}] \quad (3.56)$$

Considerando V^* como un parámetro, la expresión anterior representa el diagrama de interacción M^*-N^* en presencia de un cortante V^* . Se trata de parábolas que pasan por el origen, por el punto $(N^*=1-V^*; M^*=0)$ y tienen su vértice (momento máximo) en el punto $(N^*=(1-V^*)/2; M^*=(1-V^*)^2)$. En la figura 3.37 se representa esquemáticamente el aspecto de estos diagramas.

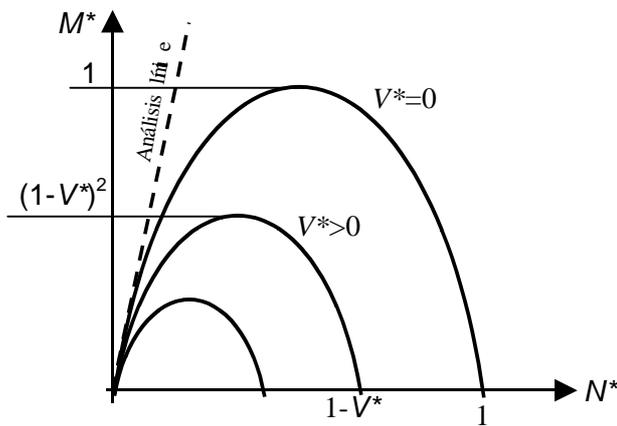


Figura 3.37. Diagrama de interacción adimensional M^*-N^* en presencia de un cortante V^* en el dominio de rotura III

La pendiente en el origen de estas parábolas vale

$$\left. \frac{\partial M^*}{\partial N^*} \right|_{N^*=0} = 4(1 - V^*)$$

Así que la máxima pendiente en el origen es 4 (cuando $V^*=0$); esto significa que todas las parábolas quedan por debajo de la recta $M^*=4N^*$ (línea discontinua en la figura 3.37). Esta recta representa el enunciado del análisis límite: “Si se puede encontrar una línea de presiones contenida dentro de la fábrica y que está en equilibrio con las acciones exteriores la estructura es segura”. En efecto: la línea de presiones es, por definición, el lugar geométrico de los puntos de aplicación de la resultante de las acciones exteriores en las secciones. La condición de que la línea de presiones esté contenida dentro de la fábrica equivale a imponer una excentricidad máxima para el axil:

$$e \leq \frac{h}{2} \Rightarrow \frac{M}{N} \leq \frac{h}{2} \Rightarrow \frac{M^* th^2 f}{8} \leq \frac{N^* thfh}{2} \Rightarrow M^* \leq 4N^*$$

Por tanto, en ejes M^*-N^* el análisis límite se puede enunciar así: “Son válidas las combinaciones de axil y momento adimensionales que queden por debajo de la recta $M^*=4N^*$ ”. Todas las parábolas encontradas quedan por debajo de dicha recta por lo que la envolvente propuesta respeta el análisis límite. De

hecho, es más exigente porque no utiliza las hipótesis de resistencia a compresión infinita ni de despreciar el efecto del cortante.

Si en la expresión (3.56) despejamos V^* en función de N^* e interpretamos M^* como un parámetro se tiene el diagrama de interacción V^*-N^* en presencia de un momento M^* :

$$V^* = 1 - N^* - \frac{M^*}{4N^*} \quad (3.57)$$

Se observa que para momento nulo lo anterior es una recta que pasa por los puntos $(N^*=0 ; V^*=1)$ y $(N^*=1 ; V^*=0)$. En presencia de momento se tiene una familia de hipérbolas que tienen como asíntotas el eje $N^*=0$ y la recta antes mencionada.

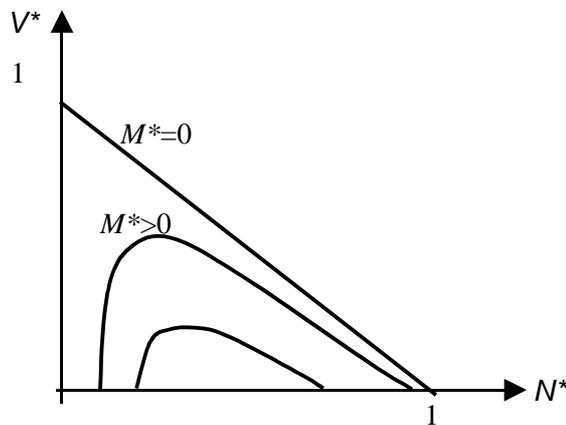


Figura 3.38. Diagrama de interacción adimensional V^*-N^* en presencia de un momento M^* en el dominio de rotura III

Hay que recordar que aún no se ha delimitado el rango de validez de este criterio, por lo que no deben sorprender valores como $V^*=1.0$, (un cortante que fuera del orden de la capacidad a axil de la sección) a todas luces excesivo. Esta envolvente se basa en el criterio de rotura por compresión por lo que sólo será aplicable para combinaciones de axil elevado y, eventualmente, momento elevado. Si el axil es bajo ($N^* \rightarrow 0$) la rotura, presumiblemente no se producirá por fallo por compresión sino por deslizamiento, es decir la pieza se encontrará en el tramo II ó I de la envolvente de Mann y Müller fallando por tracción indirecta en la pieza o deslizamiento en el tendel.

La figura 3.39 muestra el aspecto de la superficie de interacción del criterio III.

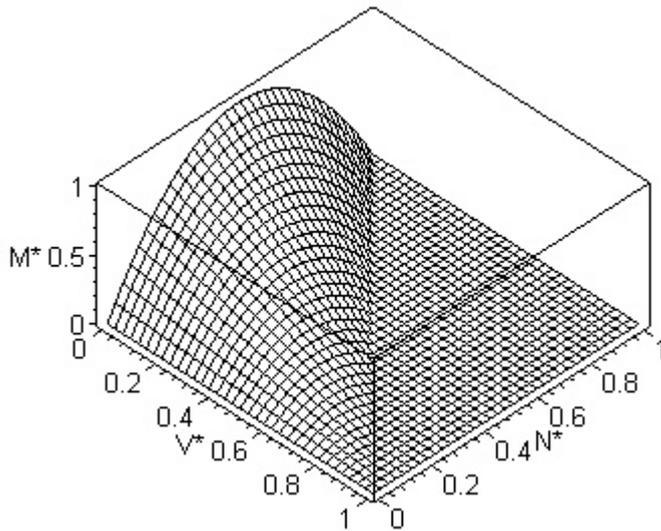


Figura 3.39. Superficie de interacción para el criterio de rotura por compresión

Tramo II de la envolvente de Mann y Muller: rotura por tracción en las piezas

En este tramo se alcanza la rotura cuando la tensión principal de tracción en centro de una pieza s_1 alcanza el valor de la resistencia a tracción de la pieza f_{tb} , que es, junto a f , el único parámetro del material que se requiere para definir esta parte de la envolvente. La tensión principal mayor (máxima tracción) en general vale:

$$s_1 = \frac{s_x + s_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{s_x - s_y}{2}\right)^2 + t_{xy}^2} \quad (3.58)$$

Para la sollicitación propuesta por Mann y Muller (figura 3.40) se pueden calcular las tensiones en el centro de la pieza (figura 3.40): $s_x = -s$, $s_y = 0$, $t_{xy} = 2.15t$, sustituyendo en (3.58):

$$s_1 = \frac{s}{2} + \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 + 2.15^2 t^2} \quad (3.59)$$

Haciendo $s_1 = f_{tb}$ en (3.59) y despejando t se tiene la condición crítica:

$$t = 0.47 f_{tb} \sqrt{1 + \frac{s}{f_{tb}}} \quad (3.60)$$

Según Mann y Müller el factor que multiplica a f_{tb} y la raíz en la condición crítica obtenido experimentalmente en estados de axil centrado y cortante es 0.45 (3.45) en lugar de 0.47. Según Tursenk y Cakovich (3.41), de acuerdo

con un cálculo elástico admitiendo la hipótesis de Navier el coeficiente es 1.00. Si en lugar de un Ds escalonado como en la figura 3.40 se supone una variación lineal a lo largo de la soga de la pieza el factor obtenido es de 0.58. En este desarrollo se admitirá un factor de 0.50. La expresión (3.60) se convierte así en (3.61).

