### UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

DEPARTAMENTO DE MECÁNICA DE MEDIOS CONTINUOS Y TEORÍA DE ESTRUCTURAS

Determinación teórica y experimental de diagramas de interacción de esfuerzos en estructuras de fábrica y aplicación al análisis de construcciones históricas

### **TESIS DOCTORAL**

### José Luis Martínez Martínez

Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

Director: Javier León González Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

Madrid, 2003

#### PRÓLOGO

La Tesis Doctoral que publicamos, "Determinación teórica y experimental de diagramas de interacción de esfuerzos en estructura de fábrica y aplicación al análisis de construcciones históricas", de D. José Luis Martínez Martínez, ha sido galardonada con el "Premio ANCI a Tesis Doctorales 2004". El Jurado estaba formado por dos catedráticos de Escuelas Superiores de Ingenieros de Caminos, un representante del Colegio Oficial y dos de la Asociación Nacional de Constructores Independientes.

Este Premio, ya en su sexta edición, fue instituido por ANCI para estimular la investigación en la construcción de obra pública en cualquiera de sus facetas y ha recaído en la Tesis leída por su autor en noviembre de 2003 en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos Canales y Puertos de Madrid, mereciendo la calificación de *sobresaliente cum laude*.

La necesidad de analizar las condiciones de seguridad de las construcciones históricas se presenta con frecuencia a ingenieros, arquitectos y otros técnicos relacionados con la construcción. Son varios los motivos que hacen necesario el análisis: el interés funcional y patrimonial de estas construcciones, los procesos naturales de degradación, que reducen con el tiempo su nivel de seguridad, o las nuevas solicitaciones derivadas de ampliaciones o cambios de uso. A consecuencia de ello, la inversión en mantenimiento de estructuras es una variable económica creciente en los países más desarrollados de nuestro entorno. A los especiales condicionantes que rodean el análisis de las estructuras antiguas -alejamiento de los materiales y técnicas constructivas más conocidos entre la comunidad técnica, incertidumbres sobre su estado actual e historia, ausencia de normativa específica- hay que añadir los propios de las estructuras de fábrica, como son, diversidad de tipos, complejidad mecánica, sensibilidad a las condiciones de ejecución y ambientales, etc.

El objetivo de esta tesis es desarrollar un método de análisis de nivel de complejidad intermedio, que permita conocer con suficiente fiabilidad el comportamiento resistente y cuantificar el nivel de seguridad a partir de un número limitado de datos, empleando recursos de cálculo razonables para su aplicación en la práctica profesional.

La tesis presenta una revisión crítica del estado del conocimiento en lo que se refiere al comportamiento mecánico del material, para desarrollar a continuación un modelo teórico de interacción de esfuerzos en rotura. Este modelo se contrasta con una campaña experimental y se enmarca en una metodología específica de evaluación de construcciones históricas de fábrica. Finalmente se muestra la aplicación a tres ejemplos reales representativos.

Las principales conclusiones de la tesis se dan en dos campos: el conocimiento del comportamiento resistente del material y la aplicación metodológica. En el primer grupo se destaca la obtención de los diagramas que incorporan fenómenos resistentes de la fábrica hasta ahora poco estudiados, como son la sobre-resistencia en flexo-compresión y la fragilización por esfuerzo cortante. En la propuesta metodológica se ha realizado una contribución para aunar el estudio histórico, la auscultación, el análisis estructural y la cuantificación de la seguridad, así como para acercar la evaluación de construcciones históricas a la práctica moderna de la Ingeniería Civil.

Madrid, noviembre de 2004

#### **TESIS DOCTORAL**

Determinación teórica y experimental de diagramas de interacción de esfuerzos en estructuras de fábrica y aplicación al análisis de construcciones históricas

José Luis Martínez Martínez AUTOR: Prof. Javier León González DIRECTOR DE TESIS:

Tribunal nombrado por el Mgfco. y Excmo. Sr. Rector de la Universidad Politécnica de Madrid, el día 20 de Noviembre de 2003

D. Hugo Comes Peinetti PRESIDENTE: VOCAL: D. Franco Mola VOCAL: D. Pere Roza Fabregat D. Miguel Angel Astra Luarez VOCAL: D. faime Femander Comez VOCAL SECRETARIO: Jaime Juns

Acuerda otorgarle la calificación de: SOBRESALIENTE CUM LAUDE

P Kow

Madrid. 18 de DR'embre de 2003

A María, Lolita, Pepe y Paco

Pon en la lectura de este escrito tanta atención como yo he puesto en componerlo.

No pienses, sin embargo, que está escrito de tal forma que debas seguirlo en todas sus cosas. Porque todo cuanto te parezca que puede ser mejor, entonces será mejor, de acuerdo con tu propio buen saber y entender.

> Lorenz Lechler, maestro de obras, en la introducción del tratado de construcción que legó a su hijo. Alemania, S. XV

## **AGRADECIMIENTOS**

Seguramente, toda tesis doctoral es el resultado de un empeño personal en culminar un trabajo de investigación. No por ello se debe olvidar que son muchas las personas que han contribuido a llevar a cabo dicho trabajo. Es justo, por tanto, expresar el agradecimiento del autor a todos ellos.

En primer lugar, a la Escuela de Ingenieros de Caminos C. y P. de Madrid, su apoyo en forma de beca a través de la Fundación Agustín de Betancourt.

En la realización de los trabajos experimentales debo agradecer la ayuda prestada a la Asociación Nacional de Fabricantes de Ladrillos HISPALYT, en la persona de su Secretario General, Ricardo Fombella. A la Asociación Nacional de Fabricantes de Cal y derivados ANCADE, particularmente a Heraclio Varona y Miguel Ángel Sanpedro. Al laboratorio de materiales de INTEMAC, especialmente a Pedro López.

Los ejemplos presentados en la tesis han sido fruto de la colaboración con diversos profesionales y empresas. Mi agradecimiento a Enric Taltavull, arquitecto a cargo del Plan Director de la catedral de Palma de Mallorca. A Jorge Ley, de INTEMAC con quien se realizó la caracterización de los materiales. A Luis Ortega y Juan Pedro Cortés de GEOCISA, con quienes colaboramos en el trabajo sobre la cúpula de la Mantería. A todo el personal de FHECOR Ingenieros, donde desarrollamos el proyecto de ampliación y refuerzo del puente de Ponteceso, cuyo director es Enrique Pardo de la Xunta de Galicia.

Debo mencionar a Bienvenido Martínez quien, desde CEDEX primero, y desde la Subdirección General de Obras del Ministerio de Cultura después, ha colaborado y confiado siempre en nuestro grupo. También a Pere Roca, de la UPC, por su apoyo y labor pionera en la difusión de la investigación en este interesante campo. A Mariano Díez y José Antonio Campo por la oportunidad que nos brindaron para colaborar en los trabajos de rehabilitación de la catedral de León.

Mi agradecimiento a José Torrico, maestro del Laboratorio, por lo que toca al diseño y la realización de los ensayos, y más aún, por su aportación de buen juicio y convicción.

A Isidro García, Miguel Ángel López y Miguel Ángel Peña, que han preparado y desarrollado junto a mí los ensayos recogidos en la tesis.

*Mi reconocimiento – y sana envidia – a Hugo Camdessus, cada una de cuyas figuras expresa más que diez páginas de texto.* 

A Alejandro Pérez, a quien debo, además de la base para la aplicación informática del estudio de secciones, su ejemplo de trabajo constante en el campo de la Investigación. Mi agradecimiento a Hugo Corres, Catedrático de Hormigón y líder del grupo, cuyo interés y apoyo a la investigación sobre estructuras antiguas de fábrica ha ido siempre en aumento.

A José Antonio Martín-Caro, compañero de viaje (y viajes) en el estudio de las construcciones de fábrica y amigo, al igual que Javier León, además de director de la tesis.

No quiero olvidar a los compañeros del Departamento, Juan Carlos Arroyo, Miguel Cortijo, Mirian Sánchez, Tobias Petschke, Ariel Espeche, Fernanda Defant, Patricio Padilla, Valentín Moreno y Beatriz Gutiérrez.

Gracias a quienes me han apoyado durante este tiempo, mis amigos, mis familiares y mis padres. A mi mujer, Arina, y a mi hija Vlasta, motivo e inspiración para este trabajo.

## RESUMEN

La necesidad de analizar las condiciones de seguridad de las construcciones históricas se presenta con frecuencia, tanto en edificación religiosa o civil, como en obras públicas. Son varios los motivos que hacen necesario el análisis: el interés funcional y patrimonial de estas construcciones, los procesos naturales de degradación, que reducen con el tiempo su nivel de seguridad, o las nuevas solicitaciones derivadas de ampliaciones o cambios de uso. La inversión en mantenimiento de estructuras es una variable económica creciente en los países más desarrollados de nuestro entorno.

A los especiales condicionantes que rodean el análisis de las estructuras antiguas –alejamiento de los materiales y técnicas constructivas más conocidos entre la comunidad técnica, incertidumbres sobre su estado actual e historia, ausencia de normativa específica– hay que añadir los propios de las estructuras de fábrica, como son, diversidad de tipos, complejidad mecánica, sensibilidad a las condiciones de ejecución y ambientales, etc.

Por supuesto, existen métodos de evaluación de construcciones históricas de fábrica. El análisis límite viene empleándose con éxito para obtener una primera aproximación al comportamiento de muchos elementos bien conocidos, si bien introduce simplificaciones que no siempre quedan del lado de la seguridad. Por otro lado, existen aplicaciones de métodos numéricos de gran precisión cuando se dispone de un gran número de datos. Sin embargo se ha detectado en la bibliografía una laguna en cuanto a métodos de nivel intermedio, que permitan conocer con suficiente fiabilidad el comportamiento resistente y cuantificar el nivel de seguridad a partir de un número limitado de datos, empleando recursos de cálculo razonables para su aplicación a la práctica profesional. El objetivo de esta tesis es desarrollar un método de análisis de estas características, que pueda utilizarse en el contexto de la evaluación que se propone en la introducción.

En primer lugar se hace una revisión crítica del estado del conocimiento en lo que se refiere al comportamiento mecánico del material. Se identifican los parámetros más importantes que gobiernan la respuesta resistente ante solicitaciones simples.

En el tercer capítulo se desarrolla un planteamiento teórico de los diagramas de interacción de esfuerzos en estados planos, que son aplicables a numerosos elementos estructurales.

El cuarto capítulo expone los resultados e interpretaciones numéricas de la campaña experimental desarrollada por el autor en el Laboratorio de Estructuras de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid. El objeto de los ensayos es el contraste experimental de los diagramas propuestos. Se ensayaron en primer lugar los materiales constituyentes (mortero mixto de cal y cemento y ladrillos cerámicos), para luego someter un conjunto de probetas de fábrica de mayor tamaño a solicitaciones simples y compuestas de compresión, flexión y corte. En total

se ensayaron 28 tripletas y 31 muretes. Los resultados muestran una buena concordancia con las previsiones teóricas. Adicionalmente, a partir de los ensayos, se han detectado interesantes fenómenos del comportamiento en rotura de la fábrica ante combinaciones de compresión excéntrica y corte. Los mencionados fenómenos han sido interpretados y se ha realizado una propuesta para tenerlos en cuenta en la formulación analítica de los diagramas de interacción.

El cálculo es una pieza más en el proceso de análisis. Por ello, el quinto capítulo está dedicado a una propuesta metodológica que incluye la identificación de los principales elementos estructurales, su forma de trabajo y dimensionamiento usual. Sigue una exposición de las bases de cálculo con especial atención al formato y cuantificación de la seguridad. Se realiza a continuación una revisión de los métodos de determinación *in situ* de la geometría, naturaleza y propiedades mecánicas de la fábrica. Finalmente se presenta una aplicación informática para el análisis de segundo nivel de estructuras de fábrica, basado en la obtención de líneas de presiones y en la comprobación seccional mediante los diagramas de interacción de esfuerzos obtenidos. Esta herramienta, respaldada por los desarrollos teóricos y experimentales realizados, da respuesta a la carencia antes mencionada de métodos de segundo nivel para el estudio de estructuras históricas de fábrica.

El capítulo 6 expone la aplicación de la metodología y las herramientas de análisis de la tesis a tres ejemplos prácticos de evaluación de estructuras históricas: la sección transversal de la catedral de Palma de Mallorca, el proyecto de ampliación y refuerzo del puente de fábrica de Ponteceso (La Coruña) y el análisis del colapso de la cúpula del Evangelio en la Iglesia de la Mantería en Zaragoza.

El último capítulo resume las conclusiones y propone líneas futuras de investigación.

# SUMMARY

Frequently, the engineer has to deal with the task of assessing the safety conditions of ancient constructions, in the field of public works as well as in religious or civil buildings. Need of analysis arises from various causes: the necessity of preserving the functionality of the structure, of maintaining valuable heritage goods, as a consequence of the damage due to natural causes, or new loading conditions due to enlargement or change of utilization. The investment in maintenance and repair of existing structures is an important and growing factor of the overall budget in the most developed countries in the European Union.

Assessment of ancient constructions is affected by unfavourable surroundings: materials and construction technology are not well known by contemporary technicians, there are important uncertainties about their present condition and the past historical events and standards for such structures are lacking. In the case of masonry structures even more disadvantages are present, such as multiplicity of sorts, mechanical complexity, sensibility to workmanship and environmental conditions, etc.

Analysis methods are, of course, available for masonry structures. Limit analysis is a well known calculation tool for a first insight into the problem, but it contains hypothesis not always on the safe side. On the other hand, sophisticated numerical methods are available, provided that a large and precise amount of data is collected. Such models are workable at the cost of significant computing resources and expertise. However, it has been found a lack of middle-level methods, reliable enough to understand the structural behaviour and to quantify the safety level in basis of limited data and with calculation effort in accordance with every-day practice. The object of this thesis is to develop such a method, enclosed in the evaluation process described in chapter 1.

Chapter 2 makes a critical revision of the state of the art in mechanical behaviour of masonry with special emphasis on ancient one. Main parameters governing the structural behaviour under simple load cases are identified.

The third chapter develops the theoretical model of in-plane force interaction diagrams. Such loading is applicable to many structural members.

The fourth chapter shows the results and numerical explanation of the experimental works held in the Laboratory of Structures in the E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos of Madrid. The object of the tests is to experimentally contrast the analytical predictions of the proposed diagrams. Firstly, the components of masonry (clay bricks and cement-lime mortar) were investigated alone. Then, bigger specimens of masonry were tested under different combinations of axial, shear and bending forces. In all, 28 triplets and 31 walletes were tested up to collapse. Results show good agreement with theoretical predictions. Additionally interesting and not

expected phenomena in masonry under eccentric compression and shear were detected. Such effects were incorporated, as a feed-back, into the theoretical development of chapter 3.

Calculation is just another part in the evaluation process. That's why the fifth chapter outlines a methodological scheme for the assessment of historical masonry. It starts with an overview of some common structural members, identifying the loading situation. Historical design rules are also reported. The next topic is the basis of design, with special emphasis given on the safety format and a proposal for quantifying it. Present-day methods for the inspection of geometric as well as *in-situ* mechanical properties of masonry structures are exposed. Finally, a computer tool of second level analysis method is presented. It is based in line of thrusts analysis complemented with sectional verification using interaction diagrams.

Chapter 6 presents three case-studies in which the methods and tools of the thesis are used to assess monumental masonry structures: the cross section of the gothic cathedral in Palma de Mallorca, the project of strengthening and widening of the masonry arch-bridge in Ponteceso (La Coruña, Spain), and the analysis of the collapse of an elliptical dome in La Mantería Church in Zaragoza (Spain).

Conclusions and future researches are presented in the last chapter.

# Índice

### 1. Introducción y objetivos

1.1 El contexto del análisis de estructuras de fábrica	1.2
1.2 Herramientas de cálculo y análisis para estructuras históricas de	
fábrica y estructuras de hormigón y acero	1.11
1.3 Objetivo de la tesis	1.16
1.4 Contenido de la tesis	1.17

### 2. Comportamiento mecánico de la fábrica

2.1 Introducción	2.2
2.2 Caracterización de los materiales constituyentes de la fábrica	2.2
2.2.1 Las piezas	2.2
2.2.2 El mortero	2.16
2.2.3 La interfaz pieza-mortero	2.22
2 3 Caracterización de la fábrica como material compuesto	2 27
2.3.1 Comportamiento bajo esfuerzos de compresión uniavial	2 27
2.3.1 1 Mecanismo resistente y criterios de rotura	2.27
2.3.1.2 Comportamiento tenso-deformacional $\sigma$ - $\varepsilon$	2.37
2.3.1.3 Módulo de deformación longitudinal <i>E</i>	2.40
2.3.1.4 Resistencia a compresión f	2.44
2.3.2 Comportamiento en flexocompresión y corte	2.61
2.3.2.1 Mecanismos de rotura	2.61
2.3.2.2 Formulación analítica de diferentes criterios de rotura	2.67
2.3.2.3 Rigidez transversal de la fábrica, G	2.73
2.3.3 Comportamiento en flexión fuera del plano	2.75
2.3.3.1 Flexión simple	2.75
2.3.3.2 Flexocompresión	2.76
2.4 Comportamiento reológico de la fábrica	2.87
2.5 Conclusiones	2.93

# 3. Propuesta teórica de diagramas de interacción de esfuerzos de flexo-compresión y corte

3.1 Introducción	3.1
3.2 Estudio en hipótesis plásticas	3.4
3.3 Influencia de los parámetros	3.14
3.4 Estudio en hipótesis elásticas	3.28
3.5 Comparación entre las envolventes obtenidas en hipótesis elásticas y plásticas	3.32
3.6 Estudio general   3.6.1 Planteamiento teórico	3.34 3.34

3.6.2 Desarrollo de una herramienta informática para análisis de secciones genéricas con leyes arbitrarias $\sigma$ - $\varepsilon$ teniendo en cuenta la influencia del cortante	.3.40
3.7 Introducción del fenómeno de sobre-resistencia en los diagramas de interacción	.3.43
3.7.1 Diagramas de interacción plásticos con sobre-resistencia	.3.44
3.7.2 Diagramas de interacción elásticos con sobre-resistencia	.3.47
3.7.3. Discusión	.3.49

# 4. Determinación experimental de los diagramas de interacción

4.1 Diseño de la campaña experimental de ensayos	4.1
4.2 Resultados de la campaña experimental y contraste de los diagramas	
teóricos	4.18
4.2.1 Ensayos de compresión de los ladrillos	4.18
4.2.2 Ensayos de tracción indirecta de los ladrillos	4.18
4.2.3 Ensayos de compresión y flexotracción del mortero	4.20
4.2.4 Ensayos de compresión y corte sobre tripletas de fábrica	4.22
4.2.5 Ensayos de compresión centrada y excéntrica sobre muretes	
de fábrica	4.27
4.2.6 Ensayos de compresión centrada y excéntrica y corte sobre	
muretes de fábrica	4.47
4.3 Estudios numéricos sobre los ensayos	4.55
4.3.1 Sobre-resistencia en flexo-compresión	4.56
4.3.2 Sobre-resistencia en compresión y corte	4.63
4.3.3 Deformabilidad transversal	4.71
4.4 Conclusiones	4.74
4.5 Anejo de resultados detallados	4.78
4.5.1 Ensayos de compresión simple. Serie CSD	4.78
4.5.2 Ensayos de compresión excéntrica. Serie CE	4.83
4.5.3 Ensayos de compresión y corte, serie NMV4	.103
4.6 Anejo fotográfico	
4.6.1 Modos de rotura en los ensayos de compresión excéntrica4	.121
4.6.2 Modos de rotura en los ensayos de compresión y corte4	.127

# 5. Propuesta de metodología de análisis de estructuras históricas de fábrica incluyendo diagramas de interacción simplificados

5.1 Identificación de elementos estructurales	5.2
5.1.1 Edificación religiosa y civil	5.3
5.1.2 Obras públicas, puentes de fábrica	5.21
5.1.3 Edificación defensiva, fortificaciones y murallas	5.26
5.1.4 Torres	5.26
5.2 Bases de cálculo	5.33

5.2.1 Requisitos fundamentales	5.34
5.2.2 Estados límites	5.40
5.2.3 Variables básicas	5.45
5.2.4 Análisis estructural. Niveles de análisis y aplicación de los	
diagramas de interacción	5.49
5.2.5 Formato de seguridad. Coeficientes parciales y coeficiente	
global	5.56
5.2.6 Propuesta para la introducción de la seguridad en el análisis	5.61
5.3. Desarrollo de una herramienta de análisis de segundo nivel para la	
construcción de líneas de presiones y obtención de estuerzos en	
estructuras de fabrica	5.65
5.3.1 Introducción	5.65
5.3.2 Definición de la línea de presiones	5.67
5.3.3 Planteamiento del cálculo	5.68
5.3.4 Funcionamiento del programa	5.78
5.3.5 Ejemplos de verificación	5.79
5.4 Anejo. Métodos de determinación de las propiedades de la fábrica.	
Técnicas de reconocimiento	5.87

### 6. Ejemplos de aplicación

6.1 Análisis de la sección transversal de la catedral de Palma de Mallorca6.3
6.1.1 Introducción6.5
6.1.2 Necesidad de la evaluación
6.1.3 Anamnesis
6.1.4 Diagnóstico y conclusiones6.29
6.2 Proyecto de ampliación y refuerzo del puente de Ponteceso, La
Coruña
6.2.1 Introducción
6.2.2 Necesidad de la evaluación
6.2.3 Anamnesis6.35
6.2.4 Conclusiones
6.3 Cúpula del Evangelio en la iglesia de La Mantería en Zaragoza.
Análisis de las causas del colapso y propuestas para la
intervención en las cúpulas gemelas6.51
6.3.1 Introducción
6.3.2 Necesidad de la evaluación
6.3.3Anamnesis6.55
6.3.4.Conclusiones

### 7. Conclusiones y líneas futuras de investigación

7.1 Conclusiones	7.1
7.2 Líneas futuras de investigación	7.4

#### Notación

### Bibliografía

# Capítulo 1

# Introducción y objetivos

Standards for old buildings? For heaven's sake, no. Every old building and each defect is a special case of its own. Fritz Wenzel, Prof. Faculty of Architecture of Karlsruhe<sup>1</sup>

El primer punto de este capítulo sitúa el contexto del análisis de construcciones de fábrica distinguiendo el panorama relativo a las obras nuevas del de las estructuras existentes, en particular aquellas que tienen un valor histórico. Se hace referencia a la situación en España y a las tendencias en toda Europa. Se plantean asimismo las directrices *ideológicas* que, a juicio del autor, deben guiar el estudio de este tema.

El siguiente epígrafe compara las diferentes herramientas de cálculo, con distintos niveles de sofisticación, de que dispone el ingeniero al tratar, por un lado, las estructuras *convencionales* de hormigón, acero o mixtas y, por otro, las estructuras de fábrica. Este punto pone de manifiesto la laguna existente en cuanto a herramientas de nivel intermedio.

El punto número 3 define el objetivo de la tesis, que no es otro que realizar una aportación para cubrir la laguna antes descrita, de acuerdo con el contexto explicado al principio. Asimismo se expone la metodología seguida para la consecución de los objetivos propuestos.

Finalmente, el cuarto apartado explica con detalle el contenido de la tesis por capítulos, para guiar al lector y aclarar dónde se hacen aportaciones originales y dónde se revisa críticamente del estado actual del conocimiento.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> «¿Normativas para construcciones históricas? Por el amor de Dios, no. Cada construcción y cada patología constituyen un caso particular y específico»

La cita está tomada de "Structural Problems Connected with Restoration and Stregthening", Proceedings of the IABSE Symposium, Venezia 1983 : Strengthening of building structures.Fritz Wenzel, pág. 21.

#### 1.1 El contexto del análisis de estructuras de fábrica en general y el de las construcciones históricas en particular

Las estructuras que se abordan en esta tesis pertenecen a un tipo, que por sus peculiaridades de composición material, comportamiento mecánico, constructivas y de análisis difieren notablemente de los tipos y materiales estructurales en los que se ha centrado la ingeniería moderna. Ello no quiere decir que sean inaccesibles al método científico-técnico comúnmente aplicado en la actualidad a las estructuras. Pero sí significa que se debe, primero, identificar y valorar las mencionadas peculiaridades y, en segundo lugar, adaptar los métodos y conceptos del método a las condiciones que presenta la fábrica.

#### Estructuras de nueva planta y estructuras existentes

En primer lugar se ha de distinguir entre estructuras de nueva planta y estructuras existentes.

Para las primeras, la tarea del técnico es comprobar que el diseño propuesto es tal que, en las situaciones pésimas verosímiles que puedan presentarse durante su vida útil, la estructura cumplirá unos requisitos mínimos de seguridad y de condiciones de utilización. Ello se realiza dentro de un contexto semiprobabilista (figura 1.1) que permite un tratamiento manejable de las incertidumbres asociadas a estructuras que, recuérdese, no existen en el momento de ser analizadas. Esta labor es posible gracias al cúmulo de experiencias obtenidas en estructuras similares que han permitido identificar



**Figura 1.1** Esquema de la evaluación semiprobabilista de estructuras nuevas y relación de la comparación entre solicitaciones y esfuerzos admisibles,  $S_d \leq R_d$ , y el objetivo de asegurar una probabilidad de fallo,  $p_b$  suficientemente pequeña.

cuáles son los límites de validez (estados límite) y cuáles son las situaciones pésimas de proyecto. Además, existe un consenso entre los profesionales e investigadores competentes sobre los valores límite convencionales de validez,  $R_d$  y los solicitantes  $S_d$ , resultantes de un cierto método de cálculo. Este consenso se materializa sobre todo en la existencia de normas tecnológicas y de acciones, que auxilian (y obligan) al técnico en todo el proceso [1].

Al juzgar la aceptabilidad de una construcción existente, de fábrica por ejemplo, el objetivo es similar: garantizar la seguridad y suficiencia funcional de la estructura; pero el panorama es mucho más complejo. Las incertidumbres son mucho mayores, el consenso no es ni mucho menos total y, prácticamente, no existe normativa de referencia [2].

#### **Construcciones históricas**

Antes de detallar la naturaleza de las mencionadas incertidumbres se ilustrará la situación del análisis de construcciones históricas mediante un esquema propuesto por el Prof. Franco Mola [3]. En la figura 1.2 se ha



**Figura 1.2**. Esquema de la evaluación de las resistencias R y solicitaciones S a lo largo de la vida de la estructura.

- $t_D \ = \ Comienzo \ de \ un \ proceso \ de \ degradación \ acelerada$
- T'<sub>L</sub> = Vida de la estructura en caso de proceso de degradación acelerada
- $T_L = Vida \ de \ la \ estructura \ en \ caso \ de \ proceso \ de \ degradación \ natural$
- $\Delta R_i$  = Incremento de resistencia por efecto de una restauración i-esima
- $T^{i}_{L} = Vida de la estructura relacionada con la restauración i-esima$
- t\* = Instante presente, en que se produce la evaluación estructural

representado en abscisas el tiempo desde el final de la construcción  $t_0$  en adelante, y en ordenadas un índice de la resistencia R, y de la solicitación S. La figura muestra varias posibilidades para la vida de la construcción. En un primer instante la solicitación  $S(t_0)$  es menor que la resistencia inicial  $R(t_0)$ , de lo contrario se produciría un colapso al descimbrar. En virtud del "teorema de los cinco minutos" <sup>1</sup> comienza un proceso por el cual la resistencia se degrada, curva R(t), y las solicitaciones, en general, crecen, curva S(t).

<sup>&</sup>lt;sup>1-</sup> "Si una estructura de fábrica se mantiene en pie durante los 5 minutos posteriores a su puesta en carga, lo hará durante 500 años. El límite superior de 500 años depende del deterioro del material con el paso del tiempo" [4].

Una historia "natural" sería la descrita hasta el punto *D*: La solicitación *S* crece con el tiempo mientras la resistencia *R* se degrada por causas naturales a un ritmo normal. En este caso, la vida de la estructura sería  $T_L$ .

Otra hipótesis más pesimista, a la que se ajustan tantos casos conocidos de colapsos tempranos, es la que termina en el punto D'. Por alguna razón, colapso parcial, consecuencias de un incendio, ataque químico, etc., en el instante  $t_D$  se inicia un proceso anómalo de degradación acelerada de la resistencia. La vida de la estructura alcanza el valor  $T'_L$ .

En ninguno de los casos anteriores se llegaría a afrontar la evaluación estructural en el instante  $t^*$ . Para que esto ocurra, lo habitual es que los síntomas visibles del deterioro progresivo hayan motivado en sucesivos instantes  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  intervenciones de reparación que habrán restablecido el valor de R a niveles similares al inicial. En estos casos, la vida útil de la estructura alcanzaría los valores  $T^{I}_{L}$ ,  $T^{2}_{L}$  ó  $T^{3}_{L}$  en los puntos A, B y C, respectivamente.

En mitad de esta historia, en el instante  $t^*$ , se le plantea al técnico la cuestión de la evaluación. La historia de la evolución de R(t) no será conocida, como tampoco la de S(t), sin embargo será preciso, primero, intentar conocer el orden de magnitud de la distancia a que se encuentran, en el momento presente, la solicitación y la resistencia y, en segundo lugar, si se juzga necesario, diseñar una intervención y predecir, con la máxima verosimilitud posible, sus efectos según las direcciones *a*, *b* ó *c*.

Conviene aclarar un punto: la curva de solicitación S podría ser constante o, eventualmente decreciente en algún periodo, pero lo razonable es pensar que será creciente con el tiempo, en general. Ello se deberá a cambios en el terreno, la construcción de nuevas edificaciones, cambios de uso, aumento de la contaminación ambiental, de vibraciones por el tráfico, etc. Una posibilidad alternativa a la de las curvas de resistencia R incrementada a, b ó c sería la de disminuir el nivel de solicitación S. Las medidas pueden ser desde alejar el tráfico rodado de la construcción, hasta descargar la estructura confiando su labor resistente a una nueva estructura *oculta* (Puente de Triana en Sevilla).

Las curvas de la figura 1.2 son esquemáticas y, desgraciadamente, a diferencia de las mostradas en la figura 1.1 para estructuras nuevas, imposibles de conocer en general. Por ello, el ingeniero debe acercarse al problema con grandes dosis de modestia y con todas las herramientas (no sólo de cálculo) que le brindan la técnica y la experiencia disponibles.

Desde este punto de vista, debe proclamarse que la labor del análisis y la intervención, aunque compleja, es abordable. En efecto, en una estructura nueva, la vida útil prevista es de 50 ó 100 años. Es en ese periodo en el que se debe garantizar que la probabilidad de fallo estructural sea suficientemente baja. Ante una construcción histórica *eterna* (piénsese en el panteón de Roma, o la basílica de San Marcos de Venecia, por ejemplo) se podría caer en la tentación de pretender asegurar la estructura *ad aeternum*. La escala del eje de tiempos del gráfico (figura 1.2) indica que la



**Figura 1.3.** *Plantas de cimentación en la catedral de León por Demetrio de los Ríos. S. XIX.* 

intervención del técnico en el momento presente es un hito más en el proceso de interacción entre la obra y sus constructores y sustentadores, lo que el Prof. Mola denomina "un continuo acto de amor". Bajo esta perspectiva, el horizonte del análisis puede ser similar a los 50 ó 100 años de las estructuras nuevas. Después, si la intervención ha sido respetuosa y reversible, otra generación más preparada se enfrentará al problema en algún instante  $t^{**}$ .

Con todo, el optimismo debe ser limitado. El esquema de la figura 1.2, con toda su complejidad, es una simplificación de la realidad. Con suerte, puede describir la historia de un elemento estructural, pero no el de un monumento en conjunto. Para empezar, no existe un único instante  $t_0$ , sino un proceso constructivo prolongado en que la construcción crece, se desarrolla, modifica e interacciona consigo misma. Las reparaciones pueden empezar en ciertas

zonas antes de completarse otras. Incluso es frecuente que unas construcciones se funden sobre otras.

Sólo por citar algunos ejemplos, la giralda de Sevilla con el airoso recrecido de Hernán Ruiz, la drástica inclusión de la catedral de Córdoba en el cuerpo de la mezquita, la fachada-contrafuerte neogótica del s. XIX de la catedral de Palma de Mallorca o el paradigmático caso de la Catedral de León [4], ilustrado en la planta de la figura 1.3, donde se aprecian los restos de termas romanas, los palacios medievales de los reyes de León y las cimentaciones compartidas de la basílica románica y la catedral gótica.

Para hacer frente a la enorme complejidad planteada en estructuras existentes, especialmente las de carácter histórico y monumental, el análisis no puede abordarse como pieza aislada sino que debe situarse en el procedimiento operativo que, en términos propios de la medicina, comprende los pasos descritos a continuación [5].

- a) Anamnesis o recopilación de la información existente sobre la construcción y posteriores actuaciones sobre el edificio en cuestión (historia clínica). Entre la información que debe reunirse y analizarse críticamente, con medidas y comprobaciones propias, están los planos (con frecuencia idealizados con respecto a la imperfecta realidad), la documentación sobre fisuras y reparaciones efectuadas en el pasado, la existencia de construcciones antiguas cuya cimentación y materiales se haya aprovechado total o parcialmente, etc. Al concluir esta fase de estudio (que el técnico debe asimilar cuidadosamente, con espíritu crítico y abierto a todas las posibilidades), surgirá la necesidad de abordar estudios para la caracterización de los materiales, realización de inventarios completos de daños, etc. En el apartado 5.3 de esta tesis se tratan algunas cuestiones relativas a las técnicas de inspección.
- b) Diagnosis o formulación de la causa o conjunto de causas que provocan los daños o insuficiencias detectadas. En el ámbito de la Medicina se dice que una buena anamnesis constituye ya la mitad de la diagnosis, lo que es también cierto en el mundo del estudio estructural de obras de fábrica. El técnico deberá prestar atención, en todo caso, al hecho de que, con frecuencia, no hay una sola causa, sino un cúmulo de ellas, de orígenes diferentes, cuyo alcance y consecuencias deberán tenerse muy presentes para no incurrir en errores en el análisis estructural y en la interpretación de la auscultación.
- c) Análisis o estudio cuantitativo de la obra de fábrica mediante modelos de diferente nivel de sofisticación, con el propósito de calibrar la bondad de un diagnóstico, evaluar el nivel de seguridad en condiciones de uso o en situaciones transitorias durante las operaciones de reparación o refuerzo, etc. Ésta es, obviamente, la fase que recibe mayor atención en esta tesis. Como puede entenderse fácilmente, el análisis se halla íntimamente vinculado tanto a las fases descritas anteriormente como a las que se reseñan a continuación.
- d) *Terapia*. La ejecución de medidas terapéuticas debe ser el resultado de una diagnosis y análisis profundos y razonablemente certeros si se desea contar con alguna garantía de éxito y, además, aquellas se ciñan a las zonas que verdaderamente precisen la intervención.

e) *Prognosis* o pronóstico de la bondad del resultado. El equipo autor de una intervención debe preguntarse por la eficacia y perdurabilidad de las medidas propuestas. Incluso el no intervenir debe ser una decisión sujeta a esta misma pregunta. La única respuesta fiable (sin renegar, naturalmente, de las experiencias previas propias o ajenas) es la que proporciona la monitorización (basada en la auscultación previa o dispuesta *ad hoc*). Es fácilmente comprensible que el resultado de la *prognosis* pueda comportar una revisión de la *terapia* aplicada, lo que puede exigir a su vez la revisión de la *diagnosis* del *análisis* y hasta la ampliación de la *anamnesis* en ciertos aspectos.

La combinación de las distintas técnicas en el proceso de análisis según el esquema descrito más arriba constituye una metodología cada vez más consensuada entre los distintos profesionales e investigadores dedicados al estudio teórico y la intervención en construcciones históricas [6].

#### Estructuras de fábrica y estructuras de hormigón y acero

Lo dicho hasta aquí es aplicable a cualesquiera estructuras existentes con cierta antigüedad. Si bien es cierto que la gran mayoría de las que han perdurado son de fábrica, no se ha tratado aún la peculiaridad que introduce el material por su propia naturaleza. La pertenencia al grupo de fábrica conlleva, en el proceso de análisis, implicaciones especiales. Ello se debe, entre otras, a las causas que se exponen a continuación.

*Diversidad de tipos* En primer lugar, dentro de la denominación *fábrica* se encuentran materiales y técnicas constructivas muy diversas. Las diferencias entre sillería, mampostería, fábrica de ladrillo, adobe o tapial pueden ser comparables a las que se tendrían entre estructuras de madera y de acero, por ejemplo.

La geometría y el material de las piezas, el tipo de ligante, la traba, etc., establecen, aun dentro de cada tipología, disparidades tan grandes como las que existen entre una fábrica de ladrillo de construcción bizantina de grandes piezas y juntas de espesor comparable al alto del ladrillo, y las bóvedas de varias roscas en un puente arco europeo del siglo XIX.

La fábrica aprovecha los recursos naturales para construir, y lo hace utilizando las técnicas y conocimientos disponibles en cada época y cultura. Por ello presenta siempre variaciones en función de la geografía y la historia. Los materiales modernos nacen en una sociedad industrial en la que se sistematiza y estandariza. Ante cada construcción histórica de fábrica el ingeniero debe estar preparado para un nuevo material.

ComplejidadEn segundo lugar, una característica universal de la fábrica es su<br/>complejidad mecánica. En efecto, se trata de un material compuesto en lugar<br/>de homogéneo. Como mínimo, se encuentran las piezas, bloques o ladrillos,<br/>y el material de asiento, el mortero; pero también se encuentran otros<br/>componentes con función estructural, como hojas de mampostería de calidad<br/>inferior en muros, auténtico hormigón en masa, rellenos granulares o<br/>cementados en puentes, o cascotes sobre los senos de las bóvedas, etc.

Este material compuesto será casi siempre anisótropo por la naturaleza de sus materiales y su disposición geométrica, que induce la presencia de planos de debilidad y una respuesta diferenciada ante acciones que actúen en distintas direcciones. La no linealidad del comportamiento está presente incluso ante cargas de servicio debido a la práctica incapacidad del material para resistir tensiones de tracción.

Es también una característica destacada y peculiar de la fábrica su sensibilidad a las condiciones de ejecución y puesta en obra.

Finalmente, y ésta es una dificultad subsanable, existe en los técnicos estructurales en general un desconocimiento sobre esta tipología, motivado por la casi total desaparición de su estudio en las carreras técnicas y la limitación del uso de la fábrica con fines resistentes en beneficio de los materiales y formas estructurales más modernos.

Condiciones de ejecución

Pérdida de la tradición

#### La situación en España y Europa

El proceso de deterioro e intervención en las construcciones representado en la figura 1.2 es un esquema ideal en que la *historia* desempeña un papel fundamental. Los hitos del proceso, como se ha dicho, nunca son perfectamente conocidos. Sin embargo, no se trata de una abstracción y las consecuencias que se obtienen del planteamiento expuesto son válidas y se reflejan en la realidad. Como ejemplo se trae a colación la figura 1.4 de Pieper [5]. Se muestra en cifras concretas el deterioro y desaparición de construcciones históricas en la ciudad de Lübeck desde 1800 hasta la actualidad, incluyendo una proyección de futuro.

Justificación de la intervención



**Figura 1.4** *Deterioro y desaparición de las construcciones históricas en una ciudad concreta.* 

Como puede verse, no es cierto que los edificios que llevan en pie largo tiempo duren para siempre. Al contrario, el proceso inexorablemente lleva a la pérdida de los monumentos. El plazo en que ello sucede puede estimarse en 10 generaciones. La rama final de la curva propuesta por Pieper pone de manifiesto que la esperanza para la conservación se encuentra en la protección y, por tanto, en la inversión de la sociedad en el mantenimiento de los monumentos. El siguiente epígrafe muestra algunos datos absolutos de la tendencia de este aspecto en España y en la Unión Europea.

En primer lugar se muestra la tendencia al crecimiento en inversión en construcción en España, tanto en obra nueva como en rehabilitación. Como ejemplo, la figura 1.5 [7] refleja el número de licencias municipales a lo largo de los últimos 10 años.



**Figura 1.5** Evolución del número de licencias municipales en España para edificios nuevos y para rehabilitación, 1990-2000.

La figura 1.6 [7] muestra la proporción entre obra nueva y rehabilitación y mantenimiento en la inversión pública en 1998, tanto en edificación (a) como en obra pública (b), para distintos países de la Unión.



**Figura 1.6.a** *Proporción de la inversión en obra nueva y mantenimiento en diversos países de la Unión Europea, 1998. Edificación.* 



**Figura 1.6.a** *Proporción de la inversión en obra nueva y mantenimiento en diversos países de la Unión Europea, 1998. Edificación* 

Se puede apreciar que la situación en España es intermedia entre la de los países menos desarrollados, como Portugal o Irlanda, que invierten mayor proporción en obra nueva y la de países como Francia o Italia que exhiben un gasto más equilibrado o decantado hacia la conservación y el mantenimiento.

Tomando como referencia estos países más desarrollados del entorno español, es razonable prever que en un futuro próximo las inversiones y por tanto la atención de la Ingeniería se dedique de forma creciente al mantenimiento y la rehabilitación.

Otra conclusión, a la vista de la figura 1.6, es la diferente proporción obra nueva / rehabilitación que se da en España entre edificación y obra civil. Las causas pueden buscarse en el diferente grado de desarrollo de las infraestructuras de ambos capítulos y en el hecho de que en obra civil la propiedad es mayoritariamente pública, correspondiendo la política de inversiones a la Administración.

La tabla 1.1 [7], página 1-11, muestra en cifras absolutas la escala del problema. Según puede verse, un país como Italia, de tamaño y patrimonio comparable a los de España, destina casi 4 veces más recursos a rehabilitación y mantenimiento. El monto total de estos capítulos en Francia e Italia alcanza cifras en el entorno de los 50 o 60 mil millones de euros anuales. Esta cantidad es muy superior a los 16 mil millones invertidos por España en 1998, más próximos a los presupuestos de, por ejemplo, los Países Bajos, cuyo gasto en obra nueva es del orden de la mitad del español.

Las cifras de la tabla 1.1 muestran la importancia del tema tratado. Ello debe reflejarse en un futuro próximo en la labor de las administraciones y los profesionales del sector, comenzando por la formación (cada vez son más las universidades técnicas europeas que incluyen asignaturas relacionadas con el mantenimiento de construcciones en sus planes de estudios) y terminando

Obra	Rehabilitación y	Obra	Rehabilitación y
nueva (edif)	mantenimiento	nueva (O. Civil)	mantenimiento
9.05	0.64	0.45	0.19
7.10	2.79	1.45	0.41
26.24	12.87	12.89	3.60
14.51	8.05	2.50	1.77
108.80	72.00	24.50	8.20
5.87	5.15	3.26	2.06
38.83	38.37	9.12	5.27
14.09	14.14	5.38	3.21
36.91	43.75	13.28	7.00
32.97	47.57	9.51	12.58
	Obra        nueva (edif)        9.05        7.10        26.24        14.51        108.80        5.87        38.83        14.09        36.91        32.97	Obra      Rehabilitación y        nueva (edif)      mantenimiento        9.05      0.64        7.10      2.79        26.24      12.87        14.51      8.05        108.80      72.00        5.87      5.15        38.83      38.37        14.09      14.14        36.91      43.75        32.97      47.57	Obra      Rehabilitación y      Obra        nueva (edif)      mantenimiento      nueva (O. Civil)        9.05      0.64      0.45        7.10      2.79      1.45        26.24      12.87      12.89        14.51      8.05      2.50        108.80      72.00      24.50        5.87      5.15      3.26        38.83      38.37      9.12        14.09      14.14      5.38        36.91      43.75      13.28        32.97      47.57      9.51

Tabla 1.1. Comparación ir	nternacional de la construcción,	1998. Miles de millones €
---------------------------	----------------------------------	---------------------------

por la redacción de normas y recomendaciones, así como la política de protección de obras y monumentos.

Para apoyar este desarrollo se precisan criterios técnicos y herramientas de cálculo que hagan posible la labor del ingeniero, en colaboración con los distintos actores involucrados en el proceso: administraciones públicas estatales y supra-estatales, propietarios privados, arquitectos, arqueólogos, historiadores, químicos, petrólogos, museológos, etc.

El objetivo debe ser el de garantizar la seguridad y funcionalidad de las construcciones y la calidad de las intervenciones con un nivel de solvencia próximo al que la sociedad exige en proyectos para obras de nueva planta.

# 1.2 Herramientas de cálculo y análisis para estructuras históricas de fábrica y estructuras de hormigón y acero

Prestando particular atención a la fase de análisis, se comparan a continuación las herramientas de cálculo disponibles en estructuras de hormigón y acero con las que se utilizan en construcciones de fábrica.

La figura 1.7 resume gráficamente un panorama de las herramientas disponibles agrupadas por materiales y por niveles de análisis. Con el término *nivel de análisis* se denotan las diferentes técnicas de cálculo en función de la complejidad de los modelos involucrados, así como de la precisión esperable de la respuesta, que va unida a la precisión con se conocen los datos que alimentan al modelo. En fin, el término *nivel* de análisis, como se ha explicado, se refiere a la sofisticación del procedimiento y no a la jerarquía del elemento estructural involucrado. A este respecto, la figura 1.7 podría parecer confusa ya que se mezclan cálculos referidos a la estructura en conjunto, a un miembro estructural y a una sección. Antes de describir la idea de la citada figura se aclarará este punto.

En todas las tipologías se pueden plantear cálculos según distintas teorías en diferentes jerarquías de elementos. Puede realizarse un cálculo de esfuerzos según un esquema elástico para la estructura en conjunto y efectuar luego la comprobación de la seguridad en cada elemento o sección siguiendo la



misma teoría elástica o según hipótesis elasto-plásticas, o rígido-plásticas. Esta aparente inconsistencia, si está respaldada por una metodología contrastada, puede dar resultados aceptables simplificando el proceso de análisis. No todos los niveles de análisis permiten esta simplificación.

Primer nivelEn el primer nivel se ha representado, en la figura de la izquierda, un<br/>esquema de una "bajada de cargas" para predimensionar la escuadría de unos<br/>soportes de hormigón. El cálculo del axil se hace manualmente a través de<br/>áreas de influencia en planta (reparto isostático). Para hallar las dimensiones<br/>necesarias de la sección sólo se precisa un parámetro del material, la<br/>resistencia de cálculo a compresión  $f_{cd}$ .

La figura de la derecha esquematiza un cálculo de una celosía metálica isostática, idealizándola como perfectamente articulada y con las cargas situadas en los nudos. Para obtener los esfuerzos axiles sólo utilizan ecuaciones de equilibrio. El predimensionamiento de las secciones sólo requiere conocer el límite elástico del acero  $f_{yd}$ .

En este nivel existen herramientas equiparables para estructuras de fábrica. La figura central recoge, como ejemplo, un cálculo de empujes laterales en una sección transversal de una iglesia de bóvedas. Los únicos datos precisos son geométricos y el peso específico del material.

Las hipótesis admitidas en este nivel son groseras y no siempre conservadoras. Se requieren muy pocos datos. El cálculo es sencillo y rápido. Las soluciones obtenidas permiten fijar un orden de magnitud para el problema.

El elemento básico, cuando no el único, de este nivel de análisis es el *equilibrio*. En términos académicos, basta con satisfacer las condiciones de equilibrio para resolver el problema. No obstante, de manera implícita se admiten unas ecuaciones constitutivas simples: resistencia infinita a compresión y deslizamiento y comportamiento de sólido rígido. Se ignoran asimismo las condiciones de compatibilidad y la influencia de los movimientos en el equilibrio. En principio, existen infinidad de soluciones.

*Segundo nivel* Los procedimientos del siguiente nivel suponen un compromiso entre la facilidad de cálculo y la necesidad de datos por un lado, y la precisión obtenida, por otro.

Es frecuente que las herramientas de este nivel intermedio se encuentren recogidas en las normativas y cuenten con el respaldo de extensas campañas experimentales. Son aplicables, por tanto, a tipologías específicas y materiales tipificados con propiedades mecánicas acotadas entre unos ciertos límites. La característica peculiar de los métodos de nivel intermedio es que suelen permitir distintas hipótesis de cálculo a nivel de estructura y de sección, o elemento estructural. Pueden obtenerse los esfuerzos a partir de un cálculo elástico y tener en cuenta las no linealidades del comportamiento después, al analizar cada elemento. Es frecuente en estos métodos trabajar

con magnitudes integrales en la sección como son los esfuerzos en lugar de valores puntuales como tensiones.