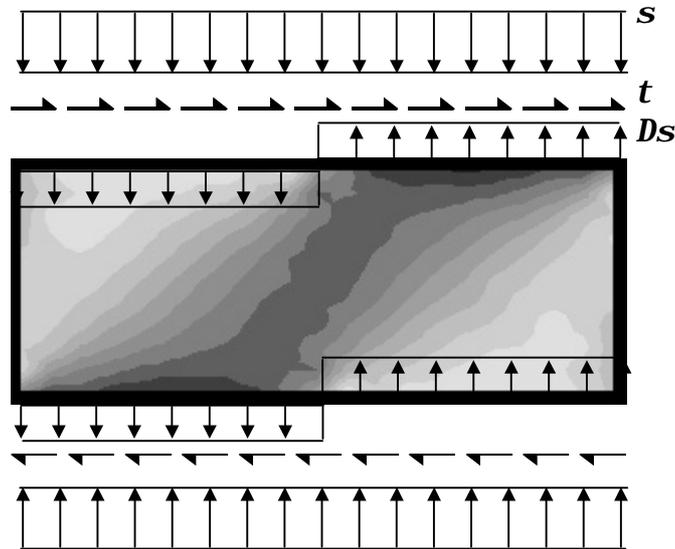


Figura 3.40. Solicitación sobre la pieza en corte y compresión y contornos de la tensión principal mayor. La zona de mayores tracciones es la diagonal más oscura.

$$t = 0.50 f_{tb} \sqrt{1 + \frac{S}{f_{tb}}} \quad (3.61)$$

Se admite que para una sollicitación de axil excéntrico se sigue verificando (3.61). Además se utilizará una aproximación lineal de la expresión anterior, más manejable matemáticamente y que queda del lado de la seguridad:

$$t = 0.50 f_{tb} \left[1 + k \frac{S}{f} \right] \quad (3.62)$$

En la que k es un parámetro adimensional que toma valores entre 1 para fábrica de ladrillo y 4 para sillería dependiendo de la proporción f/f_{tb} . Su expresión es:

$$k = \sqrt{1 + \frac{f}{f_{tb}}} - 1 \quad (3.63)$$

Se hace notar que f es la resistencia a compresión de la fábrica y f_{tb} es la resistencia a tracción de la pieza.

Sustituyendo las relaciones (3.45, 46 47 y 48) en la condición de rotura simplificada (3.62) y expresando el resultado en función de los esfuerzos adimensionales se tiene:

$$M^* = 4 \left[k N^{*2} + \left(1 - \frac{f}{x f_{tb}} V^* \right) N^* \right] \quad (3.64)$$

y despejando V^* :

$$V^* = \mathbf{x} \frac{f_{tb}}{f} \left(1 + kN^* - \frac{M^*}{4N^*} \right) \quad (3.65)$$

La relación (3.64) define el diagrama de interacción M^*-N^* en presencia de un cortante V^* . Se trata de una familia de parábolas de orientación inversa a la de las curvas de la expresión (3.56) y que en el rango 0-1 de M^* y N^* tienen un aspecto muy *vertical*. Esquemáticamente se presentan en la figura 3.41.

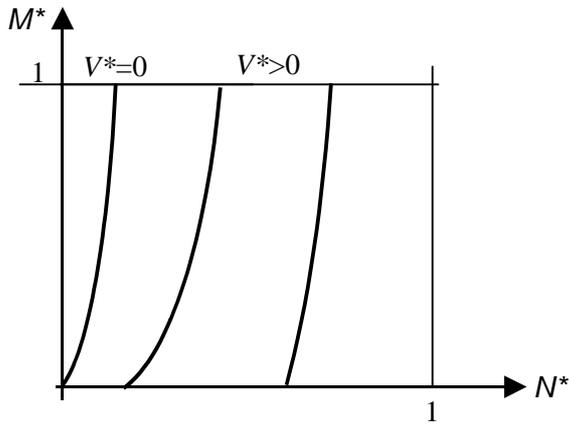


Figura 3.41. Diagrama de interacción adimensional M^*-N^* en presencia de un cortante V en el dominio de rotura II

La expresión (3.65) de esta misma envolvente representa el diagrama de interacción V^*-N^* en presencia de un momento M^* . Si el momento es nulo se tiene una recta y en presencia de momentos es de nuevo una familia de hipérbolas que tienen por asíntota la recta anterior. Estas hipérbolas tienen un aspecto sensiblemente horizontal y muy bajo al representarse en ejes V^*-N^* para la escala $V^* \in (0,1)$ por lo que se representan acotando V^* a los valores usuales. En la figura 3.42 se representan esquemáticamente:

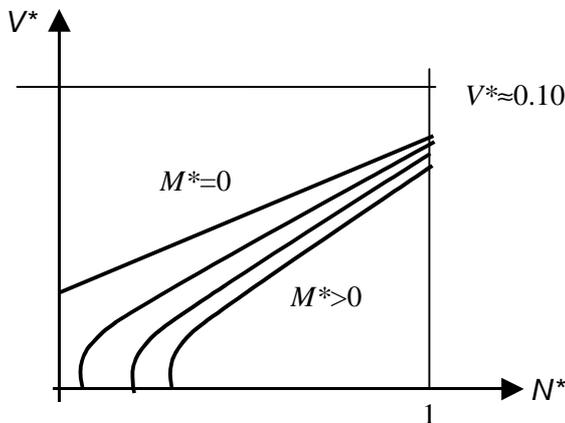


Figura 3.42. Diagrama de interacción adimensional V^*-N^* en presencia de un momento M^* en el dominio de rotura II

La figura 3.43 muestra el aspecto de la superficie de interacción del criterio II.

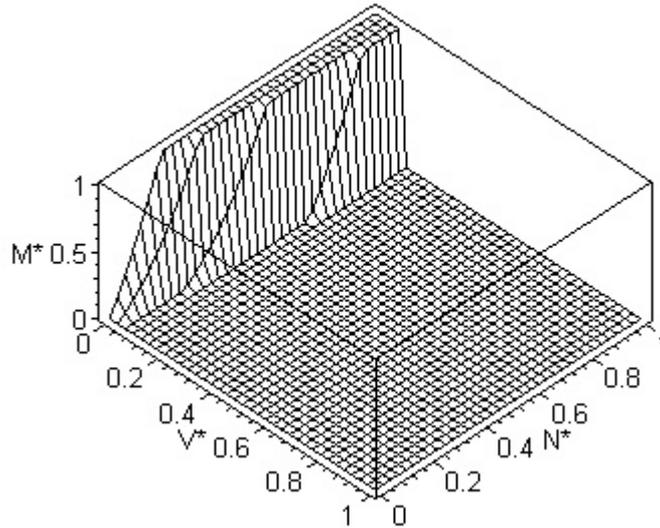


Figura 3.43. Superficie de interacción para el criterio de rotura por tracción en las piezas.

Tramo I de la envolvente de Mann y Muller: rotura por deslizamiento en el tendel

En este tramo se alcanza la rotura por deslizamiento en el tendel. Siguiendo a Mann y Müller se admitirá que se produce tal deslizamiento al alcanzarse un valor límite de una combinación de la tensión tangencial y normal. Las propiedades de la fábrica que se precisan son un coeficiente de rozamiento crítico en el tendel m y una constante que se llamará cohesión por analogía con el criterio de Morh-Coulomb, c . La condición de fallo por deslizamiento en la zona comprimida se expresa:

$$t = c + ms \tag{3.66}$$

El parte no comprimida de la sección podría actuar al menos una tensión tangencial debida a la cohesión. En el desarrollo siguiente, al igual que en los puntos anteriores se admite que sólo se desarrollan tensiones tangenciales en la zona comprimida de la sección. Esta hipótesis está del lado de la seguridad aunque puede resultar demasiado conservadora.

Sustituyendo (3.45 a 3.48) en la condición de rotura (3.66) y expresando el resultado en función de los esfuerzos adimensionales de nuevo se encuentran parábolas en el plano M^*-N^* e hipérbolas en V^*-N^* :

$$M^* = 4 \left[m \frac{f}{c} N^{*2} + \left(1 - \frac{1}{2x} \frac{f}{c} V^* \right) N^* \right] \tag{3.67}$$

$$V^* = 2xmN^* - 0.5x \frac{c}{f} \frac{M^*}{N^*} + 2x \frac{c}{f} \quad (3.68)$$

En caso de que $c=0$ resulta la recta en V^*-N^*

$$V^* = 2xmN^* \quad (3.69)$$

y se llega a la paradoja de que el momento último es infinito. Sin embargo dando valores tan grandes como se desee al parámetro f/c es posible representar (3.67) en el plano M^*-N^* : las parábolas se convierten, en el intervalo $N^* \in (0,1)$ en casi-rectas prácticamente verticales que surgen de los puntos $N^* = V^*/2xm$. Ello se interpreta fácilmente a la vista de la expresión (3.69): los axiles menores que $V^*/2xm$ no son admisibles porque producen deslizamiento para cualquier nivel de excentricidad. De esta manera la influencia del momento en caso de cohesión nula puede interpretarse en el diagrama M^*-N^* pero no en el diagrama V^*-N^* .

Teniendo en cuenta que V^* puede adoptar un valor máximo *razonable* de 1 orden de 0.05 y para valores típicos $m=0.5$ y $x=0.25$ el criterio I en el plano M^*-N^* presenta, en el peor de los casos, un corte casi vertical para axiles adimensionales menores de 0.2. Es decir, se precisan axiles adimensionales mayores de 0.2 para poder resistir cortantes V^* en torno a 0.05 sin que se dé deslizamiento. El criterio I es más restrictivo que el II para axiles bajos, en torno a 0.10 en ladrillo y 0.05 en sillería, valores corrientes en muchos elementos estructurales reales.

La figura 3.44 presenta las parábolas degeneradas en rectas (caso $c \approx 0$) de la expresión (3.67).

La expresión (3.68) tiene una representación en ejes V^*-N^* como la mostrada en la figura 3.45. Se trata de hipérbolas muy próximas a la recta $V^* = 2xmN^*$:

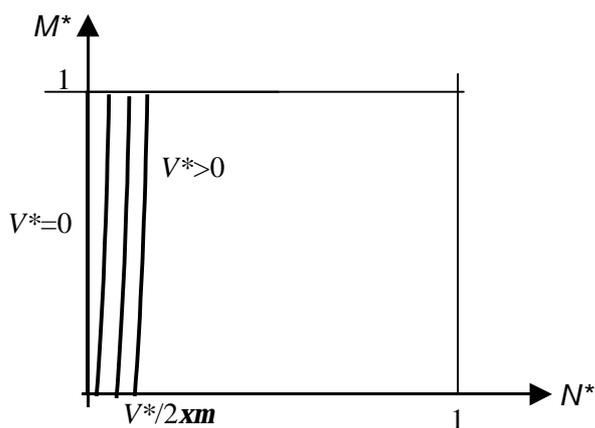


Figura 3.44. Diagrama de interacción adimensional M^*-N^* en presencia de un cortante V^* en el dominio de rotura I. Se representa el caso de cohesión casi nula

Hay que destacar que las hipérbolas obtenidas siguiendo este criterio quedan por encima de las hipérbolas del criterio II para valores de m usuales (mayores de 0.2) excepto para valores bajos del axil ($N^* < 0.2$).

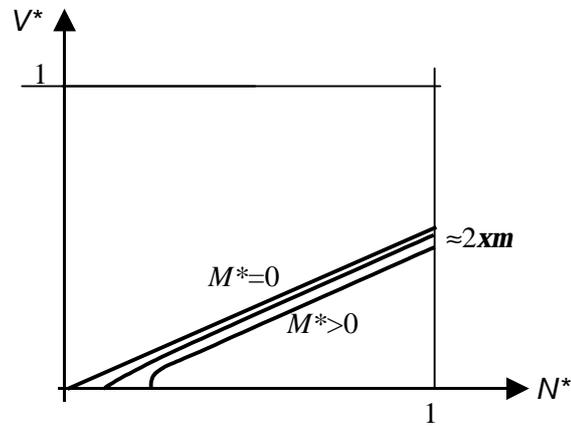


Figura 3.45. Diagrama de interacción adimensional V^*-N^* en presencia de un momento M^* en el dominio de rotura I

La figura 3.46 muestra el aspecto de la superficie de interacción del criterio I.

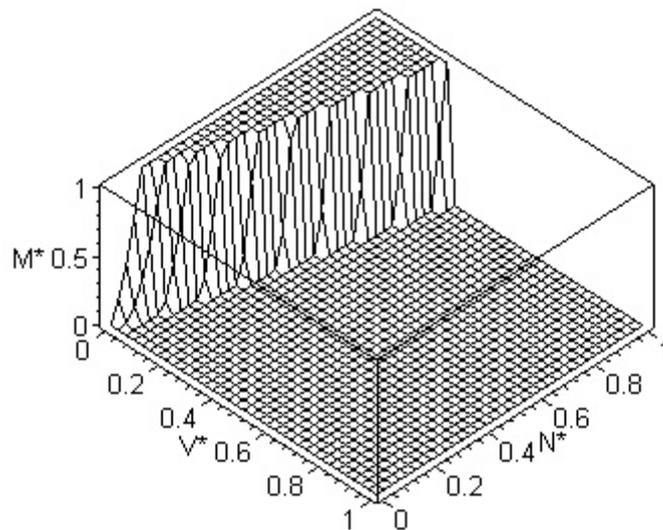


Figura 3.46. Superficie de interacción para el criterio de rotura por deslizamiento en el tendel, tramo I de Mann y Müller.

Diagrama final de interacción

El diagrama, o superficie de interacción será la intersección de las superficies correspondientes a cada criterio. Las figuras 3.47 y 3.48 muestran el aspecto del diagrama en ejes M^*-N^* y en ejes V^*-N^* respectivamente. La figura 3.49 es una representación tridimensional de la envolvente.