Tales son los casos apuntados en la figura 1.7, fila central. A la izquierda aparece un diagrama de interacción axil-flector, que recoge el efecto de la esbeltez, de un soporte armado. Se ha obtenido con la formulación simplificada de la Instrucción española de hormigón estructural [8] utilizando un sencillo programa de libre difusión para ordenador personal [9]. El cálculo requiere unos pocos segundos. La geometría y propiedades mecánicas se definen con unos pocos parámetros.

La figura de la derecha muestra las curvas europeas de pandeo para distintos tipos de perfiles tipificados de acero estructural. En forma gráfica o de tabla, se encuentran en distintas normas europeas de estructuras de acero. Fueron obtenidas a partir de teorías consensuadas y una extensa experimentación coordinada internacionalmente.

En este nivel intermedio se tienen en cuenta las relaciones de *equilibrio* y en parte las de *comportamiento del material* o las condiciones de *compatibilidad* y de *contorno*, frecuentemente de forma simplificada y conservadora. La solución, como en los procedimientos de primer nivel, no es única.

En el nivel superior el número de datos requeridos es muy grande, la geometría se define con profusión de detalle y las teorías y herramientas necesarias se encuentran al alcance de especialistas o se desarrollan en el mundo de la investigación. A cambio, si los datos introducidos son fiables, se obtiene una respuesta muy completa. Estos métodos requieren un cálculo único, siempre de la estructura íntegra, con los criterios de fallo distribuidos de forma discreta en todos los elementos del modelo.

No suelen ser posibles cálculos diferenciados a nivel de elemento estructural y seccional. Estos métodos, a diferencia de los del nivel anterior, que trabajan en esfuerzos, manipulan casi exclusivamente tensiones y criterios puntuales expresados en tensiones.

Como ejemplos, se muestra el cálculo de un tanque de gas licuado de hormigón realizado por el grupo de mecánica computacional de la UPM. El modelo comprende 30.000 grados de libertad, el material se caracteriza con decenas de parámetros y se requiere una potente estación de trabajo para su computación.

El ejemplo representado para estructuras de fábrica corresponde al cálculo sísmico de la cubierta de la Basílica de San Marcos llevado a cabo en el Centro internacional de Métodos Numéricos [10]. El nivel de complejidad es similar al anterior ejemplo. También equiparable es el cálculo a fatiga de un nudo en estructura tubular de acero que se muestra en último lugar.

En el nivel superior se tienen en cuenta de forma conjunta los tres tipos de ecuaciones, de *equilibrio*, de *compatibilidad y de contorno*, *y de comportamiento del material y criterios de fallo*. La solución es única.

#### Tercer nivel

A la vista de lo anterior, se echan de menos en estructuras de fábrica preferentemente herramientas de nivel intermedio.

Como recoge un reciente trabajo [11], las herramientas avanzadas utilizadas en obras de fábrica, entre las que se destacan, entre otras, las técnicas de micro y macro modelización por elementos finitos [12], la formulación matricial generalizada [13] y las teorías de daño, son recursos potentes y capaces de reproducir el comportamiento de la fábrica.

Por otro lado, el análisis límite y las comprobaciones de equilibrio puro son técnicas sencillas de probada eficacia para obtener una primera aproximación al comportamiento estructural de las construcciones históricas, concebidas para resistir las solicitaciones fundamentalmente por su forma.

Los análisis elásticos, con todas sus incongruencias al tratarse de fábrica, también son una posibilidad ágil para identificar y situar el problema [3,14].

El signo de interrogación en la posición correspondiente a la fábrica en el nivel intermedio de análisis representa la carencia, observada por el autor, que existe de métodos con las características propias de este nivel, apuntadas más arriba, aplicables a construcciones existentes de fábrica. Recientemente, se ha presentado un trabajo [15] que incorpora a la estrategia de evaluación ciertas herramientas con estas características aplicadas a una tipología concreta, como son los puentes de bóvedas de fábrica.



Figura 1.8. Diagrama de interacción flexión-axil a, en cálculo elastoplástico, y b, análisis límite.

Otros autores, [16] han aplicado a la fábrica diagramas de interacción en flexión y axil con la metodología propia del hormigón (figura 1.8.a), o, de forma simplificada, con métodos de análisis límite (figura 1.8.b) [17]. En todo caso, se ha aplicado casi siempre a elementos lineales y sin tener en cuenta explícitamente ciertas propiedades de la fábrica, en particular la diversidad de tipos o la anisotropía.

#### 1.3 Objetivo de la tesis

Esta tesis tiene como objetivo aportar una herramienta de cálculo para estructuras de fábrica que sea útil en la práctica profesional al técnico que debe evaluar una construcción existente de fábrica.

Esta herramienta, los diagramas de interacción de esfuerzos planos en agotamiento, no tendría pleno sentido considerada aisladamente, sino que debe formar parte de un método de análisis acorde con los principios enumerados en 1.1. También es un objetivo de la tesis proponer un método completo de análisis en el que encuadrar el uso de los diagramas.

La aplicación que se pretende aportar debe ser del grupo que se ha llamado *de segundo nivel de análisis.* Esto es así por varias razones:

- Se ha realizado un estudio de la bibliografía disponible a la búsqueda de herramientas de nivel medio para fábrica. Se ha detectado una carencia de métodos precisamente de este nivel, el más utilizado en la práctica.
- La cualidad práctica que se desea dar a la herramienta propuesta para el técnico, sin renunciar al rigor y la fiabilidad, es una característica propia de los métodos de nivel intermedio. En ningún caso se menosprecian las virtudes de los métodos de los otros niveles, puesto que unos no excluyen a los otros.
- En estructuras históricas de fábrica se plantea a menudo la necesidad de tomar decisiones importantes disponiendo de datos limitados. Las decisiones sobre intervenciones estructurales afectan a la integridad de construcciones muy valiosas, al uso de las mismas y a la seguridad de los usuarios. Por tanto, un método de primer nivel puede no ser suficiente si el caso es complejo y quizás los datos disponibles no estén a la altura de la precisión requerida por un método complejo.

Teniendo en cuenta lo anterior, se considera también un objetivo de la tesis el que el método reúna las características positivas de un método de segundo nivel. En concreto las siguientes:

- Ser suficientemente fiable al estar basado teóricamente en el fenómeno resistente, y preciso por estar contrastado experimentalmente.
- Ser de aplicación relativamente sencilla para su uso ágil en la metodología de análisis a través de fórmulas simples o aplicaciones informáticas que requieran recursos al alcance de cualquier técnico especialista.

El carácter práctico que se desea conseguir convierte asimismo en un objetivo de la tesis el mostrar, a través de ejemplos prácticos reales, la aplicación, posibilidades y limitaciones del método.

Desarrollo de una herramienta de cálculo

Contexto de análisis

Nivel intermedio

Aplicación práctica

#### 1.4 Contenido de la tesis

Esta tesis se ha organizado en 7 capítulos. A continuación se describe brevemente su contenido, especificando dónde se realizan aportaciones originales y dónde se revisa el estado del conocimiento.

#### Capítulo 1. Introducción y objetivos

El capítulo 1 introduce el tema de estudio, repasa sucintamente el contexto de la evaluación de construcciones históricas y su filosofía. Se muestra la importancia del estudio, desde perspectivas sociales y económicas y la situación presente y perspectivas de futuro en España y en la Unión Europea. Se definen los objetivos generales de la tesis y se introduce su contenido.

#### Capítulo 2. Comportamiento mecánico de la fábrica

El capítulo 2 trata los aspectos básicos previos a cualquier análisis, estudiado pormenorizadamente el comportamiento del material. Es un capítulo de revisión crítica del estado del conocimiento orientado a los objetivos de la tesis en el que se incluyen ciertas aportaciones originales.

Tras una introducción que fija el alcance y presenta las definiciones necesarias, los subcapítulos 2.2 y 2.3 estudian el conocimiento teórico y experimental de forma progresiva, desde los materiales constituyentes hasta el compuesto. El punto 2.2, *Caracterización de los materiales constituyentes*, se dedica al comportamiento del *material* atendiendo a las partes componentes, mientras el 2.3, *Caracterización de la fábrica como material compuesto*, está más orientado a los *elementos estructurales simples*, distinguiendo entre las principales formas de trabajo, según los esfuerzos predominantes.

El apartado 2.4, *Comportamiento reológico de la fábrica*, se ocupa de forma diferenciada de este aspecto, no bien conocido, y cuya influencia en la seguridad y deformación puede tener mayor importancia que en otras tipologías.

#### Capítulo 3. Propuesta teórica de diagramas de interacción de flexocompresión y corte

El capítulo 3, como indica su título, aporta una propuesta teórica original de modelización del material. Se inscribe en el contexto del apartado 2.3 y supone la base de la herramienta que se presenta en la tesis.

Se realiza una exposición racional de las distintas hipótesis posibles, del desarrollo teórico y se incluye un estudio parámetrico de las variables principales. Se analizan los distintos fenómenos que explican o dificultan el desarrollo y se aporta una herramienta informática para el tratamiento de geometrías seccionales y leyes de comportamiento generales.

El punto 3.7 fue redactado con posterioridad a la campaña de ensayos e incorpora al desarrollo teórico fenómenos observados experimentalmente.

# Capítulo 4. Determinación experimental de los diagramas de interacción de flexo-compresión y corte

Este capítulo muestra el diseño de la campaña experimental llevada a cabo por el autor en el Laboratorio de Estructuras de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la Universidad Politécnica de Madrid.

El punto 4.1, *Diseño de la campaña experimental*, partiendo de los estudios teóricos precedentes, expone los objetivos y metodología de los ensayos.

El punto 4.2, *Resultados de la campaña experimental y contraste de los diagramas teóricos*, describe pormenorizadamente los ensayos y recoge los resultados completos. Se realiza una primera interpretación crítica de los mismos, así como un contraste de los resultados con las predicciones teóricas

El punto *4.3, Estudios numéricos sobre los ensayos*, amplía la discusión de ciertos fenómenos detectados en los ensayos e indaga sobre sus causas, detectando por primera vez en la flexión en el plano de la fábrica el efecto de sobre-resistencia aparente por la excentricidad de la carga.

El conjunto de estos tres apartados permite una interpretación completa de los resultados experimentales y el contraste de las predicciones teóricas. Asimismo se obtienen conclusiones sobre la validez de las hipótesis teóricas y la influencia de los distintos parámetros y fenómenos presentes en el comportamiento plano de flexocompresión y corte.

En 4.4 se sintetizan las consecuencias principales de la campaña experimental, haciendo las oportunas reflexiones sobre la validez del método, sus limitaciones y su ámbito de aplicación.

Este capítulo incluye anejos con datos detallados de los ensayos e información fotográfica.

# Capítulo 5. Propuesta metodológica de análisis de estructuras históricas de fábrica mediante diagramas de interacción simplificados de cálculo

El capítulo 5 tiene un carácter mixto entre la revisión del conocimiento y la aportación original, ya que expone una metodología lo más general posible de evaluación de construcciones históricas teniendo en cuenta las corrientes y estudios existentes y la aplicación específica de los diagramas propuestos en esta tesis.

El punto 5.1, *Identificación de elementos estructurales*, comienza clasificando los elementos estructurales más frecuentes, estudiando su forma de trabajo e indagando sobre la aplicabilidad del estudio seccional mediante diagramas de interacción.

El punto 5.2, *Bases de cálculo*, hace una exposición de los datos geométricos y materiales necesarios, las acciones consideradas, la metodología general y la introducción de la seguridad. En 5.2.6, a modo de conclusión, se realizan recomendaciones sobre las estrategias de cálculo por niveles, la elección del

formato de seguridad y la aplicación de los diagramas de interacción de esfuerzos.

Finalmente, el punto 5.4, *Desarrollo de una herramienta de análisis de segundo nivel para la construcción de líneas de presión y comprobación de esfuerzos en estructuras de fábrica,* presenta la herramienta de segundo nivel, objetivo de la tesis imbricando el tradicional cálculo límite con la aplicación de los diagramas de interacción desarrollados. Esta herramienta, pese a su sencillez, ha mostrado un valor práctico notable en su aplicación al estudio de casos reales, como se presenta en el capítulo 6. Se presenta además una aplicación informática que permite ejecutar los cálculos con agilidad, lo que acentúa el carácter práctico de la herramienta de análisis.

El anejo 5.3, *Métodos de determinación de las propiedades de la fábrica y técnicas de reconocimiento*, se ha incluido para aportar una visión de las posibilidades reales que existen para conocer los parámetros y variables tratados en los puntos precedentes en una estructura existente y las incertidumbres inevitables que deben aceptarse.

#### Capítulo 6. Ejemplos de aplicación

Este capítulo ha seleccionado varios ejemplos de aplicación real de la metodología y herramientas propuestas a casos en los que ha participado el autor dentro del Grupo de Hormigón Estructural y Construcciones de Fábrica de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos de la UPM y en colaboración con empresas de ingeniería y arquitectura.

Se han seleccionado 3 casos que pretenden cubrir distintos aspectos.

El caso 6.1, *Análisis de la sección transversal de la catedral de Palma de Mallorca*, muestra un ejemplo de evaluación de la seguridad en edificación monumental. Se aplica la estrategia de evaluación del capítulo 1, se identifican los elementos estructurales según 5.1 y se lleva a cabo un estudio global de la sección transversal seguido de un análisis de los distintos elementos críticos: pilas, sistemas de contrarresto y cimentación. Se deducen ciertos condicionantes relativos a la forma de funcionamiento de la estructura y se obtiene un índice de la seguridad de las pilas que se compara con niveles considerados admisibles a la luz de las bases de cálculo de 5.2. El análisis de la seguridad de las pilas con la consideración de su esbeltez, se lleva a cabo utilizando el método de diagramas propuesto en 3.6.

El punto 6.2 *Proyecto de ampliación y refuerzo del puente de Ponteceso,* expone el auxilio de las técnicas propuestas en esta tesis para la identificación de las causas de daño y la validación de la capacidad futura de un puente de bóvedas del siglo XIX en el que se detectaron patologías preocupantes y que fue objeto de un proyecto de refuerzo, que se aprovechó para acometer la ampliación de su sección. Las herramientas de cálculo aquí propuestas sirvieron además para obtener los esfuerzos utilizados en el dimensionamiento del recalce de micropilotes proyectado. Se analiza además la interacción entre la obra nueva y la fábrica existente ya que las pilas y estribos del puente se utilizaron como encepados de los micropilotes.

El ejemplo expuesto en 6.3, *Cúpula del Evangelio en la iglesia de La Mantería en Zaragoza. Análisis de las causas del colapso y propuestas para la intervención en las cúpulas gemelas*, analiza un fallo estructural de una construcción histórica de fábrica desde la perspectiva presentada en la tesis. Se proponen además recomendaciones para la intervención en las cúpulas restantes en el edificio en cuestión. Este ejemplo muestra las posibilidades de la metodología y herramientas intermedias de análisis para el estudio de las condiciones de seguridad y su capacidad para identificar las causas de un colapso.

#### Capítulo 7. Conclusiones y líneas futuras de investigación

El capítulo final repasa la consecución de los objetivos de la tesis. Analiza las virtudes y limitaciones del método propuesto y expone las enseñanzas obtenidas en la experiencia de este trabajo de investigación.

Asimismo se apuntan posibles líneas de investigación encaminadas a mejorar el conocimiento y perfeccionar la aplicabilidad de los métodos presentados.

# Capítulo 2

# Comportamiento mecánico de la fábrica

Así, las características estructurales esenciales de la fábrica en cuanto a material son: que puede considerarse que tiene poca o ninguna resistencia a tracción; que está sometida a tensiones de compresión tan bajas que la resistencia al aplastamiento no hay que tenerla en cuenta en la práctica y que hay un rozamiento interno suficientemente alto como para que la forma de la estructura se mantenga.

Por supuesto, es posible encontrar excepciones y entonces la teoría debe ser ampliada para incluirlas

Prof. Jacques Heyman

Este capítulo realiza una revisión crítica del estado del conocimiento en lo que se refiere al comportamiento y las propiedades mecánicas del material e introduce algunas aportaciones propias. Se ha confeccionado revisando, actualizando y ampliando la monografía *Comportamiento mecánico de la fábrica (2<sup>a</sup> ed. 2002)* [146], escrita por A. Martín-Caro, J. León, director de la tesis y por el autor de la misma, y concebida como apoyo didáctico para la asignatura de doctorado *Análisis estructural de construcciones históricas de fábrica* que se imparte desde 2001 en la E.T.S.I. de caminos C. y P. de Madrid

Se divide en 4 apartados. El primero introduce las definiciones necesarias sobre estructuras de fábrica. En el segundo, se presta atención a las características geométricas y mecánicas de los materiales componentes del compuesto fábrica. El tercer punto explora el comportamiento de la fábrica ante las distintas solicitaciones planas posibles. Finalmente, el cuarto punto hace algunas consideraciones sobre los fenómenos reológicos en la fábrica y su importancia en la deformabilidad y en la seguridad.

#### 2.1 Introducción

Eurocódigo-6 define la fábrica como "*Conjunto trabado de piezas asentadas con mortero*".

Se designará por fábrica toda construcción de ladrillo o sillería, incluyendo la de aparejo más irregular o mampostería. Se incluyen los rellenos de cascote, mampostería, etc., pero se deja fuera de este estudio el tapial. Se designarán como *piezas* los elementos mampuestos ya sean ladrillos o sillares. Para ellas se empleará el subíndice *b*. Se designa como *mortero* cualquier ligante de cal, cemento, yeso, etc., utilizado para asentar unas piezas sobre otras. Las magnitudes referidas al mortero llevarán el subíndice *m*. No se estudian las fábricas asentadas en seco o a hueso. La *interfaz* se define como el material de contacto entre pieza y mortero que se forma químicamente desde el instante de la colocación, antes del fraguado del mortero (si lo hubiera), y se desarrolla a lo largo del tiempo.

# 2.2 Caracterización de los materiales constituyentes de la fábrica

Este punto se ocupa de los materiales constituyentes de la fábrica, las piezas, el mortero y la interfaz entre ambos, atendiendo a sus características mecánicas por separado y a cómo se ven modificadas estas características cuando los componentes forman parte de la fábrica compuesta.



Figura 2.1 Nomenclatura para las dimensiones y caras de las piezas de fábrica

#### 2.2.1 Las piezas

#### Geometría

Las piezas de fábrica, piedras labradas o de cerámica, poseen una forma regular más o menos paralelepipédica en caso de sillería y ladrillo o irregular en caso de mampostería. Las dimensiones y caras se nombrarán de acuerdo con PIET 70 [18] y FL-90 [19] como se recoge en la figura 2.1.

Las proporciones entre las 3 dimensiones de las piezas son muy variables y dependen del tipo de piedra y usos de labra o de la fabricación de los ladrillos. Es típico encontrar que la mayor dimensión en la dirección paralela a los tendeles (soga) sea del orden de 3 ó 4 veces la altura. El tizón no suele
ser menor que el doble de la altura. Demetrio de los Ríos [20], por ejemplo, en sus proyectos de restauración de la Catedral de León, especifica que "la longitud de los sillares no excederá de cuatro veces su altura ni bajará esta última."

En caso de muros de sillería PIET 70 recomienda las proporciones de la tabla 2.1, referidas al alto de la pieza.

Tipo de piedra	$h_b$ Alto	t <sub>b</sub> Tizón	$w_b$ Soga
Blandas	1	1	3
Semiduras	1	2	4
Duras	1	2	5
Muy Duras	1	2	6

Tabla 2.1 Proporciones recomendadas para bloques en muros de sillería [1]

Ira Baker [21] recomienda que en sillería elaborada con areniscas blandas o calizas granulares la relación soga:alto no sea mayor que 3:1 porque de lo contrario, asegura, "*podría partirse en dos*". Para rocas más resistentes la relación puede llegar a 4:1. En puentes de sillería en España la proporción frecuente es 2.5:1 [15].

En cuanto a las dimensiones absolutas de los sillares, Heyman [22] afirma que los bloques de piedra utilizados en edificación medieval solían tener una dimensión principal (soga) de 300 mm, siendo muy infrecuente encontrar sillares mayores de 500 mm. Demetrio de los Ríos fija unas dimensiones para los muros en León: "toda la sillería [...] no carecerá de piedra hasta diez centímetros de tizón por donde menos. En las hiladas comunes dicho tizón no bajará de veinte a treinta centímetros medidos por las caras de junta."

En ladrillo la dimensión del grueso varía entre 25 y 100 mm, con un valor típico de 40 a 50 mm. Las proporciones alto : tizón : soga suelen ser de 1:2:4.

En cuanto a las torres al ladrillo de construcciones históricas, Sanmiguel [23] en su estudio sobre torres aragonesas afirma que la proporción 2:1 (soga:tizón) es casi siempre la utilizada ya que facilita el aparejo a soga y tizón "*el que mejor traba las sucesivas hiladas*". Aún teniendo en cuenta las naturales oscilaciones en las medidas de una pieza hecha a mano, distingue 2 tamaños de ladrillo: el *pequeño* de 150 x 300 mm, presente en las torres más antiguas, y el *grande* de 170 x 340 mm. El grueso suele estar en ambos casos entre los 40 y 50 mm.

## Propiedades mecánicas

Las propiedades mecánicas dependen fundamentalmente de la naturaleza de la piedra o el ladrillo. Los tipos de piedra más universalmente utilizados son granitos, calizas, areniscas y, en menor medida, mármoles [24,25]. Las propiedades mecánicas fundamentales a efectos de análisis estructural son la densidad, el módulo de deformación longitudinal y la resistencia a compresión, que tiene un significado trascendente ya que constituye un índice de la calidad y se utiliza para deducir otras propiedades mecánicas, como sucede con el hormigón. También se suele determinar directamente la resistencia a flexotracción. Otras propiedades interesantes como las relacionadas con parámetros deformacionales (deformación de pico, deformación última, módulo de Poisson) o de fractura (energía de fractura) no suelen determinarse experimentalmente.

## Peso específico y<sub>b</sub>

Dentro del análisis estructural, el peso específico determina la mayoría de las cargas gravitatorias que suponen la principal solicitación en muros, torres de fábrica, e incluso puentes, debido al carácter masivo de estas estructuras. Este capítulo se refiere siempre al peso específico aparente y no al real de los materiales, puesto que es el aparente el que se utiliza en cálculos.

Se determina mediante ensayos sobre muestras. PIET 70, por ejemplo, propone un ensayo frecuente en la bibliografía, sobre un mínimo de 3 probetas que pueden ser aprovechadas para posteriores ensayos de resistencia. La densidad aparente se determina como relación entre el peso de la muestra desecada y la diferencia entre los pesos de la muestra saturada y el peso de la probeta sumergida en agua.

Como referencia del orden de magnitud del peso específico de los principales tipos de piedra las tablas 2.2.a y b recogen algunos valores orientativos de la bibliografía.

Tipo de piedra	Baker [21] mín-med-máx	Camuñas [26] medio	Hütte [27] mín-máx	Arredondo [28] mín-máx	PIET 70 [18]	UIC [29] mín – máx
Granito	25-26-28	28	23-27	26-27	26-30	26 - 28
Caliza	23-25-27	23	19-28	24-28	20	20 - 26
Arenisca	19-22-24	23	19-27	23-29	-	-
Mármol	25-27-28	27	19-28	27-28	-	-

**Tabla 2.2.a** Valores del peso específico aparente de la piedra según diversos autores  $[kN/m^3]$ .

**Tabla 2.2.b** Valores del peso específico aparente del ladrillo según distintas fuentes  $[kN/m^3]$ .

Tipo/Calidad del Ladrillo	UIC		Ponts en maçonnerie [30]	
1	Ladrillo blando	17 - 19	Calidad inferior	14
2	Ladrillo medio	19 - 21	Calidad media	14 - 18
3	Ladrillo duro	20 - 22	Calidad buena	14 - 18
4	Ladrillo de clínker	21 – 23	Calidad excelente	18 – 22

En la tabla 2.8 se dan algunos valores más de peso específico de ciertas calizas y areniscas de yacimientos españoles

## Resistencia a compresión $f_b$

La resistencia a compresión de las piezas es un índice de calidad válido para comparar distintas piedras entre sí y, a igualdad de dimensiones de las piezas, mortero y aparejo, incide sensiblemente en la resistencia de la fábrica. Sin embargo, por sí misma no permite hacer afirmaciones definitivas sobre la resistencia a compresión de la fábrica de la que forma parte.

La resistencia se determina mediante ensayos de compresión simple sobre muestras extraídas de un elemento estructural o de bloques similares a los de la estructura que se estudia si se dispone de ellos.

La resistencia de los ladrillos depende fundamentalmente de su composición y del proceso de cocido. En principio, los ladrillos no perforados pueden considerarse isótropos.

La piedra, por sí misma suele ser anisótropa en lo que a propiedades mecánicas se refiere. En cantera se distinguen la dirección del lecho y las perpendiculares a ella. En mecánica de rocas es frecuente dar un índice de la anisotropía del material como la relación entre los módulos de elasticidad correspondientes a las citadas direcciones. Por esta razón, el ensayo debe hacerse aplicando la carga en la dirección en que realmente actúa la compresión principal en la estructura. Si la probeta se extrae de un muro o pila, usualmente la dirección ensayada es la perpendicular a la deseada. Por lo tanto, si la posición horizontal en cantera (que suele ser la de mayor resistencia [21]) se mantiene horizontal en la fábrica, al ensayar las caras verticales se obtendrá una resistencia menor que la esperable en las condiciones reales.

Las condiciones de ensayo, la coacción de los platos de la prensa sobre la probeta, las dimensiones y preparación de la probeta y su grado de saturación influyen decisivamente en el resultado.

PIET 70 propone ensayos sobre un mínimo de 3 probetas prismáticas de  $40x40x240 \text{ mm}^3$  elaboradas con muestras desecadas. En primer lugar se debe realizar la determinación de la resistencia a flexotracción mediante un ensayo de flexión en 3 puntos sobre una luz de  $100 \pm 10 \text{ mm}$ . Los trozos de probeta de menor tamaño se utilizan para el ensayo de compresión pura.

EC-6 [31] propone un ensayo sobre probetas cúbicas de  $100x100x100 \text{ mm}^3$  secadas al aire. El valor de  $f_{b100x100}$  obtenido en este ensayo no se puede considerar representativo de la resistencia real debido, entre otros factores, a la mencionada coacción de las placas de la prensa. Para corregir este valor, EC-6 da unos coeficientes de corrección, función de la forma y dimensiones de la probeta (tabla 2.5).

Baker muestra los resultados de los ensayos a compresión llevados a cabo entre 1883 y 1905 sobre un total de 177 muestras procedentes de 54 canteras de EE.UU. Los ensayos se efectuaron sobre probetas cúbicas de 50.8 mm (2 pulgadas) de lado, aunque se afirma que el resultado del ensayo es independiente del tamaño de la probeta, esto no es así como se verá más adelante. Los resultados se resumen en la tabla 2.3 junto a otros valores recogidos en la bibliografía que no especifican las dimensiones ensayadas.

Tipo de piedra	Baker *	Arredondo **	Hütte **	Camuñas **
Granito	14-134-191	80-270	80-270	180
Caliza	25-65-166	80-150	25-190	60-130
Arenisca	30-64-105	10-180	15-320	50
Mármol	48-88-123	80-150	40-280	140

**Tabla 2.3.** Valores de la resistencia a compresión de la piedra  $f_b$ , recogidos en la bibliografía [N/mm<sup>2</sup>].

(\*) Probetas cúbicas desecadas de 50.8 mm de lado. Valores mínimos, medios y máximos

(\*\*) No se especifican las dimensiones de las probetas

En ladrillos el rango de variación de la resistencia es muy grande: J. Morton [32] refiriéndose a ladrillos de fabricación actual en Gran Bretaña, sitúa el mínimo en 10 a 15 N/mm<sup>2</sup> y el máximo en 100 N/mm<sup>2</sup>, si bien admite como posibles resistencias hasta 150-180 N/mm<sup>2</sup>.

Lo dicho vale para ladrillos de arcilla; en el caso de piezas de silicato cálcico las máximas resistencias serían de 35 a 45 N/mm<sup>2</sup>.

Calidad del ladrillo		UIC	Ponts en l	Maçonnerie
1	Blando	4 - 8	Inferior	6 – 10
2	Medio	8-15	Medio	10 - 20
3	Duro	15 - 30	Bueno	20 - 30
4	Clínker	30 - 50	Excelente	35 - 70

**Tabla 2.4** Valores de la resistencia a compresión de ladrillos  $f_b$ , recogidos en la bibliografía [N/mm<sup>2</sup>].\*

(\*) No se especifican las dimensiones de las probetas

Es conocido el hecho, ya adelantado, de que la esbeltez y las dimensiones absolutas de la probeta influyen en el valor obtenido de resistencia a compresión. Hay dos razones fundamentales que explican esta dependencia:

Por un lado la coacción lateral de las placas de ensayo. En efecto, en una probeta de pequeña esbeltez (h/b=1 p. ej.) el rozamiento que introducen las placas sobre las caras cargadas *zuncha* transversalmente la probeta impidiendo su deformación lateral y, por lo tanto, la forma de rotura no se produce por compresión pura uniaxial. Los valores de resistencia en una probeta así confinada son mayores (hasta un 50 %) que los que se obtienen en una probeta del mismo material en que los efectos de coacción de las placas se encuentren lejos de la sección crítica, como ocurre para esbelteces mayores que 2 ó 2.5 (ver figura 2.2).

Influencia de la esbeltez y del tamaño de la probeta.



**Figura 2.2.** *Resistencia de probetas de ladrillos de silicato cálcico referidas a la resistencia de una probeta sin efecto de confinamiento por las placas en función de la esbeltez. Experimentos de Page* [33]

Por otro lado, tiene lugar un efecto escala o de tamaño. Debe recordarse que la resistencia a compresión no es una propiedad intrínseca del material y sí lo es la energía de fractura  $G_f$ , o la energía de fractura en compresión  $G_c$  [34,35]. En el contexto de la fractura elástica, Bažant [36] ha expresado la ley del efecto del tamaño de manera independiente de la forma de la probeta:

$$f = \left(\frac{EG_f}{c_f + D}\right)^{1/2} \ge f_0 \tag{2.1}$$

Donde *f* es la resistencia entendida como la tensión soportada en el instante de rotura, *E* es el módulo de elasticidad,  $c_f$  es una constante del material igual a la extensión de la zona de desarrollo de la fractura ( $c_f = 0$  en fractura lineal,  $c_f > 0$  en rocas, materiales cerámicos y hormigón) y *D* es una dimensión característica de la probeta (lado del cubo, etc.),  $f_0$  es un cierto límite inferior de la resistencia observado en ensayos brasileños y que presumiblemente existe en otras formas de rotura [35].

En la figura 2.3 se muestran resultados en ensayos brasileños sobre probetas de hormigón que ilustran el comportamiento cuasifrágil: los puntos son resultados experimentales, la recta (la escala de abscisas es logarítmica) de pendiente 2:1 representa la teoría de fractura lineal, la curva es la ley del efecto de tamaño de Bažant y la recta horizontal marca un límite de tamaño más allá del cual la resistencia nominal no se reduce más.

Como se observa en la expresión anterior, f es función de tres propiedades intrínsecas del material y del tamaño de la probeta, siendo la dependencia aproximadamente proporcional al inverso de la raíz del tamaño de la probeta



**Figura 2.3** Variación de la resistencia en ensayos brasileños en función del diámetro de la probeta (escala logarítmica) [35]

(exactamente proporcional si  $c_f = 0$ ). Si se tienen dos probetas cúbicas de lados L1 y L2 y se conoce la resistencia  $f_1$  obtenida en la probeta de dimensión  $L1, f_2$  puede estimarse como:

$$f_2 \approx f_1 \sqrt{\frac{L1}{L2}} \tag{2.2}$$

Johnson [21] deduce, a partir de experimentos de Bauschinger, la siguiente correlación para los valores de la resistencia a compresión obtenidos con probetas cúbicas y prismáticas:

$$\frac{f_b \text{en prisma}}{f_b \text{en cubo}} = 0.778 + 0.222 \frac{b}{h}$$
(2.3)

donde b es la menor dimensión de la base de la probeta y h su altura.

Como se ve, la resistencia obtenida en un prisma de esbeltez 2 es, según la expresión anterior, un 90% de la obtenida en un cubo.

Para tener en cuenta que la resistencia *in situ* de las piezas depende de la geometría y que las dimensiones reales no tienen porqué coincidir con las de la probeta de ensayo, EC-6 da un factor de conversión que permite obtener la resistencia normalizada (la utilizada en cálculos) a partir de la obtenida en el ensayo. La tabla 2.5 reproduce los factores del Eurocódigo.

Factores de conversión en función del tamaño y dimensiones relativas del bloque o probeta Khalaf y Hendry, basándose en resultados de ensayos han propuesto una fórmula para  $\delta$ :

$$\delta = \left(\frac{h}{\sqrt{A}}\right)^{0.37} \tag{2.4}$$

donde  $\delta$  es la relación entre la resistencia de la pieza cúbica (real o ideal) de 100 mm de lado y la resistencia de una pieza de sección A y altura  $h: f_{100x100} / f_{bxh}$ .

**Tabla 2.5** Factor entre la resistencia normalizada a compresión sobre probeta cúbica de 100 mm de lado y la resistencia de la piezza de dimensiones bxh ( $f_{bxh}$ ) EC-6 [14]

Valores de $\delta = f_{100x100} \ / \ f_{bxh}$						
Altura de	Meno	or dimensión	horizontal c	le la pieza	[mm]	
la pieza [mm]	50	100	150	200	250 ó mayor	
50	0.85	0.75	0.70	-	-	
65	0.95	0.85	0.75	0.70	0.65	
100	1.15	1.00	0.90	0.80	0.75	
150	1.30	1.20	1.10	1.00	0.95	
200	1.45	1.35	1.25	1.15	1.10	
250 ó mayor	1.55	1.45	1.35	1.25	1.15	

Los resultados obtenidos con los coeficientes de la tabla 2.5 son similares a los de la fórmula (2.4): como contraste, se muestran en la figura 2.4 los valores de  $\delta$  según la expresión (2.4) y la tabla 2.4 de EC-6. Sin embargo, la expresión anterior no puede recoger de forma satisfactoria el efecto de tamaño ya que da un valor constante  $\delta=1$  para probetas cúbicas de cualquier



**Figura 2.4** Valores del coeficiente de conversión  $\delta$  según EC-6 y la expresión (2.4) en función del alto de la pieza. Para menor dim. horizontal b=100 y b=200 mm.

tamaño. La tabla 2.6 compara los valores de la tabla de EC-6 con las expresiones (2.2), de EC-6 y de (2.4); suponiendo conocida  $f_{100x100}$ , se obtienen las resistencias en piezas cúbicas de lado 50, 150, 200 y 250 mm.

Lado do la probata	$f_{100  imes 100 /fb}$ cúbica				
cúbica [mm]	Expresión (2.2)	EC-6 (tabla 2.4)	Expresión (2.4)		
50	0.71	0.847	1		
150	1.22	1.1	1		
200	1.41	1.15	1		
250	1.587	1.15	1		

 Tabla 2.6. Comparación de los coeficientes de conversión de resistencia para distintos tamaños de la probeta (cúbica)

Para minimizar la influencia del efecto de las placas, la resistencia a compresión del hormigón (considerado aquí como piedra artificial) se obtiene en casi todas las normas modernas en ensayos sobre probetas de esbeltez (h/b) igual a 2. ACI [37] utiliza probetas cilíndricas de 152×305 mm (6x12 pulgadas), EHE, cilíndricas de 150×300 mm, las mismas que MODEL CODE [38]. EC-2 [39] basa las especificaciones de todo su articulado en el valor obtenido del ensayo sobre probetas cilíndricas de esbeltez 2.

MODEL CODE relaciona la resistencia obtenida en probetas cúbicas (L=150 mm) con la de probetas cilíndricas de (150x300 mm) mediante un coeficiente de conversión ( $fc_{cilindro}/fc_{cubo}$ ) que varía con la resistencia y que para valores hasta 50 N/mm<sup>2</sup> vale 0.80. EHE proporciona una tabla de factores de conversión orientativos para probetas de distintas geometrías.

A modo de ejemplo se comparan en la tabla 2.7 los valores dados por las distintas fuentes de la equivalencia de resistencias entre probetas cilíndricas y cúbicas ( $f_{150x300} / f_{150x150}$ ). El valor medio de 0.80 coincide casi exactamente con el inverso del que puede deducirse de la figura 2.2.

	Model Code	EHE	Johnson (2.3)	EC-6 (Tabla 2.4)	Hendry (2.4)
$\frac{f_{150x300}}{f_{150x150}} /$	0.80	0.70 a 0.90	0.89	0.81	0.77

**Tabla 2.7.** Comparación de los coeficientes de conversión de resistencias obtenidas en probeta de esbeltez 2 y cúbica para hormigón y piezas.

Como conclusión, puede decirse que las dimensiones de la probeta tienen una influencia notable (variaciones hasta de 20 ó 30%) en el valor obtenido de resistencia a compresión. Por ello es imprescindible aclarar a qué dimensiones está referida  $f_b$  cuando se da como dato experimental. Más aún, hay que precisar qué valor de los obtenidos experimentalmente se utilizará como resistencia nominal  $f_b$  en cálculos. De esta manera, suponiendo unas dimensiones típicas (ver 2.2.1) de los ladrillos en torres mudéjares y de los bloques de sillería en torres o muros góticos, bóvedas de fábrica, etc., la resistencia *in situ* de las piezas será un 15% menor en sillería y un 30% mayor en ladrillo que la  $f_{100x100}$  de ensayos:

$f_b$ en bloques de 250x300x400 mm <sup>3</sup>	$= 0.87 \cdot f_{100x100}$
$f_b$ en ladrillos de 50x100x200 mm <sup>3</sup>	$= 1.33 \cdot f_{100x100}$

Influencia del grado de saturación La mayoría de las normas especifican que el ensayo de compresión se realice sobre muestras desecadas. El contenido de agua de la muestra de piedra o ladrillo puede influir en más de un 40% en el resultado (siempre a la baja). La tabla 2.8 tomada de Camuñas [26] recoge los resultados de ensayos sobre areniscas y calizas provenientes de yacimientos españoles tradicionalmente empleados en construcciones monumentales. Como se ve, ciertas piedras exhiben una reducción muy importante mientras otras de procedencia similar no experimentan reducción alguna. Quizás la explicación provenga del hecho, contrastado en hormigón [35], de que la energía de fractura se ve afectada (en mayor medida a mayores temperaturas) por el estado de saturación del material. Según (2.1) la resistencia  $f_b$  es función de la energía de fractura por lo que se verá afectada por la degradación de  $G_{f}$ . A temperaturas habituales el hormigón no muestra diferencias entre los estados seco y saturado, pero sí a más altas temperaturas. No se han encontrado en la bibliografía resultados similares para piedra o ladrillo al mostrado en la figura 2.5 para hormigón.

**Tabla 2.8.** Influencia del grado de humedad en la resistencia a compresión en distintas canteras españolas.



**Figura 2.5** Variación de la energía de fractura del hormigón con la humedad y la temperatura.

Tipo de piedra	Yacimiento	Peso específico [kN/m <sup>3</sup> ]	$f_b$ seco [N/mm <sup>2</sup> ]	$\frac{f_{b,\text{sec}o}-f_{b,\text{saturado}}}{f_{b,\text{sec}o}} \cdot 100$
	Baleares.Fornaltux	14	5	32
	Baleares. Porreras, marés blanc	15	7	41
SCA	Murcia. Archena	11	8	0
KENI	Alicante. Villena	16	22	34
AF	Alicante. Sax	20	23	22
	Marruecos. Benzú	24	51	9
	Cataluña. Montjuich	-	42	-
	Alicante. Monóvar	21	51	8
	Alicante. Petrel	22	51	7
	Alicante. Morquí	23	60	8
	Baleares. Santany	18	27	8
	Baleares. Illeta	25	77	3
	Burgos. Hurones	18	25	24
	Burgos. Hontoria	19	9	0
AZI	Burgos. Ibeas de Juarros	25	48	-
CAL	Burgos. Carcedo	22	26	34
-	Barcelona. Jorba	24	70	6
	Segovia	19	7	-
	Córdoba	21	16	5
	Madrid. Redueña	23	56	29
	Madrid. Guadalix	25	105	9
	Madrid. Colmenar de Oreja	26	120	0
	Logroño. Moreda	23	73	34

Esta influencia del grado de saturación debe tenerse en cuenta para normalizar y hacer comparables distintos valores de  $f_b$  pero también, eventualmente, puede usarse como valor de la resistencia a compresión el valor saturado si el elemento estructural (base de un pilar o muro p. ej.) va a estar sometido a la humedad del terreno. ACI 318, por ejemplo, prescribe el uso de la resistencia a compresión obtenida en un ensayo sobre probeta saturada en elementos de hormigón que vayan a quedar sumergidos.

## Resistencia a flexotracción $f_{xb}$

La práctica incapacidad para resistir tensiones de tracción es una característica definitoria de la fábrica. Sin embargo la falta de resistencia del material compuesto fábrica no implica que los materiales constituyentes no posean resistencia a tracción. De hecho es imprescindible para el funcionamiento resistente de la fábrica que las piezas posean, de forma individual una cierta resistencia a tracción.

La resistencia a tracción de las piezas tiene interés, no tanto porque en las estructuras de fábrica se dé de forma pura esta solicitación a nivel de elemento estructural, como por el hecho de que la rotura a compresión está asociada en realidad al fallo en tracción por las tensiones transversales inducidas al confinar al ligante bajo solicitaciones de compresión y corte. Este aspecto se encuentra desarrollado en el punto 2.3.

La determinación directa de la resistencia a tracción presenta problemas de índole práctica por lo que es frecuente determinar la resistencia a tracción indirecta (ensayo brasileño) o la resistencia a flexotracción.

## Resistencia a tracción $f_{tb}$

La resistencia a tracción se relaciona con la resistencia a flexotracción y con las dimensiones de la probeta de ensayo. EHE da la siguiente expresión para hormigón:

$$f_{tb} = f_{xb} \frac{1.5 \left(\frac{h}{100}\right)^{0.7}}{1 + 1.5 \left(\frac{h}{100}\right)^{0.7}}$$
(2.5)

Donde h es el canto de la probeta ensayada a flexotracción expresado en mm.

Según (2.5) si el canto de la probeta es del orden de 50 mm la resistencia a tracción pura es del orden de la mitad de la resistencia a flexotracción.

Es frecuente estimar la resistencia a tracción de las piezas como una fracción de su resistencia a compresión. Esta forma de valorar indirectamente la resistencia a tracción es oscura ya que no está claro a qué resistencia a compresión está referida la fracción (tamaño y esbeltez de de la probeta especialmente). Sin embargo, y ante la dispersión de esta magnitud y la dificultad que presenta su determinación experimental es frecuente realizar esta estimación.

Los valores de distintas fuentes no siempre tienen el mismo significado: en ocasiones se dan los valores medios de series de ensayos, mientras otras veces los autores *recomiendan* un valor, normalmente característico o cota inferior de diversos datos. Los primeros valores (realistas) se sitúan entorno al 10% mientras los segundos (del lado de la seguridad) bajan al 5 ó 3.5 %. La tabla 2.9 recoge algunos datos de la bibliografía.

Tipo de piedra	Baker	Arredondo	Camuñas	Schubert [40]	UIC	Geotecnia y cimientos I [41]	Ponts en maçonnerie
Granito	8.7						
Caliza	17.4	2.2	10		5	5 10	
Arenisca	14.2	5.5	10	-	5	5-10	-
Mármol	15.2						
Ladrillo de arcilla	13.5	-	-	3 a 10	5		3.0

 Tabla 2.9 Valores de la resistencia a tracción como fracción en % de la resistencia a compresión

## Módulo de deformación longitudinal E<sub>b</sub>

La deformabilidad de la fábrica es debida en una altísima proporción a su componente menos rígido: el mortero. Interesa, no obstante, conocer el módulo de elasticidad de las piezas puesto que la relación de rigideces entre piezas y mortero es un parámetro que determina el comportamiento del material compuesto.

El módulo de deformación longitudinal es en realidad una abstracción o idealización de una característica de la curva  $\sigma$ - $\varepsilon$  del material. En ladrillos bien cocidos y ciertas rocas de rotura frágil, como granitos o mármoles, la rotura se presenta en la rama casi lineal del diagrama, sin embargo en otros materiales —la mayoría de las areniscas, por ejemplo— la curva característica adopta una forma sensiblemente parabólica, difuminándose la definición de modulo constante y se hace necesario precisar el nivel tensional de referencia.

ASTM [42] recoge un estudio en el que participaron 8 laboratorios de EEUU en 1992 en el que se determinaron los módulos de elasticidad tangentes al 25, 50 y 75% de la resistencia a compresión de granitos, calizas, areniscas y mármoles provenientes de 4 canteras. Los resultados para el nivel de carga más bajo se dan en la tabla 2.10.a.

Teniendo en cuenta el bajo nivel tensional de la fábrica, que aún en zonas de fuerte concentración de tensiones, difícilmente excede los 5 N/mm<sup>2</sup>, tiene sentido hablar de módulo de deformación longitudinal de las piezas como una constante del material. Ira Baker y UIC dan los valores de la tabla 2.10.a:

UIC ASTM Baker Tipo de piedra 8,500 - 32,000 - 67,500 10,000 - 100,00047,000 (Barre) Granito 17,000 - 32,000 - 76,000 20,000 - 100,000Caliza 33,000 (Salem) 7,000 - 15,000 - 40,000 10,000 - 50,00012,500 (Berea) Arenisca Mármol 25,000 - 48,000 - 82,000\_ 76,000 (Tennessee)

**Tabla 2.10.a** Valores orientativos del módulo de elasticidad de piedras, *E<sub>b</sub>* [N/mm<sup>2</sup>]

Se han encontrado valores orientativos del módulo de deformación de ladrillos en las referencias [29] y [30], recogidos en la tabla 2.10.b

 UIC
 Ponts en maçonnerie

 Ladrillo Blando
 1,000 – 5,000

 Ladrillo Medio
 5,000 – 10,000

 Ladrillo Duro
 10,000 – 15,000

 Ladrillo Clinker
 15,000 – 20,000

**Tabla 2.10.b** Valores orientativos del módulo de elasticidad del ladrillo,  $E_b$  [N/mm<sup>2</sup>]

#### Coeficiente de Poisson $v_b$

Este parámetro deformacional se determina con mucha menor frecuencia. Sin embargo influye en la deformabilidad relativa y aparece nominalmente en ciertos modelos analíticos del comportamiento de la fábrica. Valores típicos que se encuentran en la literatura [43], son:

 Piedra:
 v = 0.15 a 0.20 

 Ladrillo:
 v = 0.10 a 0.15

## Energía de fractura G<sub>f</sub>

Van der Pluijm [44] encontró valores de  $G_f$  entre 0.06 y 0.13 Nmm/mm<sup>2</sup> para ladrillos de arcilla y de silicato cálcico. Los valores de la resistencia a tracción variaban para esas muestras entre 1.5 y 3.5 N/mm<sup>2</sup>.

## Módulo de entumecimiento k<sub>b</sub>

Ciertos ladrillos de arcilla sufren un aumento de volumen al ser colocados en obra y tomar humedad del mortero o de la atmósfera. Este entumecimiento es de desarrollo lento (se ha observado este fenómeno hasta 7.5 años después de colocado el ladrillo) y no es recuperable, según ACI 530-99 [45].

Se cuantifica mediante un coeficiente adimensional identificable con una deformación unitaria (similar a la deformación de retracción, pero de significado opuesto). La citada normativa americana de fábrica, da el siguiente valor orientativo para ladrillos cerámicos:

## $k_b = 300 \cdot 10^{-6} \text{ mm/mm}$

similar, en orden de magnitud, a la deformación de retracción a tiempo infinito de un hormigón HA-25 en un ambiente de humedad relativa 70% (unos  $450 \cdot 10^{-6}$  mm/mm, según la formulación de EHE).

## 2.2.2 El mortero

El mortero es un material perfectamente plástico en el instante de colocación, endureciendo a las pocas horas, y que adquiere rigidez y resistencia a lo largo del tiempo. El mortero tiene 3 misiones dentro de la fábrica [46]:

- Rellenar las juntas impidiendo el paso del agua.
- Regularizar el asiento entre bloques y repartir uniformemente las cargas.
- Colaborar, en su caso, a conducir las solicitaciones horizontales hasta la cimentación.

Los morteros se componen de árido, un ligante más o menos hidráulico y agua. De Vekey [47] asegura que el óptimo de plasticidad<sup>1</sup> se obtiene para una proporción ligante:árido de 1:3.

El componente reactivo de los morteros utilizados en construcciones históricas es casi universalmente la cal (CaO) con otras *impurezas* presentes en la caliza utilizada para obtener, por calentamiento, la cal viva. Las impurezas arcillosas, silíceas y aluminosas, le confieren a la cal propiedades hidráulicas al formarse compuestos como silicatos o aluminatos cálcicos, que se encuentran también en el hormigón de cemento Portland. En caso de que la caliza utilizada para elaborar la cal careciera de impurezas y no se hayan añadido puzolanas o arcillas, la cal será aérea y su endurecimiento se debe enteramente a un proceso de carbonatación en que la cal se convierte en carbonato cálcico a lo largo de meses e incluso años.

En ciertas regiones ricas en yeso se empleaba este material para formar argamasas en lugar, o en combinación con la cal [23].

Se encuentran asimismo ejemplos en que, probablemente para obtener juntas muy finas, el mortero se elaboraba sin aporte de áridos, siendo una verdadera lechada de cal; tal parece ser el caso en las pilas de la catedral de Mallorca.

El mortero es el elemento más "débil" de la fábrica, el menos rígido, responsable de la mayor parte de la deformación instantánea y prácticamente toda la deformación diferida. Al mortero se debe la deformación de retracción por secado que experimenta la fábrica.

De acuerdo con ciertos estudios [46] entre el 60 y el 80 % del asiento total que experimenta un muro de fábrica (incluyendo la parte instantánea y la diferida) tiene lugar en los tendeles de mortero. Si se tiene en cuenta que en fábrica de ladrillo la altura acumulada de mortero representa un 15% del total y en sillería sólo el 2-5 % se concluye que la deformación en el mortero es muchísimo mayor que en las piezas. Estas cifras dan una idea de la importancia del comportamiento del mortero en el conjunto de la fábrica.

A continuación se citan estudios relativos a las propiedades que condicionan estos aspectos dentro del comportamiento general de los morteros históricos.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> El término *plasticidad* debe interpretarse, en este contexto, como consistencia plástica, trabajabilidad.

## Propiedades mecánicas

El mortero, dentro de su funcionamiento habitual en la fábrica, está sometido a un estado tensional triaxial como se describe en el punto 2.3.1 Por ello las propiedades mecánicas del mortero deben estudiarse en régimen triaxial, para comprender su comportamiento en servicio, y en condiciones uniaxiales, o de ausencia de coacción lateral, para ajustarse a las condiciones post-fisuración de las piezas.

## Peso específico $\gamma_m$

El peso específico de los morteros de cal varía entre 15 y 20 kN/m<sup>3</sup>, según, por ejemplo, UIC.

#### Resistencia a compresión $f_m$

La resistencia a compresión de los morteros de nueva elaboración está siempre referida a probetas de pequeño tamaño, cúbicas o de esbeltez 2 (las dos mitades resultantes del ensayo a flexotracción sobre probetas de 40x40x160). Al hablar de resistencia a compresión de un mortero se entiende que se trata de la resistencia de muestras de un tamaño convencional no confinadas, pero tal resistencia no es identificable con la resistencia del mortero *en* la fábrica, sino que se trata de un índice de comparación que cuantifica la *calidad* del mortero y que puede ser utilizado en fórmulas empíricas ajustadas haciendo uso de este valor. Este aspecto se explica detenidamente en el punto 2.3.1.

Como orden de magnitud de la resistencia de morteros de cal, De Vekey fija un rango de  $f_m$  entre 0.5 y 1.0 N/mm<sup>2</sup> para morteros, tanto de cal hidráulica como aérea, confeccionados en proporciones cal:arena 1:2 a 3.

ACI 530-99 clasifica los morteros (modernos) de cemento y cal en 4 categorías función de la dosificación o la resistencia a compresión a 28 días, tabla 2.11.

De forma similar EC-6 permite especificar los morteros por dosificación como partes en volumen de cemento: cal: arena, o por resistencia a 28 días, designándose por la letra M y el valor de la resistencia a compresión en N/mm<sup>2</sup>. El mortero ordinario de resistencia mínima especificado para fábrica será M1.

$C_{270}[27,29]$ para	morteros.			
Tipo de mortero	Cemento	Cal	Arena*	$f_m [\mathrm{N/mm}^2]$
М	1	0.25	2.8 a 3.8	17.0
S	1	0.25 a 0.50	2.8 a 4.5	12.5
Ν	1	0.50 a 1.25	3.4 a 6.8	5.0
0	1	1.25 a 2.50	5.1 a 10.5	2.5
Κ	1	2.50 a 4	7.9 a 12	0.5

**Tabla 2.11.** Dosificación y resistencias especificados por ACI 530.1-99 y ANS C270 [27,29] para morteros.

(\*) Entre 2.25 y 3.0 veces la suma de cal y cemento. Las proporciones se dan en volumen.

Las recomendaciones de la UIC dan unos valores medios de la resistencia a compresión de morteros existentes que recoge la tabla 2.12.

Tipo de mortero	$f_m [\mathrm{N/mm}^2]$
De cal	0.2 - 0.5
De cal hidraúlica	0.5 - 2.0
De cemento y cal	2.0 - 8.0
De cemento	8.0 - 15

**Tabla 2.12.** Resistencia a compresión de morteros  $f_m$  según UIC.

Ponts en Maçonnerie recoge valores dados por tres autores clásicos. Según esta publicación, Rondelet obtuvo valores de 3.0 a 6.5 N/mm<sup>2</sup>, Tourtay, en 1885, ensayando a 21 días cubos de 60 mm de arista, halló resistencias de 2 N/mm<sup>2</sup> para morteros de cal y 7.3 N/mm<sup>2</sup> para morteros de cemento, Vicat encontró resistencias entre 2.0 y 2.5 N/mm<sup>2</sup> para cal aérea y en torno a 7.5 N/mm<sup>2</sup> para cal hidráulica.

La tabla 2.13 reproduce los resultados de ensayos de Rondelet recogidos en *L'art de Bâtir* [48] sobre probetas cúbicas de unos 51 mm de lado (4 pulgadas cuadradas de superficie).

Tino de mortero	Fecha		
Tipo de mortero	1787	1802	
Mortero de cal y arena de río	4.40	4.94	
Mortero de cemento	6.85	8.54	
Mortero con arena y cemento	4.56	5.09	
Mortero de grès pilé	3.07	3.11	
Mortero de polvo de piedra de Conflans	5.56	7.90	
Puzolana de Roma	4.71	5.37	
Puzolana de Napóles	4.07	5.35	
Puzolana blanca de Nápoles	5.90	7.58	
Puzolana de Ecosse	6.83	6.87	
Mortero de lastrico	4.95	5.91	
Mortero de blanco de España	6.65	6.96	

**Tabla 2.13.** Resistencias a compresión en probeta cúbica obtenidas por Rondelet en distintos morteros [N/mm<sup>2</sup>]

La resistencia a compresión del mortero de una construcción histórica depende de una multitud de factores como la naturaleza de la piedra caliza empleada para elaborar la cal, el proceso de apagado, la naturaleza y granulometría de los áridos, las condiciones de exposición a la intemperie, etc.

El conocimiento sobre morteros de cal "nuevos" es muy reducido ya que las normativas actuales consideran sólo los morteros total o parcialmente elaborados con cemento portland.

Sin embargo, aún plantea más incógnitas el hecho, patente en construcciones históricas, de que los morteros han sufrido cientos de años de envejecimiento. Heyman [49] llega a decir "resulta apropiado, además de prudente, considerar la obra de fábrica como un conjunto de piedras en seco [...] Puede que se haya utilizado un mortero para rellenar los intersticios, pero normalmente se tratará de morteros ya pobres en origen que se habrán degradado con el tiempo y, por ello, no se puede considerar que añadan mayor resistencia a la construcción".

Como se verá en el punto 2.3, no es posible eludir la estimación de la resistencia de los morteros mediante una hipótesis *conservadora* (p. ej. tomar  $f_m$ =0 en cálculos) ya que el comportamiento del material compuesto fábrica no puede explicarse sin la consideración del mortero. No se trata, pues, de que el mortero *añada* resistencia, sino que la construcción funciona como lo hace porque el mortero forma parte de ella.

No se puede, por tanto, concluir que si el mortero es pobre se debe evaluar la fábrica prescindiendo de él *como si no estuviera*. De hecho, Francis *et al* [16,50] demostraron que la resistencia de paneles de fábrica de ladrillo a hueso (con las superficies de contacto pulidas) era del orden del doble que la de idénticos paneles construidos con juntas de mortero ordinario.

Los morteros están presentes en la construcción y llevan en ella cientos de años. Es preciso tener una idea del grado de deterioro que pueden presentar los morteros debido al paso del tiempo. En este sentido, Vicat [51] llevó a cabo una interesante campaña ensayando morteros extraídos de edificios antiguos y morteros nuevos confeccionados con las mismas cales de la región. La tabla 2.14 resume la nº XXIII del trabajo de Vicat.

La impresión que se obtiene de esta comparación es que, como dice Heyman, los morteros son *pobres en origen* (en el sentido de que su resistencia es decenas de veces inferior a la de los morteros modernos) pero, como en el caso del puente de Valentré, de 400 años, sus propiedades pueden conservarse durante siglos si no tiene lugar un proceso de deterioro específico (lavado, arenizado, meteorización, vegetación, etc.).

Los valores de  $f_m$  dados por Vicat son comparables entre sí pero, por las características del ensayo, no pueden interpretarse como valores absolutos de resistencia.

Procedencia de la cal	Procedencia de la muestra de mortero	Descripción del mortero	Edad del mortero [años]	$f_m$ [N/mm <sup>2</sup> ]
Montélimar	Una vivienda particular	Arena fina en buena proporción	19	0.55
	Una vieja torre	Como el precedente	110	0.73
	Fabricada para los experimentos	Arena granítica bastante fina	1	0.89
	Muro defensivo	Arena bastante fina en buena proporción	> 600	0.99
V1v1ers	Fabricada para los experimentos	Arena granítica muy fina	1	0.82
	Una vivienda particular	Mortero magro de cal mezclada, con arena medianamente gruesa	22	0.07
	Idem,	Ídem. Rápidamente desecado	22	0.07
	Idem	Desecación normal, mejor hecho que los precedentes	22	0.10
Cahors	De la cimentación de la misma vivienda	Como los anteriores Lentamente desecado	22	0.33
	Puente de Valentré	Arena gruesa y gravas, en buenas proporciones	400	0.45
	Fabricada para los experimentos	Arena granítica bastante fina	1.67	0.24
	Fabricada para los experimentos	Arena gruesa y grava	1.83	0.75
	Fabricada para los experimentos	Arena fina y gruesa mezcladas	1.83	0.64
	Vivienda particular, de una cornisa	Magro, arena granítica bastante fina. Media de 4 muestras	20	0.12
Lanzac	Iglesia	Como los precedentes, menos magro	200 - 300	0.14
	Fabricada para los experimentos	Con la misma arena	1.67	0.13
	Vivienda particular	Magro, arena granítica bastante fina.	27	0.16
	Iglesia	Magro, arena fósil	200	0.23
Loupiac	Idem.	Menos magro que el anterior	200	0.23
	Fabricada para los experimentos	Arena granítica	1.67	0.15

**Tabla 2.14** "Morteros ordinarios obtenidos en diferentes edificios, comparados conlos morteros fabricados para los experimentos con las mismas cales" Vicat [32]

## Módulo de deformación longitudinal $E_m$

Las recomendaciones de la UIC dan los siguientes valores orientativos para el módulo de elasticidad de los morteros existentes, tabla 2.15

**Tabla 2.15.** Módulos de elasticidad de los morteros de distintas categorías  $E_m$  según UIC

Tipo de mortero	$E_m [\mathrm{N/mm}^2]$	$E_m/f_m$
De cal aérea	400 - 1,000	2000
De cal hidráulica	1,000 - 2,000	2,000 - 1,000
De cemento y cal	2,000 - 6,000	1,000 - 750
De cemento	6,000 - 10,000	750 - 650

La misma referencia da la siguiente figura (2.6) que correlaciona la resistencia a compresión con el módulo de elasticidad.



**Figura 2.6.** Correlación entre la resistencia a compresión  $f_m$  y el módulo de elasticidad  $E_m$  del mortero propuesta por UIC[12]. El gráfico pequeño es una ampliación de la zona  $0 < f_m < 1.0$ 

## Coeficiente de Poisson $\nu$

El coeficiente de Poisson del mortero en la fábrica es muy dependiente del estado tensional, figura 2.7 [52]. Como referencia puede tomarse un valor de v próximo a 0.2. Si la tensión triaxial se aproxima a la resistencia a compresión del mortero, el coeficiente de Poisson empieza a crecer por encima incluso del valor límite de 0.50, alcanzando valores de 2, 3 o superiores.



Figura 2.7. Coeficiente de Poisson, como función de la tensión de confinamiento

Como se verá en 2.3.1, esta peculiaridad del comportamiento del mortero confinado es responsable de la inducción de tracciones en las piezas, en igual o mayor medida que la conocida diferencia de deformabilidad entre piezas y mortero.

## 2.2.3 La interfaz pieza – mortero

La fábrica es un material heterogéneo de tres componentes: las piezas, el mortero y la interfaz entre ambos. Ésta última se considera aquí como un componente más ya que tiene propiedades peculiares y exhibe un comportamiento que condiciona el de la fábrica y debe estudiarse específicamente.



**Figura 2.8.** Relación entre el contenido de humedad de las piezas en el instante de colocación y la tensión de adherencia en la interfaz. La absorción de humedad de los ladrillos era de 13.75% (Sinha).

La naturaleza de la unión entre las piezas y el mortero, es decir, de la adherencia entre ambos elementos es el factor que caracteriza la interfaz. Este mecanismo de unión, de naturaleza física y química, (principalmente la primera), se ve afectado por diversos factores estudiados y expuestos en [16], entre los que sobresale el contenido de humedad en las piezas en el momento de su colocación y el índice de succión de las piezas (figura 2.8).

En esta figura queda claro que si las piezas se colocan con un contenido de humedad próximo al valor máximo de absorción, la adherencia cae casi a cero.

Otro aspecto importante detectado por Van del Pluijm es el hecho de que la superficie de contacto real (área eficaz) puede llegar a ser considerablemente menor que la teórica o total debido a la retracción del mortero. El área de contacto medida en muros de ladrillo y mortero de cemento fue del orden del 60% de la total y aún menor en pilastras [12], figura 2.9.



Figura 2.9 Sección efectiva de interfaz en el espesor de un murete de ensayo [12]

No existe todavía un conocimiento exacto de los mecanismos de fallo de la interfaz. Además, debe tenerse en cuenta la enorme variedad de tipos fábrica, incluyendo la fábrica con juntas a hueso, que impide acotar el problema de forma general. Dos fenómenos ocurren en este plano de debilidad de la fábrica (interfaz), uno asociado al fallo por tracción y otro asociado al fallo tangencial.

## Resistencia a corte

Según se ha expuesto a lo largo de este epígrafe, la correcta caracterización de la respuesta a corte en las juntas y en las piezas de la fábrica precisa evaluar el estado de tensiones tangenciales y normales (precompresión) en las mismas.

Existen varias maneras de definir el criterio de rotura. El más común es el modelo friccional de tipo Mohr-Coulomb<sup>2</sup> (2.6).

$$f_{\nu} = f_{\nu 0} + \mu \sigma \tag{2.6}$$

donde  $f_v$  es la resistencia al deslizamiento del tendel,  $f_{v0}$  un valor de la cohesión,  $\mu$  el coeficiente de rozamiento en la interfaz y  $\sigma$  la tensión normal al tendel.

 $<sup>^2</sup>$  Se utiliza el término Mohr-Coulomb por analogía con la ecuación que define ese criterio de fallo. Sin embargo, no se trata de una verdadera envolvente de tipo Mohr-Coulomb ya que el fallo se produce cuando el punto definido por el par de tensiones  $\sigma$ - $\tau$  toca la recta definida en (2.6) y no cuando el círculo de Mohr correspondiente al estado tensional es tangente a dicha recta, como es el caso en la verdadera formulación de Mohr-Coulomb.

EC-6 propone un modelo tipo Mohr-Coulomb, donde la resistencia característica a esfuerzo cortante en la dirección paralela a los tendeles, puede ser obtenida experimentalmente (realización de ensayos sobre tripletas o paneles) o analíticamente mediante la ecuación siguiente.

$$f_{v} = f_{vo} + 0.4\sigma \le 0.05f_{b} \tag{2.7}$$

 $f_v$  : resistencia al deslizamiento de la junta

- $f_b$  : resistencia a compresión uniaxial de las piezas
- $f_{vo}$  : resistencia a cortante en ausencia de tensiones de compresión
- $\sigma$  : tensión normal aplicada

La cota superior de la expresión (2.7) es del orden de magnitud de la resistencia tracción de las piezas y recoge el hecho, explicado en 2.3.2, de que a partir de un cierto nivel de compresión el fallo no se produce en la interfaz (deslizamiento) sino en las piezas (rotura diagonal).

Diversos autores han realizado ensayos a corte. En la figura 2.10 se muestran como ejemplo los resultados de los ensayos de Hendry y Shina sobre muros, tanto a escala real como en modelo reducido.



**Figura 2.10** *Relación entre la tensión de corte y la precompresión. Resultados de ensayos a escala real y en modelo reducido.* 

La envolvente que mejor se ajusta a estos resultados obtenidos es una ecuación del tipo Mohr-Coulomb como la que aparece a continuación.

$$f_{y} = 0.3 + 0.5\sigma \le 2N/\text{mm}^2$$
 (2.8)

El valor de la tensión tangencial permitido en ausencia de tensiones normales es de  $0.3 \text{ N/mm}^2$ , y el valor de la pendiente de la recta, (coeficiente de rozamiento), de 0.5. La limitación absoluta de  $2 \text{ N/mm}^2$  se antoja arbitraria y no parece aplicable a fábrica antigua.

Pero no son éstos los únicos valores. En la tabla 2.16 se recoge una gran variedad de valores para los parámetros en un modelo pseudo-Mohr-Coulomb (cohesión  $f_{vo}$  y ángulo de rozamiento interno  $\mu$ ), en función de las

propiedades de los materiales utilizados, del tipo de probeta y del tipo de ensayo.

Los valores para  $f_{vo}$  están comprendidos entre 0.20 y 0.56. Según estos valores, las piezas de silicato cálcico presentan valores inferiores a las de arcilla. En cuanto a la dosificación del mortero, no parece que se pueda sacar una regla general para obtener su influencia en el valor de  $f_{vo}$ .

El coeficiente de rozamiento también está sujeto a fuertes variaciones en su valor, comprendido entre 0.15 y 0.90. En este caso es difícil definir qué tipo de pieza y dosificación de mortero da lugar a valores altos del coeficiente de rozamiento.

El ya citado Van der Pluijm realizó una campaña de ensayos donde estudió el efecto de la presencia de tensión normal al tendel en la resistencia a corte.

Los resultados indican que cuando se cuenta con una tensión normal muy alta, el mecanismo de rotura se produce por fisuración y fallo en la interfaz acompañado por una fisuración diagonal en las piezas de forma que el fallo no se localiza en la interfaz, sino que se propaga a través de los tendeles y las piezas. Este comportamiento se trata con detalle en los modelos desarrollados en este trabajo.

Fuente	T' 1. 1. 1.111.	Mantana¥	$f_{vo}$	μ	
	ripo de ladrilio	Mortero*	[N/mm <sup>2</sup> ]		
Hendry y Sinha	Arcilla extrusionado	1:0.25:3	0.3	0.5	
Chinwah	Arcilla extrusionado	1:0.25:3	0.25	0.34	
Pieper y Trautsch	Silicato cálcico	1:2:8	0.20	0.84	
Schneider	Silicato cálcico	1:1:6	0.14	0.30	
Schneider y Scnell	Hormigón ligero	1:1:6	0.21	0.21	
		1:0.25:2.81			
Hamid y Drysdale	Arcilla extrusionado	1:0.5:4.0	0.56	0.91	
		1:1.25:6.75			
Mann y Muller	Arailla maaiza	1:3	0.4	0.3	
	Alcina macizo	1:0:4	0.35	0.37	
	-	1:3	0.23	0.38	
	Arcina periorado	1:0:4	0.35	0.37	
	-	1:3	0.25	0.18	
	Silicato calcico	1:0:4	0.4	0.35	
	– Hormigón poroso	1:0:4	0.35	0.13	
		1:3	0.2	0.2	

**Tabla 2.16** Valores de  $f_{vo}$  y  $\mu$  en función del tipo de fábrica.

\*Cemento:cal:arena

# 2.3 Caracterización de la fábrica como material compuesto

## 2.3.1 Comportamiento bajo esfuerzos de compresión uniaxial

Las estructuras de fábrica en general, bóvedas, pilas, torres, muros, etc., están sometidas a esfuerzos predominantemente de compresión. Por ello se debe prestar especial atención al mecanismo de rotura bajo este tipo de solicitación y, por tanto, al valor de la resistencia a compresión de la fábrica.

## 2.3.1.1 Mecanismo resistente y criterios de rotura

La rotura de la fábrica bajo esfuerzos de compresión está directamente relacionada con la interacción que se produce entre la pieza y el ligante, interacción que depende de las diferentes propiedades deformacionales de ambos componentes.

*Estado* En la figura 2.11 se muestra el caso de un prisma de fábrica (no trabada) sometido a un esfuerzo de compresión. En este caso, la pieza perteneciente a la zona central de un prisma de fábrica se encuentra solicitada por las tensiones indicadas: una tensión principal de compresión perpendicular a la tabla  $\sigma_{zb}$  y tensiones transversales de tracción  $\sigma_{xb}$  y  $\sigma_{yb}$ . Al mismo tiempo, el tendel de mortero bajo la pieza está solicitado por la compresión principal  $\sigma_{zm}$  y compresiones transversales  $\sigma_{xb}$  y  $\sigma_{yb}$ . De esta manera, el mortero está sometido a un estado de compresión triaxial, mientras que la pieza a una compresión vertical y a tracciones en el plano horizontal.



En realidad estas tensiones, que se suponen uniformes en la pieza y en el mortero varían a lo largo de la soga y el tizón. La figura 2.11 debe entenderse como un esquema y las tensiones representadas están localizadas en la zona central de la pieza y el mortero. Además existen entre ambos componentes tensiones tangenciales  $\tau_{zx}$  y  $\tau_{zy}$  de resultante total nula que no se han dibujado por claridad



**Figura 2.11** Estado tensional en la pieza y en el mortero en la fábrica sometida da esfuerzos de compresión.

Equilibrio

Para que se satisfaga el equilibrio de fuerzas verticales la compresión en el mortero y la pieza debe ser la misma ya que se supone que el ladrillo o

bloque es macizo y el mortero ocupa toda la tabla. De igual forma debe satisfacerse el equilibrio en las direcciones transversales, de manera que la fuerza total por unidad de longitud de tizón que actúa sobre la testa de la pieza será  $\sigma_{yb}$ · $h_b$  que debe ser igual a la que actúa sobre la correspondiente cara de mortero  $\sigma_{vm} \cdot h_m$ . De forma similar se deduce el equilibrio en dirección x. Llamando  $\alpha$  a la relación  $h_m/h_b$  las ecuaciones de equilibrio resultan:

$$\sigma_{zb} = \sigma_{zm} = \sigma_{z} \tag{2.9}$$

$$\sigma_{xb} = \alpha \sigma_{xm} \tag{2.10}$$

$$\sigma_{yb} = \alpha \sigma_{ym} \tag{2.11}$$

Las dos últimas ecuaciones expresan el hecho de que la relación entre las tracciones en la pieza y las compresiones en el mortero es igual a la relación puramente geométrica entre el espesor de los tendeles  $h_m$  y el grueso de las piezas  $h_b$ . Ello explica la gran importancia del parámetro  $\alpha$  en la resistencia de la fábrica (ver figura 2.24). Cuanto menor es  $\alpha$ , menores son las tracciones (desfavorables) en la pieza y mayores las compresiones transversales (favorables) en el mortero para la misma tensión vertical aplicada.

En este caso se plantean las ecuaciones de compatibilidad a nivel de fibra. Compatibilidad Correspondiendo a las direcciones x, y y z de la figura se tienen unas deformaciones designadas por  $\varepsilon_{xb}$ ,  $\varepsilon_{yb}$ ,  $y \varepsilon_{zb}$  en la pieza y  $\varepsilon_{xm}$ ,  $\varepsilon_{ym}$ ,  $y \varepsilon_{zm}$  en el mortero. La condición de compatibilidad entre ambos componentes establece que las deformaciones transversales de la pieza y el mortero sean iguales, de lo contrario el mortero escaparía de la junta:

$$\varepsilon_{xb} = \varepsilon_{xm} \tag{2.12}$$

$$\mathcal{E}_{yb} = \mathcal{E}_{ym}$$

Estas condiciones se satisfacen muy aproximadamente en la zona central, pero cerca de los bordes la compatibilidad no es perfecta (las tensiones son nulas por contorno y no existe una coacción tan efectiva como en el centro) y el mortero experimenta cierta deformación diferencial tratando de escapar.

Las tensiones en ambas direcciones  $x \in y$  del plano horizontal son iguales, tanto en el mortero como en la pieza. Esto no es una hipótesis sino una consecuencia de las anteriores relaciones de equilibrio y compatibilidad y del comportamiento incrementalmente elástico<sup>3</sup>. Si se sustituyen las ecuaciones (2.10) a (2.13) en las relaciones entre tensiones y deformaciones (2.16) a (2.19) se obtiene,

$$\sigma_{xb} = \sigma_{yb} \tag{2.14}$$

$$\sigma_{xm} = \sigma_{ym} \tag{2.15}$$

Llegados a este punto, comúnmente aceptado, han surgido diferentes Criterio de hipótesis sobre cuál es la condición crítica de tensiones o deformaciones que rotura

Igualdad de tensiones en el plano horizontal

(2.13)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Las tensiones en x e y también son iguales son iguales si se usan las relaciones (2.16) a (2.19) en un sentido más general que el puramente elástico, admitiendo que las propiedades de los materiales E y v no son constantes sino dependientes de las tensiones.

produce la rotura y sobre cuál es la trayectoria de tensiones en pieza y mortero desde el comienzo del proceso de carga hasta la rotura.

En el caso de la pieza, en compresión pura se alcanza la rotura al alcanzar la tensión el valor de la resistencia a compresión uniaxial $\sigma_z=f_b$ . En tracción biaxial (sin superponer una compresión perpendicular) la rotura se produce cuando las tensiones de tracción son iguales a la resistencia a tracción biaxial  $\sigma_{xb}=\sigma_{yb}=f_{tb,IL}$ . La pregunta es para qué combinación de  $\sigma_{xb}$ ,  $\sigma_{yb}$ ,  $\sigma_z$  se alcanza la rotura cuando estos valores sean menores de  $f_{tb,IL}$  y  $f_{tb}$  respectivamente.

En el caso del mortero, para compresión pura se alcanza la rotura al alcanzar la tensión el valor de la resistencia a compresión uniaxial  $\sigma_z = f_m$ . La pregunta, en este caso, es cuánto vale la resistencia a compresión cuando se tienen compresiones en el plano perpendicular,  $f'_m$ .

Finalmente falta saber cómo evolucionan las tensiones  $\sigma_x \sigma_z$  desde cero hasta interceptar a alguna de las dos envolventes, la de las piezas o la de ladrillo.

De las diferentes aproximaciones existentes al fenómeno, se presentan las consideradas más relevantes. Hendry ha expuesto de forma racional y ordenada algunos de los conceptos y datos actualizados más importantes sobre este punto por lo que gran parte de lo que aquí se presenta ha sido tomado de [16].

Desarrollo1.- En primer lugar, Francis y Totaro [16,50] hacen la hipótesis de<br/>comportamiento elástico para ambos materiales. De esta manera, las<br/>deformaciones horizontales en la pieza y en el mortero vienen expresadas<br/>porTotaropor

$$\varepsilon_{xb} = \frac{1}{E_b} \left[ \sigma_{xb} + v_b (\sigma_z - \sigma_{yb}) \right]$$
(2.16)

$$\mathcal{E}_{yb} = \frac{1}{E_b} \left[ \sigma_{yb} + \nu_b (\sigma_z - \sigma_{xb}) \right]$$
(2.17)

$$\varepsilon_{xm} = \frac{1}{E_m} \left[ -\sigma_{xm} + v_m (\sigma_z + \sigma_{ym}) \right]$$
(2.18)

$$\varepsilon_{ym} = \frac{1}{E_m} \left[ -\sigma_{ym} + v_m (\sigma_z + \sigma_{xm}) \right]$$
(2.19)

Siendo  $E_b$  y  $E_m$  los módulos de deformación longitudinal de la pieza y el mortero y  $v_b$  y  $v_m$  los coeficientes de Poisson de la pieza y el mortero.

Denominando, como ya se ha hecho más arriba,  $\beta = E_b/E_m$  a la relación entre módulos de deformación longitudinal y aplicando las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad (2.9) a (2.13), se obtiene una relación entre las tensiones transversales de tracción y la tensión vertical de compresión, además se comprueba que las tensiones en el plano horizontal son iguales, como ya se había supuesto:

$$\sigma_{xb} = \sigma_{yb} = \sigma_z \frac{\alpha(\beta v_m - v_b)}{\alpha(1 - v_b) + \beta(1 - v_m)}$$
(2.20)

Esta relación estás basada únicamente en las ecuaciones de equilibrio, compatibilidad y en la adopción de un modelo constitutivo elástico para ambos materiales.

La figura 2.12 muestra las tensiones transversales en la pieza y en el mortero divididas por la tensión de compresión principal en función de  $\beta$  y para distintos valores de  $\alpha$  según la expresión anterior. Se han tomado unos valores *típicos* de  $v_b$ =0.15 y  $v_m$ =0.20.

La influencia de  $\beta$  es mucho menor que la de  $\alpha$ , siendo algo más significativa para fábrica de ladrillo, con  $\beta$  entre 1 y 15, que para sillería,  $\beta$ >10, donde apenas influye. La tracción en las piezas está gobernada



**Figura 2.12** Tensiones transversales en las piezas y en el mortero relativas a la tensión vertical de compresión, en función de  $\alpha$  y  $\beta$ .  $v_b=0.15$  y  $v_m=0.20$ .

fundamentalmente por  $\alpha$ , mientras que la compresión en el mortero parece casi independiente tanto de  $\alpha$  como de  $\beta$ , al menos siempre que  $\beta$  tome valores de razonablemente altos ( $\beta$ >10).

Si se hace variar ahora  $v_b$  y  $v_m$ , como en la figura 2.13, se aprecia que la influencia de  $v_m$  es mucho mayor que la de  $v_b$ .

La tracción en las piezas está gobernada por el parámetro  $\alpha$  y la deformabilidad lateral del mortero, cuantificada por  $v_m$ . Los valores de esta tracción serán muy pequeños en sillería y pueden alcanzar hasta el 10 ó 15% de la tensión de compresión en fábrica de ladrillo. La compresión transversal en el mortero está gobernada casi exclusivamente por el coeficiente de Poisson del mortero  $v_m$ . Para valores habituales de  $v_m$ , los valores de la compresión transversal pueden encontrarse entre un 10 y un 30% de la



**Figura 2.13** Tensiones transversales en las piezas y en el mortero relativas a la tensión vertical de compresión, en función de  $v_b y v_m$ .  $\alpha = 0.25$ ,  $\beta = 10$ .

compresión principal. El parámetro  $\beta$  tiene mucha menor importancia que el  $\alpha$ . Esto es una buena noticia ya que el primer parámetro es difícilmente determinable en la práctica y varía con el nivel de tensión, mientras el segundo es puramente geométrico, más fácilmente determinable y constante. La variación de  $\beta$  se debe a la no linealidad de las leyes tensión-deformación de los materiales componentes, así como a efectos reológicos que modifican el valor aparente de los módulos de deformación diferidos.

Quizás el hecho más destacado es el gran crecimiento que experimenta la compresión en el mortero si el coeficiente de Poisson del mismo es alto. En la figura 2.13 se ve que la compresión lateral llega al 100% de la tensión vertical para valores de  $v_m$  próximos a 0.5. Conforme  $v_m$  se aproxima a 1 la compresión inducida en el mortero tiende a infinito. Si se tiene en cuenta que el coeficiente de Poisson del mortero crece indefinidamente para valores altos de confinamiento y compresión lateral (figura 2.7), se comprende que esta interacción se alimenta a sí misma y condiciona, como se verá más adelante, el proceso de rotura.

Hasta aquí todo lo escrito es válido siempre que se adopte un modelo constitutivo elástico para piezas y mortero. En este punto Francis y Totaro aceptan que la rotura de la fábrica se debe al fallo de la pieza y hacen la hipótesis de que la combinación crítica  $\sigma_{xb}$ - $\sigma_z$  guarda una relación lineal entre  $f_b$  y  $f_{tb}$  (ver figura 2.14).



Figura 2.14 Envolvente de rotura del ladrillo propuesta por Francis y Totaro

La resistencia a compresión  $f'_b$  en presencia de tracciones  $\sigma_{xb} = \sigma_{yb}$  vale entonces:

$$f_{b}' = f_{b} \left( 1 - \frac{\sigma_{xb}}{f_{tb}} \right)$$
(2.21)

identificando la rotura de las piezas con la de la fábrica se puede igualar  $f'_b$  con f en la expresión anterior. Substituyendo (2.20)  $\sigma_z$  por f y  $\sigma_{xb}$  por el valor que se obtiene de (2.21) se llega al valor de la resistencia a compresión de la fábrica según Francis y Totaro:

$$f = f_b \frac{\alpha (1 - v_b) + \beta (1 - v_m)}{\alpha (1 - v_b + \frac{f_b}{f_{tb}} (\beta v_m - v_b)) + \beta (1 - v_m)}$$
(2.22)

El valor de la resistencia a compresión de la fábrica depende entonces de los parámetros elásticos de piezas y mortero  $(E_m, E_b, v_b, v_m)$  en la fase final de rotura y de la resistencia a compresión y tracción de las piezas. Hendry estudió la influencia del espesor de los tendeles en la resistencia a compresión de la fábrica, comparando los resultados experimentales obtenidos en ladrillos macizos y perforados con los provenientes de la expresión anterior. La contrastación de ésta con los resultados experimentales no es demasiado buena en general. Estas discrepancias pueden estar fundadas en la calibración de los valores para los coeficientes de Poisson ( $v_{b}$ ,  $v_{m}$ ) y del parámetro  $f_{b}/f_{tb}$ . Por otra parte, la hipótesis de comportamiento elástico de los materiales a lo largo de todo el proceso de carga es muy discutible. En cualquier caso supone una primera aproximación cualitativa y cuantitativa al problema. Es interesante señalar la presencia del parámetro  $f_b/f_{tb}$  en la expresión (2.22). Este valor (o su inverso) figurarán siempre en las distintas fórmulas fenomenológicas de la resistencia a compresión de de la fábrica.

2.- En segundo lugar, Hendry y Khoo proponen y definen un criterio de rotura para la fábrica de ladrillo, estudiando de forma empírica y, por separado, las envolventes de rotura para piezas, bajo estados combinados de tracción – compresión y, para el mortero, bajo un estado de compresión triaxial. Ohler desarrolló un trabajo similar en la misma línea añadiendo unas simplificaciones numéricas que permiten obtener una fórmula explícita para

Desarrollos empíricos de Hendry y Khoo / Ohler la resistencia de la fábrica. En este apartado se presentan paralelamente ambos enfoques.

Basándose en una campaña experimental, proponen una envolvente de rotura para las piezas. A diferencia de la propuesta de Francis y Totaro, la relación encontrada por Hendry y Khoo entre la tensión de rotura a compresión y las tracciones presentes en el plano horizontal no fue lineal. Las envolventes determinadas experimentalmente para ladrillo son convexas hacia el origen (figura 2.15) y admiten un ajuste del tipo propuesto por Khoo y Hendry. :

$$\frac{f'_{b}}{f_{b}} = 1 - \left(\frac{\sigma_{xb}}{f_{tb}}\right)^{0.546}$$
(2.23)



**Figura 2.15** Envolvente de rotura de ladrillo de Ohler y ajuste trilinear. En abscisas la tensión de tracción en el ladrillo dividida por su resistencia a tracción, en ordenadas la tensión de compresión actuante dividida por la resistencia a compresión uniaxial de la pieza. Cualquier punto a la derecha de la curva es de rotura.

La campaña experimental fue realizada para ladrillos cuya resistencia a compresión estaba comprendida entre 30 y 90 N/mm<sup>2</sup>.

Ohler [53], basándose en experimentación existente, propone una envolvente de rotura (2.24) para las piezas muy similar a la de Hendry y Khoo, dando una representación trilineal para la misma (2.25) que es más cómoda de operar como se verá a continuación. La envolvente de Ohler y los valores de a y b en cada tramo se presentan en la figura 2.15 (línea discontinua).

$$\frac{f'_{b}}{f_{b}} = 1 - \left(\frac{\sigma_{xb}}{f_{tb}}\right)^{0.58}$$
(2.24)

$$\frac{f'_b}{f_b} = a - b \frac{\sigma_{xb}}{f_{tb}}$$
(2.25)

Khoo y Hendry también llevaron a cabo una campaña de ensayos sobre morteros<sup>4</sup> 1:<sup>1</sup>/<sub>4</sub>:3 y 1:1:6 para determinar la resistencia a compresión  $f'_m$  en presencia de compresiones transversales. La conclusión fue que la resistencia aumenta de forma no lineal y en mayor medida cuanto mayor es la resistencia uniaxial  $f_m$ . El aumento de resistencia es muy notable, si bien algo menor en morteros que en hormigón. Los resultados de estos ensayos se representan en la figura 2.16. Estos autores propusieron una fórmula de ajuste potencial:

$$\frac{f'_m}{f_m} = 1 + 2.91 \left(\frac{\sigma_{xm}}{f_m}\right)^{0.805}$$
(2.26)



**Figura 2.15** Resistencia del mortero en estado triaxial frente a la tensión de confinamiento. La línea continua es el ajuste de Khoo y Hendry, la discontinua el ajuste lineal de Ohler, los puntos son resultados experimentales.

Teniendo en cuenta la relación  $\sigma_{xb} = \alpha \sigma_{xm}$  obtenida del equilibrio podemos expresar la envolvente del mortero en función de la tensión de tracción en el ladrillo. De esta manera ambas envolventes pueden representarse en ejes  $\sigma_z$  -  $\sigma_{xb}$ :

$$\frac{f'_{m}}{f_{m}} = 1 + 2.91 \left(\frac{\sigma_{xb}}{\alpha f_{m}}\right)^{0.805}$$
(2.27)

De la misma forma, Ohler propone un ajuste lineal (2.28) para la envolvente de rotura del mortero que se representa (en línea discontinua) junto a la expresión de Hendry y Khoo en la figura 2.16 :

$$\frac{f'_m}{f_m} = 1 + m \frac{\sigma_{xm}}{f_m} \tag{2.28}$$

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> cemento : cal : arido

Los valores de *m* dependen de  $f_m$ :

$f_m [\text{N/mm}^2]$	31.6	21.4	15.4	6.4
т	5.3	3.6	2.4	2.1

De nuevo, haciendo uso de la ecuación de equilibrio, ( $\sigma_{xb} = \alpha \sigma_{xm}$ ) es posible expresar la envolvente del mortero en función de la tensión de tracción en el ladrillo.

$$\frac{f'_m}{f_m} = 1 + \frac{m}{\alpha} \frac{\sigma_{xb}}{f_m}$$
(2.29)

La pendiente de la envolvente del mortero *aumenta* en una proporción  $1/\alpha$  al representarse junto a la envolvente del ladrillo.

Una vez definidas las envolventes de rotura de cada uno de los componentes de la fábrica sometidos a los estados tensionales comentados (piezas compresión/tracción y mortero compresión triaxial), Khoo y Hendry, basándose en la campaña experimental, definen el punto de rotura de la fábrica en el plano  $\sigma_z - \sigma_{xb}$  como precisamente aquél en que se intersecan las envolventes de pieza y mortero como se ve en la figura 2.17. La ordenada de este punto  $f/f_b$  es la resistencia a compresión de la fábrica dividida por la del ladrillo y la abscisa  $\sigma_{xb,u}/f_{ib}$  es la tracción transversal en el ladrillo en el instante de la rotura dividida por la resistencia a tracción del mismo.



**Figura 2.17** Envolventes de rotura de piezas y mortero y trayectoria de tensiones hasta rotura.

La explicación de que la rotura de la fábrica se produzca en la intersección de ambas envolventes puede encontrarse en la trayectoria de tensiones horizontales (en piezas o mortero), línea de flechas en la figura 2.17. En

principio, las compresiones laterales del mortero aumentan de forma admisible. Luego, llegado a un cierto nivel próximo a la resistencia a compresión del mortero (para ese nivel de compresión lateral), el coeficiente de Poisson del mortero crece apreciablemente (figura 2.7), ello produce aún mayores compresiones laterales (figura 2.13) que hacen crecer a su vez el coeficiente de Poisson, pero también la resistencia a compresión del mortero confinado. Como resultado de esta interacción, la trayectoria de tensiones se mueve contenida en la envolvente del mortero hasta que la condición de rotura de la pieza pone fin al proceso. Esta explicación concuerda con la experiencia ya que la fábrica solicitada a compresión siempre falla por hendimiento de las piezas. Nunca se ha observado un fallo a compresión por *pulverización* del mortero. El mortero puede estar *roto*, pero mientras esté contenido por las piezas íntegras, la fábrica mantiene su integridad.

Puesto que la rotura de la fábrica se produce para el punto de intersección de las envolventes de piezas y mortero se puede imponer  $f=f'_m=f'_b$  y despejando  $\sigma_{xb}$  y f de (2.25) y (2.29) se obtiene el valor de la tracción en la pieza en el punto de rotura:

$$\sigma_{xb,u} = \frac{af_b - f_m}{\frac{m}{\alpha} + b\frac{f_b}{f_{tb}}}$$
(2.30)

y la resistencia a compresión de un prisma<sup>5</sup> de fábrica (fórmula de Ohler):

$$f = f_m + \frac{af_b - f_m}{1 + \frac{b\alpha}{m} \frac{f_b}{f_{tb}}}$$
(2.31)

donde *f* es la resistencia a compresión de la fábrica,  $f_b$  y  $f_m$  la de las piezas y mortero en ensayo triaxial,  $\alpha$  la relación entre el alto de la pieza y el espesor de los tendeles, *a* y *b* los parámetros de la envolvente trilineal de Ohler para el ladrillo (figura 2.15) y *m* la pendiente de la envolvente de rotura del mortero (2.28).

Esta expresión sí ha mostrado una buena concordancia con los resultados experimentales obtenidos en fábrica de ladrillo.

3.- Finalmente, se describe brevemente la deducción de la fórmula de Hilsdorf. Parte de una envolvente de rotura lineal en compresión-bitracción para el ladrillo, como en la hipótesis de Francis y Totaro (figura 2.14). Para el mortero, se propone una envolvente lineal, como hace Ohler (expresión 2.28) con pendiente m=4.1. Al igual que Khoo y Hendry, se toma como rotura la intersección de ambas envolventes. El resultado no concuerda con los resultados experimentales, sin duda por haber tomado una envolvente lineal para el ladrillo. Para corregir empíricamente esta desviación, Hilsdorf introduce un coeficiente de no uniformidad  $U_u$  que pretende recoger de forma heurística el hecho de que las tensiones en las piezas y mortero no son uniformes como se admite en el prisma ideal sino que tienen variaciones del

Desarrollo semiempírico de Hilsdorf

Fórmula de Ohler

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Como se verá, la resistencia de la fábrica trabada en muros o pilastras es diferente de la de un prisma (real o ideal), siendo menor la primera en una proporción del 20 al 30 %

centro a los extremos. Este coeficiente depende del tipo de fábrica, si bien admite un valor típico de  $U_u$ =1.5. La expresión de la resistencia de la fábrica con la notación que se viene utilizando es la (2.32) [52].

Fórmula de Hilsdorf

f

$$=\frac{f_b\left(f_{tb} + \frac{\alpha}{4.1}f_m\right)}{U_u\left(f_{tb} + \frac{\alpha}{4.1}f_b\right)}$$
(2.32)

En el epígrafe *Resistencia a compresión* se comparan ambas expresiones y se profundiza en la aplicación de las mismas a estructuras de gran antigüedad.

Hay que recordar finalmente que las expresiones deducidas en este punto son aplicables al prisma (real o ideal) de fábrica. En este ente sencillo, la esbeltez es siempre suficiente para excluir efectos de confinamiento de las placas, pero no tan grande como para que existan efectos de segundo orden. El prisma se configura con piezas apiladas unas sobre otras pero sin aparejar. La fábrica real, e incluso los muretes o pilastras de ensayo, tienen otras características que deben tenerse en cuenta antes de aplicarle a la fábrica las deducciones obtenidas para el prisma ideal.

Estas precisiones se tienen en cuenta en el punto 2.3.1.4 que trata la resistencia a compresión de la fábrica.

## 2.3.1.2 Comportamiento tenso-deformacional $\sigma$ - $\epsilon$

El comportamiento de la fábrica es fuertemente no lineal desde estados tempranos de carga. Esta no linealidad queda plasmada en las curvas  $\sigma$ - $\varepsilon$  al comparar los valores del módulo de elasticidad tangente y del secante a 2/3 del valor de la resistencia a compresión. De forma general, el comportamiento es de tipo elastoplástico con ablandamiento (figura 2.18).



**Figura 2.18** *Curva tensión-deformación resultante de los ensayos de Powell y* Hodgkinson para 4 tipos de ladrillo(izqda.) y propuestas de curva  $\sigma/\sigma_{ult} - \varepsilon/\varepsilon_{max}$ *adimensional(dcha.)* 

Powell y Hodgkinson [16] realizaron una campaña de ensayos sobre fábrica de ladrillo donde se caracterizó la ecuación tenso-deformacional de la fábrica para carga rápida, sin confinamiento y para cuatro tipos diferentes de ladrillos (tabla 2.17). En la figura 2.18 se muestran los resultados de los ensayos realizados y la propuesta de curva tenso-deformacional adimensional extrapolada de los mismos, comparada con la propuesta por Turnsek y Cacovic.

Clase de ladrillo	Resistencia a compresión de la pieza	Resistencia a compresión de la fábrica	<i>f/f<sub>b</sub></i> %	Módulo tangente [N/mm <sup>2</sup> ]	Módulo secante [N/mm <sup>2</sup> ]
	$[N/mm^2]$	$[N/mm^2]$			
A Perforado	69.6	19.93	28	18,230	11,900
B Clase A	71.7	27.65	38	17,370	12,930
C Fletton	25.5	9.33	37	4,960	3,740
Double frogged	45.3	20.10	44	16,830	11,610

Tabla 2.17 Resultados de los ensayos de Powell y Hodgkinson

Las curvas de los ladrillos A, B y D presentan un comportamiento similar entre sí, y similar a su vez al hormigón; un tramo ascendente y rama de descarga. El valor de la deformación elástica oscila entre 0.002 y 0.003, mientras que el valor de la deformación última está sujeta a mayor variación, con valores entre 0.0035 el más frágil (perforado) y 0.006 el más dúctil (ladrillo B). La forma de la curva del ladrillo C es más suave, presentando una resistencia notablemente menor pero una alta ductilidad.