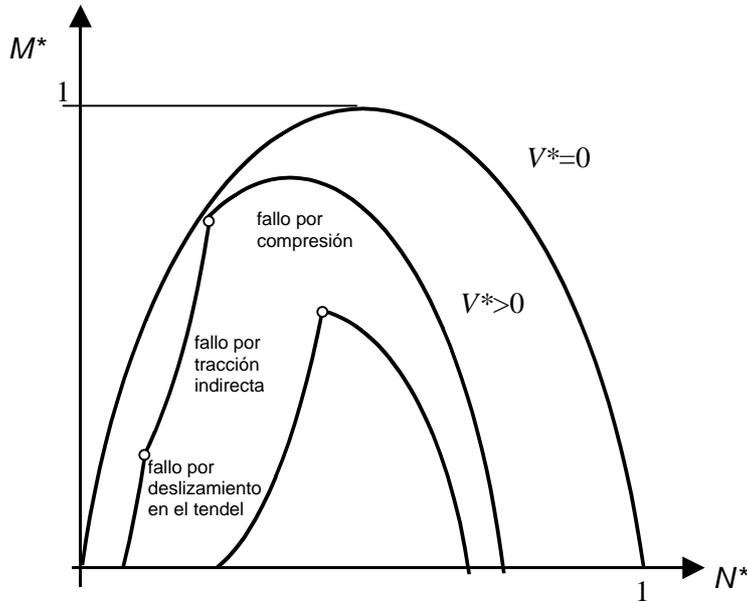


Figura 3.47. Envolvente adimensional final de interacción

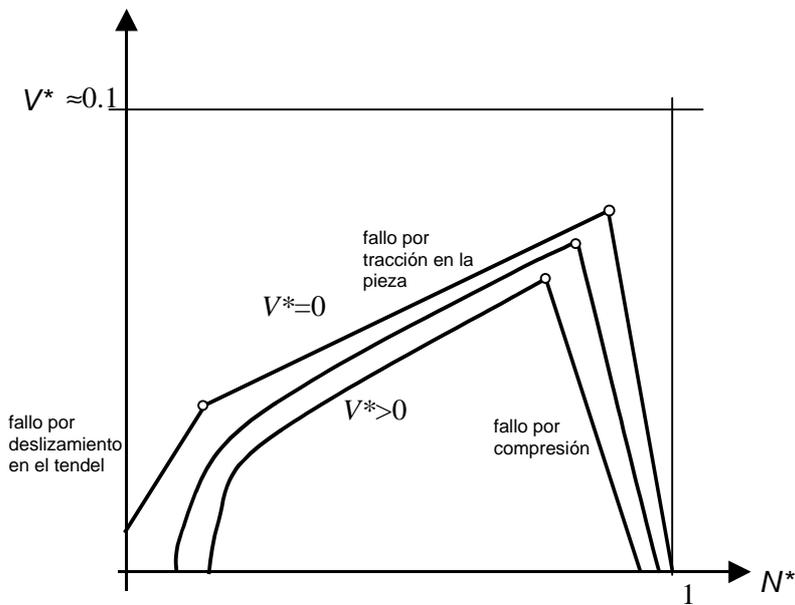


Figura 3.48. Envolvente adimensional final de interacción

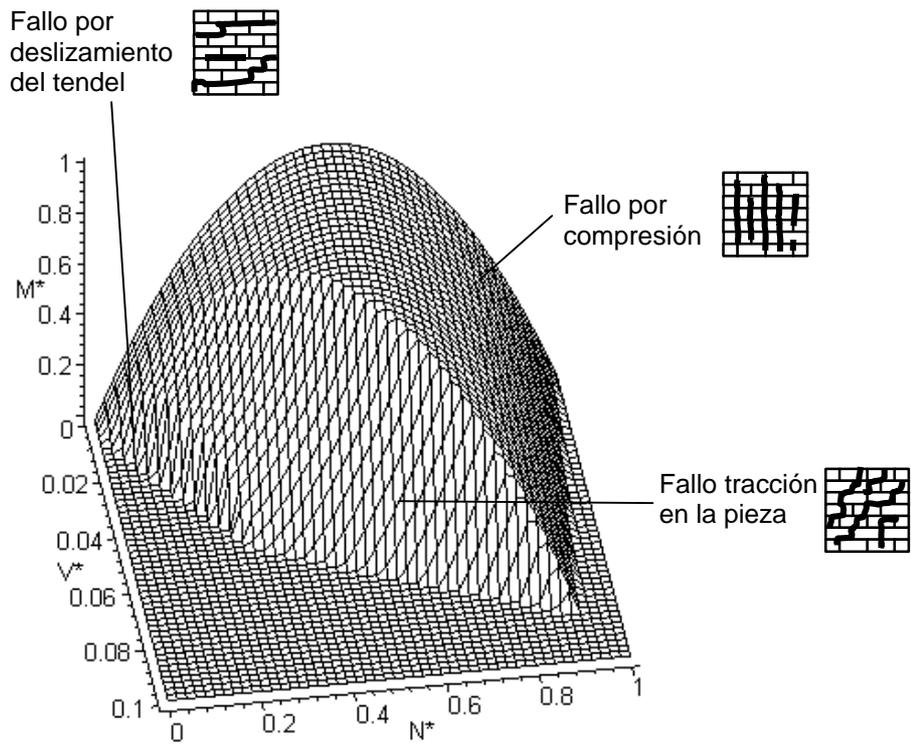


Figura 3.49. Envoltiva adimensional final de interacción

3.2.2 Comportamiento fuera de su plano

El comportamiento de la fábrica fuera de su plano se encuentra en un estado menos avanzado que en el conocimiento con respecto al comportamiento en su plano.

Lourenço [15] llama la atención sobre el hecho de que, si bien se han realizado ensayos sobre el comportamiento de la fábrica bajo esfuerzos de flexión fuera de su plano (tipo viga), y se conoce de forma aproximada el valor de la resistencia a flexotracción, se tiene poca información sobre el comportamiento tensodeformacional completo de la fábrica, tanto en tracción (energía de fractura¹⁰ G_f), como en compresión, (G_c), aspecto especialmente importante en elementos altamente comprimidos, como pilas o bóvedas rebajadas y esbeltas. En definitiva aboga por obtener de los ensayos, no sólo las resistencias máximas obtenidas, sino también los diagramas $M-l/r$.

Mecanismos de rotura uniaxiales. Flexión en direcciones principales

Este caso se produce cuando el eje de flexión fuera de su plano es paralelo (caso a) o perpendicular (caso b) a los tendeles.

Los mecanismos de rotura asociados son, en el primer caso (figura 3.50 a), flexión de eje paralelo a los tendeles, rotura en el tendel por escasa adherencia en la unión entre pieza y mortero. En el segundo caso (figura 3.50 b), flexión de eje perpendicular a los tendeles, se producen dos mecanismos de rotura diferentes en función de la resistencia relativa de piezas y tendeles. Si la resistencia de las piezas es mayor, la rotura se produce por fisuración dentada a lo largo de llagas y tendeles, (figura 3.51 b1), en el otro caso, la rotura se produce por un mecanismo mixto atravesando casi directamente piezas y llagas, (figura 3.51 b2). La respuesta postpico está marcada, en el primer caso, por la energía de fractura de llagas y tendeles, y en el segundo caso por la energía de fractura de piezas y llagas (figura 3.51).

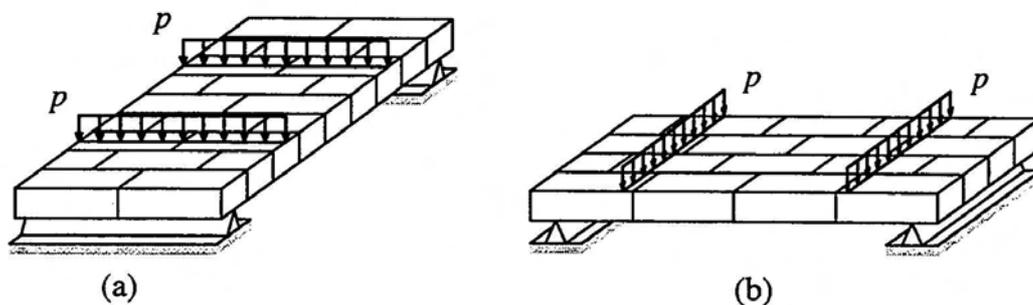
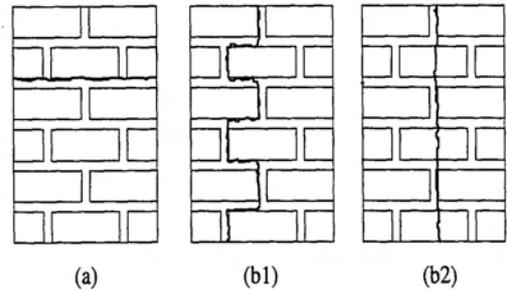


Figura 3.50. Flexión fuera del plano. Paralela a los tendeles a). Perpendicular a los tendeles b). [15]

¹⁰ Este aspecto se comenta en el siguiente epígrafe

Figura 3.51. Mecanismos de rotura. [15]

Caso a) Por escasa adherencia. Flexión de eje paralelo a tendeles
 Caso b) Por fisuración en llagas y tendeles Flexión de eje paralelo a tendeles
 Caso c) Mecanismo mixto en piezas y llagas. Flexión de eje paralelo a tendeles



Los diagramas $M-l/r$ asociados a los mecanismos de rotura provenientes de los estudios de Lourenço se representan en la figura 3.52. En ella se puede apreciar la pérdida de rigidez ocurrida en el momento de entrar en el comportamiento no lineal (figura 3.52 b).

Si se representan ambos diagramas en los mismos ejes, (figura 3.52 b), se aprecia mejor la fuerte disminución del momento resistido y de la ductilidad en el caso de flexión de ejes paralelos a los tendeles. Este segundo aspecto (ductilidad) es de especial importancia en el comportamiento de las estructuras de fábrica.

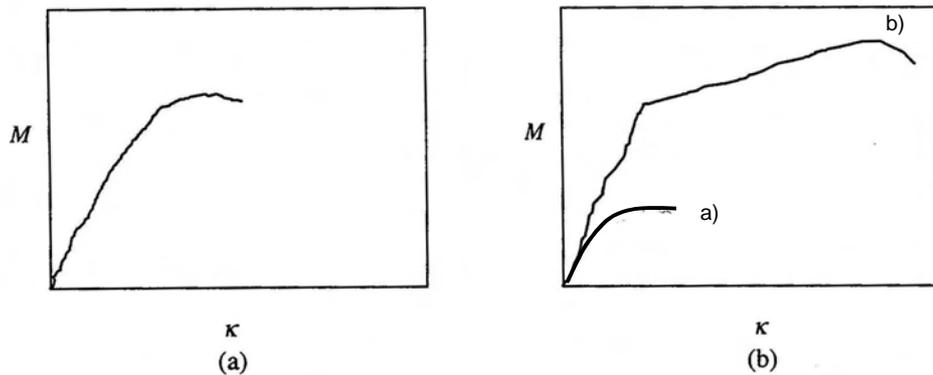


Figura 3.52. Diagramas $M-l/r$ obtenidos para los mecanismos de rotura a flexión fuera del plano [15].

En el caso de flexión perpendicular a los tendeles, se observa un primer tramo casi lineal, para pasar, después, a un tramo mucho más tendido (tramo no lineal o anelástico) que sin desarrollar una gran capacidad resistente postpico, si alcanza un valor notablemente superior para la curvatura última.

Mecanismos de rotura biaxiales. Flexión con aparejo esviado

Cuando la flexión se produce con aparejo esviado, es decir, cuando el eje de flexión no es paralelo (ángulo $q = 0^\circ$) o perpendicular (ángulo $q = 90^\circ$) a los tendeles, se inducen estados de tensiones biaxiales. La descripción completa de la flexión fuera del plano pasa entonces por definir los valores de los momentos principales y el ángulo q . (M_1 , M_2 , q) o los momentos según los ejes de llagas y tendeles (M_x , M_y , M_{xy}).

Existen diversos estudios, que aparecen recogidos en [15], que tratan sobre el comportamiento biaxial de la fábrica bajo flexión fuera de su plano.

Guggisberg y Thürlimann [31] obtuvieron diferentes modos de rotura en función de la variación del ángulo q (ángulo que forman los ejes principales con los tendeles). Los resultados obtenidos en la campaña de ensayos se recogen en la figura 3.53. Los modos de rotura son una combinación de tracción y cortante en las juntas verticales y en los tendeles, salvo para $\theta \cong 90^\circ$, donde se produce también fisuración en las piezas.

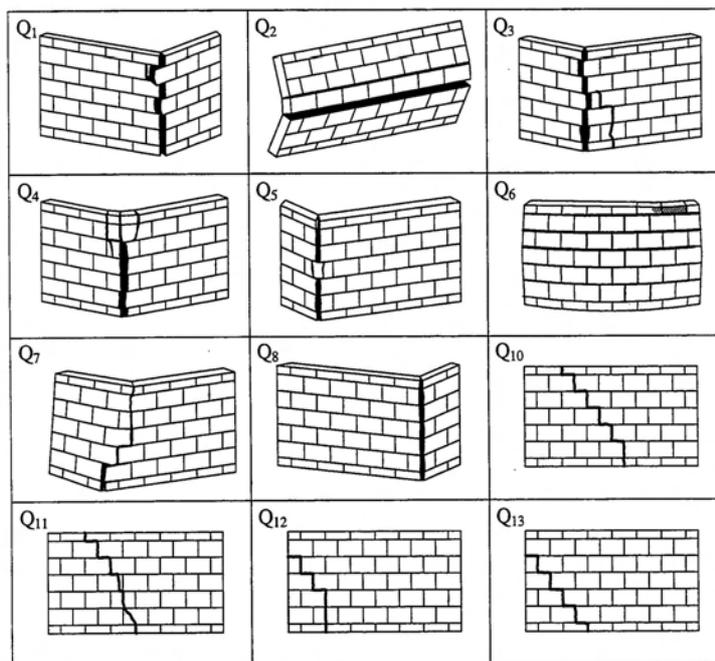
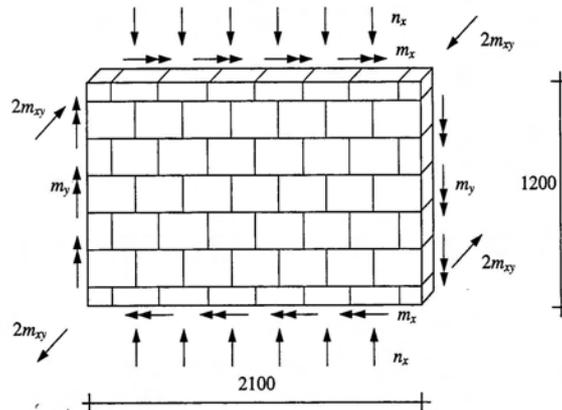


Figura 3.53. Modos de rotura obtenidos en los ensayos realizados por Guggisberg y por Thürlimann

Lourenço [15] estudia en dos fases o estados, el caso de flexión fuera de su plano con aparejo esviado. Por un lado, se tiene en cuenta el comportamiento de la fábrica en su plano, asimilable en todo a lo anteriormente comentado (figura 3.54b). Por otro lado, en otro estado aditivo, existen unas tensiones tangenciales en el plano perpendicular. (figura 3.54a). Lourenço en sus análisis prescinde de las tensiones normales al plano.