Existen tres variables importantes en el comportamiento uniaxial de la fábrica: el nivel de confinamiento de la misma, el ángulo de incidencia del esfuerzo de compresión con respecto a los tendeles y, en menor medida, el tiempo de actuación de la carga.

Priestley y Elder [54] estudiaron la importancia del nivel de confinamiento en el comportamiento a compresión de la fábrica. Realizaron ensayos sobre

Confinamiento



Figura 2.19 Curva  $\sigma$ - $\varepsilon$  teórica y experimental (Priestley y Elder)
prismas de fábrica compuesta por bloques de hormigón rellenos de mortero. La influencia del confinamiento transversal (materializado por medio de armadura transversal en los tendeles) en la curva  $\sigma$ - $\varepsilon$  se representa en la figura 2.19.

Los resultados demostraron que era posible contar con un leve aumento en la resistencia y un gran aumento (del orden del doble) en la ductilidad en los casos de fábrica confinada. En la figura 2.19 se muestran los valores  $\sigma$ - $\varepsilon$  obtenidos en los ensayos y el ajuste de las curvas propuestas por Kent-Park ajustadas por Priestley y Elder.

*Velocidad de carga* Estos autores también estudiaron la influencia de la velocidad de carga en el valor de la resistencia y en la deformación última. Para los prismas confinados, un aumento de 0.05 ‰/s a 0.5 ‰/s en la velocidad de deformación suponía un incremento del 17% en la carga de rotura.

*Orientación de la carga* Los resultados señalan al ángulo de desviación del esfuerzo de compresión con respecto a la perpendicular a los tendeles como una variable condicionante en el comportamiento de la fábrica (figura 2.20).



**Figura 2.20** Influencia de la orientación del esfuerzo respecto a los tendeles en el comportamiento tensodeformacional.

Samarashinge [55] realizó una campaña de ensayos de paneles a compresión simple en los que estudió la influencia de la orientación relativa del esfuerzo de compresión con respecto a los tendeles.

Cuando el esfuerzo de compresión no es perpendicular a los tendeles se produce una drástica disminución en el valor de la resistencia a compresión y en el valor de la deformación última. Esto ocurre porque el mecanismo de rotura no es el expuesto en el epígrafe anterior, siendo necesaria una caracterización biaxial de la fábrica (apartado 2.3.3). Una compresión que no es perpendicular a los tendeles puede interpretarse como una compresión perpendicular más un cortante. En 2.3.3 se trata esta interacción de esfuerzos.

En cuanto a la normativa existente para el proyecto y construcción de estructuras de fábrica, FL-90 y EC-6 proporcionan curvas similares que, si bien no representan de forma precisa el comportamiento  $\sigma$ - $\varepsilon$ , sí dan lugar a esfuerzos equivalentes al integrar las tensiones en la sección. Estas curvas tienen un valor para la deformación elástica y para la deformación en rotura semejantes al caso del hormigón (figura 2.21).



Figura 2.21. Diagrama parábola-rectángulo para la fábrica. FL-90

Asimismo la normativa permite asimilar:

$$E = 1000 f_k$$
  
 $G = 0.4E \quad v = 0.25$ 

Siendo  $f_k$  el valor de la resistencia característica a compresión (perpendicular a los tendeles) para cuya determinación se especifica que es necesario realizar ensayos.

#### 2.3.1.3 Módulo de deformación longitudinal E

Para estudiar el comportamiento en servicio se precisa un valor del módulo de Young que puede obtenerse como módulo tangente o secante a partir de un diagrama  $\sigma$ - $\varepsilon$  realista y no de un diagrama equivalente en agotamiento como es el del tipo parábola rectángulo de la figura 2.21. Si no se dispone del diagrama real o si, para definirlo, se requiere el módulo de deformación longitudinal, éste puede estimarse de forma tentativa a partir de los módulos de los materiales constituyentes de la siguiente forma (figura 2.22):

Fórmula fenomenológica



Figura 2.22 Pieza y mortero y material homogéneo equivalente.

Se obtiene un módulo equivalente de la fábrica E imponiendo que el acortamiento en el compuesto sea igual a la suma de los acortamientos de los componentes. Utilizando los subídices b y m para las piezas y el mortero respectivamente y nombrando sin subíndices las propiedades y deformaciones de la fábrica queda:

$$\varepsilon_b h_b + \varepsilon_m h_m = \varepsilon (h_b + h_m) \tag{2.33}$$

$$\frac{\sigma}{E_b}h_b + \frac{\sigma}{E_m}h_m = \frac{\sigma}{E}(h_b + h_m)$$
(2.34)

Despejando E y denominando, como es habitual,  $\alpha = h_m/h_b$  y  $\beta = E_b/E_m$ ,

$$E = E_b \frac{1+\alpha}{1+\alpha\beta}$$
(2.35)

Este valor del módulo puede ser tangente o secante dependiendo de qué módulos se consideren para  $E_b$  y  $E_m$ .

La expresión anterior es la recomendada por UIC para la estimación de E.

Si para ladrillo se consideran unos valores *típicos*  $\alpha$ =0.25 y  $\beta$ =10 y para sillería  $\alpha$ =0.02 y  $\beta$ =50 se tienen para la fábrica valores orientativos del módulo de deformación longitudinal:

Fábrica de ladrillo
$$E \approx 0.35 E_b$$
Fábrica de sillería $E \approx 0.50 E_b$ 

Módulo equivalente para cargas de larga duración Es posible obtener un valor del módulo para cargas de larga duración. Para ello se hace la hipótesis de que toda la fluencia está concentrada en el mortero (ver 2.4) y cuantificada por un coeficiente de fluencia  $\varphi_m$ . De esta forma, el acortamiento a tiempo infinito del mortero será  $\delta_{m\infty} = (1+\varphi_m)\delta_m$ mientras el acortamiento de la pieza sigue siendo  $\delta_b$ . Operando de forma análoga se obtiene:

$$E_{dif} = E_b \frac{1+\alpha}{1+\alpha\beta(1+\varphi)}$$
(2.36)

Donde se ha llamado  $E_{dif.}$  al módulo equivalente de la fábrica a tiempo infinito.

Considerando los mismos valores de  $\alpha$  y  $\beta$  que antes y suponiendo  $\varphi_m=2$  a tiempo infinito, se tienen para la fábrica valores orientativos del módulo de deformación ante cargas de larga duración aproximadamente la mitad, o menos, que los módulos instantáneos:

Fábrica de ladrillo	$E_{dif} \approx 0.40 E_{inst} \approx 0.15 E_b$
Fábrica de sillería	$E_{dif} \approx 0.50 E_{inst} \approx 0.25 E_b$

Sin embargo, hay que tener en cuenta que la construcción de obras históricas era lenta y una gran parte de la deformación por fluencia tenía lugar durante el proceso constructivo, no afectando a la estructura. Ello sugiere [56] que el valor de  $\varphi_m$  que se debe emplear es menor, quizás del orden de 1.0 con lo que resultan valores del módulo de deformación longitudinal para cargas

diferidas del orden del 60 al 70% del módulo para cargas instantáneas. La incertidumbre que existe sobre el valor de la fluencia del mortero y la duración de la construcción aconseja utilizar la expresión (2.36) con prudencia y efectuar estudios paramétricos.

UIC recomienda utilizar unos valores efectivos de E ante distintas solicitaciones para tener en cuenta fenómenos no lineales como la fluencia y la respuesta ante estados avanzados de carga en zonas localizadas:

- $E_{efectivo}$ =0.5*E*, para cargas térmicas y deformaciones impuestas por partes de la estructura constituidas por otro material
- $E_{efectivo}$ =0.8*E*, para la determinación de deformaciones y movimientos a partir de esfuerzos longitudinales y transversales y para la determinación de esfuerzos en estructuras hiperestáticas.

EC-6 y otras normas permiten estimar aproximadamente *E* a partir del valor de  $f_k$ , como  $E \approx 1000 f_k$ . Esta forma de estimación conlleva el error de no considerar distintos tipos de fábrica, en todo caso hay que hacer notar que se utiliza un valor característico inferior de la resistencia, en otro caso (si se emplea un valor medio, *f* en lugar de  $f_k$ ) el valor de 1,000 resulta excesivo.

Fórmulas empíricas

DIN 1053 [57] propone una fórmula similar, pero con la resistencia media y una constante de proporcionalidad de 400 en lugar de 1000.

Sinha y Pedreschi revisaron abundante experimentación para distintos tipos de fábrica nueva y propusieron un ajuste potencial medio (no característico). La figura 2.23 (tomada de Ruile München, [58]) muestra los datos del ajuste y da una idea de la dispersión de los resultados, producto de un gran número de variables.



Figura 2.23 Resultados experimentales y ajuste de Sinha y Pedreschi.

La fórmula 2.37 expresa analíticamente el ajuste de la figura.

$$E = 1180 f^{0.83}$$
 (f y E en N/mm<sup>2</sup>) (2.37)

En caso de no disponerse de datos fiables, el autor de esta tesis considera preferible obtener el módulo de deformación de la fábrica estimando  $\alpha$ ,  $\beta$  y

 $E_b$ , con las recomendaciones apuntadas en los apartados precedentes y utilizar las expresiones (2.35) y (2.36), haciendo un estudio de sensibilidad, antes que aceptar una estimación de *E* a partir de *f* admitiendo un factor de proporcionalidad muy incierto, obtenido mediante un ajuste realizado con fábricas de nueva construcción, heterogéneas entre sí. No obstante, la expresión 2.37 puede ser útil para contrastar los valores de las fórmulas fenomenológicas. En el capítulo 4 se comparan las distintas expresiones con los resultados experimentales.

DeterminaciónUn problema relativo a lo que se ha llamado módulo de deformaciónexperimentallongitudinal de la fábrica, quizás anterior a determinación cuantitativa, es su<br/>definición conceptual. En efecto, a la vista de las leyes de comportamiento<br/> $\sigma$ - $\varepsilon$  observadas para la fábrica (figura 2.18) no es inmediatamente<br/>reconocible una rama lineal inicial, como sucede para la mayoría de los tipos<br/>de acero, por ejemplo. En lugar de ello, la práctica ausencia de resistencia a<br/>tracción determina un comportamiento no lineal desde el principio.

Por ello, la definición del módulo de deformación longitudinal debe ser convencional. Una primera opción puede ser definirlo como la pendiente en el origen de la relación tensión-deformación, como se hace con el módulo  $E_0$  en hormigón estructural.

En caso de utilizar un diagrama *equivalente*, tipo parábola-rectángulo, este valor es mucho menor que el real, determinado experimentalmente. Por otra parte, tomar la pendiente en el origen de una ley  $\sigma$ - $\varepsilon$  experimental presenta el grave inconveniente de utilizar datos medidos al principio del proceso de carga, datos que pueden estar afectados por la flexibilidad del dispositivo de ensayo y acusar los ajustes iniciales. Además, la rigidez inicial no es representativa del comportamiento en servicio. A este respecto, continuando con el paralelismo con el hormigón, la mayoría de las normas definen un módulo secante, que es entre un 15 y un 20% menor que el inicial.

Una solución que evita los defectos anteriores, respaldada por una normativa solvente como ACI 530 es la definición del módulo secante 1/3 (*Chord modulus of elasticity*) ilustrado en la figura 2.24.



Figura 2.24 Módulo secante 1/3 según ACI-530.1 / ASCE 6-99

Se define el módulo secante de la fábrica como el cociente entre el incremento de tensión y el incremento de deformación al nivel del 0.33 de la resistencia, descontado el incremento de la zona inicial de ajustes (el 5% de la resistencia a compresión).

$$E = \frac{0.28f}{\Delta \varepsilon \Big]_{0.05f}^{0.33f}}$$
(2.38)

# 2.3.1.4 Resistencia a compresión f

Como ya se anticipó en epígrafes anteriores, la mayoría de los elementos estructurales de fábrica están sometidos a esfuerzos de compresión, por lo que la cuantificación, aunque de forma aproximada, del valor de la resistencia a compresión resulta imprescindible.

En los últimos años se ha realizado un número apreciable de ensayos a compresión. En estos ensayos se han estudiado multitud de factores, desde la geometría y resistencia de las piezas, la composición y la dosificación del mortero, la succión del ligante, el aparejo o traba, el tamaño de la probeta ensayada, y un largo etcétera.

De este conjunto de ensayos y estudios teóricos se puede concluir muy simplificadamente que la resistencia a compresión de la fábrica depende fundamentalmente de la resistencia a compresión de la pieza y el espesor relativo del tendel. No obstante, existe un gran número de variables que entran en juego, que serán tratadas posteriormente.

A continuación se revisan críticamente los principales factores que influencian la resistencia a compresión de la fábrica así como una selección de las principales fórmulas empíricas (muchas de ellas recogidas en la normativa) y fenomenológicas que permiten estimar este importante parámetro. Los epígrafes se han organizado de la siguiente forma:

- Influencia de las propiedades del material de asiento
  - Experimentación
  - Rigideces relativas de piezas y mortero, parámetro  $\beta$
- Influencia del aparejo
  - Espesores relativos de piezas y mortero, parámetro  $\alpha$
  - Dimensión absoluta del alto de las piezas
  - Regularidad del aparejo
  - Traba del elemento
- Influencia de la esbeltez y de las condiciones de borde
  - Experimentación
- Fórmulas empíricas para la obtención de f
  - Fórmulas potenciales
  - Fórmulas de distintas normas
- Fórmulas fenomenológicas para la obtención de f
  - Fórmula de Ohler adaptada a fábrica antigua
  - Fórmula de Hisldorf

#### Influencia de las propiedades del material de asiento

*Experimentación* La *Structural Clay Products Research Foundation* llevó a cabo experimentos sobre pareados<sup>6</sup> elaborados con distintos materiales de asiento en los tendeles (tabla 2.18).

Tabla 2.18 Efecto de diferentes materiales de asiento en pareados de ladrillo

Material de asiento en el tendel	Resistencia a compresión del pareado <i>f</i> [N/mm <sup>2</sup> ]	$f/f_b$
Hoja de aluminio de 0.8 mm	106 0.90	
(caras de los ladrillos pulidas)		
Mortero 1:0.25:4.5	44	0.40
Arena (contenida por una cinta adhesiva)	65	0.59
Caras pulidas	98	0.89

Morsy también experimentó con distintos materiales de asiento, desde goma hasta acero, en este caso sobre prismas de fábrica de tres piezas de altura y dos tendeles, confeccionados con ladrillos a escala 1:6 con sus caras pulidas. La tabla 2.19 resume los resultados de 6 experimentos con cada material.

Tabla 2.19. Efecto de diferentes materiales de asiento en prismas de ladrillo

Material de asiento en el tendel	Resistencia a compresión del pareado <i>f</i> [N/mm <sup>2</sup> ]	$f/f_b$
Acero	57	1.40
Contrachapado	46	1.15
Aglomerado	44	1.09
Polietileno	17	0.42
Goma con fibras	12	0.29
Goma blanda	7	0.17
Caras pulidas	37	0.93
Mortero 1 : 1/4 : 3	14	0.35

El caso en el que el material de junta es el acero, la resistencia obtenida es mayor que la de la propia pieza, esto puede explicarse porque, en este caso, el acero actúa como pieza y el ladrillo como material deformable. De estos resultados parece deducirse que cuanto más deformable sea el material de junta menor será la resistencia de la fábrica (goma blanda y con fibras).

También es interesante constatar que, en el caso de poder contar con caras pulidas, la resistencia obtenida es similar a la de la pieza, ya que lo que se está ensayando es realmente una pieza.

Influencia de las rigideces relativas  $\beta = E_b / E_m$  El parámetro más sencillo que permite cuantificar la influencia de las propiedades del material de asiento es la relación de rigideces entre piezas y mortero:  $\beta = E_b/E_{mb}$  ya definido en 2.3.1. Teniendo en cuenta los valores de  $E_b$  y  $E_m$  del capítulo 2.2 para fábrica antigua,  $\beta$  se encontrará en los rangos:

- Sillería:  $E_b$  [N/mm<sup>2</sup>]  $\in$  (10,000 ; 50,000)  $\Rightarrow$   $\beta \in$  (10 ; 50)
- Ladrillo:  $E_b [\text{N/mm}^2] \in (1,000; 15,000) \implies \beta \in (1; 15)$

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Couplet: dos piezas separadas por un tendel

#### Influencia de los parámetros del aparejo

La heterogeneidad y anisotropía del material compuesto fábrica marca su comportamiento resistente, distinguiéndola de otros materiales sin resistencia a tracción pero homogéneos como el hormigón en masa. La esencia del fenómeno reside en parte en la distinta deformabilidad de piezas y mortero. Esta deformabilidad depende de la naturaleza y propiedades *en bruto* de los constituyentes y de la geometría relativa del aparejo. Los factores principales son:

- $\alpha$  (relación entre el alto de las piezas y el espesor de los tendeles  $h_m/h_b$ )
- La dimensión de las piezas
- La regularidad del aparejo
- La traba de los elementos, distinguiéndose prismas, muretes y pilastras

La mayor deformabilidad del material de asiento (el mortero) respecto a las piezas facilita el modo de rotura por tracción indirecta en los bloques (hendimiento o *splitting*). La deformabilidad de los tendeles es creciente con su espesor, por lo que, a mayor espesor relativo de las juntas de mortero, la resistencia es menor, como confirma la experimentación.

Influencia de los espesores relativos de piezas y tendeles de mortero:  $\alpha = h_m/h_b$ 

La figura 2.25 [16] muestra la resistencia de prismas de fábrica respecto a la resistencia del ladrillo para distintas relaciones de  $\alpha = h_m/h_b$ .

El espesor de juntas empleado en sillería es muy pequeño, Baker cita 3.2 mm (1/8 de pulgada) como el mínimo "*en las mejores obras de sillería*" y hasta 12.7 mm en obras cuidadas, pilas de viaducto, etc. Demetrio De los Ríos prescribe 10 mm para la sillería en los proyectos de la catedral de León. Si el alto típico de los bloques varía entre 250 y 500 mm resulta para sillería un valor de  $\alpha$  entre 1/50 y 1/25 (0.02 y 0.04).



**Figura 2.25** Influencia de la relación  $h_m/h_b$  en la resistencia de la fábrica. Resultados experimentales y curvas ajustadas por diversos autores. Se representan además los dominios de las distintas tipologías de fábrica.

En fábrica moderna de ladrillo el alto de las piezas varía entre 50 y 100 mm, siendo el espesor de tendel de unos 10 a 15 mm. Ello arroja valores de  $\alpha$  entre 1/10 y 1/5 (0.10 y 0.20).

En fábrica histórica de ladrillo, con tendeles de 15 a 35 mm y alto de las piezas en torno a 40 ó 50 mm el valor  $\alpha$  varía entre 0.30 y 0.90, llegando a veces a la unidad.

A la vista de la figura 2.24, estos valores de  $\alpha$  indican que, a igualdad de calidad del mortero, la resistencia de una sillería bien labrada de tendeles muy finos tendrá una resistencia a compresión relativa a la de los bloques  $f/f_b$  en torno a 0.70 ó 0.75, mientras que la proporción  $f/f_b$  en fábrica de ladrillo será próxima a 0.30, pudiendo reducirse hasta 0.20 o menos.

La tabla 2.20 aporta algunos datos concretos de construcciones de la provincia de Madrid, tomados por el autor de esta tesis.

	/·· 11	•	1	• 1	~ 1	1 1 111
<b>19hig / /II Proporciones</b>	deometricas del	anareio en	algunos	elemnlog	echanoles e	n Iadrillo
	geometricas del	a parcio cn	argunos	cicilipios	copanoies c	n naurino
1	0	1 5	0	J I	1	

Monumento y época	Dimensiones del ladrillo alto:tizón:soga [mm]	Espesor del tendel <i>h<sub>m</sub></i> [mm]	$\alpha = h_m/h_b$
Torre de la iglesia (en ruinas) de la plaza Agustín de Lara en Madrid. Barroco. S XVII. Ladrillo.	60 : 210 : 280	20 a 30	0.33 a 0.50
Torre de los Lujanes, Madrid. Gótico Mudejar. S. XV (restaurada en 1910). Ladrillo	40 : 130 : 300	30 a 40	0.75 a 1.00
Torre de San Ginés, Madrid. Renacentista, S. XV. Ladrillo	30 a 40 : - : 300	30	0.75 a 1.00
Torre de la Iglesia de la Asunción en Móstoles. Mudéjar, S. XIV. Ladrillo	35 a 40 : - : 270	35 - 40	1.00

DimensiónEs frecuente expresar la resistencia de la fábrica f como una fracción de la<br/>resistencia de las piezas  $f_b$ . Teniendo presente lo referido en 2.2.1 a propósito<br/>de la influencia del tamaño y proporciones de la probeta en la determinación<br/>de la resistencia a compresión de las piezas, el tamaño absoluto de las piezas<br/>incide en el valor de la resistencia a compresión de la fábrica.

Si la determinación experimental de la resistencia de las piezas se realiza extrayendo testigos, p. ej. de 50x50x100 mm, la resistencia de los bloques de sillería en la fábrica (frente al modo de rotura por tracción indirecta) será aproximadamente igual al valor del ensayo, mientras que en ladrillo la resistencia *in situ* será hasta un 50% mayor que el valor del ensayo:

- Sillería:  $f_{b \text{ in situ}} \approx 0.85 \cdot f_{100x100} \approx 0.85 \cdot 1.15 \cdot f_{50x100} \approx 1.00 \cdot f_{50x100}$
- Ladrillo:  $f_{b \text{ in situ}} \approx 1.30 \cdot f_{100x100} \approx 1.30 \cdot 1.15 \cdot f_{50x100} \approx 1.50 \cdot f_{50x100}$

*Regularidad del aparejo* La figura del aparejo (sucesión de tizones y sogas en cada hilada y entre hiladas: aparejo español, inglés, belga, etc.) ha mostrado tener una influencia muy pequeña en la resistencia de la fábrica [58].

Sin embargo la regularidad o calidad del aparejo sí tiene una notable influencia en la resistencia de la fábrica. Como ejemplos, ACI 530-99

refiriéndose a fábrica de ladrillo distingue entre fábrica bien aparejada (*Running Bond Masonry*) y otras (*Other*), considerándose del primer grupo a la fábrica en que el contrapeado de las piezas entre hiladas ocupa al menos un cuarto de la soga EC-6 especifica que las fábricas deben trabarse, entre hiladas sucesivas, al menos 0.40 veces el alto de la pieza y 40 mm como mínimo; figura 2.26.

Como se verá más adelante, la calidad del aparejo marca importantes diferencias en la resistencia a compresión dada por las fórmulas empíricas.



Figura 2.26 Requisitos mínimos para aparejo de calidad según ACI 530-99 y EC-6

Traba del

elemento

Existe evidencia experimental de que la resistencia de la fábrica aparejada es notablemente menor que la resistencia de prismas elaborados con piezas y mortero de las mismas características [59]. A igualdad de parámetros geométricos y mecánicos, los ensayos sobre prismas dan resistencias mayores que los ensayos sobre pilastras y éstos que los realizados sobre muretes.

El planteamiento teórico de 2.3.1 está referido a un prisma de piezas apiladas sin traba (sin contrapeo entre hiladas o en la dirección del espesor) por lo que las fórmulas fenomenológicas que se deducen de tal modelo teórico deben adaptarse para ser aplicables a fábrica aparejada.

Hasta donde el autor conoce, no se ha realizado un estudio sistemático para deducir los coeficientes de conversión entre prismas y fábrica. La referencia [59] incluye dos figuras experimentales en las que se comparan las resistencias deducidas de ensayos sobre prismas y muretes (figura 2.27.a) y entre prismas y pilastras (figura 2.27.b).

El factor que parece deducirse del primer caso es  $f_{kmuretes}/f_{kprismas} = 0.60$  y en el segundo  $f_{pilastras}/f_{prismas} = 0.75$ . Sin embargo, es posible que en estas diferencias existan otras causas además de la traba, como el tamaño absoluto o la esbeltez de las probetas.

En la segunda comparación se especifican las dimensiones generales de las probetas, resultando valores algo diferentes de  $\alpha$ : 0.125 para las pilastras y 0.100 para los prismas, esta circunstancia tiene ya una influencia notable, que habría que descontar del coeficiente por efecto de traba.



**Figura 2.27a** *Resistencia a compresión de prismas y muros de ladrillo frente a la resistencia a compresión de las piezas, según Hendry.* 



**Figura 2.27.b** *Resistencia a compresión de prismas y pilastras de fábrica frente a la resistencia a compresión de las piezas, según Hendry.* 

En todo caso, a la vista de los resultados, parece conveniente afectar de un cierto factor  $\eta < 1$  a la resistencia de prismas sin traba (ideales teóricos o probetas de laboratorio) antes de asimilar este valor al de la resistencia de la fábrica aparejada con traba entre hiladas. El valor de  $\eta$ , a falta de estudios específicos, puede situarse entre 0.75 y 0.80, referido a valores medios.

#### Influencia de la esbeltez y las condiciones de borde

Por las mismas razones que se expusieron al tratar la resistencia a compresión simple de las piezas (punto 2.2.1) el tamaño absoluto y la esbeltez de la probeta (o elemento estructural real) tienen una notable influencia en la resistencia a compresión de la fábrica.

De hecho, cada fórmula empírica de resistencia a compresión está referida a la esbeltez utilizada en los ensayos correspondientes.

En cuanto a las fórmulas fenomenológicas, han sido deducidas para un prisma ideal de esbeltez *suficiente* para que no influyan las coacciones en los extremos y *moderada* para no acusar efectos de 2º orden.

El fallo en compresión de prismas o muretes de fábrica se produce, como se ha visto, por el hendimiento producido por las tensiones horizontales de tracción. La coacción que ejercen los platos de los dispositivos de ensayo se opone al desarrollo de este fenómeno en las proximidades de dicho plato, por lo que esbelteces muy bajas dan resultados del lado de la inseguridad.

Para evitar esta circunstancia, una posibilidad es realizar los ensayos sobre probetas de esbeltez geométrica (relación H/t) de cinco, como recomiendan RILEM o el Structural Clay Products Institute [60] por ejemplo. La normativa americana ACI refiere sin embargo la resistencia a compresión a probetas de esbeltez dos, por considerarse tales prismas representativos de la propiedad del material y no del elemento estructural afectado por la esbeltez. Otras normas, como la australiana [61], adoptan una solución intermedia tomando la referencia en una esbeltez igual a tres.

Al igual que los criterios de las normas, los resultados de los diversos estudios experimentales tampoco son homogéneos, por lo que se precisan *coeficientes correctores* que permitan comparar entre sí las distintas resistencias experimentales.

Noland y otros han deducido experimentalmente dichos coeficientes en función de la esbeltez, las condiciones de la interfaz entre el dispositivo de ensayo y la probeta, y la naturaleza del mortero [62]. En este trabajo, las esbelteces variaron entre 1.44 y 5.12. Se ensayaron dos tipos de interfaz: una rugosa con refrentado y ajuste de planeidad, y otra lisa conseguida interponiendo una película de grasa entre dos láminas plásticas de 0.07 mm. Los morteros ensayados fueron tres: 1:¼:3; 1:1:6 y 1:2:9. Las piezas eran ladrillos cerámicos macizos de 57 mm de alto en todos los casos. El aparejo se realizó con juntas de unos 10 mm, es decir con  $\alpha$ =0.18.

Las conclusiones del estudio fueron que la esbeltez de la probeta (y también quizás su tamaño absoluto) influyen en la resistencia medida incluso en el caso de interfaz perfectamente lisa.

La forma de fallo fue en todos los casos el hendimiento, con una pauta generalizada en toda la sección en los ensayos de interfaz lisa y mostrando una *cuña* en los ensayos rugosos para todas las esbelteces. Las piezas extremas de los prismas ensayados con rozamiento no sufrían daños.

La influencia de la coacción de las placas es más importante para morteros de mayor resistencia y disminuye, como se esperaba, con la esbeltez. La figura 2.28 muestra la relación de las resistencias obtenidas para los tres tipos de mortero en ensayos *lisos* respecto a los *rugosos*.



**Figura 2.28** *Relación entre las resistencias experimentales obtenidas en ensayos sin y con rozamiento entre el dispositivo y el muro, para distintas esbelteces.* 

Puede verse que los resultados están afectados por otras variables que provocan dispersión y hasta un comportamiento anómalo para el mortero de resistencia más alta (la diferencia debida al rozamiento aumenta con la esbeltez). En términos generales la influencia del rozamiento es del orden del 10% para morteros débiles y del 30% para morteros rígidos.

Tomando como referencia los ensayos con caras refrentadas rugosas, las relaciones entre resistencias para distintas esbelteces se resumen en los coeficientes correctores de la figura 2.29. Junto a los resultados del estudio para los distintos morteros, se muestra la gráfica UBC-ANSI con los coeficientes del *Building Code Requirements for Reinforced Masonry* en vigor en la fecha de la publicación.



De nuevo se aprecia la influencia de la calidad del mortero, resultando mayor el efecto de la esbeltez para morteros más débiles.

La relación entre los resultados en probetas de esbeltez 2 de y en probetas de esbeltez 5 resulta de un 1.25  $(f_2=1.25 \cdot f_5)$  para morteros medios.

**Figura 2.29** *Relación entre las resistencias experimentales obtenidas sobre probetas de distintas esbelteces referidos a esbeltez 2.* 

#### Fórmulas empíricas para la obtención de f

Se han realizado numerosos intentos para obtener fórmulas que proporcionen la resistencia de la fábrica a partir de las características geométricas y mecánicas de los componentes y su aparejo. Para ello se ha llevado a cabo una extensa experimentación, especialmente en fábrica de ladrillo y de bloques de hormigón. Los ensayos se suelen realizar sobre paneles de distintas dimensiones. Es frecuente que, en lugar de hacer intervenir en las fórmulas todos los posibles parámetros que influyen, se deduzcan fórmulas para tipologías concretas, dejando fijo el tipo de mortero, el tamaño de las piezas, etc.

Gran parte de las fórmulas empíricas tienen la forma:

$$f = K f_b^A f_m^B$$

donde *f* es la resistencia (media o característica) a compresión de la fábrica (referida a las dimensiones del panel ensayado) en N/mm<sup>2</sup>,  $f_b$  es la resistencia a compresión de los bloques (referida a un tamaño de probeta concreto) en N/mm<sup>2</sup> y  $f_m$  la resistencia a compresión del mortero (referido a un tamaño de probeta concreto) en N/mm<sup>2</sup>. *K*, *A* y *B* son coeficientes que se ajustan experimentalmente.

A toma valores típicos alrededor de 0.60, B alrededor de 0.25 y K suele depender de las características de la fábrica (aparejo, tamaño de las piezas, etc.), siendo variable entre 0.5 y 1.0 Este coeficiente puede llevar incluida la minoración estadística si f es el valor característico en lugar del medio.

De entre las fórmulas tipo exponencial citaremos la obtenida por Hendry y Malek [16] a partir de un tratamiento estadístico sobre varios cientos de ensayos y referida a la resistencia de un muro de altura real para una planta de edificio. El tizón de los muretes ensayados era de 102.5 mm (similar a un muro de 1/2 pie) y de 215 mm (1 pie). Los ladrillos eran macizos. Los resultado, siendo *f* la resistencia media de la fábrica, son:

$$f = 1.242 f_b^{0.531} f_m^{0.208}$$
 para espesor del muro 102.5 mm  
 $f = 0.334 f_b^{0.778} f_m^{0.234}$  para espesor del muro 215.0 mm

Si se expresa la resistencia característica en lugar de la media, los coeficientes K pasan a ser 1.017 y 0.217 en las expresiones anteriores. Las figuras 2.30.a y b muestran los resultados de resistencias características para distintos tipos de mortero.

Rostampour según recoge Hendry [16] dedujo la siguiente expresión para la resistencia media de fábrica de bloques de hormigón (grueso:tizón = 1 : 2.2) con un mortero 1:1:6 (cemento:cal:arena). La expresión es aplicable a fábricas en que la relación  $f_b/f_m$  sea mayor de 1.70. La figura 2.31 compara los resultados de la expresión analítica con resultados experimentales.

Ajuste de Rostampour para bloques

$$f = 0.9 f_b^{0.67} f_m^{0.33}$$

Fórmulas potenciales en f<sub>b</sub> y f<sub>m</sub>

(2.37)

Ajustes de Hendry y Malek para ladrillo



**Figura 2.30.a** *Resistencia característica de la fábrica para distintos tipos de mortero según Hendry. Muros de 102.5 mm de tizón.* 



**Figura 2.30.b** *Resistencia característica de la fábrica para distintos tipos de mortero según Hendry. Muros de 215 mm de tizón.* 

En el grupo de fórmulas empíricas exponenciales del tipo (2.37) está la propuesta por Eurocódigo 6:

$$f_k = K_k f_b^{0.65} f_m^{0.25}$$
(2.38)

en la cual  $f_k$  es la resistencia característica de la fábrica,  $f_b$  es la resistencia media "normalizada" ( $f_{100x100}$  o equivalente según la notación de este texto) de las piezas,  $f_m$  la resistencia media del mortero y  $K_k$  un coeficiente entre 0.40 y 0.60 que se ha obtenido a partir del coeficiente medio de ajuste de resultados experimentales  $K_m$  mediante (2.39) [63]:

$$K_k = \frac{K_m}{1.2} \tag{2.39}$$

Para que la fórmula (2.39) pueda aplicarse los ladrillos deben reunir los requisitos prescritos en EC-6 para las 3 categorías de piezas y las juntas de mortero deben tener un espesor entre 8 y 15 mm.

Ajuste de EC-6 para fábrica de ladrillo



**Figura 2.31** *Resistencia media de la fábrica de bloques. Fórmula de Rostampour y resultados experimentales con fábrica de bloques de hormigón.* 

BD 21/93 [64] proporciona gráficamente (figuras 2.32) fórmulas empíricas de la resistencia característica de fábrica de piedra y ladrillo con distintos tipos de mortero, a partir de las gráficas se deducen las siguientes expresiones aproximadas:

Ajuste de las normas británicas para ladrillo y sillería

Fábrica de ladrillo :

$f_k = 0.80 f_b^{0.55} 2.5^{0.25}$	; para mortero 1:2:9
$f_k = 0.95 f_b^{0.44} 0.5^{0.25}$	; para mortero 0:1:3



**Figura 2.32.a** *Resistencia característica de la fábrica de ladrillo en función de la resistencia media de las piezas según BD 21/93* 





**Figura 2.32.b** *Resistencia característica de la fábrica de piedra en función de la resistencia media de las piezas según BD 21/93* 

ACI 530.99 [45], basándose en experimentación llevada a cabo en Estados Unidos [65], propone una fórmula diferente de las potenciales anteriores:

$$f = 2.8 + 0.2 f_b$$
 [N/mm<sup>2</sup>]

en esta expresión f es la resistencia característica de la fábrica. Para que esta fórmula sea aplicable, el espesor del tendel debe ser menor de 16 mm. Las figuras 2.33 muestran los resultados experimentales y el ajuste en prismas de fábrica de ladrillo (a) y bloques de hormigón (b).



**Figura 2.33** *Resultados experimentales y ajuste de ACI. Prismas de fábrica de ladrllo (izqda.) y bloques de hormigón (dcha.)* 

#### Fórmulas fenomenológicas para la obtención de f

Existen también fórmulas para cuantificar f que reflejan de forma directa el mecanismo de rotura tal y como se ha expuesto en apartados anteriores. La ventaja de estas fórmulas sobre las empíricas es que se adaptan a distintas tipologías de fábrica y materiales y no sólo a las condiciones con las que fueron obtenidas las fórmulas empíricas.

En particular, hasta donde el autor conoce, no se han elaborado fórmulas empíricas basadas en muestras de fábrica extraídas de construcciones históricas, lo que constituye una razón más para preferir las fórmulas fenomenológicas.

Entre ellas se han querido resaltar las fórmulas de Ohler (2.31) y Hilsdorf (2.32) por su buena coincidencia con los resultados experimentales y porque permiten tener en cuenta de forma explícita los aspectos fundamentales que condicionan el valor de la resistencia mediante parámetros sencillos.

En primer lugar, se deducirá una simplificación de la fórmula de Ohler para el ámbito de las estructuras históricas. Después se comparan formalmente las fórmulas de Ohler y Hilsdorf.

Si para morteros de cal de gran antigüedad se admite un valor m=2, correspondiente al mínimo asintótico de resistencia del mortero, y se desprecia la resistencia a compresión del mortero frente a la de las piezas, la expresión (2.31) se convierte en (2.40).

$$f = \frac{af_b}{1 + \frac{b\alpha}{2}\frac{f_b}{f_{tb}}}$$
(2.40)

Si además se toma la resistencia a tracción de las piezas como el 5% de la resistencia a compresión ( $f_{tb}/f_b \approx 0.05$ ) los valores de *a* y *b*, función del tramo de curva en que se encuentre  $\sigma_{xb,u}$  dependen sólo de  $\alpha$ .:

$$f = \frac{af_b}{1 + 10b\alpha} \tag{2.41}$$

**Tabla 2.21** Valores de a y b en función únicamente de  $\alpha$ 

α	а	b
$\alpha \le 0.02$	1.000	2.218
$0.02 < \alpha < 0.15$	0.811	0.960
$\alpha > 0.15$	0.662	0.662

Como se ve, de acuerdo con las hipótesis realizadas, la resistencia a compresión de una fábrica con mortero pobre depende exclusivamente de dos variables: la resistencia de las piezas  $f_b$  y el parámetro  $\alpha$ .

Fórmula de Ohler adaptada a fábrica antigua La representación gráfica de la expresión anterior (figura 2.34) muestra una buena coincidencia cualitativa con los resultados experimentales representados en la figura 2.25 (superpuesta de fondo a la misma escala en 2.34), si bien la resistencia dada por la fórmula adaptada de la de Ohler es menor que las que se observan en la figura experimental al haberse obtenido con morteros de buena calidad y resistencia no despreciable y con valores reales de la resistencia a tracción de las piezas, seguramente mayor que el 5% de  $f_b$  que se ha tomado en estos cálculos.



**Figura 2.34** *L*ínea gruesa: resistencia de la fábrica con mortero muy pobre dividida por la de las piezas en función de  $\alpha$ , de acuerdo con la fórmula de Ohler modificada (2.41). De fondo, los resultados experimentales de la figura 2.25

Hay que señalar que la anterior fórmula está deducida para un prisma de fábrica, por lo que la aplicación a fábrica trabada (muro, bóveda o pilastra) debe incorporar un cierto coeficiente de conversión  $\eta$ , como se ha señalado en el epígrafe de influencia del aparejo (pág. 2.49), resultando:

$$f_{fab} = \eta \frac{af_b}{1 + 10b\alpha}$$
(2.41.bis)

con  $\eta \sim 0.75$ 

UIC propone una fórmula que procede directamente de la fórmula de Ohler (2.31) tomando m=2 y afectando toda la expresión por un coeficiente 0.5 que la publicación no aclara si es de minoración (el valor de *f* debe entenderse como de cálculo,  $f_d$ ) o si tiene en cuenta la variabilidad estadística (el valor de *f* debe entenderse como característico,  $f_k$ ).

$$f = 0.5 \cdot \left( f_m + \frac{af_b - f_m}{1 + \frac{b\alpha}{2} \cdot \frac{0.5f_b}{f_{tb}}} \right)$$
(2.42)

donde *f* es la resistencia a compresión "normalizada" de la fábrica,  $f_b$  y  $f_m$  las resistencias a compresión de las piezas y el mortero respectivamente,  $f_{tb}$  es la resistencia a tracción de las piezas que, se aclara en UIC, puede tomarse =0.025 $f_b$ , *a* y *b* son parámetros dependientes del tipo de fábrica cuyo valor se da en la tabla 2.22.

UIC asocia los parámetros de la envolvente trilineal de las piezas de Ohler (a, b) a distintos tipos de fábrica. Esto posiblemente esté justificado por la dependencia del parámetro  $\alpha$  del tipo de fábrica, por lo que las tablas 2.21 y 2.22 son análogas excepto en los coeficientes para *Mampostería no concertada o relleno de cascote*<sup>7</sup>, cuya justificación no se aporta y que parecen provenir de una minoración drástica de los coeficientes dados por Ohler.

**Tabla 2.22** Valores de a y b de la expresión (2.42) según UIC

Tipo de fábrica	а	b
Fábrica de ladrillo	0.6	0.6
Sillería de bloques de alto $> 300 \text{ mm}$	1.0	2.2
Mampostería concertada 200 mm < alto < 300 mm	0.8	1.0
Mampostería no concertada o relleno de cascote	0.1	0.4

La expresión (2.42), al igual que (2.41), supone una dependencia casi lineal entre f y  $f_b$ , con una influencia muy importante del parámetro  $\alpha$  similar a la representada en la figura 2.24. La resistencia del mortero tiene una influencia menor, más significativa para valores bajos de  $f_b$ . La figura 2.35 muestra la resistencia normalizada de la fábrica respecto a la de las piezas según la expresión de UIC (2.42) tomando una resistencia baja del mortero ( $f_m$ =1.0 en todos los casos) y parámetros  $\alpha$  típicos de cada aparejo. El factor 0.5 de la expresión propuesta por UIC propicia unos valores muy bajos de las resistencias relativas.



**Figura 2.35** Relación resistencia normalizada de la fábrica a resistencia de las piezas, según la fórmula de UIC

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> En el original: "Maçonnerie de moellons (pierres non taillées, grosse part de mortier)"

# Fórmula deSegún se recordará, la fórmula de Hilsdorf partía de una envolvente de rotura<br/>para el ladrillo inadecuada por ser lineal por hipótesis en lugar de convexa<br/>hacia el origen según ponen de manifiesto los resultados experimentales. Sin<br/>embargo, Hilsdorf utiliza un coeficiente heurístico, de *no uniformidad*, que<br/>le permite ajustar la fórmula a los resultados experimentales. A continuación<br/>se presenta una comparación entre las fórmulas de Hilsdorf y Ohler que<br/>muestra la similitud formal y numérica de ambas expresiones para un cierto<br/>rango de fábricas.

La envolvente de rotura del mortero, con pendiente 4.1, utilizada por Hilsdorf coincide aproximadamente con la de Ohler para un mortero de resistencia  $f_m$ =25.0 N/mm<sup>2</sup>. Se adopta, por tanto m=4.1 en la fórmula de Ohler. Para los parámetros a y b se toman los valores correspondientes a fábrica habitual de ladrillo, es decir, a=0.662, b=0.662. Operando se llega a las expresiones siguientes.

Fórmula de Hilsdorf	Fórmula de Ohler
$f = \frac{0,667 + \frac{\alpha}{6,15} \frac{f_m f_b}{f_{tb}}}{1 + \frac{\alpha}{4,10} \frac{f_b}{f_{tb}}}$	$f = \frac{0,662 + \frac{\alpha}{4,53} \frac{f_m f_b}{f_{tb}}}{1 + \frac{\alpha}{4,53} \frac{f_b}{f_{tb}}}$

Como se ve, ambas expresiones son prácticamente iguales para el caso particular considerado. La ventaja de la fórmula general de Ohler, o la adaptación a fábricas históricas, es que permite evaluar la resistencia de distintos tipos de fábrica, aparejos, morteros, etc.

Las fórmulas fenomenológicas consideran un prisma ideal que no acusa los efectos experimentales de los dispositivos de ensayo, ni la esbeltez o tamaño de probetas reales. Por tanto, los valores que arrojan, en principio, son asimilables a ensayos perfectamente carentes de coacción y sobre probetas de esbeltez grande.

Para contrastar esta conclusión se cotejan las predicciones teóricas de la fórmula de Ohler sobre los ensayos de Noland [62] ya referidos en la página 2.51.

La figura 2.36 muestra el error en % de la fórmula de Ohler (2.31) respecto a los ensayos para distintas esbelteces. A falta de datos en la fuente se supuso  $f_{tb}/f_b=0.05$ .

Las curvas discontinuas se refieren a los ensayos en que se eliminó la coacción de las placas de aplicación de carga. Las curvas continuas corresponden a ensayos con caras normalmente refrentadas. Los resultados para mortero 1:1/4:3 ( $f_m \approx 15 \text{ N/mm}^2$ ) se dibujan en rojo, para mortero 1:1:6 ( $f_m \approx 5 \text{ N/mm}^2$ ) en azul, y para 1:2:9 ( $f_m \approx 2.5 \text{ N/mm}^2$ ) en negro.

Nota sobre el contraste experimental de las fórmulas fenomenológicas



**Figura 2.36** Error [%] de la fórmula de Ohler respecto a ensayos de Noland sobre prismas de distintas esbelteces y elaborados con tres tipos de mortero, y ensayados con y sin rozamiento entre el dispositivo de ensayo y la probeta.

Como puede apreciarse el error es menor, en general, para las esbelteces (altura / mínima dimensión de la sección) mayores. El ajuste es mejor para morteros de menor resistencia y rigidez, al menos en estos ensayos

La predicción es más ajustada a los ensayos realizados sin rozamiento en las placas, según se esperaba. Aún para esbelteces de ensayo de 5 pueden darse errores (en los casos revisados, todas del lado de la inseguridad) entre el 10 y el 50%, lo que justificaría un coeficiente de minoración conservador del orden de 1.5 ó 2, como el incorporado en UIC (2.42).

Otra posible explicación (o parte de ella) se encuentre en el mencionado coeficiente  $\eta$  (recogido en 2.41.bis) que tiene en cuenta la menor resistencia de elementos de fábrica aparejada frente al prisma teórico.

# 2.3.2 Comportamiento bajo esfuerzos de flexo-compresión y corte

Ciertos elementos de fábrica (muros, paneles, cúpulas, etc.) están sometidos a esfuerzos de flexo-compresión y corte en su plano, apareciendo en ellos estados de tensión biaxiales. Debido a la fuerte anisotropía existente en la fábrica, causada, fundamentalmente, por la presencia de tendeles y llagas, y por la propia anisotropía de las piezas (ladrillo perforado, hueco, etc.), el comportamiento depende en gran medida de la dirección de los esfuerzos con respecto a la dirección de los tendeles.

Seleccionada una cierta sección, el estado exterior solicitante se definirá por la terna de esfuerzos (M, N, V) y por el ángulo que forman con la dirección de los tendeles. El comportamiento de la fábrica se ha mostrado fuertemente dependiente de este ángulo, primero, porque los valores de las resistencias son diferentes, segundo, porque lleva asociados modos de rotura diferentes, como se verá a continuación.

El estado tensional resultante en la sección de fábrica bajo la solicitación anterior se define, bien por sus tensiones principales y el ángulo que forman éstas con respecto al plano de los tendeles  $\theta$ , (caso *a*), bien por las tensiones normales y tangenciales ( $\sigma_n$ ,  $\sigma_p$ ,  $\tau$ ) en las direcciones de llagas y tendeles (caso *b*).



Figura 2.37. Definiciones alternativas del estado tensional biaxial en la fábrica

El análisis de los estados biaxiales, de los posibles mecanismos de rotura, del valor de las resistencias, etc., incluyendo el contemplado en las normativas, se realiza a partir del estudio en agotamiento de la junta o de la pieza ante combinaciones de tensiones tangenciales y tensiones normales en su plano.

# 2.3.2.1 Mecanismos de rotura

Los criterios de rotura provienen de la observación e interpretación de los resultados de las campañas de ensayos realizadas hasta la fecha. También

existen estudios de modelos numéricos donde se ha estudiado el agotamiento de la fábrica sometida a tensiones biaxiales en el plano.

Por desgracia, se ha realizado una menor cantidad de ensayos biaxiales que uniaxiales. El ensayo es más complejo y costoso y, además, las variables son más numerosas en el caso biaxial.

Page [33] ha sido uno de los autores que más ha estudiado el fenómeno. La experimentación que ha realizado se ha basado en una extensa campaña de ensayos hasta rotura sobre paneles y muros de fábrica de ladrillo con mortero de cal y cemento.

Los paneles fueron sometidos a estados de compresión biaxial y de traccióncompresión, para los que se estudiaron diferentes valores para  $\theta$  (ángulo que mide la inclinación de las tensiones principales con respecto a los tendeles, figura 2.38)

Los mecanismos de rotura obtenidos en los ensayos están representados en la figura 2.39. La información cualitativa de esta figura es abundante, ya que en ella aparecen representados los diferentes tipos de rotura que se pueden esperar en función del estado tensional inducido en la fábrica. Sin embargo, los valores numéricos de agotamiento sólo son válidos para esta fábrica ensayada, siendo difícilmente extrapolables.

En todo caso, los resultados obtenidos en los ensayos demostraron que, en los casos de rotura bajo estados de tracción-compresión, la influencia del ángulo  $\theta$  es fundamental. En estos casos, el fallo final estaba provocado por fisuración y deslizamiento en las juntas. También se observó un mecanismo mixto en el que estaban involucrados tanto las piezas como las juntas. La ocurrencia de uno u otro dependía del valor de  $\theta$ . Otra conclusión a la que se llegó fue que el daño inducido por microfisuración, al comprimir el panel altamente en una dirección, disminuía la resistencia a tracción en la dirección perpendicular.

En la figura 2.38 se representan las diferentes envolventes de agotamiento de



Figura 2.38. Envolvente de rotura en estados de tracción-compresión. Page

Resultados experimentales los paneles ensayados por Page para estados de tracción-compresión y para los diferentes valores del ángulo  $\theta$ . En el eje de ordenadas se representa el valor de la tensión de tracción dividida por el valor de la resistencia a tracción uniaxial de la fábrica. En el eje de abscisas se representa el valor de la tensión de compresión dividida por el valor de la resistencia a compresión uniaxial de la fábrica. La presencia de una tensión de compresión relativamente pequeña (0.2·*f*) en una de las direcciones lleva consigo un aumento en la tensión de tracción soportada en la dirección ortogonal de hasta un 30% superior con respecto al valor de la tensión de tracción uniaxial, en el caso en que  $\theta$ =0. Cuando este valor de compresión supera el 0.4·*f* la tensión de tracción soportada es entonces menor que *f<sub>t</sub>* disminuyendo linealmente hasta llegar a cero para  $\sigma_{compresión}/f=1$ .



En los casos de compresión biaxial se obtuvieron también diferentes

**Figura 2.39** *Diferentes mecanismos de rotura obtenidos por Page para distintas combinaciones de tracción y compresión biaxial.* 

mecanismos de rotura en función del ángulo  $\theta$  y de la importancia relativa entre el valor de las dos tensiones  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  inducidas. Cuando el valor de estas tensiones no difería en gran medida, el mecanismo de rotura obtenido se caracterizaba por no depender de  $\theta$  y por producirse en el plano paralelo al panel. Por el contrario, cuando una de las tensiones de compresión era predominante frente a la otra, el plano de rotura era perpendicular al panel, pudiéndose producir a su vez, dos clases de mecanismos de rotura, mecanismos por fisuración y deslizamiento en los tendeles o mecanismos combinados de rotura en piezas y juntas. La resistencia a compresión alcanzada en estados de compresión biaxial era mayor que la resistencia a compresión uniaxial.

En la figura 2.40 se muestran los resultados de los valores de rotura obtenidos en el ensayo de los paneles por Page. Cada una de las figuras representa los puntos de rotura para  $\theta$ =0°, 22.5° y 45°. Cuando la orientación de las tensiones coincide con la disposición de llagas y tendeles ( $\theta$ =0°), se observa que el valor en rotura de  $\sigma_I$ , cuando  $\sigma_2$  es nula (compresión uniaxial perpendicular a los tendeles), es mucho mayor, del orden del doble, al valor de la resistencia a compresión uniaxial paralela a los tendeles ( $\sigma_2$  cuando  $\sigma_I$  es nula). También se detecta que el valor de la resistencia en compresión biaxial es del orden de 1.25 veces el valor de la compresión uniaxial para todos los valores de  $\theta$ .



Figura 2.40. Envolventes experimentales de rotura biaxial. Page.

Cuando  $\theta \neq 0$ , los valores obtenidos para la resistencia a compresión uniaxial sufren una bajada importante (como ya se anticipó en la figura 2.32).

Las superficies de rotura de la figura 2.40 se parecen, con ciertas salvedades, a las obtenidas para el hormigón.

Se pueden diferenciar tres zonas dentro de la envolvente, en la primera, para estados de compresión-compresión la envolvente tiene forma de curva cóncava, no siendo simétrica para  $\sigma_2$  y  $\sigma_1$  (sólo es simétrica para  $\theta$ =45°). En la segunda, bajo estados de tracción-compresión la envolvente se puede asimilar a una recta, y, finalmente, en la zona donde ambas tensiones son de tracción, se puede tomar, como envolvente, dos rectas paralelas a las direcciones de los ejes.

La principal diferencia con el hormigón es que existe una superficie de rotura diferente para cada ángulo  $\theta$ . Por tanto, para caracterizar el comportamiento de la fábrica bajo estados biaxiales no es suficiente con una

envolvente plana, como cada una de las representadas en la figura 2.40, sino que se hace necesario representar las diferentes envolventes en función del ángulo $\theta$ . Esto es precisamente lo que se recoge en la figura 2.41, donde se representa la superficie de rotura de la fábrica bajo estados biaxiales para cualquier valor de $\theta$ .



**Figura 2.41** Superficie de rotura en estados de compresión biaxial. Fábrica de ladrillo. Page (1981)

Los planos  $\theta$  = constante representan las envolventes ya comentadas de la figura 2.40. Si ahora se presta atención al plano ( $\theta$ — $\sigma_I/f$ ) para  $\sigma_2$ =0, o al plano ( $\theta$ — $\sigma_2/f$ ) para  $\sigma_I$ =0, en ellos se representa la evolución del valor de la resistencia a compresión uniaxial, perpendicular a los tendeles y paralela a los tendeles respectivamente, en función del valor de  $\theta$ .

Hendry y Samasharinge (ya citados) también han realizado ensayos similares a los llevados a cabo por Page. El resultado final de estos ensayos concluye con la propuesta de envolventes de rotura, en compresión-compresión y tracción-compresión. Los resultados obtenidos son cualitativamente similares a los de Page.



**Figura 2.42**. Formas de rotura en compresión y corte según [66].

Bosiljkov [66] ha identificado 4 modos de fallo en ensayos de compresión centrada y cortadura (figura 2.42).

- A: Fisuración por flexión. No supone la rotura salvo para niveles muy bajos de precompresión.
- **B:** Fisuración diagonal por cortante. Sí suele llevar asociada el colapso de la pieza.
- C: Aplastamiento local. Asociado a la fisuración diagonal conduce a un fallo súbito.
- **D:** Deslizamiento. Supone el colapso de la pieza si el nivel de compresión es bajo.

El mismo autor reconoce 4 modos de fallo en ensayos diagonales. Se pueden asociar con los de ensayos en compresión y corte. Resultan ser (figura 2.37).

2.3 Caracterización de la fábrica como material compuesto

- **a**: Deslizamiento
- **b**: Hendimiento por compresión
- **c**: Diagonal combinada
- d: Aplastamiento por compresión local



Figura 2.43. Modos de fallo en ensayos diagonales. Bosiljkov.

Se ha estudiado también el comportamiento de paneles bajo estados biaxiales mediante modelos numéricos. Destaca el estudio realizado por Stavrakakis et al. [67]. Gracias a un modelo analítico 2-D realizado con el programa MAFEA se estudió el agotamiento de paneles de fábrica de ladrillo bajo solicitaciones biaxiales. En este estudio las tensiones aplicadas coincidían siempre con las direcciones de los tendeles y llagas ( $\theta$ =0), pero se introducen dos variables nuevas en el análisis con respecto a los ensayos anteriormente comentados.

Se estudió la influencia del espesor relativo del tendel con respecto de la pieza y la influencia de la forma de la pieza (relación  $\xi = h_b/w_b$ ) mediante un análisis paramétrico.

El modelo elaborado permitía reproducir los diferentes modos de rotura previamente detectados en los ensayos experimentales (fisuración en llaga y tendel, micro-fisuración en la pieza, fisuración mixta en pieza y tendel, etc.), como datos mecánicos se introdujeron en el análisis los valores obtenidos de una fábrica existente datada hacia el año 300 d.C.

En la figura 2.43 se representan las muestras estudiadas numéricamente y en la figura 2.44 las envolventes de rotura obtenidas para dos de ellas.

Los resultados obtenidos parecen coincidir bastante bien cualitativamente con los resultados experimentales de Page.

Las envolventes de rotura obtenidas para la fábrica se encuentran contenidas, en todos los casos, entre las del mortero y del ladrillo. Las mayores resistencias encontradas fueron en los casos de juntas de pequeño espesor y ladrillos con una relación alto/soga pequeña. Esta relación ( $\xi=h_b/w_b$ ) es especialmente importante cuando el espesor del tendel es grande y cuando la magnitud de una de las compresiones es sensiblemente mayor que la otra.

Los valores de la tensión de compresión uniaxial, bien paralela a los tendeles o perpendicular a los mismos, apenas depende de esta relación de forma de la pieza y depende en gran medida del espesor relativo del tendel,  $\alpha$ .

Resultados numéricos



Figura 2.4. Tipos de muestras estudiadas numéricamente



Figura 2.45. Envolventes de rotura para dos muestras. Estados de bicompresión

Otros autores han presentado distintas técnicas numéricas aptas para reproducir los distintos modos de fallo detectados. El tiempo de cálculo y los recursos necesarios son muy elevados.

## 2.3.2.2 Formulación analítica de diferentes criterios de rotura

Turnsek y Cacovic Turnsek y Cacovic [68], a la vista de los resultados obtenidos en los ensayos de Page y otros autores, proponen un criterio analítico para la estimación de la resistencia de paneles de fábrica bajo solicitaciones simultáneas axiales y de corte.

Su propuesta se basa en aceptar un comportamiento elasto-frágil, lineal e isótropo para la fábrica homogeneizada. En estas condiciones, el agotamiento del panel se produce cuando en la zona central del mismo, la máxima tensión principal alcanza la resistencia a tracción de la fábrica. Los esfuerzos (N, V) se calculan de acuerdo con la teoría elástica.

La tensión normal media y la tensión tangencial máxima vienen dadas por las siguientes expresiones.

$$\sigma_n = \frac{N}{A} \tag{2.43}$$

$$\tau = 1.5 \frac{V}{A} \tag{2.44}$$

Siendo N y V los esfuerzos perpendicular y paralelo a los tendeles respectivamente y A la sección de la pieza de fábrica perpendicular a N.

Partiendo del estado tensional anterior (se ha supuesto que no existe tensión en la dirección paralela a los tendeles;  $\sigma_p=0$ ) se obtienen las tensiones principales. Llamando  $\sigma_I$  a la tensión principal de tracción,

$$\sigma_1 = \sqrt{\left(\frac{\sigma_n}{2}\right)^2 + \tau^2 - \frac{\sigma_n}{2}}$$
(2.45)

Despejando  $\tau$ , la fuerza de corte que provoca la fisuración viene dada por la siguiente expresión, donde  $f_x$ , representa la resistencia a flexotracción de la fábrica. Es de resaltar que no se ha tenido en cuenta la anisotropía de la fábrica.

$$\tau = f_{tx} \sqrt{\left(1 + \frac{\sigma_n}{f_{tx}}\right)} \tag{2.46}$$

$$V = \frac{f_{tx}A}{1.5} \sqrt{1 + \frac{\sigma_n}{f_{tx}}}$$
(2.47)

Se limita el ámbito de validez del método para relaciones entre el canto y el ancho del panel,  $h/b \ge 1.5$ , ya que en paneles menos esbeltos se deberá tener en cuenta la tensión paralela a los tendeles.

La principal desventaja de la fórmula propuesta finalmente (2.47), es que el esfuerzo cortante resistido depende del valor de la resistencia a flexotracción de la fábrica, un parámetro de difícil cuantificación. Por otra parte, el estado tensional de partida es discutible (inexistencia de tensiones normales paralelas a los tendeles)

Hamid y Drysdale [16], formulan una envolvente de rotura para la fábrica sometida a estados biaxiales. Estos autores toman criterios diferentes para la rotura de piezas y mortero, diferentes a su vez en llagas y tendeles.

Hamid y Drysdale

En la rotura por corte en los tendeles, adaptan la teoría de planos de debilidad de la mecánica de rocas, con un criterio friccional tipo Mohr-Coulomb.

Para la rotura de las piezas a tracción indirecta (hendimiento, *splitting*) se hace uso del criterio utilizado en materiales frágiles ortótropos compuestos.

Los tres posibles mecanismos de rotura son:

- Rotura a tracción de piezas y mortero
- Rotura a corte de los tendeles
- Rotura a corte de las llagas

El estado tensional, a partir del cual se verifican los tres mecanismos, se obtiene admitiendo las hipótesis de comportamiento macroscópico elástico lineal e isótropo en la fábrica. En la figura 2.46 se representa la envolvente de rotura (tres mecanismos) junto a los resultados de los ensayos llevados a cabo por Hamid y Drysdale.



Figura 2.46 Envolvente de rotura propuesta por Hamid y Drysdale

En el eje de ordenadas se representa la diferencia de las tensiones de compresión aplicadas ( $\sigma_1$ - $\sigma_3$ ), en el eje de abscisas se representa el ángulo que forman los tendeles con la horizontal,  $\sigma_3$ .

La envolvente final viene definida por la intersección de cuatro envolventes a su vez. La resistencia a compresión uniaxial de la fábrica paralela y perpendicular a los tendeles (dos rectas horizontales), la envolvente por deslizamiento en llaga (curva cóncava hacia arriba), probable para valores del ángulo  $\theta$  que oscilan entre 0 y el valor del ángulo de rozamiento interno de la fábrica  $\phi$ . Por último, puede ocurrir el fallo por deslizamiento en el tendel, representado por una curva de la misma forma que la anterior, probable para valores de  $\theta$  comprendidos entre  $\phi$  y 90°.

De esta manera, se tiene relacionado de forma directa el ángulo $\theta$ , con la máxima diferencia entre las tensiones de compresión aplicadas y, muy importante, con el tipo de fallo esperado.

Mann y MüllerMann y Müller [69] formulan un nuevo criterio de rotura para la fábrica. Su<br/>planteamiento contempla dos hipótesis de partida. Por un lado, la infinita<br/>rigidez de las piezas con respecto al mortero. Esto provoca que las piezas de<br/>la fábrica, bajo esfuerzos de corte, experimenten giros de sólido rígido<br/>dentro de la matriz deformable (mortero), induciendo un estado tensional al

suponer un giro igual en todas las piezas, que produce una deformación diferencial en el mortero, que, a su vez, comprime más unas zonas de las piezas más que otras, figura 2.47.



**Figura 2.47.** Estado tensional final en las piezas rígidas embebidas en el mortero al producirse un movimiento de sólido rígido de las mismas por un esfuerzo de corte y al estar sometidas a esfuerzos axiales. Mann y Müller [69]

Este estado tensional es aditivo al que la fábrica tiene como material homogéneo bajo el resto de solicitaciones (compresión uniforme, N).

La segunda hipótesis introducida considera que las llagas (juntas verticales) son incapaces de transmitir tensiones tangenciales. Esta afirmación se apoya en que no suelen estar completamente rellenas (por defecto de ejecución o por efecto de la retracción del mortero) y en que no se puede asegurar la adherencia al no estar comprimidas.

En definitiva, el estado tensional en la pieza y junta resulta de sumar dos estados independientes. Uno proveniente de realizar un análisis elástico e



**Figura 2.48** Solicitación tensional sobre la pieza según las hipótesis de Mann y Müller

isótropo de la fábrica bajo esfuerzos axiales, dando como resultado un estado de tensiones normales uniformes. El segundo proveniente del cálculo de tensiones tangenciales y de la redistribución de las tensiones normales en pieza y junta bajo esfuerzos de corte dentro del planteamiento de piezas rígidas embebidas en una matriz deformable.

El estado final aparece representado en la figura 2.48. En este caso, la tensión paralela a los tendeles se supone igual a cero.

De esta manera, imponiendo equilibrio de momentos en el centro de la pieza, se obtiene una relación entre  $\Delta \sigma$  (incremento o decremento de tensiones normales debido al giro) y la tensión tangencial supuesta uniforme en el tendel

$$\tau w_b \frac{h_b}{2} = \Delta \sigma \frac{w_b}{2} \frac{w_b}{2} \tag{2.48}$$

$$\Delta \sigma = 2\tau \frac{h_b}{w_b} = 2\xi\tau \tag{2.49}$$

Bajo este estado tensional, los tres posibles mecanismos de rotura son:

- Rotura de tendeles. Primer tramo de la figura 2.49. Para valores pequeños de la tensión normal, la rotura se produce por fallo friccional en los tendeles, dando lugar a una fisuración en escalera (tendeles y llagas) sin rotura de ladrillos. Obsérvese que se cuenta con un valor inicial de la tensión tangencial  $f_{v0}$  (o cohesión *c*) sin presencia de tensiones normales.
- Rotura por generación de estados de tracción-corte en las piezas. En este caso, tramo intermedio de la figura 2.49 el agotamiento se alcanza cuando la máxima tensión principal alcanza la tensión de tracción de la pieza.

Para esta rama de rotura dan la ecuación siguiente para estimar la resistencia a corte.

$$\tau = 0.45 f_b \sqrt{1 + \frac{\sigma_z}{f_{tb}}}$$
(2.50)

 $f_{tb}$  = resistencia a tracción de la pieza  $\sigma_z$  = tensión normal aplicada

Este tramo es análogo al propuesto por Turnsek y Cacovic<sup>7</sup>.

 Rotura a compresión de la fábrica. Por último, en el tramo final de la figura 2.49 se representa la rotura cuando la tensión normal máxima (la media debida a el esfuerzo axil m el incremento debido al esfuerzo de corte) alcanza la resistencia a compresión de la fábrica.

La transición entre zonas se produce de forma difusa debido a la dispersión de los ensayos (ver capítulo 4).

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Ambas fórmulas, la propuesta por Turnsek y Cacovic y la de Mann y Müller para el tramo central difieren en el factor 0.45. Este aspecto se explica más adelante.



**Figura 2.49**. Envolvente de rotura en ejes  $\tau$ - $\sigma$ . Mann y Müller.

Riddington y Ghazal [70] también estudian el comportamiento de la fábrica bajo tensiones de compresión y corte. A partir de los resultados disponibles de ensayos realizados anteriormente por otros autores y en los obtenidos por una campaña propia, analizaron la influencia de la tensión normal y formularon una envolvente de rotura basada en tres posibles mecanismos de rotura, de forma similar a la de Mann y Müller.

La campaña de ensayos se llevó a cabo en probetas de tres piezas y en paneles donde se estudiaron cuatro disposiciones diferentes de carga (figura 2.50) que inducían en la probeta diferentes niveles de flexión concomitante con el esfuerzo de corte. Posteriormente, se realizó un modelo numérico mediante elementos finitos de contraste de los ensayos.

Los ensayos tenían como objetivo valorar la capacidad a corte antes de la rotura y la capacidad residual una vez alcanzado el fallo. Los ensayos se llevaron a cabo para tensiones normales comprendidas entre 0 y 7.0 MPa. El esquema del ensayo se representa en la figura 2.50.

Riddington y Ghazal

La envolvente de rotura propuesta constaba de tres tramos a su vez, que reflejaban:

- Fallo por rotura friccional en los tendeles
- Fallo por tracción en el mortero
- Fallo por rotura a compresión en las piezas

De los tres tipos de rotura, el primero y el tercero son equivalentes a los planteados por Mann y Müller. Pero, y en esto difieren de lo anteriormente propuesto por Mann y Müller, en los ensayos realizados se observó que la disminución en la resistencia a corte para niveles de compresión altos en comparación con la esperada bajo un criterio friccional Mohr-Coulomb, venía provocada por una rotura por tracción en el mortero, en vez de la rotura por tracción en las piezas formulada por Mann y Müller. En los ensayos realizados no se observó, para ningún nivel de tensión normal, una rotura por tracción en las piezas.

Otras conclusiones alcanzadas fueron:

• La tensión tangencial inicial o cohesión  $f_{v0}$  se reduce con el grado de flexión concomitante en el primer tramo de la envolvente (rama de rotura friccional).

 El valor del coeficiente de fricción antes y después del fallo era similar cuando el nivel de tensión normal aplicada era inferior a 2.0 MPa. Para valores superiores de la tensión normal el coeficiente de fricción residual se ve reducido a la mitad.



Figura 2.50. Esquema de los ensayos realizados por Riddington y Ghazal [70]

## 2.3.2.3 Rigidez transversal de la fábrica, G

La propuesta de la mayoría de normas para la evaluación del módulo de deformación transversal es relacionarlo con utilizar la expresión elástica<sup>8</sup>:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{2.51}$$

ó simplemente G=0.4E (aceptando un valor de 0.25 para v). El principal inconveniente de este enfoque es que no se considera el carácter variable del módulo de Poisson del mortero, y por tanto de la fábrica, que crece con la presión de confinamiento (figura 2.7)

Para tener en cuenta explícitamente la influencia de  $v_m$  se propone un desarrollo similar al empleado para deducir el módulo de deformación longitudinal (2.35), para obtener un resultado del módulo *G* de la fábrica en función del de las piezas *Gb*, expresión (2.52.a):

$$G = G_b \frac{1+\alpha}{1+\alpha\beta\left(\frac{1+\nu_m}{1+\nu_b}\right)}$$
(2.52.a)

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Los comentarios del Building Code ACI 530-99 (punto 1.8.2) dicen literalmente: "La relación entre el módulo de rigidez transversal y el longitudinal ha sido históricamente G=0.40E. No existen evidencias experimentales que apoyen tal relación.

Utilizando la expresión (2.35) el módulo G puede expresarse en función de E de manera formalmente idéntica a la expresión habitual (2.51), pero incorporando un coeficiente  $\phi$ , (2.52.b):

$$G = \frac{E}{2(1+\nu_b)}\phi \qquad \text{con} \quad \phi = \frac{1+\alpha\beta}{1+\alpha\beta\left(\frac{1+\nu_m}{1+\nu_b}\right)}$$
(2.52.b)

Teniendo en cuenta que los coeficientes de Poisson de piezas y mortero son similares, el factor llamado  $\phi$  en (2.52.b) será muy próximo a la unidad siempre que el nivel de compresión moderado mantenga acotado a  $v_m$ , para una cierta compresión próxima a  $f_m$ ,  $v_m$  crece considerablemente haciendo que  $\phi$  tienda a cero, y con él *G*.

Existen resultados experimentales que confirman esta conclusión. En fábrica de ladrillo, Atkinson y Noland, según cita Hendry [16], encontraron indirectamente valores del coeficiente de Poisson de la fábrica en torno a 0.17, valor que se incrementaba rápidamente al llegarse a niveles de compresión del 80% de la carga última.

Como orden de magnitud de *G* en estructuras de escala real, Sinha y Hendry recogen valores en el entorno de 1500-2000 N/mm<sup>2</sup> creciendo con el nivel de compresión. La fábrica estaba construida con piezas de resistencia,  $f_b=31$  N/mm<sup>2</sup> y mortero 1:1/4:3, con  $f_m\approx15$  N/mm<sup>2</sup>.

La resistencia a compresión de tal fábrica debe de estar en el entrono de 18 N/mm<sup>2</sup> (aplicando la fórmula de Ohler, suponiendo  $\alpha$ =0.18,  $f_{tb}/f_b$ =0.05), y su módulo de deformación longitudinal según (2.37) de 12,000 N/mm<sup>2</sup>. Por tanto la relación *E/G* está en el entorno de 0.15 lejos del valor recomendado de 0.40.
#### 2.3.3 Comportamiento en flexión fuera del plano

En este epígrafe se trata el comportamiento de elementos de fábrica sometidos a flexión fuera del plano, es decir, a un momento flector cuyo eje está contenido en el plano de la fábrica.

Fundamentalmente deben distinguirse dos tipos solicitaciones de flexión fuera del plano: flexión simple y flexo-compresión.

#### 2.3.3.1 Flexión simple

En flexión simple, la dirección de la flexión tendrá, en el caso más general, un cierto esviaje respecto a la dirección de los tendeles. La figura 2.51 muestra los dos casos extremos en que puede darse la flexión simple. La figura a) muestra la flexión con momento de eje paralelo a los tendeles; la figura b) muestra el caso de momento de eje perpendicular a los tendeles.



**Figura 2.51**. Fábrica sometida a flexión pura en dos orientaciones extremas respecto a los tendeles [12].

El comportamiento en flexión simple fuera del plano de la fábrica sin armar es extremadamente frágil. Los mecanismos de rotura asociados son, en el caso de flexión de eje paralelo a los tendeles, rotura en el tendel por adherencia en la unión entre pieza y mortero (figura 2.52.a). En el caso de flexión de eje perpendicular a los tendeles, se producen dos mecanismos de rotura diferentes en función de la resistencia relativa de piezas e interfaz. Si la resistencia a tracción de las piezas es mayor (como es habitual), la rotura se produce por fisuración dentada a lo largo de llagas y tendeles, (figura 2.52. b1), en el otro caso (mortero de resistencias relativamente altas), la



**Figura 2.52**. Formas de fallo en flexión simple, para flexión paralela a los tendeles (a) y perpendicular a los mismos (b1 y b2) [12].

rotura se produce por un mecanismo mixto atravesando casi directamente piezas y llagas, (figura 2.52.b2).

Tanto en términos de resistencia como de ductilidad, la flexión paralela a los tendeles es más desfavorable que la de eje perpendicular, ya que para hacer fallar un elemento de fábrica se precisa sólo romper la adherencia de la interfaz solicitándola en en flexotracción.



**Figura 2.53**. Diagramas momento-curvatura en flexión simple correspondientes a las orientaciones paralela (a) y perpendicular a los tendeles (b) [12].

La figura 2.53, tomada de [12] muestra a escala dos diagramas momentocurvatura para los casos a y b de las figuras precedentes.

El comportamiento en flexión simple fuera del plano es complejo y su estudio se realiza preferentemente dentro del marco de la física de la fractura mediante micromodelos [12].

#### 2.3.3.2 Flexo-compresión

El caso de mayor interés en la práctica se presenta cuando además de la flexión, está presente un axil de compresión perpendicular a los tendeles. Cuando el momento se debe, entre otros efectos, a una excentricidad de la carga axil, figura 2.54, la flexión es del tipo denominado hasta aquí como a, paralela a los tendeles. El comportamiento en flexo-compresión es, en general, más favorable que en flexión pura, con mayores resistencia y ductilidad.

El tratamiento tradicional de este problema ha sido el de reducirlo a un problema de compresión pura aplicando coeficientes reductores a la resistencia a compresión (o a la *tensión admisible* de la fábrica). Este es el planteamiento de la mayoría de normas [18,19,31]. Los coeficientes reductores son función de tres factores principales:

- excentricidad del axil aplicado, *e/t*.
- esbeltez del muro o columna, *H/t*.
- condiciones de vinculación de los extremos superior e inferior del elemento.

A continuación se discute la importancia y el tratamiento de los mencionados factores siguiendo los resultados de métodos racionales y semiempíricos. En concreto se revisan dos enfoques, el de la ecuación diferencial de la columna sin resistencia a tracción y el de la columna modelo (directrices mecánica y geométrica).



**Figura 2.54** *Flexocompresión fuera del plano* 

#### Método de la ecuación diferencial

El método de la ecuación diferencial [71] plantea la inestabilidad de una columna biarticulada intraslacional sometida a un axil con excentricidad de primer orden constante a lo largo de la altura. La diferencia con el desarrollo clásico euleriano de la ecuación de cuarto grado en segundo orden está en la consideración de un material elástico en compresión y perfectamente frágil en tracción. La condición de fallo es, como en análisis límite, por formación de una tercera rótula en el centro de la columna, nunca por agotamiento del material en compresión.



**Figura 2.54** *Carga de colapso de una columna sin resistencia a tracción en función de la excentricidad del axil.* 

La carga de colapso  $N_{max}$ , resulta [72] viene dada por la expresión (2.53):

$$N_{\rm max} = \frac{\pi^2 EI}{H^2} \left( 1 - 2\frac{e}{t} \right)^3$$
(2.53)

La figura 2.54 muestra los resultados de este método (expresión (2.53) en términos de la carga de colapso,  $N_{max}$ , en relación a la carga teórica de Euler (evaluada para la sección sin fisurar),  $N_{cri}$ , frente a la excentricidad del axil, e/t. Este resultado está en consonancia con el coeficiente reductor de la capacidad portante de muros en función de la excentricidad, preconizado por diversas normativas [19,31] del tipo  $\phi=1-2e/t$ .

Con el resultado anterior, para una sección rectangular, y suponiendo una relación entre el módulo de elasticidad de la fábrica y su resistencia a compresión (valor medio) del orden de E=500f, es posible obtener el orden de magnitud de la esbeltez límite para la que el fallo se produce por inestabilidad, para distintos niveles de excentricidad.

Para excentricidad nula, el máximo axil coincide con el euleriano, por lo que la esbeltez geométrica límite será próxima a :

$$N_{\text{max}} = N_{cri} \approx 0.82 \cdot 500 \cdot fA \cdot \left(\frac{t}{H}\right)^2 \le fA \qquad \Rightarrow \qquad \frac{H}{t} \ge \sqrt{400} = 20$$

Los resultados experimentales según Hendry [16] confirman que los muros sometidos a compresión simple, cuya esbeltez geométrica H/t supera un valor en torno a 25 fallan por inestabilidad. Para valores menores el fallo se produce por resistencia.

En casos de excentricidad no nula, se pueden deducir de forma análoga los axiles máximos para muros de distintas esbelteces. La figura 2.55 [71] muestra el máximo axil soportado por muros o columnas, referido al valor de pandeo euleriano de una columna de esbeltez geométrica 25 solicitada a compresión simple, valor que debe ser próximo, según se acaba de mostrar, a N=fA.



**Figura 2.55** Influencia de la esbeltez del elemento y de la excentricidad del axil en la capacidad portante de muros y columnas, según el método de la ecuación diferencial

Al tomar como referencia el fallo por resistencia de una columna corta, en lugar del pandeo euleriano, la figura 2.55 muestra de forma más ajustada a la realidad la influencia de los dos factores representados: la esbeltez y la excentricidad del axil.

El tercer factor de los enumerados más arriba, las condiciones de vinculación de los extremos de la columna, puede tenerse en cuentade forma aproximada modificando la *longitud de pandeo* del elemento al igual que se hace en soportes de hormigón o metálicos.

Aunque se han deducido de forma aproximada, las curvas de la figura 2.55 se corresponden aceptablemente con los datos experimentales y son la base de los coeficientes de minoración de la tensión admisible en función de la excentricidad y la esbeltez que se encuentran en muchas normas de estructuras de fábrica [19,31,45].

El desarrollo anterior sirve para poner de manifiesto la importancia relativa de los factores principales del fenómeno, además de justificar ciertos factores reductores que se encuentran en las normas. No obstante, adolece de algunos inconvenientes mejorables. Para superar éstos se presentan los métodos basados en las directrices mecánica y geométrica y en el coeficiente de amplificación, muy extendidos en hormigón y estructuras metálicas.

#### Método de la columna modelo

El primer aspecto que puede ser mejorado es la consideración de la ley constitutiva  $\sigma$ - $\varepsilon$  real de la fábrica.

El método de la ecuación diferencial maneja un material elasto-frágil caracterizado por su módulo de Young, *E*. A la vista de las leyes tensión-deformación sensiblemente parabólicas de las fábricas (figura 2.17) no es fácil decidir qué valor se debe considerar para *E*. Además, el material es *indefinidamente* elástico, obviándose la influencia de la limitación de la resistencia a compresión.

Como se ha mostrado, en un cierto punto es preciso tener en cuenta la no linealidad del comportamiento. Simplificadamente se tomó f/E=1/500. De hecho, ciertos autores [16, pág.103], han desarrollado teorías que tienen en cuenta la no linealidad del material caracterizándola mediante dos parámetros adimensionales: la relación del módulo tangente inicial a la resistencia a compresión,  $E_0/f$ , y la relación de la deformación última a la de tensión de pico,  $\varepsilon_u/\varepsilon_0$ . Se obtuvieron resultados coincidentes con la experimentación para valores en el entorno de 500 para el primer parámetro y 2 para el segundo. Siempre para fábricas nuevas, con aparejos aceptables por la normativa.

El método de las directrices mecánica y geométrica permite tener en cuenta explícitamente los efectos de la esbeltez y la no linealidad de forma acoplada y consistente, y produce resultados en términos de axiles y momentos, por lo que no se reduce el problema de flexo-compresión a otro de compresión simple sino que la excentricidad de la carga aparece como resultado.

*Directriz geométrica.* La directriz geométrica representa la evolución que experimenta la excentricidad de la sección crítica desde la posición inicial (curvatura nula) en adelante, para curvaturas crecientes, con independencia de las condiciones de equilibrio, compatibilidad y constitutivas. Una vez fijada la longitud equivalente de pandeo –que es una forma de convertir el soporte en cuestión en otro biarticulado equivalente– y conocida la excentricidad de primer orden (cociente entre el momento y el axil para las cargas exteriores, p.ej. de viento y peso propio) que solicita a la pila en las secciones de control, es posible construir la directriz geométrica en ejes excentricidad-curvatura (fig. 2.56). Ésta es una recta que tiene una ordenada en el origen igual a la excentricidad de primer orden calculada y una pendiente dada por la expresión ( $H_{eff}/\pi$ )<sup>2</sup>. La ecuación de la recta es:

$$e = e_0 + \frac{H_{ef}^2}{\pi^2} \cdot \chi \tag{2.54}$$

siendo  $H_{ef}$  la longitud de pandeo y  $\chi$  la curvatura de la sección, expresada en m<sup>-1</sup>. Para deducir esta expresión se ha supuesto que la deformada es de tipo senoidal. Esta hipótesis, que no es la única posible, está respaldada por su uso en la evaluación de soportes esbeltos (método de la columna modelo, método de las curvaturas de referencia [73], etc.) independientemente del material constitutivo del soporte.



Figura 2.56. Directrices geométrica y mecánica de las secciones

La directriz mecánica expresa la evolución de excentricidades que experimenta la sección transversal crítica cuando, para cada curvatura impuesta, se verifican las condiciones de equilibrio, compatibilidad de deformaciones (hipótesis de Navier-Bernoulli) y de tensión-deformación de la fábrica. A partir de la geometría de la sección y de las leyes tensión-deformación de la fábrica, se puede construir, también en ejes excentricidad-curvatura, la directriz mecánica de las secciones de la pila para los axiles solicitantes. La directriz mecánica (curva continua en la figura 2.56) expresa la relación entre la curvatura y las excentricidades de equilibrio hasta la rotura (punto situado en el extremo derecho de dicha curva). Es equivalente al diagrama momento-curvatura, dividiendo el eje de ordenadas por el axil.

El punto donde se encuentren la directriz mecánica y la geométrica (líneas discontinuas) es un punto de posible funcionamiento en equilibrio de la sección, ya que en ella se igualan los esfuerzos solicitantes por efectos de la esbeltez y los movilizados mecánicamente por la sección. Si no hay punto de corte (la directriz geométrica queda por encima de la directriz mecánica en todos los puntos, línea 3) la pila pandea para cualquier excentricidad de primer orden. Si existe un solo punto de corte hay dos posibilidades: si la directriz geométrica es tangente a la mecánica la sección está al límite del fallo por inestabilidad (directriz límite, línea 2); si la directriz geométrica corta a la mecánica en el último punto (el de agotamiento) la sección está al límite del fallo por agotamiento del material.

De esta forma, se halla para cada axil el momento último, sea la causa del fallo la resistencia o la estabilidad. Finalmente, con pares de puntos axil último – momento último se construye un diagrama de interacción que incorpora los efectos relevantes.

#### Método del coeficiente de amplificación de momentos

Otro método similar es el conocido como del coeficiente de amplificación de momentos. Al igual que en el método anterior, se tiene en cuenta primero la no linealidad material construyendo directamente el diagrama de interacción Directriz mecánica *N-M* para una sección (o columna corta) utilizando la ley constitutiva del material para, a continuación, mayorar los momentos de primer orden por un coeficiente de amplificación dependiente de la esbeltez (2.55). Alternativamente pueden dejarse inalterados los momentos solicitantes y reducir los momentos resistentes por el citado coeficiente modificando el diagrama de interacción obtenido.

$$\Phi = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cri}}}$$
(2.55)

siendo  $N_{cri}$  el axil crítico de pandeo euleriano, igual a  $EI\pi^2/H_{ef}^2$ . Para el cálculo de  $N_{cri}$ , debe hacerse también alguna aproximación que tenga en cuenta la no linealidad en compresión (*E* no es constante, con cota superior  $E_0$ , tangente en el origen) y en tracción (*I* tiene una cota superior,  $I_b$  para la sección sin fisurar y un cierto valor efectivo a lo largo del proceso de fallo). Yokel y otros [74] proponen los siguientes valores, cuando la fisuración no es muy significativa (2.56):

$$EI = \frac{E_0 I_b}{3.5}$$
(2.56)

y en caso de fisuración importante, (2.57):

$$EI = E_0 I_b \left( 0.2 + \frac{N_u}{fA} \right) \leq 0.7 E_0 I_b$$
(2.57)

siendo  $N_u$  el axil último de la pieza, *fA* el máximo axil posible de la sección por criterio de resistencia, igual al producto de la sección transversal por la resistencia a compresión de la fábrica.

#### Precisiones a los métodos generales

En los métodos expuestos se ha supuesto siempre que todas las secciones de la pieza estaban sometidas a la misma excentricidad de primer orden. Si ésta fuera variable (entre  $e_1$  y  $e_2$ , con  $|e_2/>/e_1/$ ), la situación sería más favorable. Para recoger este efecto, es práctica habitual considerar como excentricidad de primer orden efectiva la dada por la expresión:

$$e_{ef} = 0.6e_2 + 0.4e_1 \ge 0.4e_2$$
 para soportes intraslacionales (2.58.a)

$$e_{ef} = e_2$$
 para soportes traslacionales (2.58.b)

De forma análoga, el coeficiente de amplificación se multiplica por un factor dado por (2.59) en caso de soportes intraslacionales:

$$0.6 + 0.4 \frac{e_1}{e_2} \ge 0.4 \tag{2.59}$$

# *Efecto del cortante* En este punto se hace notar que, si bien la variación de excentricidades es favorable respecto al caso de excentricidad uniforme e igual a la máxima presente en el soporte, no lo es, *a priori*, el hecho implícito de la existencia

Distribuciones no uniformes de excentricidades de cortantes a lo largo del elemento cuando varían las excentricidades. Hasta donde conoce el autor de esta tesis ninguna norma ni recomendación incorpora explícitamente este fenómeno al cálculo de soportes esbeltos. La razón podría ser que el citado cortante tiene un valor proporcional al axil, a la diferencia de excentricidades e inversamente proporcional a la altura física del soporte, de manera que el cortante será más importante en soportes cortos, para los que el riesgo de inestabilidad es mucho menor. Una alternativa de cálculo, para soportes esbeltos o no, podría ser, como se propone en 3.6, incorporar el efecto desfavorable del cortante en la ley constitutiva del material.

En hormigón, existen estudios teóricos y experimentales [75,76] que permiten incorporar el efecto de un cortante *V* sobre la sección en la ley  $\sigma$ - $\varepsilon$ , minorando la resistencia a compresión mediante la expresión (2.60):

$$f_V = \frac{f}{1 + 3.2(Vh/M)^2}$$
(2.60)

Donde  $f_V$  es la resistencia a compresión en presencia de un cortante V, f la resistencia a compresión en flexión pura, h el canto útil y M el momento.

Para dar una idea de la importancia de la reducción representada por (2.60) se consideran unos esfuerzos de referencia: un cortante del orden de V=0.01bhf, distintos axiles N=0.2...0.8bhf, y excentricidades e/h=0.1...0.5, para ellos se tienen unas relaciones  $f_V/f$  que se muestran en la tabla figura 2.57:



**Figura 2.57.** Reducción de la resistencia a compresión del hormigón en presencia de un cortante V=0.01bhf según (2.60)

Como puede verse, la influencia del cortante es mayor para axiles y excentricidades bajos. Las reducciones, para excentricidades moderadas, del orden de 1/10 del canto pueden resultar muy significativas.

#### Sobre-resistencia en flexo-compresión

Se ha constatado experimentalmente que la resistencia a compresión *aparente* de la fábrica (en menor medida, también la del hormigón) en flexocompresión es mayor que en compresión pura. La explicación no está universalmente consensuada, como tampoco lo está la cuantificación del fenómeno, que parece dependiente de la excentricidad.

En los epígrafes siguientes se trata este aspecto ofreciendo la constatación de su existencia, diversas explicaciones posibles y un intento de cuantificar su importancia, que puede ser muy apreciable. Además se relacionan algunas normas en que se ha incorporado este fenómeno.

ConstataciónLoexperimental de laapsobre-resistencia.[7]

Los primeros resultados encontrados que reseñan la sobre-resistencia aparente en fábrica sometida a flexo-compresión son los de Yokel y Dikkers [77] en 1971. La figuras 2.58 a y b muestran los diagramas teóricos obtenidos con una ley lineal y los resultados experimentales.

Como puede verse, la sobre-resistencia aparente varía con la excentricidad de la carga y alcanza, para las excentricidades máximas estudiadas, e/t=1/3, valores de hasta 2.44. Los resultados se dan para fábrica de ladrillo y bloque de hormigón y mortero tipo N, de resistencia media, en torno a 5 N/mm<sup>2</sup>.

En principio, los propios autores pensaron en una redistribución tensional para explicar el fenómeno, de manera que el bloque de compresiones en la sección no fuera lineal sino rígido plástico. Sin embargo descartan esta explicación por dos razones fundamentales:

- 1. La magnitud del aumento de resistencia es tal que no puede ser explicada por una redistribución plástica.
- 2. Las medidas de movimientos y deformaciones obtenidas indican que el régimen no es inelástico, ni siquiera en rotura.



**Figura 2.58.a** *Diagramas de interacción N-M y resultados experimentales para prismas de fábrica de ladrillo y mortero tipo N. Espesor t=100 mm* 



**Figura 2.58.b** *Diagramas de interacción N-M y resultados experimentales para prismas de fábrica de bloques y mortero tipo N. Espesor t=200 mm* 

El estudio fija un nivel medio de 1.60 para cuantificar la mejora de resistencia aparente experimental respecto a la teórica con diagrama lineal.

Los resultados desataron la polémica y fueron contestados por Meinheit y Springfield entre otros, que tildaron de ficticia la sobre-resistencia en flexocompresión, atribuyendo el efecto a una redistribución tensional desde los diagramas lineales a los plásticos.

Otro punto interesante de la crítica se centra en el hecho de que para soportes con excentricidad de signos opuestos en ambos extremos las secciones centrales no estarían sometidas a una excentricidad notable y sería erróneo aplicar en el cálculo una resistencia ampliada por una excentricidad que no existe.

Los primeros autores, junto con S.G. Fattal, responden [78] con nuevos resultados experimentales en ladrillo y bloques de hormigón, como se muestra en las figuras 2.59.a y b. Los aumentos aparentes de resistencia fueron de 1.54 y 1.29 respectivamente.

La conclusión de los autores es que la sobre-resistencia no es un artificio de cálculo sino un fenómeno real y que, teniendo en cuenta las deformaciones medidas, el diagrama adecuado es el lineal afectado por un coeficiente mayorador de la resistencia, coeficiente éste dependiente de la excentricidad.

Apuntan además una posible explicación, sorprendente a nuestro juicio: que el fenómeno se deba a que "la tensión bajo carga axial no esté uniformemente distribuida en toda la sección, como normalmente se admite".

Otros autores han encontrado experimentalmente el efecto [79-80-81-82-83-84].



**Figura 2.59.** Diagramas de interacción N-M y resultados experimentales para pilastras tomadas con mortero tipo N: a) fábrica de ladrillo, sección 400 mm x 800 mm y b) fábrica de bloques, Sección 600 mm x 800 mm

Causas del fenómeno de sobre-resistencia En hormigón existen estudios que documentan fenómenos similares [85]. De hecho hasta las Recomendaciones del CEB de 1970 en que se prescribía el uso de un único parámetro que caracterizara la resistencia a compresión del hormigón,  $f_{ck}$ , existía el concepto de resistencia a compresión en flexión. Ciertas normas, como la rumana STAS 1275-62 [85], proponían, a falta de ensayos específicos, valores de la resistencia a flexo-compresión  $f_{cM}$ , en función de la resistencia a compresión simple en probeta cilíndrica f, dados por  $f_{cM}=1.25f$ . Sin embargo otras investigaciones que tratan específicamente el fenómeno [86] encuentran una mejora en la ductilidad pero no en la resistencia ante un gradiente de tensiones.

Turkstra y Thomas en [87] aportan una explicación fenomenológica de los efectos del gradiente de tensiones. Partiendo de la base experimental de que los prismas y muretes de fábrica (de ladrillo y bloques) ensayados en flexocompresión muestran un comportamiento cuasi-lineal y frágil sin la aparición de deformaciones dúctiles de origen plástico, llevaron a cabo un análisis elástico mediante un micromodelo de elementos finitos lineales cuyas principales conclusiones son:

- Las tensiones *horizontales* de tracción inducidas en las piezas por la fuerza axil (expresiones (2.10) y (2.11)) son generalizadas en toda la sección mientras que las producidas por el momento flector están localizadas en pequeñas zonas. Así, el fallo por tracción indirecta no se ve especialmente agravado por la presencia del momento.
- 2. Las tensiones *horizontales* de tracción, en la dirección del espesor del muro son prácticamente independientes de la excentricidad del axil y dependen sólo del valor de éste.

- 3. Cuantitativamente, y para la fábrica estudiada ( $v_b = v_m = 0.18$ ;  $\beta = 4.3$ ;  $\alpha = 0.174$ ;  $f_{tb}/f_b = 0.08$ ) se determinó que, considerando un axil centrado que produjera una tensión vertical  $\sigma_z$ , y un momento flector tal que produjera la misma tensión vertical de pico  $\sigma_z$  las tensiones horizontales máximas  $\sigma_x, \sigma_y$  producidas por el momento eran del orden de 2/3 de las producidas por el axil.
- 4. Para excentricidades de hasta aproximadamente la mitad del núcleo central (*e/t*~0.08) puede considerarse que el axil último de muros cortos es independiente de la excentricidad del mismo. Para muros esbeltos, sin embargo, pequeñas excentricidades pueden producir grandes movimientos y curvaturas.

Otras justificaciones, dadas desde la física de la fractura por Hillerborg [88], justifican el fenómeno atendiendo a la razón de que una solicitación de flexocompresión afecta a una zona de la sección menor que la totalidad que se ve afectada en compresión simple. Sucede entonces una especie de *size*-*effect*, con aumento aparente de resistencia. Hillerborg propone, para hormigón un diagrama similar al parábola-rectángulo pero con la deformación última variable, de forma inversamente proporcional a la profundidad de la fibra neutra, en lugar de constante e igual al 3.5‰.

El efecto de sobre-resistencia es la causa, según se explica en los comentarios al Código, de que ACI 530-99 admita un coeficiente de seguridad de 3 en flexión y de 4 en compresión simple. Admitiendo así implícitamente una mejora media del 33 %.

Reflejo del fenómeno en la normativa

BS 5628 [89] preconiza el uso de un diagrama rectangular con valor de  $1.1 f_d$  para el cálculo en flexocompresión de secciones de forma genérica. La mejora respecto al valor  $0.8 f_d$  es del orden del 38 %.

Las recomendaciones de Hendry para análisis de arcos de fábrica [59] mencionan el fenómeno a propósito de la tensión que puede desarrollarse en una rótula formada en la bóveda de un puente en situación próxima al fallo por formación de mecanismo. El autor relaciona la sobre-resistencia en flexocompresión con la mejora de resistencia de la fábrica ante cargas concentradas observada por Page para la que propone un factor *R*, función de la relación entre el área de contacto y el área total de la sección  $A_r$ :

$$R = 0.55A_r^{-0.33} \tag{2.61}$$

Relacionando el área comprimida con la fibra neutra y ésta con la excentricidad de la carga, la expresión (2.61) da valores mayores que la unidad, sólo a partir de excentricidades mayores de 0.40 veces el canto. Para excentricidades próximas al límite, el factor *R* tiende a infinito.