Este análisis deriva en la formulación de las envolventes de agotamiento para la fábrica en este caso general. En la figura 3.54 se representan, de forma análoga a lo realizado por Page cuando plantea la superficie de agotamiento de la fábrica en su plano (figura 3.25), diferentes superficies de agotamiento¹¹ añadiendo una nueva dimensión. La nueva dimensión, representada en forma de planos acotados, es la tensión tangencial fuera del plano. Por lo tanto, además de la envolvente obtenida para cada ángulo de inclinación de los tendeles (q), existe una envolvente para cada valor de la tensión tangencial τ_{rz} .

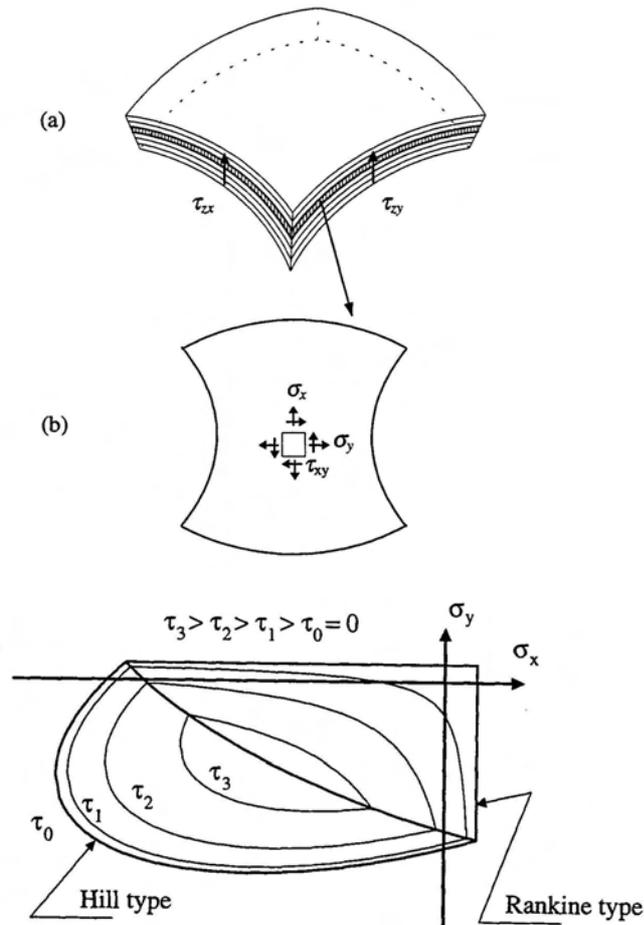


Figura 3.35. Esquema del comportamiento fuera de su plano. Superficie de agotamiento de la fábrica fuera de su plano [15].

Cuanto mayor sea la tensión tangencial perpendicular al plano, menor es la envolvente de rotura, para cualquier valor de q . En casos límite, tensiones tangenciales muy altas, la envolvente de rotura se reduce a una pequeña zona, donde las dos tensiones principales situadas en el plano deben de ser de compresión y, además sus valores deben de ser similares (figura 3.54).

¹¹ En el caso de que las dos tensiones sean de compresión el criterio de rotura adoptado es el de Hill y, en el caso de que una de las tensiones sea de compresión y otra de tracción el criterio es del tipo Rankine.

Presencia de un esfuerzo axial en la dirección perpendicular a los tendeles

La presencia de un esfuerzo axial en el plano aumenta la capacidad de flexión fuera del mismo, siempre que el modo de rotura sea el producido por combinación de tracción y cortante en las juntas verticales y en los tendeles (debido a un aumento de resistencia en el modelo friccional planteado en los tendeles) y no el producido por compresión en la fábrica.

Lourenço [15] ha estudiado los diagramas $M-l/r$ de la fábrica para diferentes niveles de axiles en función de la ecuación constitutiva de la fábrica ($\mathbf{s-e}$). En [38] se propone un dominio de deformación para la fábrica (definición de pivotes).

3.2.3 Valores de la resistencia a flexotracción en la fábrica

El valor de la resistencia a flexotracción y a corte depende fundamentalmente de dos factores: la adherencia entre mortero y pieza y el aparejo con respecto a la dirección de la flexión, tal y como se ha visto en 3.3.2.

Resistencia a flexotracción

Para definir el comportamiento a flexotracción es conveniente utilizar el valor de la energía de fractura (G_f), en lugar del valor de la resistencia máxima a flexotracción, debido a su mayor significado [15], [31]. El comportamiento en tracción de la fábrica ($\mathbf{s-d}$), puede ser elástico-perfectamente frágil, elástico-perfectamente plástico, o un comportamiento intermedio con curva de ablandamiento (figura 3.55). La influencia de este comportamiento en la capacidad portante de los elementos estructurales de fábrica, depende de la importancia relativa del nivel de esfuerzo axial y flector. Si el nivel de flexión es importante, es conveniente caracterizar el comportamiento en tracción, además del valor de la resistencia.

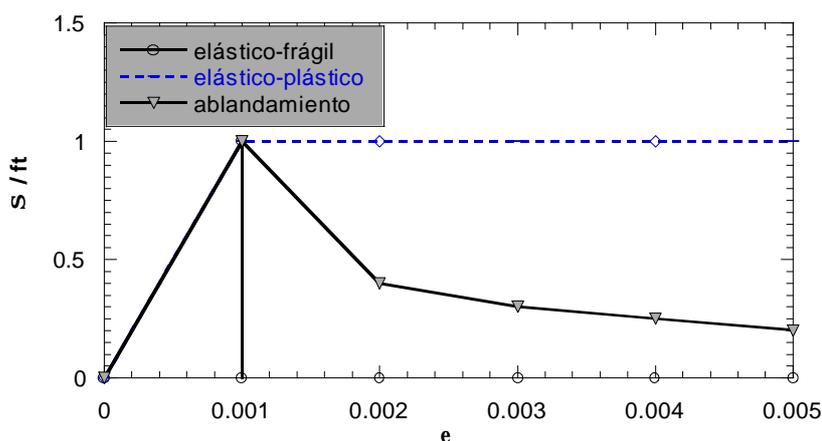


Figura 3.55. Comportamiento en tracción de la fábrica. Elástico-frágil; Elástico-plástico; elástico con ablandamiento

La energía de fractura califica el comportamiento al cuantificar el área que encierra la curva ($\mathbf{s-d}$) en tracción, hecho este que no ocurre con el valor de la resistencia a flexotracción.