#### 2.4 Comportamiento reológico de la fábrica

#### Introducción

Este epígrafe trata un tema de gran interés que sólo recientemente comienza a ser estudiado y se relaciona con cuestiones muy importantes y aún poco conocidas:

- La grandes deformaciones estructurales (no propiciadas por causas geotécnicas) observadas en construcciones de gran antigüedad y que no pueden ser satisfactoriamente explicadas con cálculos que utilizan leyes constitutivas de los materiales deducidas del comportamiento instantáneo.
- El colapso súbito de construcciones con centenares de años de existencia sin que exista una acción excepcional inmediata. Ante tales colapsos los análisis basados en leyes constitutivas instantáneas normalmente concluyen un bajo nivel de seguridad pero no explican por qué de repente falla un esquema estático que ha funcionado durante siglos.

La explicación a estos fenómenos puede deberse, al menos en parte, al comportamiento diferido o *viscoso* de la fábrica. En este comportamiento se combinan fenómenos de fluencia lineal y no lineal, evolución de las propiedades mecánicas del mortero, acumulación de daño ante ciclos de carga, desarrollo de micro-fracturas, degradación natural del material y otros.

#### La magnitud de las deformaciones

Es un hecho conocido que los desplomes, desalineaciones y movimientos aparentes que se miden en las construcciones centenarias son ordenes de magnitud mayores que las resultantes de cualquier cálculo lineal o no lineal, aún utilizando parámetros de rigidez que tengan en cuenta la acción diferida de las cargas permanentes. A este respecto, se muestra en la figura 2.60 la sección transversal de la catedral de Palma. Los perfiles de la deformada medida y de la calculada coinciden cualitativamente pero, mientras el máximo desplome calculado en la cabeza de las pilas es del orden del milímetro, el máximo medido es de unos 200 mm.

Si las deformaciones son proporcionales a las instantáneas pero unos 2 órdenes de magnitud superiores, cabe pensar que tiene lugar un fenómeno de fluencia con coeficientes mucho mayores que los conocidos para morteros modernos u hormigón.

Una posible explicación puede encontrarse en una idea expuesta por el Prof. Roca [147] que se basa en la consideración de la fluencia del mortero débil a edades tempranas. Teniendo en cuenta que gran parte de los morteros utilizados eran de cal no hidráulica, las resistencias se obtenían por un proceso muy lento de carbonatación. Al actuar la totalidad de las cargas permanentes en los primeros tiempos de vida de la construcción, en que el mortero era *joven* y prácticamente carente de resistencias iniciales, pudieron



**Figura 2.60.** Catedral de Palma. a) Deformaciones medidas en la sección por el 2º perpiaño, verdadera magnitud. b) Deformaciones calculadas con módulo de deformación a largo plazo, aumentadas 700 veces.

producirse deformaciones enormes que quedan *congeladas* en la estructura. Acomodada la construcción a esta geometría, puede permanecer así durante años acumulando algunas deformaciones adicionales de fluencia en el sentido *habitual* del término mientras el mortero desarrolla sus resistencias.

En hormigones, la edad de puesta en carga tiene una notable influencia en la deformabilidad diferida. Ello es patente en la figura 2.61 [85], como se ve, la deformación diferida final es 3 veces mayor en un hormigón cargado a 28 días que en otro cargado a un año. No obstante, un cemento Pórtland (como es el caso) a 28 días ya ha desarrollado una resistencia significativa, mucho mayor que un mortero de cal al cabo de meses.



**Figura 2.61.** *Influencia de la edad de puesta en carga del hormigón en las deformaciones diferidas.* 

Experimentos de Pérez [90] muestran funciones de fluencia 3.75 veces mayores para hormigones cargados a 3 días que para el mismo hormigón cargado a 644 días.

No se han encontrado datos en la bibliografía sobre en qué medida este fenómeno afecta a morteros de cal en lugar de a hormigones. No obstante hay que señalar que, en hormigón, el porcentaje y tamaño de los áridos es mayor que en muchos morteros de cal, especialmente los morteros *muy cuidados*, empleados en tendeles muy finos en sillería (por ejemplo un análisis químico de los morteros colocados en las pilas de la catedral de Palma demostró que el mortero era en realidad cal pura sin adición de árido [91]). Este factor puede tener una influencia cuantitativa grande. Como orden de magnitud, considérese la fórmula que relaciona la deformación de retracción de la pasta de cemento con la de un mortero con un porcentaje, en volumen, de áridos  $V_a/V$  [90].

$$\frac{\varepsilon_{r,c}}{\varepsilon_r} = 1 + \frac{E_{arido}(1 + \chi \varphi)}{E_c} \frac{V_a}{V}$$
(2.60)

siendo:

$\mathcal{E}_{r,c}$	la deformación de fluencia libre de la pasta de cemento
$\mathcal{E}_r$	la deformación de fluencia del hormigón o mortero
$E_{arido}$	el módulo de elasticidad de los áridos
$E_c$	el módulo de elasticidad de la pasta de cemento
φ	el coeficiente de fluencia de la pasta de cemento

 $\chi$  el coeficiente de envejecimiento para la pasta de cemento

Suponiendo unos valores medios para mortero de cal y áridos calizos, de  $E_{arido}=20,000 \text{ N/mm}^2$ ,  $E_{pasta}=1,000$ ,  $\varphi=2.5$ ,  $\chi=0.80$ ,  $V_a/V=0.6$ , se tiene que la pasta retraería 25 veces más que el mortero elaborado con esa pasta en relación 1:3.

Sin pretenderse una explicación rigurosa, las anteriores consideraciones muestran de forma tentativa cómo esos dos efectos pueden tener una influencia en la deformación diferida que implique dos órdenes de magnitud: deformaciones quizás 4 veces más grandes por lo temprano de la edad de puesta en carga y fluencia hasta 25 veces mayor por la ausencia de áridos.

No sería difícil diseñar una campaña experimental para verificar las suposiciones anteriores. ello podría permitir conocer los verdaderos coeficientes de fluencia en función de los morteros utilizados y, tal vez, explicar en muchos casos los grandes movimientos observados en iglesias y otras construcciones históricas.

#### Los colapsos súbitos

Para que un material cuasi-frágil falle a compresión es preciso que se desarrollen en su interior fracturas, que éstas alcancen un cierto tamaño crítico, se conecten entre sí y conduzcan al colapso de una zona de tamaño suficiente para que la pieza *rompa*. Este proceso se desarrollará para un nivel de tensión determinado, conocido convencionalmente como resistencia a compresión. En hormigón, en ensayos rápidos, este valor suele designarse como  $f_c$ , sin embargo una probeta de hormigón sometida una compresión sostenida falla para una tensión menor, en torno a 0.85  $f_c$ . El coeficiente de 0.85 tiene en cuenta el *cansancio* del material.

En general, existe una variable más en el fenómeno de fallo a compresión de materiales semifrágiles: el tiempo. Para niveles de tensión próximos al valor instantáneo de resistencia a compresión, las deformaciones y fracturas crecen con el tiempo sin que aumente el valor de la tensión, figura 2.62.



**Figura 2.62** *Muestra de la fábrica de la torre Cívica de Pavia sometida a una tensión constante de 2.0 N/mm2. Se observa cómo progresa una importante fisura. A los 22 minutos (izq.) y a los 60 min .del comienzo del ensayo (der.).* [93]

El fenómeno tiene su origen en la transformación de energía elástica almacenada en el material a energía necesaria para hacer progresar las fracturas [92].

El caso de la Torre Civica de Pavia, figura 2.63, ha sido uno de los mejor estudiados. En 1989, sin causa inmediata ni síntomas de aviso, colapsó la torre de fábrica de ladrillo de unos 60 m de altura, cuyo cuerpo principal fue construido hacia el año 1100 [93].

El lado de la base era de 12.30 m. El espesor de los muros era de 2.80 m. En su interior se alojaba una escalera intramural de unos 0.80 m de ancho, que ascendía helicoidalmente hasta el cuerpo de campanas, añadido a finales del XVI. La cimentación directa y somera no presentaba zapata de ningún tipo.

El muro se dividía en cara externa de 1.40 m, hueco para la escalera de 0.80 m, y cara interna de 0.60 m. A su vez la cara externa constaba de unos 0.40 m exteriores de fábrica de ladrillo macizo de calidad media baja y 1 metro de conglomerado a base de hiladas de ladrillo entremezcladas con una especie de hormigón ciclópeo de cal. La cara interna era de 3 hojas, ladrillo en las externas y un relleno



Figura 2.63

heterogéneo de entre 0.12 y 0.30 m de espesor.

Con restos de material procedentes del colapso se determinó una resistencia media a compresión de 2.8 N/mm<sup>2</sup>, figura 2.64.a. La figura 2.64.b muestra el comportamiento diferido a corto plazo, para tensiones menores de 2.0 N/mm<sup>2</sup>, las deformaciones se estabilizan pasados unos minutos. Alcanzado un cierto umbral de tensiones las deformaciones precisan mayor tiempo para estabilizarse o se vuelven, finalmente, inestables.



**Figura 2.64.** *a)* Leyes tensión deformación obtenidas en los 8 prismas de la torre Civica. b) Tensión deformación y tiempo deformación. [93]

Este comportamiento sugiere la existencia de distintas fases o dominios de comportamiento. Anzani [94], investigando sobre 8 prismas de 0.30x0.30x0.50 de la misma torre, ha identificado 3 fases (figura 2.65):



Figura 2.65. Relaciones t-E. [94]

- Fase primaria, de velocidad de deformación decreciente con el tiempo. Su límite resultó estar en el nivel tensional 0.40*f*.
- Fase secundaria, para tensiones  $0.40f < \sigma < 0.70f$ . En ella la velocidad de deformación es casi constante Fase terciaria, las velocidades de deformación se hacen crecientes hasta el fallo. Ello sucede para  $\sigma > 0.70f$ .

Las implicaciones más importantes de este estudio son dos; la primera se refiere a los límites de *seguridad* para tensiones en servicio y agotamiento; la segunda a los valores del módulo de elasticidad ante cargas de larga duración.

Es, a juicio del autor, deseable que la estructura se encuentre en servicio en la fase primaria de viscosidad, para que no se produzcan fenómenos de acumulación de las deformaciones. Por ello, la tensión en servicio debería ser inferior al límite primario. En el caso estudiado este límite resulta 0.40f, menor que el que se encuentra en las recomendaciones para hormigón [39] que fijan un nivel tensional en servicio de  $0.60f_c$ .

De igual modo, en agotamiento, si se pueden producir fenómenos viscosos, se debe introducir un coeficiente similar al de *cansancio* del hormigón para tener en cuenta el efecto de crecimiento inestable de las deformaciones. Ese valor parece que, para determinadas fábricas con rellenos heterogéneos, podría ser inferior al 0.85 del hormigón. En el estudio citado resulta 0.70.

La figura 2.66 es similar a la 2.65, pero la escala de tiempo es mucho más extensa. Se muestran las historias de deformación en el tiempo de dos muestras. La 19-30B se cargó a  $1.33 \text{ N/mm}^2$  (0.475*f*), tensión que se



**Figura 2.66.** Deformaciones en función del tiempo a largo plazo para diferentes historias tensionales. Torre Cívica de Pavía. [94]

mantuvo constante hasta más de 1000 días. La deformación final de  $2 \cdot 10^{-3}$  resulta el doble de la inicial. La muestra 19-30A se cargó inicialmente a la misma tensión, pero a la edad de 500 días se incrementó hasta 1.50 N/mm<sup>2</sup> (0.53*f*), en un instante posterior (650 días), la tensión se elevó hasta 0.71*f*, 2.0 N/mm<sup>2</sup>, sobrepasando el umbral de la viscosidad terciaria las deformaciones crecieron hasta hacerse inestables y a la edad de 1200 días sobrevino el fallo.

A la vista de lo anterior (muestra 19-30A), observando que la deformación a tiempo infinito es dos veces la instantánea resulta, para la viscosidad

Limitaciones tensionales por efectos viscosos

Módulo de deformación a largo plazo primaria, un coeficiente de fluencia (para la fábrica) a tiempo infinito de  $\varphi$ =1.0. Con este coeficiente el módulo de deformación a largo plazo resulta la mitad del instantáneo. Este resultado coincide apreciablemente con la estimación hecha para fábrica de ladrillo (E<sub>dif</sub>=2.33E<sub>inst</sub>, de la expresión 2.36) donde se supuso un coeficiente de fluencia para el mortero de  $\varphi_m$ =1.0

Hay que destacar dos aspectos: primero, los ensayos se realizaron sobre el mortero maduro, no sobre el mortero en su edad original de puesta en carga (se ha determinado  $\varphi(t_{\infty}, t_{\infty})$  en lugar de  $\varphi(t_0, t_{\infty})$ ).

Segundo, la fluencia que se ha discutido corresponde a la fase primaria de la viscosidad. Si el nivel tensional es más elevado, las deformaciones pueden crecer en mucha mayor medida.

Como referencia, Eurocódigo 6 da unos valores orientativos del coeficiente de fluencia a tiempo infinito para fábrica de ladrillo de arcilla entre 0.5 y 1.5. El valor de cálculo adoptado por el Documento Nacional de Aplicación español es  $\varphi_{\infty}$ =1.0.

#### 2.5 Conclusiones

Se resumen a continuación los aspectos más relevantes que se desprenden de la lectura del capítulo 2.

#### Los materiales constituyentes

Los constituyentes de la fábrica son tres: las piezas, el mortero y la interfaz. Ésta última tiene entidad física (existe un componente químico diferente, creado durante el secado, fraguado y endurecimiento del mortero) y posee propiedades mecánicas propias, que intervienen en los criterios de fallo de la fábrica. Las condiciones de ejecución de la fábrica condicionan en parte las propiedades de la interfaz.

Las dimensiones de las piezas tienen una influencia notable en las propiedades mecánicas. Se ha mostrado como las proporciones de las probetas ensayadas influyen en la resistencia a compresión. En este sentido deben tenerse en cuenta la esbeltez de la probeta y sus dimensiones comparadas con las de las piezas de la fábrica de la que forman parte. La normativa (EC-6) recoge este hecho y preconiza un parámetro uniforme, la resistencia normalizada a unas dimensiones cúbicas de lado 100 mm. Junto a esta definición aporta coeficientes de conversión (tabla 2.5) que permiten obtener la resistencia de las piezas *in situ*, es decir, en el elemento de fábrica.

Otro aspecto que puede tener una influencia muy importante en el valor de la resistencia a compresión de las piezas es el contenido de humedad, que debe uniformizarse para hacer comparables los ensayos y considerarse en elementos sumergidos o sometidos a fuerte humedad.

La resistencia a tracción de las piezas es un parámetro muy importante, que, como se verá, gobierna todos los modos de rotura de la fábrica. Su determinación es difícil y es frecuente estimarlo como una fracción de la resistencia a compresión, entre el 5 y el 10 %, como orden de magnitud.

Las propiedades del mortero son difícilmente determinables *in situ*. Su deformabilidad y resistencia son mucho menores que las de las piezas. Además de este hecho, bien conocido, hay que destacar que su deformabilidad transversal, (coeficiente de Poisson, figura 2.7) en condiciones de coacción lateral, crece de forma excepcionalmente importante.

Las propiedades de la interfaz se han estudiado profusamente para los tendeles, y no tanto para las llagas que se construyen de forma muy diferente (*llageando* o rellenando los espacios entre las piezas). Los criterios de fallo por deslizamiento comúnmente difundidos responden formalmente a expresiones llamadas de Morh-Coulomb aunque no son tales. Los valores de tensión tangencial resistida ante deslizamiento están acotados superiormente (ante compresiones por encima de un cierto umbral) por un cambio de modo de fallo que afecta a las piezas. El umbral de cambio de modo de fallo no está delimitado de forma unánime (comparar expresiones 2.7 y 2.8). Este aspecto se tratará en 2.3.2 y en el capítulo 3. El capítulo 4 presenta ensayos en que se trasciende dicha frontera (ensayos en un dominio más amplio que el de la figura 2.10). El deslizamiento en presencia de tracciones normales no es tan bien conocido.

#### Comportamiento uniaxial

El mecanismo resistente hasta rotura en solicitación uniaxial está gobernado por la inducción de tracciones en las piezas debido a la mayor deformabilidad longitudinal, y también transversal del mortero confinado. El fallo se produce siempre por hendimiento de las piezas.

El comportamiento en compresión es no lineal desde los niveles iniciales de carga. La ley  $\sigma$ - $\varepsilon$  típica de distintos tipos de fábrica puede aproximarse por una expresión parabólica tipo Powell y Hodkingson.

En la resistencia a compresión de la fábrica intervienen distintos factores, siendo los más sobresalientes el espesor relativo de los tendeles, la calidad del parejo o el confinamiento transversal.

La resistencia de la fábrica puede obtenerse con suficiente aproximación mediante la fórmula de Ohler si se tienen en cuenta los factores de corrección oportunos: de esbeltez y sobre todo, el menos difundido de conversión prisma-fábrica, $\eta$ . En 2.41.bis se propone una expresión simplificada de f aplicable a fábricas de gran antigüedad, que sólo requiere conocer la resistencia de las piezas y el espesor de los tendeles.

#### Comportamiento en flexocompresión y corte en el plano

Los criterios de fallo experimentales para fábrica bajo estados biaxiales son similares a los de hormigón pero reflejan la anisotropía del material al variar en función de la orientación relativa de los esfuerzos respecto a los tendeles. El comportamiento en modos biaxiales, aún con esfuerzos principales paralelos y perpendiculares a los tendeles es diferente del uniaxial. Una compresión moderada en la dirección secundaria (perpendicular a los tendeles) mejora las propiedades en la dirección principal (figura 2.45).

Se ha puesto de manifiesto (ésta es la gran aportación de Mann y Müller) que en fábrica, los esfuerzos cortantes producen incrementos locales de tensión normal.

Se han identificado tres modos de fallo principales bajo compresión centrada y cortante (figuras 2.42 y 2.49): Deslizamiento en el tendel, fisuración diagonal y aplastamiento. La fisuración por flexión o el fallo de las llagas no implican el fallo de la fábrica.

Existe una laguna en el conocimiento de la deformabilidad transversal de la fábrica.

#### Comportamiento en flexión fuera del plano

El comportamiento en flexión pura fuera del plano es extremadamente frágil. El comportamiento flexocompresión es mucho más dúctil y presenta un gran interés práctico.

Existen métodos incorporados en las normas para tratar el problema incorporando la influencia de la esbeltez de las piezas. No existen, sin embargo, formulaciones que tengan en cuenta la influencia simultánea del cortante. El método de la columna modelo presenta ventajas sobre el de la ecuación diferencial al incorporar al análisis el comportamiento mecánico a nivel seccional. Esta circunstancia se aprovechará en 3.6.1 para tener en cuenta además la influencia del cortante.

La fábrica sometida a compresión excéntrica exhibe una resistencia aparente muy mejorada (sobre-resistencia) respecto a la que se obtiene de un cálculo seccional con distribución lineal o rectangular de tensiones. Este fenómeno depende de la excentricidad del axil, tiene una notable importancia cuantitativa y ha sido constatado experimentalmente e incorporado a la normativa. Existe además al menos un trabajo teórico que arroja luz sobre las causas del fenómeno. No existen referencias acerca de la sobreresistencia en el caso en que exista un cortante concomitante con la flexión.

#### Comportamiento reológico de la fábrica

Existe una importante laguna en la caracterización de la deformabilidad de la fábrica ante solicitaciones de compresión de larga duración (cargas gravitatorias) y ante deformaciones impuestas a lo largo de un gran número de ciclos (variaciones termohigrométricas diarias y estacionales). Hay razones para pensar en una influencia notable en estos fenómenos de la fluencia de los morteros antiguos cargados a edades tempranas.

De igual modo, es aún poco conocido el comportamiento de la fábrica ante daños acumulativos (cansancio). Las principales experiencias provienen de un único caso de colapso súbito. En los ensayos realizados se ha constatado la progresión de daños ante cargas mantenidas cuando el nivel de solicitación es próximo al de rotura en carga monótona creciente rápida *f*. Se

han identificado tres fases de fluencia: estable para niveles de tensión por debajo de 0.40f, intermedia y crítica a partir de 0.70f. Para este tipo de fábricas de ladrillo de mala calidad, el coeficiente de cansancio parece ser menor que el del hormigón (0.70 frente a 0.85) y el nivel máximo de tensiones en servicio *seguro* no debe superar el 40% de f.

Para regímenes estables de fluencia en las fábricas investigadas la deformación diferida resultó igual a la instantánea, sugiriendo un módulo de deformación a largo plazo igual a la mitad del instantáneo.

# Capítulo 3

### Propuesta teórica de diagramas de interacción de esfuerzos de flexocompresión y corte

En las últimas décadas el proyecto de estructuras de fábrica ha cambiado considerablemente su dependencia de reglas empíricas por una base más acorde con los principios de la ingeniería que se aplican a otros materiales como hormigón y acero. Prof. Arnold W. Hendry

#### 3.1 Introducción

A lo largo del capítulo 2 se ha mostrado cómo la experimentación y las interpretaciones teóricas y numéricas encontradas en la bibliografía permiten conocer la naturaleza del comportamiento biaxial de la fábrica en su plano y fuera del plano.

Entra las conclusiones principales destacan la importancia de la anisotropía del material compuesto y el acoplamiento existente entre la respuesta ante los esfuerzos normales en dos direcciones, y de éstos con los esfuerzos de corte. Se han identificado, además, las tres formas de rotura posibles según predominen los esfuerzos de corte sobre los normales o viceversa (tabla 3.1)

El gran número de variables que intervienen y condicionan los modos de rotura hacen del problema biaxial un fenómeno complejo. Las formulaciones numéricas propuestas por diversos autores recogen adecuadamente el fenómeno físico y concuerdan bien con los resultados experimentales como ya se ha expuesto pero implican un tratamiento complejo que requiere herramientas numéricas muy avanzadas, alejadas en general de la práctica ingenieril.

En este apartado se presenta un tratamiento que, recogiendo las aportaciones precedentes, maneja esfuerzos en lugar de tensiones y plantea un diagrama de interacción a nivel de sección de forma similar a los procedimientos comunes en estructuras de hormigón o acero.

Ello presenta la ventaja de seguir una metodología de proyecto bien conocida y respaldada por las modernas normas de proyecto (Eurocódigos) basadas en el método de los estados límite.

Disponer de un diagrama de interacción a nivel de sección hace posible, además, desacoplar el cálculo de esfuerzos global (o a nivel de estructura) de la comprobación a nivel de estructura. Ello reporta beneficios claros como son un mayor control sobre las etapas de cálculo y mejor adaptación del procedimiento para diseñar refuerzos.

Esfuerzo predominante	Condición de fallo	Parámetros geométricos y mecánicos	Aspecto de la rotura			
Cortante	Deslizamiento en los tendeles	$f_{v0}$ , $\mu$ en la interfaz	Horizontal o escalonada, sin rotura de las piezas			
Cortante y Normal	Rotura a tracción de las piezas (o del mortero)	f <sub>tb</sub> , ξen las piezas	Escalonada con rotura mixta en tendeles y piezas			
Normal	Rotura a compresión de la fábrica (tracción indirecta en las piezas)	f de la fábrica $(f_{b}, f_{ib}, \alpha)$	Hendimiento en las piezas, fisuración perpendicular a los tendeles			

Tabla 3.1 Modos de fallo en estados biaxiales

Para ello es necesario realizar ciertas hipótesis simplificadoras: se supondrá que no existen esfuerzos normales paralelos a los tendeles ni cortantes perpendiculares a los mismos. Ello no implica que localmente no existan (en las piezas o el mortero) tensiones normales paralelas a los tendeles o tensiones tangenciales perpendiculares a los mismos, lo que se admite es que no existen esfuerzos globales sobre las caras perpendiculares a los tendeles que delimitan pieza estudiada. Además, no se considerarán, en principio, los efectos de la esbeltez en las piezas.

Con todo, estas simplificaciones no imponen una grave restricción desde el punto de vista práctico en un gran número de casos, es decir, allí donde es posible hablar de esfuerzos en el sentido clásico atribuido al término en la Resistencia de Materiales. Es el caso de elementos asimilables a piezas lineales como soportes, incluso contrafuertes, arcos (bóvedas cilíndricas por extensión). Las zonas de encuentro de este tipo de piezas y los elementos masivos bi y tridimensionales requieren precauciones especiales cuando se usan estos procedimientos, que deben complementarse con herramientas adecuadas al análisis de nudos, uniones, etc.

Como contrapartida a las limitaciones de alcance, el método incluye la posibilidad de que los esfuerzos normales sean excéntricos respecto a la sección, cuestión más compleja de tratar cuando el cálculo se lleva a cabo en términos de tensiones.

De esta forma se pretende cubrir la laguna detectada en los métodos de análisis de segundo nivel, orientados a conocer el funcionamiento resistente y cuantificar la seguridad.

El acoplamiento entre los esfuerzos cortantes y normales (V produce tensiones tangenciales y normales, ver (2.49)) exige que los diagramas de interacción involucren simultáneamente a N, V y la excentricidad del axil y, por tanto, a M.

Los desarrollos siguientes obtienen el diagrama de interacción tridimensional para una sección de fábrica sometida a un esfuerzo perpendicular a los tendeles N (que puede ser o no excéntrico respecto a la sección considerada), y un esfuerzo cortante V paralelo a los tendeles. En caso de que se disponga de las solicitaciones referidas a otra orientación, es sencillo realizar la conversión a estos *ejes principales* (figura 3.1).



Figura 3.1 Esfuerzos referidos a la los ejes paralelo y perpendicular a los tendeles

#### 3.2 Estudio en hipótesis plásticas

Se considera una sección rectangular, sobre ella actúan, en agotamiento, un axil N perpendicular a los tendeles, un cortante V paralelo a los tendeles y contenido en el plano definido por la soga y el alto de las piezas y un momento respecto al centro de gravedad igual a  $N \cdot e$ , siendo e la excentricidad del axil medida desde el centro de gravedad de la sección bruta.



Figura 3.2. Esfuerzos y esquema tensional

Se admite que la distribución de tensiones normales equivale<sup>1</sup>, en agotamiento, a una distribución uniforme de tensiones sobre una fracción (el 0.8) de la parte comprimida de la sección, acotada por *x*. La distribución real de tensiones en agotamiento será en realidad sensiblemente parabólica según alguno de los diagramas de 2.3.1.

Considerar un diagrama rectangular equivalente es posible ya que éste produce una resultante y excentricidad muy similares al esquema real. De hecho, según FL-90 [2] el diagrama parábola rectángulo es aplicable a las secciones de fábrica y el diagrama parábola rectángulo se puede sustituir en hormigón por el rectangular (EHE [21]) a efectos de resultante de tensiones y punto de aplicación de la misma.

La tensión normal se obtiene de la ecuación de equilibrio de axil:

$$\sigma = \frac{N}{0.8tx} \tag{3.1}$$

La extensión de la zona comprimida depende sólo de la excentricidad del axil y no de la tensión (aunque sí de su distribución):

$$x = \frac{h - 2e}{0.8} \le h \tag{3.2}$$

Indistintamente se utilizan la excentricidad e o el momento referido al centro de gravedad de la sección bruta M:

$$M = Ne \tag{3.3}$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> En términos de resultante de tensiones y punto de aplicación de dicha resultante.

Conservadoramente se admite que sólo la parte comprimida colabora a resistir cortante mediante una distribución uniforme de tensiones rasantes. La ecuación de equilibrio de cortante da la tensión tangencial :

$$\tau = \frac{V}{tx} \tag{3.4}$$

Es conveniente expresar las relaciones de interacción entre los esfuerzos de agotamiento adimensionalmente. Para ello se definen, por comodidad, los siguientes *esfuerzos adimensionales:* 

$$N^* = \frac{N}{thf} \tag{3.5}$$

$$V^* = \frac{1.6\xi V}{thf} \tag{3.6}$$

$$M^* = 8\frac{M}{th^2 f} \tag{3.7}$$

donde f es la resistencia a compresión de la fábrica y se ha llamado  $\xi$  a la relación de forma de la pieza

$$\xi = \frac{h_b}{w_b} \tag{3.8}$$

 $\xi$  toma valores próximos a 0.20 en ladrillo y entre 0.20 y 0.30 en sillería.

Haciendo uso de las expresiones anteriores, tanto la profundidad de la fibra neutra x, como la tensión uniforme equivalente  $\sigma$ , pueden expresarse en función de los esfuerzos adimensionales:

$$x = \frac{4N^* - M^*}{3.2N^*} h \le h$$
(3.9)

$$\sigma = \frac{4N^{*2}}{4N^* - M^*} f \tag{3.10}$$

La tensión tangencial en la zona comprimida resulta:

$$\tau = \frac{2V^*N^*}{\xi(4N^* - M^*)}f$$
(3.11)

## Tramo III de la envolvente de Mann y Müller: rotura por compresión de la fábrica

En este tramo se alcanza la rotura cuando la tensión total en la parte comprimida de la sección  $\sigma$  alcanza el valor de la resistencia a compresión de la fábrica *f*, que es el único parámetro del material que se requiere para definir esta parte de la envolvente:

$$\sigma + \Delta \sigma = f \tag{3.12}$$



donde  $\sigma$  se debe a las solicitaciones normales *N* y *M*, expresión (3.10) y  $\Delta \sigma$  se debe al cortante, según el estado tensional propuesto por Mann y Müller (figura 2.42) se tiene la siguiente expresión ya deducida en (2.49):

$$\Delta \sigma = 2\tau \xi \tag{2.49}$$

Sustituyendo en la condición de rotura (3.12) el valor de  $\sigma$  de (3.1), el valor de  $\tau$  de (3.4) y el valor de la extensión de la zona comprimida *x* de (3.2) y operando se llega a una relación en rotura entre *N*, *M* y *V*:

$$N^{2} + (1.6\xi V - fth)N + 2ftM = 0$$
(3.13)

Esta relación se puede expresar en función de los esfuerzos adimensionales definidos (3.5), (3.7) y (3.7):

Despejando M\*:

$$M^* = 4 \left[ (1 - V^*) \cdot N^* - N^{*2} \right]$$
(3.14)

Considerando  $V^*$  como un parámetro, la expresión anterior representa el diagrama de interacción  $M^*-N^*$  en presencia de un cortante  $V^*$ . Se trata de parábolas que pasan por el origen, por el punto ( $N^*=1-V^*$ ;  $M^*=0$ ) y tienen su vértice (momento máximo) en el punto ( $N^*=(1-V^*)/2$ ;  $M^*=(1-V^*)^2$ ). En la figura 3.3 se representa esquemáticamente el aspecto de estos diagramas.



**Figura 3.3** Diagrama de interacción adimensional M\*-N\* en presencia de un cortante V\* en el dominio de rotura III

La pendiente en el origen de estas parábolas vale

$$\frac{\partial M^*}{\partial N^*}\Big|_{N^*=0} = 4(1 - V^*)$$

Así que la máxima pendiente en el origen es 4 (cuando  $V^*=0$ ); esto significa que todas las parábolas quedan por debajo de la recta  $M^*=4N^*$  (línea discontinua en la figura 3.3). Esta recta representa el enunciado del análisis límite: "Si se puede encontrar una línea de presiones contenida dentro de la fábrica y que está en equilibrio con las acciones exteriores la estructura es *segura*". En efecto: la línea de presiones es, por definición, el lugar geométrico de los puntos de aplicación de la resultante de las acciones exteriores en las secciones. La condición de que la línea de presiones esté contenida dentro de la fábrica equivale a imponer una excentricidad máxima para el axil:

$$e \leq \frac{h}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{M}{N} \leq \frac{h}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{M^* th^2 f}{8} \leq \frac{N^* thfh}{2} \quad \Rightarrow \quad M^* \leq 4N^*$$

Por tanto, en ejes  $M^* \cdot N^*$  el análisis límite se puede enunciar así: "Son válidas las combinaciones de axil y momento adimensionales que queden por debajo de la recta  $M^* = 4N^*$ ". Todas las parábolas encontradas quedan por debajo de dicha recta por lo que la envolvente propuesta respeta el análisis límite. De hecho, es más exigente porque no utiliza las hipótesis de resistencia a compresión infinita ni de despreciar el efecto del cortante.

Puede verse, en las expresiones (3.9) y (3.10), que si  $M^*$  alcanzara el valor  $4N^*$  se verificaría que la profundidad de la zona comprimida x se anula (la línea de presiones discurre por el extremo de la sección) y la tensión se hace infinita, de acuerdo con las hipótesis del análisis límite.

Si en la expresión (3.13) se despeja  $V^*$  en función de  $N^*$  y se interpreta  $M^*$  como un parámetro se tiene el diagrama de interacción  $V^*-N^*$  en presencia de un momento  $M^*$ , expresión (3.15) y figura 3.4.a.

$$V^* = 1 - N^* - \frac{M^*}{4N^*}$$
(3.15)

Se observa que, para momento nulo, lo anterior es una recta que pasa por los puntos ( $N^{*}=0$ ;  $V^{*}=1$ ) y ( $N^{*}=1$ ;  $V^{*}=0$ ). En presencia de momento se tiene una familia de hipérbolas que tienen como asíntotas el eje  $N^{*}=0$  y la recta antes mencionada.

Hay que recordar que aún no se ha delimitado el rango de validez de este criterio, por lo que no deben sorprender valores como  $V^*=1.0$ , (un cortante que fuera del orden de la capacidad a axil de la sección) a todas luces excesivo. Esta envolvente se basa en el criterio de rotura por compresión por lo que sólo será aplicable para combinaciones de axil elevado y, eventualmente, momento elevado. Si el axil es bajo ( $N^* \rightarrow 0$ ) la rotura, presumiblemente no se producirá por fallo por compresión sino por deslizamiento, es decir la pieza se encontrará en el tramo II ó I de la envolvente de Mann y Müller fallando por tracción indirecta en la pieza o deslizamiento en el tendel.

La figura 3.4.b muestra el aspecto de la superficie de interacción del criterio III.



**Figura 3.4** a) Diagrama de interacción adimensional  $V^*$ - $N^*$  en presencia de un momento  $M^*$  en el dominio de rotura III. b) Superficie de interacción correspondiente al mismo dominio

# Tramo II de la envolvente de Mann y Muller: rotura por tracción en las piezas

Tennie failer of units

En este tramo se alcanza la rotura cuando la tensión principal de tracción en centro de una pieza  $\sigma_l$  alcanza el valor de la resistencia a tracción de la pieza  $f_{tb}$ , que es, junto a f, el único parámetro del material que se requiere para definir esta parte de la envolvente. La tensión principal mayor (máxima tracción) en general vale:

$$\sigma_{1} = \frac{\sigma_{x} + \sigma_{y}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{x} - \sigma_{y}}{2}\right)^{2} + \tau_{xy}^{2}}$$
(3.16)

Para la solicitación propuesta por Mann y Müller (figura 2.42) se pueden calcular las tensiones en el centro de la pieza para unas dimensiones típicas de ladrillos (la figura 3.5 reproduce los resultados del cálculo elástico plano realizado):  $\sigma_x = -\sigma$ ,  $\sigma_y = 0$ ,  $\tau_{xy} = 2.15\tau$ , sustituyendo en (3.16) resulta una expresión siempre positiva:

$$\sigma_1 = \frac{-\sigma}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + 2.15^2 \tau^2}$$
(3.17)

Haciendo  $\sigma_l = f_{lb}$  en (3.17) y despejando  $\tau$  se tiene la condición crítica:

$$\tau = 0.47 f_{tb} \sqrt{1 + \frac{\sigma}{f_{tb}}}$$
(3.18)

Según Mann y Müller el factor que multiplica a  $f_{tb}$  y la raíz en la condición crítica obtenido experimentalmente en estados de axil centrado y cortante es

0.45 (2.50) en lugar de 0.47. Según Tursenk y Cakovich (2.46), de acuerdo con un cálculo elástico admitiendo la hipótesis de Navier, el coeficiente es 1.00. Si en lugar de un  $\Delta\sigma$  escalonado como en la figura 3.5 se supone una variación lineal a lo largo de la soga de la pieza el factor obtenido es de 0.58. En este desarrollo se admitirá un factor de 0.50. La expresión (3.18) se convierte así en (3.19).

$$\tau = 0.50 f_{tb} \sqrt{1 + \frac{\sigma}{f_{tb}}}$$
(3.19)

Se admite que para una solicitación de axil excéntrico se sigue verificando (3.19), al menos en la zona comprimida de la sección.



**Figura 3.5** Solicitación sobre la pieza en corte y compresión y contornos de la tensión principal mayor. La zona de mayores tracciones es la diagonal más oscura.

Sustituyendo en la condición crítica (3.19)  $\sigma$  y  $\tau$  por sus valores en función de los esfuerzos adimensionales se obtiene la ecuación de la envolvente correspondiente al criterio II.

$$V^* = \xi \frac{f_{tb}}{f} \left( 1 - \frac{M^*}{4N^*} \right) \sqrt{1 + \frac{4N^{*2}}{4N^* - M^*} \frac{f}{f_{tb}}}$$
(3.20)

La expresión (3.20) representa el diagrama de interacción  $V^*-N^*$  en presencia de un momento  $M^*$ . Si el momento es nulo se tiene la parábola de interacción  $N^*-V^*$ :

$$V^{*} = \xi \frac{f_{tb}}{f} \sqrt{1 + N^{*} \frac{f}{f_{tb}}}$$
(3.21)

en la que el cortante adimensional toma valores entre 0.05 y 0.10 aproximadamente, en el rango de variación del axil,  $N^* \in [0,1]$ . Para momentos no nulos el agotamiento a cortante sigue unas curvas que se muestran esquemáticamente en la figura 3.6.a.

La relación (3.20) no permite despejar analíticamente el momento adimensional en función de los otros esfuerzos. No obstante, numéricamente es fácil obtener la representación de la envolvente del criterio II en el plano  $N^*-M^*$  como se muestra en la figura 3.6.b.

La figura 3.6.c muestra el aspecto de la superficie de interacción del criterio II.



**Figura 3.6** Diagramas de interacción adimensionales en el dominio de rotura II. a) Ejes  $M^*-N^* b$ ) ejes  $V^*-N^* y$  c) Superficie de interacción

# Tramo I de la envolvente de Mann y Müller: rotura por deslizamiento en el tendel

En este tramo se alcanza la rotura por deslizamiento en el tendel. Siguiendo a Mann y Müller, se admitirá que se produce tal deslizamiento al alcanzarse un valor límite de una combinación de la tensión tangencial y normal. Las propiedades de la fábrica que se precisan son un coeficiente de rozamiento crítico en el tendel  $\mu$  y una resistencia a corte puro en ausencia de tensión normal,  $f_{v0}$  que a veces se llama *cohesión* por analogía formal con el criterio de Mohr-Coulomb. La condición de fallo por deslizamiento en la zona comprimida se expresa:

$$\tau = f_{\nu 0} + \mu(\sigma - \Delta\sigma) \tag{3.22}$$

sustituyendo el incremento de tensión normal en el tendel por su expresión en función de la tensión tangencial en la zona comprimida (2.49) y reordenando los términos se tiene (2.73):



$$\tau = \frac{f_{\nu 0}}{1 + 2\mu\xi} + \frac{\mu}{1 + 2\mu\xi}\sigma$$
(3.23)

Introduciendo la notación

$$f_{\nu 0, ef} = \frac{f_{\nu 0}}{1 + 2\mu\xi} \quad ; \ \mu_{ef} = \frac{\mu}{1 + 2\mu\xi} \tag{3.24}$$

La condición crítica se puede expresar bajo la forma típica de los criterios tipo Mohr-Coulomb, si bien con cohesión y coeficiente de rozamiento modificados o *efectivos* :

$$\tau = f_{v0,ef} + \mu_{ef}\sigma \tag{3.25}$$

Nótese que, para unos valores típicos de  $\mu$ =0.60 y  $\xi$ =0.25, los parámetros de cohesión y rozamiento en la interfaz que se han llamado efectivos son un 20% menores que los nominales, obtenidos de un ensayo de corte puro en una sola pieza y junta de mortero.

Sustituyendo en la condición crítica  $\tau$  y  $\sigma$  por sus expresiones en función de los esfuerzos adimensionales se tiene la ecuación de la envolvente de rotura por deslizamiento (3.26) :

$$M^{*} = 4 \left[ \mu_{ef} \frac{f}{f_{v0,ef}} N^{*2} + (1 - \frac{1}{2\xi} \frac{f}{f_{v0,ef}} V^{*}) N^{*} \right]$$
(3.26)

$$V^* = 2\xi\mu_{ef}N^* - 0.5\xi\frac{f_{v0,ef}}{f}\frac{M^*}{N^*} + 2\xi\frac{f_{v0,ef}}{f}$$
(3.27)

De nuevo se encuentran parábolas en el plano  $M^*-N^*$  e hipérbolas en  $V^*-N^*$ . En caso de que  $f_{v0}=0$  resulta la recta en  $V^*-N^*$ :

$$V^* = 2\xi\mu_{ef}N^* \tag{3.28}$$





y se llega a la paradoja de que el momento último es infinito. Sin embargo, dando valores tan grandes como se desee al parámetro  $f/f_{v0}$  es posible representar (3.26) en el plano  $M^*-N^*$ : las parábolas se convierten, en el intervalo  $N^* \in (0,1)$  en casi-rectas prácticamente verticales que surgen de los puntos  $N^*=V^*/2\xi\mu_{ef}$ . Ello se interpreta fácilmente a la vista de la expresión (3.28): los axiles menores que  $V^*/2\xi\mu_{ef}$  no son admisibles porque producen deslizamiento para cualquier nivel de excentricidad. De esta manera, la influencia del momento en caso de cohesión nula puede interpretarse en el diagrama  $M^*-N^*$  pero no en el diagrama  $V^*-N^*$ .

Teniendo en cuenta que  $V^*$  puede adoptar un valor máximo *razonable* del orden de 0.05 y para valores típicos  $\mu_{ef}=0.5$  y  $\xi=0.25$  el criterio I en el plano  $M^*-N^*$  presenta, en el peor de los casos, un corte casi vertical para axiles adimensionales menores de 0.2. Es decir, se precisan axiles adimensionales mayores de 0.2 para poder resistir cortantes  $V^*$  en torno a 0.05 sin que se dé deslizamiento. El criterio I es más restrictivo que el II para axiles bajos, en torno a 0.10 en ladrillo y 0.05 en sillería, valores corrientes en muchos elementos estructurales reales.

La figura 3.7.a presenta las parábolas casi degeneradas en rectas (caso  $f_{\nu 0} \approx 0$ ) de la expresión (3.26). La expresión (3.27) tiene una representación en ejes  $V^*-N^*$  como la mostrada en la figura 3.7.b. Se trata de hipérbolas muy próximas a la recta  $V^*=2\xi\mu N^*$ :

Hay que destacar que las hipérbolas obtenidas siguiendo este criterio quedan por encima de las hipérbolas del criterio II para valores de  $\mu$  usuales (mayores de 0.2) excepto para valores bajos del axil (*N*\*<0.2).

La figura 3.7.c muestra el aspecto de la superficie de interacción del criterio I.

#### Diagrama final de interacción

El diagrama, o superficie de interacción será la intersección de las superficies correspondientes a cada criterio. Las figuras 3.8 muestran el aspecto del diagrama en ejes  $M^*-N^*$ , en ejes  $V^*-N^*$  y en las tres dimensiones.



Figura 3.8 Envolvente adimensional final de interacción.

#### 3.3 Influencia de los parámetros

En este epígrafe se lleva a cabo un estudio paramétrico variando las relaciones adimensionales que influyen en cada criterio de fallo. Como patrón de comparación, se toman valores medios de todos los parámetros (en negrita) referidos a una fábrica de ladrillo *tipo*. A continuación se hace variar cada uno de los parámetros, uno cada vez, dejando el resto en valores medios. Se considera un valor *bajo* y otro *alto*. Además, se ha considerado un valor infinito para la resistencia a tracción de las piezas. La influencia del coeficiente de rozamiento se evalúa también en el caso de ser nula la cohesión.

Conviene resaltar que no se ha estudiado la influencia directa de la resistencia a compresión de la fábrica f y de los parámetros que intervienen en su valor numérico ( $\alpha$ ,  $f_b$  y  $f_{tb}$ , principalmente) porque los diagramas son adimensionales y los verdaderos esfuerzos M, N y V son directamente proporcionales a f y a los valores adimensionales de los propios diagramas.

El esquema del estudio paramétrico es que muestra la tabla 3.2.

Tabla 3.2 Variación paramétrica.

Parámetro	$\frac{f_{tb}}{f}$			$\frac{f_{v0,ef}}{f}$		ξ		$\begin{array}{c} \mu_{ef} \\ \hline f_{v0} = 0 \ ; \ f_{v0} \neq 0 \end{array}$					
Valores	0.07	0.15	0.30	8	0.01	0.05	0.30	0.10	0.20	0.70	0.20	0.50	0.80

El valor patrón de la razón adimensional  $f_{tb}/f=0.15$ , se ha estimado suponiendo una fábrica histórica *media*, en que la resistencia de la fábrica fuera alrededor de 0.30 veces la de las piezas, lo que corresponde a un valor de  $\alpha$  próximo a 1/5 con resistencia del mortero muy baja (figura 2.29), y a una relación  $f_{tb}/f_b \approx 0.05$ .

Los valores patrón para los otros parámetros se han obtenido examinando las variaciones en la bibliografía, ver 2.2.

Las figuras 3.9 a 3.18 muestran los diagramas de interacción obtenidos con los parámetros de la tabla 3.2. Se presentan en ejes adimensionales Axil – Momento y Axil – Cortante.

En todos los casos se representan los ejes  $N^* y M^*$  en su intervalo completo de variación (0,1). Las distintas curvas en  $N^*-M^*$  corresponden a cortantes adimensionales entre 0.00 y 0.10 en intervalos de 0.01. En los diagramas  $N^*-V^*$ , la escala del eje de cortante adimensional es variable según los parámetros considerados.

A continuación se extraen las principales conclusiones sobre la influencia de los distintos parámetros considerados.

Elección de los valores patrón

Resultados












- a)  $f_{v0,eff} = 0.01$
- b)  $f_{v0,ep} = 0.05$
- c)  $f_{v0,ep}f = 0.30$



ര







a) 
$$f_{v0,ef}/f=0$$
.

b) 
$$f_{v0,eg}f=0.05$$

c) 
$$f_{v0,et}/f = 0.30$$







٩

g



- a)  $f_{v0,ef} = 0.01$
- b)  $f_{v0,ef}f = 0.05$
- c)  $f_{v0,ef} = 0.30$







3.3 Influencia de los parámetros









3-20





- a)
- $\xi=0.10$  $\xi=0.20$  $\xi=0.70$ q (c)









3. 3 Influencia de los parámetros





- a)  $\mu_{ef} = 0.20$
- b)  $\mu_{ef} = 0.50$
- c)  $\mu_{ef} = 0.80$





3-22



0.8

0.7

0.6

0.5 **X**\*

0.4

0.3

0.2

0.1

0

0.01

M\*=0.9

M\*=0.8

**\*** 0.04

0.05

0.03

0.06

م

Coeficiente de rozamiento bajo

0.08

0.0





a)  $\mu_{ef} = 0.20$ 

b)  $\mu_{ef} = 0.50$ 

c)  $\mu_{ef} = 0.80$ 

3. 3 Influencia de los parámetros





a) 
$$\mu_{ef} = 0.20$$

b) 
$$\mu_{ef} = 0.50$$

c) 
$$\mu_{ef} = 0.80$$











**Fiugra 3.18** Influencia del coeficiente de rozamiento, en el diagrama N\*-V\*. Se considera el caso en que no existe cohesión  $(f_{v0}=0)$ .

b)  $\mu_{ef} = 0.50$ 

a)  $\mu_{ef} = 0.20$ 

c)  $\mu_{ef} = 0.80$ 

3. 3 Influencia de los parámetros

### Influencia de la resistencia a tracción de las piezas

Figuras 3.9 y 3.10. Este parámetro muestra una gran influencia cuantitativa. Como ejemplo, para un axil adimensional de 0.30 y una excentricidad equivalente a  $M^*=0.40$ , se tiene una resistencia a cortante de  $V^*=0.04$  para el cálculo patrón, de 0.025 para resistencia baja y de 0.06 para resistencia alta. Expresada en estos términos, un incremento del 100% en  $f_{tb}/f$  (valor razonable dada la dispersión e incertidumbre existente para este parámetro) supone una influencia del 50 a 60% en el cortante resistido. La figura 3.9.d obtenida para resistencia a tracción infinita, muestra un  $V^*$  de 0.07 para la compresión y excentricidad mencionadas. La razón de que la influencia de este parámetro esté limitada es que, al ser muy elevada la resistencia por criterio II, se impone como más limitativo el criterio I de deslizamiento en el tendel. Ello se hace patente en las figuras 3.9, en que la inclinación de las cuasi-hipérbolas aumenta drásticamente en el caso d al componerse el diagrama de interacción de la intersección de los criterios I y III.

En los diagramas  $N^{*}-V^{*}$  se aprecia con claridad en qué medida aumenta el máximo cortante resistido al variar la resistencia a tracción de las piezas por el cambio de escala del eje de ordenadas. Como ejemplo de la influencia en  $M^{*}$ , para un axil de 0.30 y un cortante de 0.03, la excentricidad última en el cálculo patrón corresponde a  $M^{*}=0.70$ , reduciéndose a 0.10 para  $f_{tb}$  baja y aumentando a 0.80 para resistencia alta (limita ya el criterio de deslizamiento). Por tanto, una baja del 100% en  $f_{tb}$  disminuye 7 veces la excentricidad última.

La resistencia a tracción de las piezas es un factor muy importante en la determinación de los diagramas y su influencia es especialmente significativa si se expresa como limitación de la excentricidad (o momento) para axil y cortante constantes.

### Influencia de la cohesión de la interfaz

Figuras 3.11, 3.11.bis y 3.12. La influencia de este parámetro se circunscribe a la zona de axiles pequeños. El aspecto de los diagramas  $N^*-M^*$  de la figura 3.11 es muy similar. La diferencia se aprecia en la figura 3.11.bis, ampliación de la anterior en la zona de axiles hasta 0.30. La figura *c* muestra las cuasi-hipérbolas del criterio II completas hasta el eje de abscisas, mientras en la *a* se cortan por el criterio I al ser más limitativo este criterio para axiles hasta 0.20.

En ejes  $N^*-V^*$  (figura 3.12) se aprecia cómo la única curva significativamente afectada por la variación de la cohesión  $f_{\nu 0,ef}$  es la correspondiente a momento nulo. En cuanto se tiene una excentricidad de 0.10 ó 0.20 la influencia de la cohesión es poco apreciable.

### Influencia de la geometría del ladrillo

Figuras 3.13 y 3.14. A la vista de los diagramas  $N^*-M^*$  de 3.13 la influencia de  $\xi$  parece enorme. No obstante, hay que tener en cuenta que, por su

definición (3.6), el cortante adimensional  $V^*$  es proporcional a  $\xi$ . La figuras 3.15.*a* y *b* muestra cómo la escala de  $V^*$  aumenta de 0.04 a 0.08 al duplicarse  $\xi$ . Esta observación es imprescindible para interpretar la influencia de la relación alto/soga, que resulta mucho menor en el cortante real resistido (con dimensiones de kN) que lo que visualmente se aprecia en las figuras adimensionales.

La influencia de  $\xi$  es muy grande (casi proporcional) en el cortante adimensional pero no influye tan apreciablemente en los esfuerzos reales resistidos

### Influencia del coeficiente de rozamiento en la interfaz

Figuras 3.15, 3.16, 3.17 y 3.18. El coeficiente de rozamiento, al igual que la cohesión, influye en la zona en que *pugnan* los criterios de deslizamiento I y de tracción indirecta II. Superado un cierto umbral, próximo al valor medio considerado de 0.50,  $\mu$  deja de influir por adquirir el protagonismo el criterio II. De ello es prueba la total similitud entre las figuras 3.15.*a* y *b*.

En ejes  $N^*-V^*$ , se aprecia cómo para valores entre 0.50 y 0.80 las diferencias sólo se hacen patentes en situaciones de excentricidad nula ( $M^*=0$ ). Valores bajos del coeficiente de rozamiento, figura 3.16.*a*, tienden a *apretar* las curvas intermedias en el rango de cortantes elevados y axiles medios o bajos.

Este mismo comportamiento se manifiesta, pero con mayor intensidad, en el caso de que la cohesión sea muy baja (situación que se produce después del primer deslizamiento en un tendel, al perderse la adherencia). La figura 3.17.*a* muestra el aspecto prácticamente vertical de las cuasi-rectas del criterio I, que surgen en los puntos de axil  $N^*=V^*/2\xi\mu_{ef}$  como ya se apuntó en la figura 3.7. La influencia es menor si el valor de  $\mu_{ef}$  es elevado y limita el criterio II.

La figura 3.18.*a* muestra cómo la ausencia simultánea de cohesión y coeficiente de rozamiento supone un corte drástico del diagrama  $N^*-V^*$  por el criterio I. En caso de coeficiente alto, la influencia se limita sólo a los casos de excentricidades bajas.

*Resumen* Como resumen, puede decirse que el parámetro que muestra mayor influencia, además de la resistencia a compresión de la fábrica *f*, factor de todos los diagramas, es la resistencia a tracción de las piezas. Esta influencia es especialmente acusada si se evalúa como variación de la excentricidad última para axil y cortantes constantes.

### 3.4 Estudio en hipótesis elásticas

Se considera una sección rectangular. Sobre ella actúan, en agotamiento, un axil N perpendicular a los tendeles, un cortante V paralelo a los tendeles y contenido en el plano definido por la soga y el alto de las piezas y un momento respecto al centro de gravedad igual a  $N \cdot e$ , siendo e la excentricidad del axil medida desde el centro de gravedad de la sección bruta.



Figura 3.19. Esfuerzos y esquema tensional. a) grandes y b) pequeñas excentricidades

Se admite que la distribución de tensiones es lineal. Hay que distinguir los casos a y b de la figura 3.19 según la excentricidad sea mayor o menor que 1/6 del canto. En términos de esfuerzos adimensionales el caso *a* se da para combinaciones  $M^*/N^* \ge 1.333$  y el *b* para la condición complementaria. Estas letras se utilizan en este capítulo en la numeración de las expresiones correspondientes a los casos mencionados, respectivamente.

Las tensiones normales, en términos de los esfuerzos adimensionales, valen:

$$\sigma_1 = \frac{5.333N^{*2}}{4N^* - M^*} f \quad ; \quad \sigma_2 = 0 \tag{3.29.a}$$

$$\sigma_1 = (N^* + 0.75M^*)f$$
;  $\sigma_2 = (N^* - 0.75M^*)f$  (3.29.b)

La extensión de la zona comprimida es:

$$x = \frac{4N^* - M^*}{2.667N^*}h$$
(3.30.a)

$$x = h \tag{3.30.b}$$

La tensión tangencial es igual al cortante dividido por la extensión de la zona comprimida, en términos adimensionales:

$$\tau = \frac{2V^* N^*}{1.2\xi (4N^* - M^*)} f \tag{3.31.a}$$

$$\tau = \frac{V^*}{1.6\xi} f \tag{3.31.b}$$



## Tramo III de la envolvente de Mann y Müller: rotura por compresión de la fábrica

La rotura se alcanza cuando una tensión representativa del estado tensional de la sección,  $\sigma$ , más el incremento de tensión debido al cortante  $\Delta \sigma$  alcancen el valor de la resistencia a compresión de la fábrica *f*. Convencionalmente se define el valor de  $\sigma$  como una combinación lineal de las tensiones en las fibras superior e inferior:

$$\sigma = \Psi_3 \sigma_1 + (1 - \Psi_3) \sigma_2 \tag{3.32}$$

El coeficiente  $\Psi_3$  es un número entre 0 y 1, el subíndice 3 hace referencia al criterio de rotura. Este coeficiente de ponderación tiene un significado físico: si se nombra como y a la profundidad de la fibra en la que se tiene la tensión representativa llamada  $\sigma$ , el parámetro  $\Psi$  marca la profundidad relativa de dicha fibra y es igual a 1-y/h.

Sustituyendo en la condición de rotura  $\sigma + \Delta \sigma = f$  (3.12), la relación (3.32) y los valores de las tensiones en función de los esfuerzos adimensionales (3.29) se tienen las ecuaciones de la envolvente correspondientes al criterio 3. Las expresiones (3.33) expresan la envolvente en ejes  $M^*-N^*$ , en presencia de un cortante  $V^*$ .

$$M^* = (4 - 3.333V^*)N^* - 5.333\Psi_3 N^{*2}$$
(3.33.a)

$$M^* = \frac{1}{1.5\Psi_3 - 0.75} (1 - N^* - 1.25V^*)$$
(3.33.b)

Se trata de parábolas que arrancan del origen y rectas que pasan por el punto ( $N^{*}=1$ ,  $M^{*}=0$ ) cuando el cortante es nulo. La parábola es válida por encima de la recta  $M^{*}=1.333N^{*}$  y la recta por debajo de esa frontera.

Despejando  $V^*$  en las expresiones anteriores se tiene la envolvente en ejes  $V^*-N^*$  en presencia de un momento.

$$V^* = 0.3 \left( 4 - 5.333 \Psi_3 N^* - \frac{M^*}{N^*} \right)$$
(3.34.a)

$$V^* = 0.8 \left( 1 - N^* - (1.5\Psi_3 - 0.75)M^* \right)$$
(3.34.b)

Limitaciones numéricas.

Valor de  $\Psi_3$ 

El denominador de la expresión (3.33.b) no puede anularse. Para ello debe cumplirse que  $\Psi_3 \neq 0.50$ . Para que  $M^*$  nunca resulte negativo debe cumplirse que  $\Psi_3 > 0.50$ . Ello es lógico, ya que, en un criterio en que la rotura se produce por compresión excesiva, se debe ponderar más la tensión máxima de la sección y no la mínima, que es nula en el caso de excentricidades elevadas. El valor de  $\Psi_3$  que garantiza un máximo momento adimensional de valor  $M^*=1$  en ausencia de cortante (como sucede al utilizar el diagrama parábola-rectángulo o el rectangular) es  $\Psi_3=0.75$ .

Se hace notar que la máxima pendiente en el origen a todas las parábolas vale 4 para cualquier valor del parámetro  $\Psi_3$ , por lo que el enfoque elástico también está de acuerdo con el análisis límite (ver figura 3.3).

## Tramo II de la envolvente de Mann y Muller: rotura por tracción en las piezas



$$\tau = 0.50 f_{tb} \sqrt{1 + \frac{\sigma}{f_{tb}}}$$
(3.35)

Tomando como valor representativo de la tensión normal (formalmente  $\sigma$ ) una combinación lineal entre las tensiones superior e inferior en la sección se garantiza la continuidad de la envolvente al llegar la fibra neutra al borde inferior. De forma similar a lo ya planteado en el criterio III se define convencionalmente:

$$\sigma = \Psi_2 \sigma_1 + (1 - \Psi_2) \sigma_2 \qquad ; \Psi_2 \in [0, 1]$$
(3.36)

Sustituyendo en la condición crítica (3.35)  $\sigma$  y  $\tau$  por sus valores en función de los esfuerzos adimensionales y el parámetro unitario de combinación  $\Psi_2$  se obtienen las ecuaciones de la envolvente correspondiente al criterio II.

$$V^* = 1.2\xi \frac{f_{tb}}{f} \left( 1 - \frac{M^*}{4N^*} \right) \sqrt{1 + \frac{5.333\Psi_2 N^{*2}}{4N^* - M^*}} \frac{f}{f_{tb}}$$
(3.37.a)

$$V^* = 0.80\xi \frac{f_{tb}}{f} \sqrt{1 + \left(N^* + (1.5\Psi_2 - 0.75)M^*\right)\frac{f}{f_{tb}}}$$
(3.37.b)

La expresión (3.37.a) es muy similar a la (3.20) excepto por la diferencia en un par de coeficientes numéricos y la presencia del parámetro arbitrario  $\Psi_2$ . De ella no es posible despejar analíticamente el momento en función del axil y el cortante. De la expresión (3.37.b) sí es posible, resultando la expresión (3.38.b).

$$M^* = \frac{1}{1.5\Psi_2 - 0.75} \left( \frac{V^{*2} f}{0.64\xi^2 f_{tb}} - \frac{f_{tb}}{f} - N^* \right)$$
(3.38.b)

Esta expresión representa rectas de pendiente muy fuerte (proporcional a la relación  $f/f_{tb}$ ) de forma similar a las curvas casi verticales del estudio plástico.

El denominador de (3.38.b) no puede anularse por lo que 0.50 es un valor inaceptable para el parámetro arbitrario  $\Psi_2$ , si  $M^*$  debe ser siempre positivo para cortante nulo, el denominador de (3.38.b) debe ser negativo por lo que se tiene que cumplir que  $\Psi_2 < 0.50$ . Este resultado es lógico ya que se prima más la tensión mínima en un criterio en que la compresión es favorable.

más la tensión mínima en un criterio en que la compresión es favorable. Convencionalmente, y para ser consecuentes con la elección hecha en el criterio anterior, se primará la tensión más desfavorable (en este caso  $\sigma_2$ ) en proporción <sup>3</sup>/<sub>4</sub> a <sup>1</sup>/<sub>4</sub> respecto a la más favorable. El valor de  $\Psi_2$  que satisface

Limitaciones numéricas.

Valor de  $\Psi_2$ 



estas condiciones es 0.25.

Los radicandos de (3.37.a y b) son siempre positivos para cualquier valor del parámetro  $\Psi_2$ .



## Tramo I de la envolvente de Mann y Muller: rotura por deslizamiento en el tendel

En este tramo se alcanza la rotura por deslizamiento en el tendel. Como se vio en el epígrafe correspondiente del estudio plástico la ecuación de fallo se expresa (3.39):

$$\tau = f_{v0,ef} + \mu_{ef}\sigma \tag{3.39}$$

Como tensión normal representativa se toma, una vez más, una combinación lineal entre las de las fibras superior e inferior.

$$\sigma = \Psi_1 \sigma_1 + (1 - \Psi_1) \sigma_2 \qquad ; \Psi_1 \in [0, 1]$$
(3.40)

Sustituyendo en la condición crítica  $\tau y \sigma$  por sus expresiones en función de los esfuerzos adimensionales se tienen las ecuaciones de la envolvente de rotura por deslizamiento en ejes  $M^*-N^*(3.41)$ :

$$M^{*} = 4 \left[ 1.333 \mu_{ef} \frac{f}{f_{v0,ef}} \Psi_{1} N^{*2} + (1 - \frac{1}{2.4\xi} \frac{f}{f_{v0,ef}} V^{*}) N^{*} \right]$$
(3.41.a)

$$M^{*} = \frac{1}{1.5\Psi_{1} - 0.75} \left( \frac{V^{*}}{1.6\xi\mu_{ef}} - \frac{f_{vo,ef}}{f\mu_{ef}} - N \right)$$
(3.41.b)

Se trata de parábolas válidas hasta la recta de excentricidad límite  $M^*=1.333N^*$  y rectas a partir de esa frontera.

La expresión (3.41.a) difiere de la correspondiente en hipótesis plásticas sólo en dos coeficientes numéricos y en la presencia del parámetro  $\Psi_1$ .

Despejando  $V^*$  se tienen las fórmulas de la envolvente en ejes cortante-axil (3.42):

$$V^* = 3.2\xi\mu_{ef}N^*\Psi_1 - 0.6\xi\frac{f_{\nu 0, ef}}{f}\frac{M^*}{N^*} + 2.4\xi\frac{f_{\nu 0, ef}}{f}$$
(3.42.a)

$$V^* = 1.6\xi \frac{f_{vo,ef}}{f} + 1.6\xi \mu_{ef} \left( N + (1.5\Psi_1 - 0.75)M \right)$$
(3.42.b)

La envolvente de cortantes se define por hipérbolas seguidas de rectas.

Limitaciones numéricas.

Valor de  $\Psi_1$ 

Para no anular el denominador de (3.41.a),  $\Psi_1$  no puede valer 0.50. Para que  $M^*$  resulte siempre positivo, la condición es  $\Psi_1 < 0.50$ . Convencionalmente, por la misma consideración expuesta en el epígrafe anterior, se toma un valor  $\Psi_1=0.25$ .

# 3.5 Comparación entre las envolventes obtenidas en hipótesis elásticas y plásticas

Los diagramas de interacción obtenidos con las hipótesis de distribución de tensiones plástica y elástica presentan diferencias mutuas desiguales dependiendo de las relaciones entre los distintos parámetros de la fábrica y los factores de ponderación  $\Psi$ .

Las figuras 3.20 *a* y *b* muestran un ejemplo obtenido con los parámetros *tipo* de la tabla 3.2. Las curvas punteadas representan los cálculos elásticos y las lisas los plásticos.



Figura 3.20 Envolventes plástica y elástica para parámetros tipo. a) ejes M\*-N\*; b) ejes V\*-N\*

Como puede verse, las hipótesis elásticas penalizan más los criterios de rotura por deslizamiento y fallo diagonal. La rotura por compresión (criterio III) coincide en ambos cálculos, debido sobre todo al valor escogido para  $\Psi_3$ .

La figura 3.21 muestra el mismo cálculo tomando para los coeficientes de ponderación los valores más pesimistas posibles ( $\Psi_1=0$ ,  $\Psi_2=0$ ,  $\Psi_3=1$ ).



**Figura 3.21** Envolventes plástica tipo y elástica para valores de ponderación  $\Psi$  pesimistas

La figura 3.22 muestra la situación opuesta, desde el punto de vista del criterio III: se da a  $\Psi_3$  el valor más *optimista* posible (el mínimo compatible con las limitaciones numéricas), es decir, se admite un factor de 2 para la relación resistencia de pico respecto a la resistencia a compresión simple,  $\Psi_3$ =0.50.



**Figura 3.22** Envolventes plástica tipo y elástica para un valor de ponderación  $\Psi_3=0.5$ , "optimista"

El comportamiento real de la fábrica vendrá caracterizado por su ley de comportamiento  $\sigma$ - $\varepsilon$ , ley que incluye implícitamente su fragilidad o ductilidad.

En casos de pequeño axil y baja excentricidad el cálculo elástico representará con mayor fidelidad la respuesta de la sección, mientras que para altas compresiones o excentricidades, la distribución rectangular de tensiones, previsiblemente, se ajustará con buena aproximación. En qué intervalos concretos de esfuerzos es más exacto uno u otro planteamiento debe confirmarse experimentalmente.

La comparación entre los diagramas elásticos y los plásticos depende fuertemente de los valores elegidos para los coeficientes de ponderación  $\Psi$ .

Tomando valores *medios* ( $\Psi_1 = 0.25$ ;  $\Psi_2 = 0.25$ ;  $\Psi_3 = 0.75$ ) puede decirse que las hipótesis elásticas son más pesimistas que las plásticas con distribución rectangular de tensiones y que esta diferencia es más acusada para valores mayores del cortante y para las roturas por deslizamiento y diagonal que para el fallo por compresión.

Tomando valores *optimistas* ( $\Psi_3 = 0.50$ ) se cuenta con una sobre-resistencia en el cálculo elástico que no se tiene en el plástico. Este fenómeno es más acusado en distribuciones tensionales con gradientes importantes y por tanto en casos de altos axiles concomitantes con altas excentricidades.

## 3.6 Estudio general

Los diagramas obtenidos en los puntos 3.2 y 3.4 incluían ciertas hipótesis simplificadas o del lado de la seguridad, justificadas cuando se trata de hallar las envolventes de cálculo.

En concreto, se despreció la resistencia a tracción de la fábrica, porque, como se ha visto (figura 2.42), la fisuración por flexotracción no supone fallo de la fábrica y no tener en cuenta  $f_t$  queda del lado de la seguridad. Sin embargo, en general, este valor no será nulo y despreciarlo puede introducir un error al tratar predecir los resultados de ensayos.

También se hizo la hipótesis conservadora de despreciar la resistencia a corte en la zona traccionada de la sección. En realidad, para una abertura de fisura limitada (décimas de milímetro) la transmisión de cortante no será nula. Esta contribución es muy incierta y depende del nivel de fisuración, por lo que puede ser razonable despreciarla a efectos de cálculo, pero de nuevo puede resultar necesaria al interpretar los resultados de ensayos o al tratar de explicar situaciones reales en que el equilibrio sólo es posible si se cuenta con la citada contribución a cortante de zonas descomprimidas.

La sección considerada en los estudios simplificados era rectangular. Esta sección es la más frecuente en multitud de elementos (bóvedas, pilas, muros, etc.) y además, por su simplicidad, permite el tratamiento analítico desarrollado más arriba. Si se desea disponer de un método general de cálculo de diagramas de interacción en flexo-compresión y corte, es necesario extender la teoría a secciones de formas genéricas.

### 3.6.1 Planteamiento teórico

La figura 3.23 muestra el esquema del planteamiento seccional. Las hipótesis del estudio ampliado que se presenta son las siguientes:

- Geometría de la sección. Genérica, definida por una poligonal que puede dejar uno o varios huecos en su interior.
- Comportamiento del material ante tensiones normales. Diagrama genérico  $\sigma$ - $\varepsilon$  definido por una poligonal, y que puede tener o no rama de tracción (material elástico no lineal).
- Comportamiento del material ante tensiones tangenciales. Resistencia a cortante definida por dos valores uniformes: una tensión afín a la tensión normal representativa de compresión y un valor constante en la zona traccionada.
- Ecuación de compatibilidad: Se admite que la sección se conserva plana durante la deformación (hipótesis de Navier).
- Esfuerzos: Se obtienen por integración numérica de las leyes de tensiones en el dominio de la sección.

Respecto a los puntos anteriores conviene hacer algunas precisiones. Atendiendo a los casos de secciones de grandes dimensiones, como pilas de viaductos o pilares de catedrales, en que se construye una *cáscara* vista de



Figura 3.23 Esfuerzos y esquema tensional

ladrillo o sillería de calidad y un relleno en el núcleo central con una mampostería menos cuidada o cascote, se considera la posibilidad de que existan en la sección materiales de distintas propiedades.

En cuanto a la condición de rotura global de la sección, se considera un criterio de fallo expresado en deformaciones, de forma análoga a la práctica habitual en hormigón estructural que también ha sido aplicada a fábrica [15]. En concreto, se considera un diagrama de pivotes, con un valor límite de la deformación normal como umbral de rotura. En caso de que la sección esté sometida a compresión pura o flexo-compresión con baja excentricidad (la fibra neutra está fuera de la sección) la deformación última  $\varepsilon_0$  es menor que la aceptada en flexo-compresión con alta excentricidad,  $\varepsilon_u$ . Como orden de magnitud  $\varepsilon_0 = 2 \%$  para compresión simple y  $\varepsilon_u$ =3.5 ‰ para flexo-compresión con fibra neutra localizada dentro de la sección. No se considera pivote en tracción.

La ecuación de compatibilidad de secciones planas no se cumple estrictamente, ya que, superpuesta al esquema lineal de deformaciones de la figura 3.23 se tiene el incremento de tensión  $\Delta\sigma$  debido al cortante, producto del giro de cada pieza como sólido rígido postulado por Mann y Müller (ver figura 2.47). En el capítulo 4 se muestra experimentalmente la validez de la hipótesis de deformación plana en los ensayos CE de compresión excéntrica.

### Algoritmo de cálculo

Se necesita determinar la combinación de esfuerzos que produce la rotura en flexo-compresión recta o esviada en presencia de cortante, así como el diagrama momento curvatura, en presencia de axil y cortante.

Los datos de partida son la ley tensión deformación  $\sigma$ - $\varepsilon$ , y la envolvente de rotura  $\tau$ - $\sigma$  de la fábrica. Esta envolvente es proporcional a un diagrama *V*-*N* de una sección rectangular de la misma fábrica. Se considera una serie de leyes tensión-deformación afines a la real, definidas en el mismo dominio de deformación que la original (mismos pivotes de rotura), pero con una resistencia menor,  $f_i$ . Ver figura 3.24. Se considera además un valor de la resistencia a cortante en la zona traccionada de la sección  $f_{v0,trac}$ , que puede evaluarse como una fracción de la cohesión o despreciarse.

Obtención de los diagramas de interacción M-N para valores constantes de V En primer lugar se obtiene el máximo axil que puede resistir la sección,  $N_{max}$  valor sólo compatible con cortante y momento nulos. Para ello se obtiene numéricamente la integral (3.42) extendida a toda la sección.



**Figura 3.24** *Leyes tensión-deformación y envolvente*  $\sigma$ - $\tau$  *consideradas en el algoritmo de cálculo de los diagramas de interacción* 

$$N_{\max} = \int_{\Omega} \sigma(\varepsilon_0) dA = \sigma(\varepsilon_0) A = fA$$
(3.42)

Se fijan ahora valores arbitrarios del axil y el cortante  $N_0 < N_{max}$  y  $V_0$ , el problema consiste en determinar el momento  $M_0$  que agota la sección para el anterior par de esfuerzos.

El algoritmo toma como variable independiente la resistencia a compresión efectiva  $f_i$ , mientras la variable dependiente es el cortante resistido V. Entre dos límites extremos  $f_{min}$  y f se hace la hipótesis de que la función que liga  $f_i$  y V es monótona. Se utiliza la técnica de Illinois [95] para obtener la solución buscada, figura 3.25.



**Figura 3.25** Algoritmo de búsqueda de la resistencia efectiva a compresión que da como resultados el cortante y axil prefijados

Para un valor cualquiera prefijado del axil  $N_0 < N_{max}$  se determina la mínima resistencia a compresión  $f_{min}$ , necesaria para equilibrar el axil  $N_0$ .

$$f_{\min} = \frac{N_0}{A} \tag{3.43}$$

Con este valor  $f_{min}$ , se determina la tensión tangencial última compatible  $\tau_{fmin}$ . A continuación se halla el cortante último para esa tensión tangencial, mediante la integral (3.44).

$$V(\tau_{f\min}) = \int_{\Omega} \tau_{f\min} dA \tag{3.44}$$

Si el cortante prefijado  $V_0$  es menor que el valor anterior, la solución se encuentra en el intervalo  $(f_{min}, f)$ . Para cada valor de prueba  $f_i$ , se calculan, en primer lugar el valor de la curvatura  $\chi$  y la profundidad de la fibra neutra x tales que el plano de deformación sea de agotamiento (pasa por un pivote de rotura y sólo uno) y el axil sea el dado  $N_0$ . A continuación, una vez conocidas la partes traccionada y comprimida de la sección se halla el cortante resistido mediante 3.45.  $\tau_i$  se calcula a partir de  $f_i$  y de la envolvente τ-σ.

$$V(\tau_i) = \int_{\Omega comp} \tau_i dA + \int_{\Omega trac} f_{v0,trac} dA$$
(3.45)

Finalmente, cuando el cortante de prueba difiere del real menos que una tolerancia prefijada, para el plano de deformación hallado se calcula el momento respecto a la fibra baricéntrica mediante (3.46)

$$M(f_0) = \int_{\Omega} \sigma_{f_0}(x, y) y dA$$
(3.46)

donde  $\sigma_{f0}$  denota la ley tensión-deformación caracterizada por una resistencia  $f_0$ .

La figura 3.26 muestra el diagrama de flujo del proceso.

La viabilidad del algoritmo depende de la hipótesis de que la función que relaciona el cortante y la resistencia a compresión efectiva sea monótona en el intervalo elegido. No es posible demostrar que esta hipótesis se cumple para cualquier geometría de sección y parámetros mecánicos de la fábrica, pero la experiencia ha mostrado que aún en casos problemáticos siempre es posible encontrar un intervalo de f para el que dicha función es efectivamente monótona decreciente.

Los diagramas momento-curvatura son esenciales para la caracterización del comportamiento de la sección desde niveles tempranos de carga, cargas de servicio hasta el agotamiento.

> Los diagramas obtenidos parten de la hipótesis de que el axil y el cortante se aplican desde un principio (curvatura nula) y a partir de ese estado comienzan a crecer las excentricidades. Esto se hace así por conveniencia de cálculo, pero en realidad es más plausible que los cortantes crezcan proporcionalmente a las excentricidades. La consideración de que el cortante máximo y el axil actúan desde el principio queda del lado de la seguridad.

> En primer lugar se fijan el axil y el cortante  $N_0$  y  $V_0$ , por el procedimiento anterior, se determinan entonces la curvatura última  $\chi_0$  y el momento último que agota la sección conjuntamente con los esfuerzos prefijados  $M_0$ . Por supuesto, se determina igualmente el valor efectivo de la resistencia a compresión que se tiene en agotamiento  $f_0$ .

Obtención de las relaciones Momento-Curvatura para valores constantes del axil y el cortante



### DATOS MECÁNICOS DE LA FÁBRICA

**Figura 3.26** *Diagrama de flujo del algoritmo utilizado para la obtención de los diagramas de interacción M-N en presencia de un cortante V.* 

El intervalo de curvaturas entre cero y la curvatura última se divide en un número grande de partes iguales.

Para cada valor de la curvatura se opera buscando un valor de la fibra neutra que satisfaga en cada caso que la resultante de tensiones normales iguala al axil prefijado  $N_0$ . Una vez hallado el plano de deformación (curvatura impuesta y fibra neutra deducida para satisfacer el equilibrio de axiles) se evalúa numéricamente la integral 3.46 para obtener el momento.

Durante todo el proceso se utiliza la ley tensión-deformación que tiene como valor máximo el deducido en agotamiento  $f_0$ . Ésta, como se ha dicho, es una elección conservadora, ya que la influencia del cortante en la máxima tensión normal admisible por el material será menor en todos los puntos del diagrama que en el último, que es de agotamiento.

La figura 3.27.*a* muestra un ejemplo de diagramas momento curvatura deducidos para diferentes niveles de axil y un cortante adimensional de 0.05 en una sección de bóveda de un puente de fábrica de ladrillo de resistencia 11.5 N/mm<sup>2</sup>. La figura 3.27.*b* muestra otra representación del mismo diagrama en su forma momento-rigidez secante en que se aprecia la influencia del axil en la rigidez de la sección así como la degradación progresiva de la rigidez conforme aumentan las curvaturas, y las excentricidades.



**Figura 3.27** *Diagramas momento-curvatura y momento-rigidez secante para una sección de 1.0x1.0 m<sup>2</sup>*. *Los axiles adimensionales varían entre 0.05 y 0.20 y el cortante adimensional es de 0.05.* 

Ampliación del algoritmo a casos de flexión esviada En ciertos casos, la asimetría geométrica de la sección o la naturaleza de los esfuerzos exteriores exigen tratar el problema de la flexión esviada. Los algoritmos utilizados son análogos a los presentados pero el plano de deformación se caracteriza, además de por la curvatura y la profundidad de la fibra neutra, por el ángulo que forma la dirección del eje neutro con los ejes principales de la sección,  $\theta$ .

Numéricamente se hace preciso anidar los procesos iterativos, iterando en cada paso para hallar el ángulo  $\theta$ .

El planteamiento teórico no se modifica sustancialmente, pero tampoco existen datos experimentales que hayan tratado el fenómeno, al menos hasta donde conoce el autor. Los detalles algorítmicos sí se complican considerablemente. La resolución del problema se trata en el punto 3.6.2 que describe la implementación informática del análisis.

Los ejemplos prácticos en que se presenta la flexión esviada son ciertos casos de carga en soportes, como en pilas de iglesias o catedrales con empujes en el plano de la sección transversal y de la sección longitudinal (aunque éstos últimos suelen estar compensados, excepto en el vano adyacente al crucero) o pilas de viaductos. Normalmente, en muros o pilas, la flexión es predominante sólo en un eje.

### Influencia de la esbeltez

En la obtención de los diagramas de interacción puede incorporarse el efecto de la esbeltez de la pieza. Para ello pueden emplearse los métodos descritos en 2.3.3.

Una posibilidad es construir el diagrama de interacción como se ha descrito más arriba para luego aplicar a los momentos solicitantes de primer orden el coeficiente de amplificación dependiente del nivel de axil y la esbeltez del elemento.

Otra posibilidad, con mayor sentido físico, es construir los diagramas momento-curvatura (directriz mecánica de la sección) para, a continuación representar la directriz geométrica y deducir el punto de fallo (ver ejemplo de aplicación en 6.1).

Al utilizar tanto los diagramas de interacción o momento curvatura que consideran la influencia del cortante se tienen en cuenta simultáneamente todos los fenómenos.

# 3.6.2 Desarrollo de una herramienta informática para análisis de secciones genéricas con leyes arbitrarias $\sigma$ - $\varepsilon$ teniendo en cuenta la influencia del cortante

El planteamiento expuesto para el estudio general exige, para su aplicación práctica, el desarrollo de una herramienta informática que haga posible resolver de forma rápida el gran número de iteraciones e integrales numéricas necesarias para el caso general.

La herramienta se ha construido a partir del PRONTUARIO INFORMÁTICO DEL HORMIGÓN V.3.0 [9] desarrollado, entre otros, por el autor de esta Tesis. Aprovecha de esta aplicación la infraestructura operativa y los algoritmos numéricos, así como el tratamiento de archivos y el proceso gráfico de resultados. Por supuesto, se ha hecho preciso realizar ciertas modificaciones para aplicar el algoritmo presentado en la figura 3.26 y las particularidades de la consideración del cortante en la construcción de los diagramas momento–curvatura. De hecho, no se trata sólo de conveniencia operativa sino que es una consecuencia lógica del planteamiento de este estudio el uso de herramientas y métodos desarrollados para hormigón al mundo de la fábrica.

El funcionamiento básico del programa para hormigón puede encontrarse en el libro que lo acompaña y la exposición completa de los algoritmos puede verse en la tesis doctoral de Mirían Sánchez [96]. Las principales modificaciones efectuadas se describen a continuación.

Como se ha descrito en 3.6.1 las peculiaridades de la fábrica (anisotropía, acople de los efectos del cortante con los de la flexocompresión, etc.) se tratan de manera tal que se pueda efectuar un cálculo a nivel de sección con leyes  $\sigma$ - $\varepsilon$  adecuadamente modificadas, tanto inicialmente como en cada paso del cálculo si así se requiere. Para ello se ha modificado el módulo de *Materiales* del *Prontuario* para admitir otros tipos de diagramas que el parábola-rectángulo. En concreto se han incorporado diagramas de los tipos siguientes:

- Parábola Rectángulo
- Powell y Hodkingson
- CEB para hormigón
- Parabólico con rama postcrítica, tipo Magenes
- Bilineal
- Genérico definido por una poligonal

La figura 3.28 muestra una pantalla de entrada de datos del módulo materiales.



**Figura 3.28** *Módulo de* Materiales *de la aplicación informática mostrando la definición de leyes de comportamiento adecuadas para la fábrica.* 

Los módulos de cálculo del programa funcionan sobre subrutinas de integración numérica que admiten cualquier ley constitutiva.

En el módulo de *secciones* se ha adaptado la entrada de datos de la *sección genérica* para incluir los materiales definidos para la fábrica e incorporar un

posible relleno de un material distinto (relleno del núcleo de muros y pilas) en un eventual hueco interior. La figura 3.29 muestra una pantalla de introducción de datos del módulo *secciones*.



**Figura 3.29** *Módulo de* Secciones *de la aplicación informática mostrando la definición de la geometría de la sección genérica.* 

Los otros módulos que se han modificado son los de cálculo de los diagramas momento-curvatura y flexión compuesta recta y esviada. La principal modificación consiste en proporcionar los parámetros básicos de la fábrica (tabla 3.1) para que el programa genere la envolvente  $\sigma$ - $\tau$  sin excentricidad de la figura 3.24 y con ella y el tipo de diagrama  $\sigma$ - $\varepsilon$  introducido en *secciones* inicie el algoritmo esquematizado en 3.26. El algoritmo de cálculo se ha cotejado con las fórmulas analíticas de 3.2 y 3.4 para secciones rectangulares.

Otra modificación notable introducida en los algoritmos de cálculo de secciones de hormigón es la posibilidad de obtener diagramas momentocurvatura a excentricidad constante y axil creciente (en lugar de los tradicionales de axil constante) para simular los ensayos de la serie CE que se muestran en el capítulo 4.

En el punto 4.3.1 se utiliza el método presentado para interpretar los resultados de los ensayos de flexo-compresión. La figura 4.39 muestra la comparación entre los resultados experimentales de uno de los ensayos y la respuesta del algoritmo, considerando unas propiedades mecánicas que incorporan el efecto de sobre-resistencia ante axil excéntrico que se verá en el capítulo 4.

En el capítulo de ejemplos, concretamente en 6.1, se realiza una aplicación para la sección octogonal de las pilas de la Catedral de Palma obteniendo directrices mecánicas de las secciones a partir de los diagramas momento curvatura para cortante constante.

# 3.7 Introducción del fenómeno de sobre-resistencia en los diagramas de interacción

En el segundo apartado de este capítulo, *Estudio en hipótesis plásticas*, se admitió la hipótesis de que el fallo debido a tensiones normales de una sección sometida a un axil excéntrico se producía cuando la tensión normal (suma de las producidas por el axil y por el cortante) alcanzaba el valor de la *resistencia a compresión simple de la fábrica*, es decir, la tensión que produce el fallo en un ensayo bajo axil centrado.

En el apartado dedicado al *Estudio en hipótesis elásticas*, se vio que existe un grado de libertad a la hora de elegir la fibra en la que se evalúa la tensión crítica, mediante los coeficientes  $\Psi$ , pero también se admitía que el fallo de la sección se produce cuando la tensión crítica alcanza el valor de la *resistencia a compresión simple de la fábrica*.

Los resultados experimentales obtenidos en el capítulo 4 ponen de manifiesto que el fallo de la sección ante axil excéntrico se produce mucho después de superada tal tensión. A este fenómeno se le denominará *sobreresistencia* en flexocompresión. La explicación del fenómeno se basa en la diferente magnitud de las tracciones inducidas en las piezas por un axil centrado y otro excéntrico y se trata con detalle en 4.3.1 y 4.3.2.

Este fenómeno tiene consecuencias en la formulación de los diagramas, ya que el fallo ante tensiones normales (criterio III) puede predecirse con mayor precisión admitiendo que la rotura se produce cuando la tensión crítica alcanza otro valor, el de *la resistencia aparente en flexocompresión*,  $f_{ap}$ . Este valor se define como el producto de la resistencia a compresión simple por un factor de sobre-resistencia, llamado *a*.

$$f_{ap} = af \tag{3.47}$$

Al igual que sucedía en flexocompresión fuera del plano (ver 2.3.3) y según mostraron los ensayos de flexión en el plano realizados por el autor (ver 4.2), el factor de sobre-resistencia no es una constante del material, sino que depende de la excentricidad del axil, siendo creciente con éste.

A la vista de los resultados experimentales, se propone una ley de variación para el factor de sobre-resistencia como la indicada en la figura 3.30.



Figura 3.30 Factor de sobre-resistencia en función de la excentricidad del axil

a \_ 1

La ley de variación propuesta se caracteriza por un valor umbral de la excentricidad,  $e_0$ , por debajo de la cual no se considera mejora de la resistencia (a=1) y por un valor máximo del factor de sobre-resistencia,  $a_{max}$ , que se alcanza para la máxima excentricidad posible, e=h/2.

La expresión analítica de la relación representada en la figura 3.30 es (3.48).

$$a = 1 \qquad e \le e_0$$

$$a = \left(\frac{a_{max} - 1}{0.50 - \frac{e_0}{h}}\right) \frac{e}{h} + \left(1.00 - \frac{e_0}{h} \frac{a_{max} - 1}{0.50 - \frac{e_0}{h}}\right) \qquad e > e_0 \qquad (3.48)$$

Los valores concretos de  $a_{max}$  y  $e_0$  dependerán en general del tipo de fábrica y, probablemente, del carácter noval o repetido de la carga. Como orden de magnitud, a partir de los ensayos de esta tesis y de otros en flexión fuera del plano, la excentricidad umbral  $e_0$ , se sitúa por debajo de 1/10 del canto de la sección y el factor máximo,  $a_{max}$ , toma valores del orden de 2, referido a distribución rectangular de tensiones.

La ley de variación de *a* está asociada a la distribución de tensiones considerada, de forma que, para una misma fábrica, la resistencia aparente será mayor si está referida a una distribución lineal que si está referida a una distribución rectangular de tensiones.

A continuación se desarrolla la introducción del fenómeno de sobreresistencia en los diagramas de interacción de esfuerzos aplicando la propuesta del factor a, definida en la figura 3.30 y la expresión (3.48).

### 3.7.1 Diagramas de interacción plásticos con sobre-resistencia

En primer lugar, se expresa la excentricidad adimensional en función de los esfuerzos adimensionales. Considerando la definición de excentricidad (3.3) y de los esfuerzos adimensionales (3.5) y (3.7) resulta:

$$\frac{e}{h} = \frac{M^*}{8N^*} \tag{3.49}$$

Sustituyendo (3.49) en (3.48) se expresa el factor de sobre-resistencia en función del axil y el momento adimensionales.

$$a = 1$$

$$a = \left(\frac{a_{max} - 1}{4 - 8\frac{e_0}{h}}\right) \frac{M^*}{N^*} + \left(1.00 - \frac{e_0}{h}\frac{a_{max} - 1}{0.50 - \frac{e_0}{h}}\right) = A\frac{M^*}{N^*} + B \qquad \frac{M^*}{N^*} > 8\frac{e_0}{h}$$
(3.50)

Una vez que se fijan  $a_{max}$  y  $e_0$ , A y B son constantes que se han introducido para simplificar la notación. Su valor queda claro en (3.50) por simple identificación de términos. En ausencia de sobre-resistencia ( $a_{max}$ =1) se tiene naturalmente, A=0 y B=1.

#### Tramo III de la envolvente

La condición (3.12) pasa a expresarse en función de la resistencia aumentada:

$$\sigma + \Delta \sigma = af \tag{3.51}$$

Sustituyendo en la expresión anterior el valor de la tensión normal (3.10), el del incremento de tensión (2.49), el valor de la tensión tangencial (3.11) y del coeficiente de sobre-resistencia, en función de los esfuerzos adimensionales resulta, para  $M^*/N^*>8e_0/h$ :

$$4N^{*2} + 4V^{*}N^{*} - A(4N^{*} - M^{*})\frac{M^{*}}{N^{*}} - B(4N^{*} - M^{*}) = 0$$
(3.52)

Por supuesto, por debajo del umbral de excentricidad, para  $M^*/N^* \leq 8e_0/h$  se sigue verificando la expresión correspondiente deducida en 3.2.

De (3.52) es posible despejar tanto el cortante como el momento adimensionales:

$$V^{*} = \frac{1}{4N^{*}} \left[ (4A - B)M^{*} + 4BN^{*} - A\frac{M^{*2}}{N^{*}} - 4N^{*2} \right]$$
(3.53)

$$M^{*} = \frac{N^{*}}{2A} \left[ (4A - B) + \sqrt{(4A - B)^{2} - 16A(N^{*} + V - B)} \right]$$
(3.54)

Las expresiones (3.53) y (3.54) definen la parte correspondiente al criterio III de los diagramas de interacción en hipótesis plásticas, incluyendo el fenómeno de sobre-resistencia y sustituyen a (3.15) y (3.14) respectivamente.

En ausencia de sobre-resistencia ( $a_{max}=1$ , A=0, B=0) la expresión (3.53) es idéntica a (3.15); sin embargo (3.54) conduce a una indeterminación del tipo 0/0.

Es posible comprobar que los diagramas definidos por (3.52) quedan por debajo de la recta del análisis límite  $M^*=4N^*$ .

### Tramos I y II de la envolvente

Las condiciones de fallo por rotura diagonal y deslizamiento (3.19) y (3.22) no se ven alteradas si la fábrica exhibe una resistencia aparente a compresión mayor. Por tanto, las expresiones correspondientes a estos criterios no se modifican.

### **Diagrama completo**

Con las expresiones deducidas se construyen los diagramas completos. Un resultado típico puede verse en la figura 3.31, donde se han considerado los parámetros mecánicos de la fábrica del capítulo 4, un coeficiente de sobre-resistencia  $a_{max}$  de 2.0 y una excentricidad umbral de  $e_0/h=1/10$ .

El efecto de la sobre-resistencia que da patente en la elevación experimentada por los diagramas en el plano  $N^*-M^*$  a partir de la excentricidad umbral



**Figura 3.31** Diagramas de interacción en hipótesis plásticas, para un factor de sobre-resistencia máximo de 2.0 y una excentricidad umbral de 1/10 del canto. Los cortantes adimensionales varían de 0 a 0.1. Se señalan además el diagrama sin sobre-resistencia para cortante nulo y la recta del análisis límite

(marcada en discontinua). Se aprecia que los fallos por criterios I y II no se modifican al cruzar la recta de excentricidad umbral. Sí cambia (se amplía) el dominio de fallos en modo II principalmente.

En el plano  $N^*-V^*$  el contorno exterior de los diagramas (momentos pequeños) no se modifica, al ser curvas por debajo del umbral de excentricidad. En particular, la curva más exterior, para momento nulo, no se modifica para valor alguno de  $a_{max}$  ni  $e_0$ . El efecto de la sobre-resistencia se manifiesta en la zona interior, figura 3.32, calculada con y sin sobre-resistencia con los mismos parámetros de la figura 3.31.



**Figura 3.32** Diagramas en el plano N\*-V\*. Izqda. sin sobre-resistencia, a la derecha,  $a_{max}=2$  y  $e_0=h/10$ . Los momentos adimensionales varían de 0.0 a 1.0 en intervalos de 0.10.

### 3.7.2 Diagramas de interacción elásticos con sobre-resistencia

De nuevo se expresa la excentricidad en función del axil y momento adimensionales para obtener el coeficiente de sobre-resistencia *a* en términos de los esfuerzos. Se llega a la expresión (3.50), pero teniendo en cuenta que el valor numérico de  $a_{max}$  será mayor que el considerado en hipótesis plásticas.

### Tramo III de la envolvente

La condición (3.12) pasa a expresarse en función de la resistencia aumentada resultando (3.51) como en el punto anterior. En este caso  $\sigma$  se interpreta como una ponderación entre las tensiones máxima y mínima de la sección según (3.32).

Sustituyendo las expresiones (3.29) que dan las tensiones normales y (3.31) las tangenciales en la condición de fallo (3.51) se obtienen las expresiones (3.55):

$$5.333\Psi_3 N^{*2} + 3.333V^* N^* - (4N^* - M^*)(A\frac{M^*}{N^*} + B) = 0$$
(3.55.a)

$$(1.50\Psi_3 - 0.75 - \frac{A}{N^*})M^* + 1.25V^* + N^* - B = 0$$
(3.55.b)

La expresión (3.55.a) es válida para  $1.333 < M^*/N^*$ . La expresión (3.55.b) es válida para  $M^*/N^* < 1.333$ , ambas siempre que se cumpla  $M^*/N^* > 8e_0/h$ . Para  $M^*/N^* \le 8e_0/h$  sigue siendo de aplicación (3.33).

De las expresiones (3.55) es posible despejar  $V^*$ , para obtener los diagramas en el plano  $V^*-N^*$  para distintos momentos (con los rangos de validez mencionados para (3.55)):

$$V^* = \frac{0.3}{N^*} \left[ (4N^* - M^*)(A\frac{M^*}{N^*} + B) - 5.333\Psi_3 N^{*2} \right]$$
(3.56.a)

$$V^* = 0.8 \left( B - N^* - (1.50\Psi_3 - 0.75 - \frac{A}{N^*})M^* \right)$$
(3.56.b)

Si se considera el caso sin sobre-resistencia (A=0, B=1) las expresiones (3.56) devienen en las (3.34).

De igual forma, es posible despejar  $M^*$ , para obtener los diagramas en el plano  $M^*-N^*$ , para distintos cortantes:

$$M^{*} = \frac{N^{*}}{2A} \left[ (4A - B) + \sqrt{(4A - B)^{2} - 4A(5.333\Psi_{3}N^{*} + 3.333V - 4B)} \right] (3.57.a)$$
$$M = \frac{B - N^{*} - 1.25V}{1.5\Psi_{3} - 0.75 - \frac{A}{N^{*}}}$$
(3.57.b)

La expresión (3.57.b) en ausencia de sobre-resistencia equivale a (3.33.b), la (3.57.a) resulta en una indeterminación del tipo 0/0.