La resistencia a flexotracción de la fábrica es diferente en los casos de flexión de eje perpendicular a los tendeles y de eje paralelo a los mismos (flexión fuera de su plano en ambos casos). Siendo en el primer caso varias veces superior al segundo, como aparece representado en la figura 3.56, donde se muestran los resultados de los ensayos realizados por Lawrence et al [15].

En esta figura se representa en el eje de ordenadas la relación entre la resistencia a flexotracción perpendicular a los tendeles y la paralela a los tendeles. En el eje de abscisas viene representada la resistencia a flexotracción paralela a los tendeles (la menor de las dos). Existe una relación entre ambas variables de tal forma que para una resistencia paralela a los tendeles de 0.3 N/mm^2 la relación es de 4, por lo que la *otra* resistencia es de $1,0 \text{ N/mm}^2$.

En [15], se recopilan estudios experimentales realizados donde se perseguía relacionar las propiedades de los materiales y el valor de la resistencia a flexotracción. En ciertos casos, se han obtenido correlaciones estadísticas entre el índice de succión de las piezas o la absorción de agua de las piezas y el valor de la resistencia.

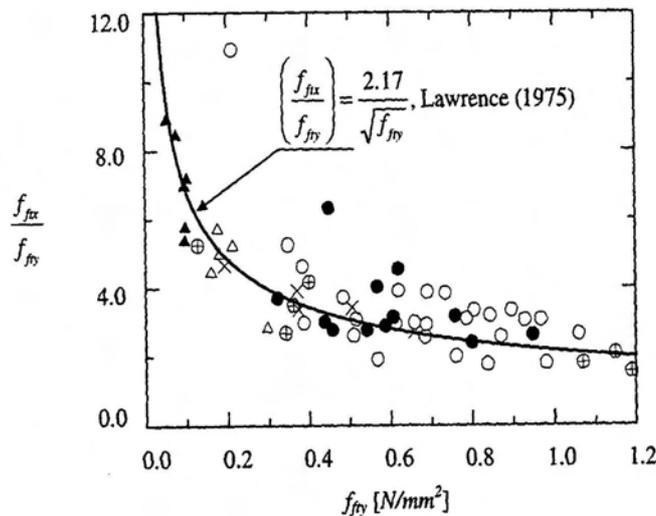


Figura 3.56. Relación entre la resistencia a tracción en los casos de flexión perpendicular y paralela a los tendeles

Van der Plujim, ha llevado a cabo una campaña de ensayos para evaluar la resistencia a flexotracción en los casos de flexión perpendicular y paralela a los tendeles. Los ensayos se realizaron bajo deformación controlada, gracias a lo cual se pudo evaluar la curva de ablandamiento en tracción de la fábrica, obteniéndose, además, el valor de la energía de fractura y de la resistencia a flexotracción. De estos ensayos se obtuvo un valor de cuatro, para la relación entre la resistencia a flexotracción perpendicular y paralela a los tendeles, que representaría, según la figura 3.40 una resistencia a flexotracción paralela a los tendeles de 0.3 N/mm^2 .

Lourenço [15], mediante análisis numéricos, estudia la importancia relativa de la energía de fractura de la fábrica. En el estudio, llevado a cabo, la resistencia a flexotracción se mantiene constante, haciéndose variar la energía de fractura entre 0 y ∞ . Los resultados indican que el momento

último resistido, en el segundo caso, es hasta tres veces superior al resistido en el primer caso.

La norma española FL-90, siempre que se tomen ciertas medidas durante la ejecución y que se justifique el valor en la memoria del proyecto, permite contar con un valor para la resistencia a flexotracción del orden del 10% del valor de la resistencia a compresión.

$$f_t = 0.1f \quad (3.71)$$

4. Comportamiento reológico de la fábrica

El comportamiento de la fábrica a corto y largo plazo es diferente debido a la deformación de fluencia y retracción. Con carácter general, ambas presentan valores dispersos y variables según los estudios de diferentes autores.

La deformación por fluencia parece concentrada en el ligante, por lo tanto, serán las propiedades que definen el comportamiento del mortero las que también definan los valores de la fluencia en la fábrica.

La fluencia puede cobrar gran importancia cuando sean posibles movimientos diferenciales entre sus diferentes componentes (muros sandwich, bóvedas de varias roscas, etc.).

Lenczner ha estudiado los valores de la deformación total (inicial más fluencia) en diferentes fábricas, llegando a formular las siguientes expresiones que cuantifican la relación entre la deformación total y la inicial según el tipo estructural:

Muros:

$$\frac{e_T}{e_i} = 5.46 - 0.33\sqrt{f_b} \quad (3.72)$$

Pilas:

$$\frac{e_T}{e_i} = 2.73 - 0.14\sqrt{f_b} \quad (3.73)$$

f_b : resistencia a compresión de las piezas

Shive y England [17] estudiaron los fenómenos de fluencia y retracción en la fábrica mediante un método paso a paso. En este caso se propone la utilización de un módulo de deformación longitudinal a tiempo infinito que tenga en cuenta los fenómenos reológicos que tienen lugar en la fábrica.

$$E_\infty = \frac{S}{e_i + e_c + e_s} \quad (3.74)$$

La deformación por fluencia (e_c) en el mortero se supone linealmente dependiente de las tensiones de trabajo ($e_c/e_i = E_c$). En el libro de Hendry [15] aparecen valores del módulo de deformación longitudinal de la fábrica (E) para diferentes tipos de fábrica.

$$E_\infty = \frac{E}{1 + E_c + e_s \frac{E}{f}} \quad (3.75)$$

c : valor de la deformación por fluencia para tensión unidad.

En Eurocódigo 6 [14] se dan valores para la deformación de fluencia a tiempo infinito f_{fl} y para la deformación de retracción.

5. Notación

Mayúsculas latinas

A	superficie
E	módulo de deformación longitudinal de la fábrica para deformaciones perpendiculares a los tendeles
E_{dif}	módulo de deformación longitudinal equivalente ante cargas permanentes
E_b	módulo de deformación longitudinal de las piezas
E_m	módulo de deformación longitudinal del mortero
E_{∞}	módulo de deformación longitudinal de la fábrica a tiempo infinito
G_f	energía de fractura
G_c	energía de fractura en compresión
H	altura del muro
N	esfuerzo axial perpendicular a los tendeles
V	esfuerzo cortante contenido en el plano de la fábrica y paralelo a los tendeles
M	momento flector contenido en el plano de la fábrica
M_x	momento flector fuera del plano, su eje es paralelo a los tendeles
M_z	momento flector fuera del plano, su eje es perpendicular a los tendeles
N^*	axil adimensional
V^*	cortante adimensional
M^*	momento adimensional

Minúsculas latinas

a, b	constantes reales
c	cohesión de la interfaz pieza – mortero. Igual a f_{v0} .
f	resistencia a compresión de la fábrica
f_b	resistencia a compresión uniaxial de las piezas
f'_b	resistencia a compresión de las piezas en presencia de tracciones transversales
f_m	resistencia a compresión uniaxial del mortero
f'_m	resistencia a compresión del mortero en presencia de compresiones transversales
f_{ib}	resistencia a tracción uniaxial de las piezas
$f_{ib,II}$	resistencia a tracción biaxial de las piezas
f_{xb}	resistencia a flexotracción de las piezas
f_t	resistencia a tracción de la fábrica
f_x	resistencia a flexotracción de la fábrica
f_v	resistencia al deslizamiento del tendel
f_{v0}	resistencia al deslizamiento del tendel en ausencia de tensiones normales. Igual a c .

$f_{100 \times 100}$	resistencia normalizada a compresión uniaxial de las piezas. Obtenida en probetas cúbicas de 100 mm de lado o valor equivalente
h	ancho del muro
t	espesor del muro
h_b	alto de la pieza
k_b	módulo de entumecimiento de las piezas (ladrillos cerámicos)
m	pendiente de la envolvente de rotura del mortero
t_b	tizón de la pieza
w_b	soga de la pieza
x	eje cartesiano en la dirección de los tendeles. Profundidad de la fibra neutra en flexión
y	eje cartesiano en el plano de la junta del tendel (tabla) en dirección perpendicular al tendel
z	eje cartesiano en la dirección perpendicular al plano de la junta del tendel (tabla)

Minúsculas griegas

a	relación entre el alto de la pieza y el espesor de la junta de mortero
b	relación entre el módulo de deformación longitudinal de la pieza y el del mortero
d	relación entre la resistencia a compresión de una probeta cúbica de 100 mm de lado y la de una pieza o probeta de otras dimensiones. Movimiento.
e	deformación unitaria longitudinal
e_c	deformación de fluencia de la fábrica
e_s	deformación de retracción de la fábrica
e_{max}	deformación unitaria longitudinal para la tensión de pico
g	peso específico
j_m	coeficiente de fluencia del mortero. Coeficiente de fluencia a tiempo infinito del mortero
m	coeficiente de fricción
n	coeficiente de Poisson
q	ángulo
s	tensión normal
s_1	tensión principal mayor (máxima tracción)
s_2	tensión principal intermedia
s_3	tensión principal mayor (máxima compresión)
t	tensión tangencial
x	relación entre el alto y la soga de las piezas
f	ángulo de rozamiento interno de la fábrica

6. Bibliografía

- [1] P.I.E.T. 70 “Obras de fábrica. Prescripciones del Instituto Eduardo Torroja”. Consejo Superior de Investigaciones Científicas. Madrid, 1971
- [2] NBE FL 90 “Muros resistentes de fábrica de ladrillo”. Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo de España. 1990
- [3], “Proyecto de reconstrucción del brazo sur y crucero en la zona de la nave alta de la Catedral de León”. Demetrio de los Ríos. Pliego de condiciones facultativas, León 1882
- [4] “A Treatise on Masonry Construction” Baker I. John Wiley & Sons, Londres 1909.
- [5] “Teoría, historia y restauración de estructuras de fábrica”. Heyman J. Centro de estudios históricos de obras públicas y urbanismo (CEHOPU), Instituto Juan de Herrera. 1995.
- [6] “Torres de ascendencia islámica en las comarcas de Calatayud y Daroca. Estructura, decoración y relaciones con otras torres islámicas de oriente y occidente.” Agustín Sanmiguel Mateo. Centro de Estudios Bilbilitanos, Institución Fernando el Católico, CSIC, Calatayud 1998.
- [7] “La piedra de Cantería en España I.” M Regueiro y J.M.Quereda. Boletín Geológico y Minero. Vol. 105-4, Madrid 1994.
- [8] “La piedra de Cantería en España II.” M Regueiro y J.M.Quereda. Boletín Geológico y Minero. Vol. 108-1, Madrid 1997.
- [9] “Materiales de Construcción. Tomo I. Piedras naturales y artificiales.”, A. Camuñas. Dossat, Madrid 1955.
- [10] “Estudio de Materiales”. F. Arredondo y otros. Publicaciones ROP, Madrid 1983.
- [11] El Manual del ingeniero. Hüte. Ed. Gustavo Gili,1984.
- [12] Code UIC 778-3 “Recomendations pour l’évaluation de la capacité portante des ponts-voûtes existants en maçonnerie et béton”. Union Internationales des Chemins de fer. 1995
- [13] “Les Ponts en maçonnerie”. Ministère des Transports de Francia. Direction des Routes. 1982.
- [14] “Eurocódigo 6, Proyecto de estructuras de Fábrica”. UNE-ENV 1996-1-1, marzo 1997.
- [15] Computational Strategies for Masonry Structures. P. B. Lourenço, Delft University Press, 1996.
- [16] “The Maintenance of Brick and Stone Masonry Structures”. Ed. A.M. Sowden. E.&F.N. Spon 1990
- [17] “Structural Masonry”. A. Hendry, Macmillan Press Ltd, 1998.

- [18] “Fracture Mechanics of Concrete: Concepts, Models and Determination of Material Properties”. ACI Committee 446, American Concrete Institute, 1989
- [19] “Stability of Structures”. Bazânt y Celdoni. Accademic Press, 1997
- [20] ACI 318 “Building Code Requirements for Concrete Construction”. American Concrete Institute, 1999.
- [21] “EHE. Instrucción de Hormigón Estructural”. Ministerio de Fomento, 1999
- [22] “Model Code 1990”, CEB-FIP. Thomas Telford 1991
- [23] “Eurocódigo-2. Proyecto de estructuras de hormigón”. Comité Europeo de Normalización. 1997
- [24] “Geotécnia y Cimientos I”, J.A. Jimenez Salas, J.L. de Justo Alpañés y A.A. Serrano gonzález. Ed. Rueda, Madrid 1981
- [25] “Stándard Test Method for Elastic Moduli of Intact Rock Core Specimens in Uniaxial Compression”, ASTM D 3148-96
- [26] “Hypothesis for shear failure in masonry joints” J. R. Riddington y M. Z. Ghazali. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, marzo 1989.
- [27] ACI 530-99. “Building Code Requirements for Masonry Structure”. American Concrete Institute, 1999.
- [28] “Mortars in old buildings and in masonry conservation: A historical and practical treatise”, Lauren-Brook Sickels, University of Edimburgh, 1988
- [29] “Specificatins for Mortar for Unit Masonry”, American Society for Testing Materials, American National Standard C-270, 19**
- [30] “L’art de batir”. J. Rondelet, París, 1818.
- [31] “Un modelo para el análisis del comportamiento resistente de construcciones de fábrica”. Molins C. Tesis doctoral, ETSICCP Barcelona, UPC, 1996.
- [32] “Recherches sur les mortiers” L.J. Vicat, París 1818. (Edición facsimile de INTEMAC, Madrid 1998)
- [33] “Cálculo del comportamiento de la mampostería mediante elementos finitos” J. López, S. Oller, E. Oñate, Centro Internacional de Métodos Numéricos, Monografía N° 46, Barcelona, diciembre 1998.
- [34] “Masonry strength determination from tests “ M. Holický, D. Pume, M. Vorli k, en Computer Methods in Structural Masonry –3. Ed. J. Middleton & G.N. Pande, Books and Journals International 1995.
- [35] “The Assessment of Highway Bridges and Structures.” BD21/93, British Standards 1993.
- [36] “Recommended Practice for Engineered Brick Masonry” Brick Institute of America, Reston VA, 1969.

[37] “Numerical analysis of masonry pannels under biaxial stress “ Stavickaks, Ignatakis y Perelis, en Computer Methods in Structural Masonry –3. Ed. J. Middlenton & G.N. Pande, Books and Journals International 1995.

[38] “Análisis estructural de puentes arco de fábrica. Criterios de comprobación” Tesis doctoral, José Antonio Martín Caro-Álamo, Universidad Politécnica de Madrid, 2001.