### Tramos I y II de la envolvente

De igual forma que en el punto anterior, los criterios I y II no se modifican, por la razón mencionada.

### **Diagrama completo**

Con las expresiones deducidas se construyen los diagramas completos. La figura 3.33 utiliza los mismos parámetros mecánicos de la fábrica mostrada en 3.7.1 y un coeficiente de sobre-resistencia  $a_{max}$  de 2.5.



**Figura 3.33** Diagramas de interacción en hipótesis elásticas, para un factor de sobre-resistencia máximo de 2.5 y una excentricidad umbral de 1/10 del canto.El parámetro de ponderación  $\Psi_3$ =1.00 Los cortantes adimensionales varían de 0 a 0.1. Se señalan además el diagrama sin sobre-resistencia para cortante nulo y la recta del análisis límite

La figura 3.34 muestra el efecto de la sobre-resistencia en el plano  $N^*-V^*$  comparando los diagramas para  $a_{max}=1$  y  $a_{max}=2.5$ .



**Figura 3.34** *Diagramas en el plano N\*-V\*. Izqda. sin sobre-resistencia, a la derecha,*  $a_{max}=2.5$  y  $e_0=h/10$ . Los momentos adimensionales varían de 0.0 a 1.0 en intervalos de 0.10.

### 3.7.3 Discusión

Se ha mostrado cómo puede tenerse en cuenta el fenómeno de sobreresistencia en los diagramas de interacción. Queda pendiente la justificación del criterio adoptado, figura (3.30). En el punto 2.3.3 se referenciaron ensayos de flexión fuera del plano que identificaban una resistencia aparente creciente con la excentricidad. En el capítulo 4 se mostrarán los ensayos de flexión en el plano desarrollados en la parte experimental de esta tesis.

Como conclusión se muestran otros dos aspectos que aparecen en los diagramas al incluir la sobre-resistencia.

### Cota superior de los diagramas

Es interesante señalar que los diagramas con sobre-resistencia no son equivalentes a diagramas calculados con resistencia a compresión simple aumentada. Mientras éstos crecen indefinidamente con f, aquéllos están acotados por la recta del análisis límite y una recta vertical trazada por la abscisa en que el diagrama sin sobre-resistencia intercepta a la recta de excentricidad umbral.

En el caso más favorable posible se tendrá  $a_{max}=\infty$  y  $e_0=0$  y los diagramas quedan dentro del triángulo definido por el origen, el punto de fallo en compresión simple ( $N^*=1$ ,  $M^*=0$ ) y el punto ( $N^*=1$ ,  $M^*=4$ ). La figura 3.35 muestra estos diagramas *degenerados*.



Figura 3.35 Diagramas de interacción plásticos para sobre-resistencia infinita

### El axil último a excentricidades bajas

En el punto 2.3.3 se citaba una interesante conclusión del estudio numérico de Turkstra y Thomas [87] acerca de la sobre-resistencia fuera del plano. Según estos autores, para excentricidades de hasta aproximadamente la

mitad del núcleo central ( $e/h \approx 0.08$ ) el axil último de muros cortos es prácticamente independiente de la excentricidad. La figura 3.36 presenta una serie de diagramas de interacción en hipótesis plásticas (todos para cortante nulo) y distintos coeficientes de sobre-resistencia  $a_{max}$  entre 1 y 2.25. La excentricidad umbral se ha fijado en cero. También se dibuja la línea de excentricidad igual a la mitad del núcleo central. Puede observarse cómo para un coeficiente de sobre-resistencia algo superior a 2, los axiles últimos son efectivamente independientes de la excentricidad, hasta la excentricidad  $e/h \approx 0.08$ . Curiosamente, este valor del coeficiente de sobre-resistencia de 2 es muy similar al obtenido en los ensayos de esta tesis.



**Figura 3.35** Diagramas de interacción plásticos con excentricidad umbral nula y distintos coeficientes de sobre-resistencia. Para  $a_{max} \approx 2$ , los axiles últimos son independientes de la excentricidad hasta alcanzarse una excentricidad igual a la mitad del núcleo central.
# Capítulo 4

# Determinación experimental de los diagramas de interacción

Los estudios numéricos no los cree nadie, sólo la persona que los ha desarrollado. Los estudios experimentales los cree todo el mundo, excepto quien los ha llevado a cabo. Prof. Jaime Planas. Escuela de Ingenieros de Caminos, C. y P. de Madrid.

Este capítulo presenta el diseño, la realización y los resultados de la campaña experimental.

# 4.1 Diseño de la campaña experimental de ensayos

### Objetivo

La campaña experimental se realiza con el objetivo de comprobar la formulación presentada en los capítulos 2 y 3. En concreto, se verificará la validez de las propuestas para los principales parámetros en compresión simple (módulo de deformación *E*, resistencia a compresión *f*, comportamiento tenso-deformacional  $\sigma$ - $\varepsilon$ ) y, especialmente, los diagramas de interacción de esfuerzos de flexo-compresión y corte.

#### Estrategia

La orientación de esta tesis apunta a las estructuras históricas. Sin embargo, la uniformidad requerida en una campaña experimental, la necesidad de despejar incertidumbres, el número necesario de muestras y la posibilidad de aplicar la metodología propuesta a estructuras nuevas aconsejan que las fábricas ensayadas sean construidas con materiales conocidos y técnicas uniformes en lugar de tomar muestras de estructuras existentes.

Los parámetros que intervienen en el comportamiento uniaxial y en flexocompresión y corte son muy numerosos y se refieren a distintas categorías (materiales, ejecución, tipología, aparejo, esfuerzos, tiempo, etc.). Para abordar un estudio de extensión razonable, se ha decidido fijar el tipo de fábrica y su forma de ejecución y geometría, los materiales y el tiempo de aplicación de cargas. La variación se establece en las combinaciones de esfuerzos a que se somete a la fábrica y a los componentes individuales.

# Descripción general de materiales, aparejo y ejecución

Piezas

La fábrica ensayada es de ladrillo cerámico. Para eliminar del estudio las variables *fracción y disposición de huecos en la tabla* y ciertas condiciones de ejecución relacionadas con el relleno de tales huecos, se decidió realizar los ensayos con ladrillos macizos sin cazoleta. La resistencia deseada era media-baja como compromiso para reproducir fábricas históricas de distintas calidades.

El Departamento de Mecánica de Medios Continuos de la E.T.S.I. de Caminos de la U.P.M. se puso en contacto con HISPALYT, que acogió con interés la iniciativa y, tras consultar con los fabricantes, aconsejó encargar una partida ex-profeso para los ensayos. CERÁMICA MALPESA suministró una partida de 2,500 ladrillos y medios ladrillos macizos sin cazoleta, de dimensiones 240x120x50 [mm] y 120x120x50 [mm].

Los ladrillos se sometieron a ensayos de absorción y compresión simple normalizados en el laboratorio de materiales de INTEMAC. Los ensayos de absorción arrojaron valores en torno al 5%, por lo que Pedro López, jefe de ensayos, nos advirtió que la cerámica era similar a un gres y esperaba resistencias mucho mayores que las propias de la calidad media-baja que se deseaba. Los ensayos a compresión, figura 4.1, confirmaron estas predicciones con roturas *explosivas* y resistencias entre 90 y 110 N/mm<sup>2</sup>. La partida debió ser descartada ante la imposibilidad de los dispositivos de ensayo para suministrar carga suficiente. La causa de la elevada resistencia parece estar en la sobrecocción debida al pequeño número de piezas fabricadas en un horno preparado para volúmenes mucho mayores.



Figura 4.1 Ensayo a compresión simple de los ladrillos macizos y rotura explosiva

El suceso tiene dos aspectos de interés: por un lado constatar las posibilidades actuales de fabricación de piezas *de altas prestaciones*. Por otro lado, la correlación existente, y que no se ha encontrado en la literatura, entre la absorción y la calidad o resistencia de las piezas. Esta correlación podría resultar muy útil, una vez calibrada en cada caso, para obtener información más profusa sobre la calidad de piezas cerámicas colocadas en obra, mediante un ensayo sencillo y que no requiere muestras enteras ni de gran tamaño.

Los ladrillos finalmente suministrados, figura 4.2, fueron fabricados por CERÁMICA MALPESA S.A., Bailén (Jaén). La denominación comercial del modelo es *Sevilla Santa Justa*. Tienen unas dimensiones exteriores de 240x115x50 y un porcentaje de huecos del 30%. El espesor de las paredes es de 17 mm y el de los tabiques interiores de 9 mm. El macizado se consigue durante la ejecución como se explica más adelante. La resistencia media a compresión simple perpendicular a la tabla, en ensayo normalizado UNE 67026:1994, realizado por el fabricante sobre 6 piezas y referida a la sección



Figura 4.2. Canto, testa y tabla de las piezas. Escala 1:3

completa, sin descontar huecos, es de  $f_b$ =42.8 N/mm<sup>2</sup>, y la desviación estándar de  $s_{fb}$ =4.3 N/mm<sup>2</sup>, lo que supone un coeficiente de variación, cV=10%.

El ensayo de absorción de agua según UNE 67027:1984, realizado por el fabricante sobre 3 piezas dio como resultado una absorción media del 10.5%, con un coeficiente de variación del 0.8%. La succión media (UNE 67031:1985) sobre tres piezas dio un resultado de 0.01 g/cm<sup>2</sup>·min.

El fabricante proporcionó además los ensayos de aspecto y estructura, dimensiones (el alto medio del ladrillo fue de 50.2, con cV=0.8%), planeidad, espesor de pared, masa (densidad neta media 1600 kg/m<sup>3</sup>, con cV=0.5%), eflorescencia, heladicidad e inclusiones calcáreas.

*Mortero* Se ha optado por un mortero mixto de cal y cemento Pórtland asimilable al tipo N de la clasificación anglosajona (tabla 2.11), de resistencia nominal  $f_m$ =5.0 N/mm<sup>2</sup>. La proporción se ha elegido como compromiso entre el objetivo de representar morteros no muy rígidos, en cierta medida similares

a los históricos, y la necesidad de disponer tiempos de curado breves (un mortero puro de cal aérea necesita meses o años para desarrollar su resistencia). En volumen, la proporción cemento:cal:árido es de 1:1:6 y la relación de agua/cemento+cal, la estricta para lograr una consistencia trabajable pero seca que asegure la uniformidad y estabilidad del espesor de las juntas de las sucesivas hiladas cuando el albañil asienta las superiores. La dosificación se prescribe finalmente en peso para asegurar la homogeneidad de las distintas amasadas.

De acuerdo con el tamaño de la hormigonera, se realizan amasadas de unos 60 l., observando las siguientes proporciones en peso:

•	Cal:	4.50 kg
•	Cemento:	7.00 kg
•	Árido:	50.0 kg
•	Agua añadida:	6.0 a 6.5 l

La cal es la usualmente empleada en construcción en España, cal hidráulica tipo II. Se suministra en forma de Hidróxido de Calcio en sacos de 16 kg. El fabricante es CAL DE CASTILLA.

El cemento, principal precursor de las resistencias a corto plazo, es Pórtland tipo CEM II/B-M 32,5. La clase de resistencia 32,5 es menor que las comúnmente utilizadas de 42,5 ó 52,5 para conseguir un mortero de rigidez significativamente menor que la de las piezas. El fabricante es FÁBRICA EL ALTO, Madrid.

El árido es silíceo, de río, limpio y sin mezcla arcillosa. La granulometría del árido se determinó en el laboratorio de Caminos de la ETSI Caminos de Madrid. La granulometría está contenida en el huso recomendado para la elaboración de morteros de albañilería por ASTM-33 (figura 4.3). Se suministró a granel y fue ensacada en bolsas de plástico para conservar el



Figura 4.3 Granulometría del árido empleado y curvas recomendadas en fábrica

Cemento

Cal

Árido

mismo grado de humedad durante toda la campaña. El contenido de humedad determinado fue del 8.5 % en peso.

Aparejo y
 El aparejo se realiza a soga, solapando la mitad de la dimensión horizontal ejecución
 de cada pieza entre hiladas. Los medios ladrillos que se precisan para rematar las esquinas se obtienen cortando piezas enteras por su eje con radial.

Cada ladrillo se coloca rellenando completamente los huecos con el propio mortero con el que se ejecutan las llagas y tendeles pero antes de asentar el ladrillo en el murete. De esta forma se evita la creación de pasadores de cortante al rellenarse, más o menos aleatoriamente, los huecos con el mortero del tendel superior.

La uniformidad del nivel de humectación de los ladrillos se asegura mediante el procedimiento empleado por Bosiljkov [66] consistente en mantener los ladrillos sumergidos durante 30 minutos, secando al aire a continuación otros 30 min. y colocándose seguidamente. De esta forma, además de regularidad, se consigue un nivel de humedad próximo al *óptimo* sin saturar el ladrillo, lo cual sería perjudicial para la adherencia (figura 2.8).

El espesor de los tendeles se fija en 12 mm nominales, nivelándose cada hilada con cuerdas fijas a reglas calibradas. La consistencia seca del mortero asegura que los tendeles inferiores no se aplasten debido al peso y el golpeteo para nivelar las hiladas superiores.

Las juntas se terminan enrasadas *a punta de paleta*, es decir, sin rehundido (figura 4.4).

Los muretes se asientan sobre bases o zapatas con una primera capa de mortero de nivelación.



Figura 4.4. Detalle de la ejecución de los tendeles, vista desde la testa

### Ensayos.

Los ensayos se realizan sobre los materiales constituyentes y sobre la fábrica. Están orientados a determinar todos los parámetros necesarios para construir los diagramas de interacción y a obtener puntos experimentales de dichos diagramas. La tabla 4.3 resume todos los ensayos efectuados.

*Ensayos previos* Antes de ensayar los materiales constituyentes se precisan dos ensayos sobre los áridos; determinación del grado de humedad, para hacer la oportuna corrección en la cantidad de agua añadida al mortero, y análisis granulométrico para confirmar la aptitud del árido para elaborar con él un buen mortero. La figura 4.3 muestra la adecuada granulometría del árido.

Los parámetros fundamentales de las piezas, además de los geométricos, son la resistencia a compresión  $f_b$  y la resistencia a tracción  $f_{tb}$ , de gran influencia en la resistencia a compresión de la fábrica y la resistencia al corte en modo II (ver 2.4.4. *Influencia de los parámetros*).

Por tanto, los ensayos previstos determinan en primer lugar la resistencia a compresión. Se ensayaron 6 ladrillos enteros con el esfuerzo de compresión perpendicular a la tabla, conforme a UNE 67026:1994 EX y 1ª modificación 1995.

Para determinar la resistencia a tracción se previeron ensayos a flexotracción sobre piezas enteras. La resistencia a tracción directa se estimaría partir del resultado anterior,  $f_{xb}$ , mediante la expresión (2.5). Ante la dificultad de la determinación de la resistencia a flexotracción en un ensayo de flexión en tres puntos sobre los ladrillos huecos finalmente utilizados, por producirse superficies de rotura irregulares a través de las perforaciones del ladrillo, se determinó indirectamente la resistencia a tracción de las piezas mediante un ensayo no estándar (figura 4.5) similar al conocido ensayo brasileño. Para ello se cortó con radial la pared más gruesa del lado de la testa (espesor = 18 mm) y se aplicaron fuerzas verticales contenidas en el plano de la misma, como muestra la figura 4.6.

La rotura se produce por tracción horizontal inducida. Un cálculo en tensión plana (figura 4.6.c y d) relaciona la fuerza exterior *P* [kN], repartida en una longitud de 22.4 mm (dimensión de la tablilla), con la máxima tensión de tracción, en rotura  $f_{tb}$ , [N/mm<sup>2</sup>] expresión (4.1). Ello supone un 12% de diferencia con respecto a un ensayo brasileño sobre un disco de diámetro igual al alto del ladrillo.

$$f_{tb} \left[ N / mm^2 \right] = \sigma_{\text{max}} = 0.41 \cdot P[kN]$$
(4.1)

En este cálculo se ha supuesto un coeficiente de Poisson de 0.20, aunque los resultados son muy poco sensibles a este parámetro.

La resistencia a compresión del mortero  $f_m$  debe determinarse para cada grupo de muretes construido, si no para cada amasada. En primer lugar, para conocer este parámetro, que influye en la resistencia a compresión de la fábrica. En segundo lugar, para disponer de información sobre la diferente calidad de las amasadas obtenidas, que puede influir en la relación de rigideces piezas/mortero y en los parámetros de resistencia a cortante del criterio I,  $f_{vo}$  y  $\mu$ . Se determinará también la resistencia a flexotracción del mortero  $f_{x,m}$ , relacionada con la resistencia a flexotracción de la propia fábrica.

En cada caso, se obtienen 3 prismas de 40x40x160 [mm], compactados a 60 golpes estándar y ensayados a flexión en tres puntos y, posteriormente a compresión pura.

Ensayos sobre los ladrillos



Figura 4.5 Ensayo de tracción indirecta

Ensayos sobre el mortero





Ensayos sobre tripletas de fábrica

### Ensayos de corte con precompresión

Una vez obtenidas las propiedades de las piezas y mortero, se determinaron las propiedades de la interfaz, esto es, la resistencia a corte en ausencia de tensión normal,  $f_{vo}$  y el coeficiente de rozamiento  $\mu$ .

Para llevar a cabo estas medidas se diseña una probeta tipo tripleta, en que se ensayan simétricamente 2 juntas al mismo tiempo, similar a la empleada por otros autores (figura 2.44). El dispositivo de aplicación de cargas, figura 4.7, permite variar el nivel de precompresión N entre distintos ensayos y aumentar el esfuerzo cortante que solicita cada junta V hasta rotura.



Figura 4.7. Dispositivo para el ensayo de las tripletas



# La figura 4.8 muestra el detalle de la tripleta o *bocadillo*.

Figura 4.8. Dimensiones de las tripletas de ensayo y aplicación del cortante

Los niveles de precompresión variaron desde la práctica descarga hasta el máximo posible, ya que se llevaron a cabo ensayos en compresión simple para obtener el valor de f para este tamaño de probeta.

En todo el rango posible de axiles, los ensayos sobre tripletas determinaron, por tanto, el comportamiento de las unidades de fábrica para roturas pertenecientes a los criterios I, II y III. Con este ensayo se determina, por tanto, no sólo las propiedades de la interfaz sino también parte del diagrama de interacción en ejes *N*-*V* para excentricidad nula (o muy pequeña).

Las cargas axiles se aplican mediante un gato de émbolo, que forma parte del dispositivo de placas, rótula y barras que reacciona contra sí mismo, como puede verse en las figuras 4.7 y 4.9.

Entre las placas frontales y las tablas de las piezas se interponen planchas de poliestireno expandido de 20 mm de espesor para regularizar el apoyo.



Figura 4.9 Vistas del dispositivo de ensayo de tripletas

El cortante, o fuerza paralela a los tendeles, se aplica una vez estabilizada la compresión, por aproximación de los platos de la prensa hidráulica. Entre los platos y la probeta se interponen 4 listoncillos de madera blanda, de sección cuadrada de unos 15 mm de lado dispuestos lo más próximos posible a la junta, como se aprecia en las figuras 4.8. Esta disposición es la más adecuada para minimizar el momento flector secundario en el centro de la probeta, que de esta forma es igual al producto del cortante por el espesor del tendel, unos 12 mm,  $M=0.012 \cdot V$ .



La figura 4.10 izquierda muestra algunas probetas listas para ensayar.

**Figura 4.10** *Tripletas acopiadas mostrando los listones para aplicación de la fuerza cortante. Derecha, comparadores referidos a una base exterior midiendo desplazamientos verticales en la pieza central y la exterior* 

Los resultados fundamentales son los pares de esfuerzos de rotura precompresión-fuerza de corte. Para determinarlos se disponen sendas células de carga, además de la lectura directa del servo-control de la prensa hidráulica que duplica la medida del cortante.

Complementariamente, se intentaron tomar medidas de las deformaciones transversales. La figura 4.10 derecha muestra la disposición de comparadores fijos a una referencia exterior. Las medidas obtenidas de los movimientos de los ladrillos central y laterales acusaban la importante deformación de los cuadradillos de madera, órdenes de magnitud superior a la deformación de la fábrica. Otros intentos de medir sin referencia exterior, con bases extensométricas resultaron imposibles debido al estorbo de las barras del dispositivo. Finalmente se renunció a obtener medidas de la deformación.

La figura 4.11 muestra un *bocadillo* que va a ser ensayado a compresión simple. No se realizó ningún refrentado, sino que en las caras se colocaron planchas de poliestireno iguales a las dispuestas en los ensayos de corte con precompresión.

El número total de ensayos sobre tripletas fue de 30, 4 en compresión simple y 26 con distintas combinaciones de compresión y corte.



Figura 4.11 Ensayo a compresión simple sobre una tripleta.

# Ensayos de compresión simple

La siguiente fase de ensayos tiene como fin determinar el comportamiento en compresión simple. El valor que se busca principalmente es la resistencia a compresión de la fábrica *f*. Además se midieron deformaciones para estimar el módulo de deformación longitudinal y la curva  $\sigma$ - $\varepsilon$ .

Ensayos sobre muretes

Los muretes se diseñaron con esbeltez suficiente y con dimensiones de acuerdo con los requisitos RILEM, figura 4.12:



Figura 4.12 Dimensiones de los muretes de compresión simple y excéntrica

Se realizaron 6 ensayos de compresión simple, denominados CS1, CS2, CS3, CS4, CSD1 y CSD2<sup>\*</sup>. Todos los muretes estaban formados por 9 hiladas de dos piezas cada una, con unas dimensiones medias WxH=500x565 [mm]. La figura 4.13 muestra un esquema a escala de los muretes y del dispositivo isostático de reparto.

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup> CS por compresión simple, la letra D denota medida de deformaciones.



**Figura 4.13**. *Muretes de compresión simple CS1 a CS4. Dimensiones nominales, esquema de reparto de carga y bases A1,A2, B1 y B2 para medidas extensométricas.* 

Los primeros ensayos (CS1 a CS4) se realizaron al principio de la campaña para determinar la resistencia a compresión, con la que dimensionar los sucesivos ensayos. Una de las caras de los muretes se enjalbegó con lechada de escayola para marcar el patrón de fisuración. Por la otra cara se colocaron dos pares de bases extensométricas en los ángulos de un cuadrado de 200 mm de lado centrado en el muro. Con estas bases fue posible tomar 4 medidas, dos de deformación vertical, y dos de deformación transversal. Se comprobó que, a diferencia del hormigón, la fisuración se aprecia mucho mejor en los ladrillos vistos que en la superficie blanca. La rígida capa de yeso se deforma más en los tendeles que sobre los ladrillos, *arrugándose* y desprendiéndose en lascas, de manera que se pierde el contacto con la fábrica.

Los dos últimos ensayos (CSD 1 y 2) se realizaron al final de la campaña para obtener con mayor precisión la ley tensión deformación. Con objeto de verificar si la deformación es aproximadamente uniforme en toda la sección (ver comentario de Yokel al respecto en 2.3.3, página 2.86) se instrumentaron con 4 pares de bases en cada cara, más dos en los costados. La figura 4.14 muestra a escala la disposición de las bases y la placa de acero de 40 mm de espesor, interpuesta para mejorar el reparto. Los muros se ensayaron en la prensa hidráulica con incrementos lentos de carga, tomando lecturas en cada paso.

En cada ensayo se midió la geometría de los muros, el replanteo exacto de las bases y el espesor de los tendeles en una posición convencional y fija para todos, coincidente con el cuarto del primer ladrillo, para evitar medir en llagas.



**Figura 4.14** *Esquema de replanteo a escala de las bases extensométricas en muretes CSD. Derecha, foto de CSD1.* 

### Ensayos de compresión excéntrica en el plano

Los ensayos de compresión excéntrica (CE) se realizaron con muretes idénticos a los de compresión simple. En principio se previeron 10 ensayos para determinar 5 puntos de la parábola más exterior del diagrama de interacción en ejes axil-momento. Los resultados, que mostraron una aparente sobre-resistencia no esperada, aconsejaron ampliar el muestreo. Finalmente se ensayaron 17 probetas.

Cada punto experimental del diagrama de interacción *N-M* se determina con dos o tres ensayos. Los ensayos se realizaron en la prensa hidráulica, la excentricidad deseada se conseguía interponiendo una pieza blanda, de madera, entre el plato de la prensa y el dispositivo de reparto. El ensayo se desarrollaba a excentricidad constante con axil y momentos crecientes, por pasos lentos de carga hasta rotura. Las excentricidades ensayadas se recogen en la tabla 4.1, van desde 1/10 hasta 2/5 del canto (*W*).

Excentricidad [mm]	45	60	90	125	150	175	205
Excentricidad relativa [e/W]	0.09	0.12	0.18	0.25	0.30	0.35	0.41
Nº de ensayos	3	2	2	3	2	2	3

Tabla 4.1 Excentricidades en los ensayos de compresión excéntrica sobre muretes

El resultado principal de estos ensayos a rotura es la fuerza de rotura, que proporciona axil y momento últimos. Esta fuerza se medía mediante la lectura directa del sistema hidráulico de la prensa, tras un calibrado mediante célula de carga. Además se colocaron 3 pares de bases extensométricas en cada cara separadas 200 mm en cada dirección para controlar tres lecturas de deformaciones verticales y dos de deformaciones horizontales.



**Figura 4.15** *Esquema de replanteo a escala de las bases extensométricas en muretes CE. Derecha, foto de una de las probetas.* 

El dispositivo isostático de reparto se configuró con 1 ó 2 apoyos finales sobre el murete, en función de las posibilidades por la estabilidad del propio conjunto de perfiles y rodillos. En todos los casos, se dispusieron los ejes de las cargas lo más próximos posible a las posiciones teóricas de una distribución lineal de tensiones sobre la cabeza del muro y nunca a menos de 45 mm del borde.

Al igual que con los muretes de compresión simple, CS, en la serie CE se controlaron las medidas geométricas, espesor de tendeles y replanteo de bases.

Cada ensayo se designa por las letras CE seguidas de un número que expresa la excentricidad de la carga en mm.

#### Ensayos de compresión excéntrica y corte

La última serie de ensayos combina compresión excéntrica con corte en el plano de la fábrica. El objetivo de esta serie es contrastar las predicciones de los diagramas teóricos en rotura, así como obtener información sobre el comportamiento deformacional en flexo-compresión y corte.

Los ensayos se realizaron sobre muretes de 13 hiladas, de 3 piezas cada una. Las dimensiones nominales son WxH=745x800 [mm]. La figura 4.16 muestra un esquema de las probetas. La fuerza axil descentrada N se aplicó mediante gatos anclados a un pórtico autoequilibrado y se controló por doble medida en el hidráulico y mediante célula de carga. La fuerza de corte horizontal se aplicó con un gato portátil anclado al pórtico y se midió mediante célula de carga.

Además de las fuerzas, se tomaron medidas de deformaciones verticales en la zona inferior del muro, en 4 localizaciones, y se monitorizó el desplazamiento horizontal de la cabeza del muro a la cota del eje del gato horizontal mediante un comparador anclado a una referencia fija independiente del pórtico.



**Figura 4.16** *Geometría y replanteo de bases extensométricas de los muretes NMV, para ensayos de compresión excéntrica y corte* 

La figura 4.17 muestra una vista general del pórtico, dispositivo de ensayo, una probeta montada y el equipo de adquisición de datos.

La cabeza del muro se cubrió con un perfil UPN, y el hueco entre muro y perfil, incluyendo la hilada superior completa, se rellenó con mortero tixotrópico suministrado por BETEC. De esta forma, la fuerza de corte se aplica a toda la hilada superior y no sólo a la primera pieza que recibe al gato, evitándose roturas locales de tipo *rocking* (figura 2.42 C)

Los ensayos se realizaron fijando la posición del gato superior, y por tanto la excentricidad, después se incrementaba el axil (y con él el momento en todo el muro) hasta el nivel prefijado, finalmente, con el axil fijo, se incrementaba la fuerza cortante hasta la rotura. La figura 4.18 muestra el camino de esfuerzos seguido por las secciones superior e inferior en un ensayo genérico.



*Figura 4.17* Vista general de un ensayo NMV con José Torrico, jefe de laboratorio, a los controles. Derecha, detalle del dispositivo

Las combinaciones de cortante, axil y excentricidad posibles no son enteramente arbitrarias ya que la fuerza horizontal *V*, cortante en todo el muro, produce un momento antagonista del producido por el axil y con variación lineal, creciente hacia las secciones inferiores. Las secciones críticas pueden ser la de coronación o la de arranque, ya que todas las intermedias están sometidas a un momento también intermedio entre ambos valores y a idénticos axil y cortante.

Los momentos críticos, en las secciones superior e inferior, son:

$$M_{\rm sup} = N \cdot e \tag{4.2}$$

$$M_{\rm inf} = N \cdot e - V \cdot H \tag{4.3}$$

La figura 4.18 muestra las dos posibilidades de trayectorias de esfuerzos y rotura en ensayos NMV.

Otro factor que limita las posibilidades es la magnitud mínima del cortante. Para que la influencia del cortante sea significativa, éste debe alcanzar un nivel mínimo de  $V^*=0.05$ , lo que en este caso representaba esfuerzos en torno a 100 kN.



**Figura 4.18** *Trayectorias de esfuerzos en ensayos con sección crítica inferior*(*izada.*)*o superior*(*dcha.*)*. El camino OA se recorre a excentricidad cte., axil creciente y cortante nulo. El ABC, a axil cte. y cortante creciente, en esta fase, según aumenta* V, *la envolvente de rotura se mueve hacia dentro del diagrama* 

Por todo ello, al ser *H* fija, *V* acotado inferiormente, la excentricidad posible *e* también acotada, y dada la necesidad de controlar las dos secciones críticas, no fue posible diseñar ensayos para todo el rango de axiles ni cortantes, ni tampoco para elegir *a priori* los tres modos de fallo teóricos. Para hallar las configuraciones posibles de ensayo se programó un algoritmo para combinar todos los niveles de axil con cortantes superiores a  $V^*=0.05$  utilizando excentricidades entre cero y la mitad del canto, de cm en cm. Se obtuvieron ensayos posibles con resultados distintos sólo para axiles a un tercio y un medio del máximo.

El plan inicial se basaba en 24 ensayos para obtener 12 puntos experimentales (2 ensayos por punto) en 4 niveles de axil con tres excentricidades (altura en el diagrama) en cada axil, con el fin de barrer todo el espectro de los diagramas. Atendiendo a las limitaciones expuestas, finalmente, se realizaron 8 ensayos a rotura con axiles adimensionales de un tercio y un medio y excentricidades nula, 0.22 y 0.27 veces el canto. Los

niveles de cortante se encontraron en el mínimo de 0.05. La tabla 4.2 resume los ensayos.

Ensayo	NMV1	NMV2	NMV3	NMV4	NMV5	NMV6	NMV7	NMV8*
N [kN]	300	300	300	300	300	500	500	300
N*	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.50	0.50	0.33
e [mm]	200	200	200	0	0	160	160	0
e/W	0.27	0.27	0.27	0	0	0.22	0.22	0
Sección crítica	sup	sup	sup	inf	inf	sup	sup	inf
Criterio de rotura predominante	II	II	II	III	III	III	III	III

Tabla 4.2 Ensayos de flexo-compresión y corte

(\*) La probeta NMV8 se sometió a tres series de cargas y descargas de cortante para distintos niveles de axil antes de ser llevado a rotura.

Se debe señalar que el nivel de axil se modificaba (hasta un 15%) al entrar en carga el gato lateral de cortante, debido a la adaptación del sistema hidráulico a los movimientos y giros del muro. La prensa no permite descargas calibradas por lo que no se intentó restablecer el axil nominal. En su lugar se mantuvo fija la presión y se medió la fuerza N en la célula. Por ello, el nivel de axil en rotura resultó distinto en cada ensayo, incluso en los que se realizaban con igual excentricidad y axil nominal.

# Resumen de ensayos

La tabla 4.3 (página 4.17) resume los ensayos realizados, con sus características principales.

Ensayo	N° de ensayos	Probetas	Dimensiones [mm]	Resultados	Lugar de ejecución	Comentarios
Resistencia a compresión de las piezas	9	Ladrillos enteros	240x115x50	$f_b$	LOEMCO	
Tracción indirecta en las piezas (pseudo- brasileño)	12	Prismas mecanizados a partir de las testas de ladrillos	115x18x50	$f_{tb}$	INTEMAC	Carga de primera fisuración determinada en 5 probetas
Resistencia a compresión del mortero	30	Medios prismas de los ensayos de flexión	40x40x80	$f_m$	CALCINOR	
Resistencia a flexotracción del mortero	30	Prismas moldeados	40x40x160	$f_{xm}$	CALCINOR	
Resistencia a compresión fábrica	4	Tripletas	240x115x175	f	LE ETSICCP UPM	Esbeltez 1.50
Resistencia a compresión fábrica	9	Muretes	500x115x565	f, 0-E	LE ETSICCP UPM	4 rotura +2 rotura e instrumentación deformaciones
Precompresión y corte	24	Tripletas	240x115x175	$\mu$ , $f_{vo}$ . Puntos del diagrama de interacción en ejes N-V (M=0)	LE ETSICCP UPM	
Compresión excéntrica	17	Muretes	500x115x565	Puntos del diagrama N- M (V=0)	LE ETSICCP UPM	Serie ampliada a raíz de los resultados preliminares
Flexocompresión+corte	8	Muretes	745x115x800	Puntos del diagrama NMV	LE ETSICCP UPM	Uno de los ensayos con tres series de carga y descarga
LE ETSICCP UPM= Laboratorio de Estructuras de la E. T.S. c	de Ingenieros de C	Caminos, Canales y Puertos, U	Iniversidad Politécnica d	e Madrid		

Tabla 4.3 Resumen de ensayos realizados

4-17

# 4.2 Resultados de la campaña experimental y contraste de los diagramas teóricos

En este apartado se relacionan los resultados de los ensayos de la campaña experimental (tabla 4.3). En los anejos del punto 4.5 se dan los detalles completos de todos los ensayos.

# 4.2.1 Ensayos de compresión de los ladrillos

La toma de muestras del lote suministrado se realizó el 17.02.2001 y los ensayos normalizados se llevaron a cabo el 03.03.2001. Los resultados, que se resumieron al principio del capítulo 4.1 se dan en la tabla 4.4. Las tensiones se han obtenido dividiendo la carga de rotura por el área de la tabla sin descontar los huecos.

Ladrillo n°	1	2	3	4	5	6	$m_{fb}$	S <sub>fb</sub>
Carga de rotura [kN]	1031	1095	1270	1076	1312	1253		
$f_b  [\mathrm{N/mm}^2]$	37.8	40.1	46.3	39.0	47.8	45.6	42.8	4.3

 Tabla 4.4 Ensayo de resistencia a compresión con probetas secas. LOEMCO 03.03.2001

# 4.2.2 Ensayos de tracción indirecta de los ladrillos

Se mecanizaron 12 probetas a partir de las testas de ladrillos muestreados al azar. En principio se determinó la carga de rotura.

Al tratarse de un ensayo no normalizado y que se realizaba por primera vez, fue preciso realizar 6 ensayos hasta rotura para entender que en realidad se realizan dos ensayos consecutivos: en primer lugar se produce la fisuración vertical esperada, entonces la probeta se parte en dos, pero, a diferencia del ensayo brasileño, que se termina en ese momento por perder el equilibrio el cilindro, la probeta sigue admitiendo carga hasta que falla a compresión una de las dos mitades, figura 4.19



**Figura 4.19** Primera fisuración y rotura a compresión de la probeta 3. Aspecto de las probetas 3, ensayada hasta rotura, y 9, ensayada hasta fisuración

La figura 4.19 muestra la probeta 3 después de la rotura. Puede apreciarse la fisura vertical en el eje. El ensayo de las probetas 7 a 11 se detuvo al apreciarse la fisuración, momento que viene señalado por un ruido seco. Estas probetas quedaron cortadas por la mitad a través de una superficie limpia y recta (figura 4.19, probeta 9). La velocidad de carga fue de 0.24 kN/s excepto en la probeta 1, cargada a 2.40 kN/s. La tabla 4.5 resume los resultados.

Probeta	espesor [mm]	Altura de la laja [mm]	Carga de rotura [kN]	Carga de fisuración [kN]
1	17.8	49.9	30.4	-
2	17.7	49.7	31.6	-
3	17.7	49.9	29.4	-
4	19.1	50.0	33.6	-
5	19.6	50.4	33.6	-
6	18.5	50.5	33.6	-
7	19.0	49.8	31.3	19.0
8	17.1	49.8	32.4	19.0
9	18.4	49.8	-	19.5
10	19.1	50.3	-	21.6
11	18.9	50.5	-	20.9
12	18.0	50.0	33.4	-
Media	18.1	50.1	32.1	20.0
cV [%]	4.1	0.6	4.9	5.9

Tabla 4.5 Resultados de los ensayos de tracción indirecta

A partir de la expresión (4.1) se obtiene un valor medio de la resistencia a tracción de las piezas  $f_{tb}$ =0.41·20.0 = 8.2 N/mm<sup>2</sup>. El valor característico —utilizando la carga característica de fisuración  $P_k$ =20·(1-0.059·1.64) = 18.1 kN — sería de  $f_{tb,k}$  = 0.41·18.1 = 7.4 N/mm<sup>2</sup>.

El valor medio obtenido supone una proporción  $f_{tb}/f_b = 8.2/42.8 = 19\%$ , muy superior al valor esperado (entre el 5 y el 10%). Esta anomalía puede deberse a un efecto de tamaño o a la forma en que se obtuvo la expresión (4.1), que se basaba en un cálculo elástico en el que se extraía la máxima tensión en el punto central de la probeta, en ese momento se inicia la fisura, que luego debe progresar hasta fracturar todo el alto de la probeta, que es el hecho observable. El progreso de la fisura consume energía (energía de fractura) obtenida de un incremento de carga. Para cuantificar aproximadamente la posibilidad de efecto de tamaño, se calcula la resistencia a compresión de la columna ensayada, cuya sección es el ancho de la tablilla, 22.4 mm multiplicado por el espesor de las probetas 18.1 mm. Dividiendo la carga de rotura por este área se obtiene un valor medio de la resistencia a compresión de la pieza para ese tamaño de 87.1 N/mm<sup>2</sup>, en lugar de los 42.8 N/mm<sup>2</sup> obtenidos sobre piezas enteras. Si el efecto de tamaño afectara por igual a los fenómenos de rotura por compresión y a la fisuración por tracción indirecta, la proporción  $f^*_{tb}/f^*_b = 8.2/87.1=9.4\%$ , más acorde con los valores previstos.

Finalmente, se desea señalar el buen resultado general del ensayo, que, careciendo de normalización y realizado como experiencia, presentó una dispersión menor que el ensayo UNE de resistencia a compresión, con un coeficiente de variación similar al de la geometría de la que depende. El mérito corresponde a la meticulosidad y buen hacer del personal del laboratorio de ensayo de materiales de INTEMAC y en concreto a la experiencia y reflejos de Pedro López.

En resumen, la resistencia a tracción de las piezas resulta igual a  $f_{tb}$ =8.2 N/mm<sup>2</sup> a partir de la expresión deducida del cálculo elástico (material perfectamente frágil), y  $f_{tb}$ =4.0 N/mm<sup>2</sup> corrigiendo aproximadamente el efecto de tamaño (material cuasi-frágil). Las respectivas relaciones  $f_{tb}/f_b$  son de 0.19 y 0.09.

# 4.2.3 Ensayos de compresión y flexotracción del mortero

La construcción de las probetas ensayadas en el Laboratorio de Estructuras de la E.T.S.I. de Caminos de Madrid se realizó en tres fases, tabla 4.6. En cada una de ellas se tomaron muestras del mortero moldeándose probetas que se compactaron con 60 golpes estándar y se curaron en las mismas condiciones que las probetas que representaban.

Fee	cha	Tripletas	Muretes 500x565	Muretes 745x800	Muestras
noviembre	20	Todas	CS1 CS2 CE90_1 CE90_2		3
2001	21	-	CS3 CS4 CE90_1 CE90_2		3+3
	15	-	CE45_1 CE125_1 CE125_2 CE125_3 CE175_1		3
enero 2002	16	-	CE45_2 CE175_2 CE205_1 CE205_2 CE205_3		3
	17	-		NMV-2 NMV-4 NMV-7 NMV-8	3
	18	-		NMV-1 NMV-3 NMV-5 NMV-6	3
abril 2002	2	-	CSD1 CSD2 CE45_3 CE60_1 CE60_2 CE150_1 CE150_2		3+3

Los resultados remitidos por el laboratorio de ensayo se dan en la tabla 4.7. La resistencia media corresponde a la dosificación empleada, sin embargo la dispersión es muy elevada a pesar del cuidado puesto en la ejecución.

Fecha de Fecha de		$f [N/mm^2]$	$f_m [\mathrm{N/mm^2}]$				
ensayo	moldeo	J xm [1 () IIIII ]	1	2	media 1-2	Media amasada	
20.11.0		2.0	9.5	9.3	9.4		
28.12.01	20.11.01 edad=38 días	1.7	8.7	9.8	9.2	9.1	
		1.8	8.6	8.6	8.6		
		1.2	5.6	5.7	5.6		
	21.11.01 edad=37 días	1.7	73	6.9	7.1	6.5	
		Llegó partida	6.7	7.1	6.9		
		1.5	8.2	7.9	8.0		
21.11.01 edad=37 días		1.6	7.6	8.3	8.0	7.9	
		1.4	8.1	7.3	7.7		
		0.52			6.3		
	15.01.02 edad=47 días	0.36			6.3	6.3	
		1.53			6.3		
		0.74			3.5		
	16.01.02 edad=46 días	0.82			3.4	3.5	
03 03 02		0.91			3.6		
05.05.02	17.01.02 edad=45 días	1.28			5.5		
		1.07			5.4	5.3	
		0.89			5.1		
		1.35			6.2		
	18.01.02 edad=44 días	1.62			6.3	6.4	
		1.40			6.6		
09.07.02	02.04.02 edad=98 días	1.11	No dispo	nible		6.6	
02.07.02	02.04.02 edad=98 días	1.24	No dispo	nible		5.7	
Media [N/1	mm <sup>2</sup> ]	1.26				6.36	
cV [%]		33.7				24.7	

 Tabla 4.7 Resultados de los ensayos sobre prismas de mortero

# 4.2.4 Ensayos de compresión y corte sobre tripletas de fábrica

### Ensayos de compresión simple

Se llevaron a cabo 4 ensayos a compresión simple sobre tripletas sin refrentar, figura 4.11. Los ensayos se realizaron el 21 y el 22 de enero de 2002, los *bocadillos* habían sido construidos el 20 de noviembre de 2001, por lo que la edad del mortero era de un mes. La figura 4.20 muestra la forma de rotura. La tabla 4.8 recoge los resultados.



Figura 4.20 Roturas características de las tripletas ensayadas a compresión simple

**Tabla 4.8** Resultados de los ensayos de resistencia a compresión de la fábrica sobre tripletas. Resistencia del mortero  $f_m$ =9.0 N/mm<sup>2</sup>

Ensayo	BCS1	BCS2	BCS3	BCS4	media	cV[%]
Espesor medio de los tendeles $h_m$ [mm]	11.2	11.0	11.8	11.1	11.3	3.2
Carga de rotura [kN]	482	457	393	444	444	8.4
Tensión de rotura $f$ [N/mm <sup>2</sup> ]	17.5	16.6	14.2	16.1	16.1	8.4
Tensión de fisuración $\sigma_{fis}$	8.7	9.1	4.5	8.4	7.7	28.1

Teniendo en cuenta la esbeltez de la probeta (h/t=1.5), el coeficiente apropiado para la conversión a esbeltez 5 para el tipo de mortero utilizado (figura 2.29) es de 0.96/1.18=0.81. Para corregir además la fuerte coacción del las placas, se emplea un coeficiente de 0.95 (figura 2.28).

El valor corregido (referido a una esbeltez mayor o igual a cinco) de la resistencia de la fábrica es de  $f = 0.81 \cdot 0.95 \cdot 16.1 = 12.4 \text{ N/mm}^2$ .

Se comparan a continuación las predicciones teóricas de las fórmulas de eurocódigo (2.38) y (2.39), Ohler (2.31) y Hilsdorf (2.32). Para obtener la resistencia normalizada  $f_b$  de la fórmula del Eurocódigo, se utiliza el coeficiente  $\delta$ =0.75 de la tabla 2.5.

Eurocódigo:

$$f_{media} \approx 1.20 f_k = 1.2 \cdot 0.60 \cdot (42.8 \cdot 0.75)^{0.65} \cdot 9.0^{0.25} = 11.9 N / mm^2$$

Ohler:

Hilsdorf:

rf: 
$$f = 0.7 \left( \frac{42.8 \left( 3.86 + \frac{0.226}{4.1} 9 \right)}{1.5 \left( 3.86 + \frac{0.226}{4.1} 42.8 \right)} \right) = 14.0 \ N \ / \ mm^2$$

 $f = 0.7 \left( 9 + \frac{0.662 \cdot 42.8 - 9}{1 + \frac{0.662 \cdot 0.226}{2.08} \frac{1}{0.00}} \right) = 13.9 \, N \, / \, mm^2$ 

En las fórmulas de Ohler y Hilsdorf se ha admitido un 9% para la relación  $f_{tb}/f_b$ , de acuerdo con los ensayos de tracción indirecta. Si en lugar del 9% se introduce un valor *nominal* del 5% en los cálculos, los valores de *f* resultan 11.5 y 11.6 N/mm<sup>2</sup>.

Comparando con el valor experimental de 12.4 N/mm<sup>2</sup>, la fórmula de eurocódigo comete un error relativo de sólo el 4% por defecto, mientras Ohler y Hilsdorf yerran en un 12 % del lado de la inseguridad con el valor de  $f_{tb}$ =0.09 $f_b$ , y en un 7 % por defecto si se considera  $f_{tb}$ =0.05 $f_b$ . No es sorprendente que la fórmula empírica se ajuste mejor, si se tiene en cuenta que la fábrica ensayada cumple los requisitos de la norma. Es más, si se hubiera usado la fórmula literal de EC-6 sin convertir el valor característico a medio (factor 1.20) el error hubiera sido del 23%, del lado de la seguridad.

### Ensayos de compresión y corte

Los ensayos de corte con precompresión tienen como finalidad obtener experimentalmente el diagrama de interacción N-V para carga axil centrada (M=0). Para ello es preciso obtener roturas correspondientes a los tres modos teóricos. Los niveles de precompresión deben variar entre la descarga y los 444 kN obtenidos en compresión simple. La figura 4.21 muestra los tipos característicos de rotura obtenidos.

La rotura en modo II no es siempre puramente diagonal sino que se presenta casi paralela a la dirección de la compresión. Esto sucede por la posición de los cuadradillos de aplicación de la carga, extremadamente próximos a los



**Figura 4.21** Roturas características. Modo I, deslizamiento, probeta 16 (N=4.5 kN ; V=27 kN). Modo II-III, rotura compuesta, probeta 13 (N=200 ; V=110) y probeta 23 (N=260 kN ; V=114)

tendeles y por el efecto de los huecos del ladrillo. La rotura se inicia por pandeo de las paredes de las piezas (figura 4.21, centro) en su sección más delgada.

La tabla 4.9 y la figura 4.22 resumen los resultados de todos los ensayos. Por necesidades operativas del laboratorio, las edades de las probetas varían entre 1 y 5 meses, aunque no parece que este factor influya decisivamente, como indican los ensayos 14 y 18 ó los 3 y 4. Las roturas por deslizamiento se observan claramente hasta axiles de 125 kN.

La figura 4.23 muestra el ajuste lineal de los resultados de este intervalo con un coeficiente de correlación de  $R^2$ =0.978. A partir del ajuste, los parámetros nominales del criterio I resultan por tanto  $f_{v0}$ =0.94 N/mm<sup>2</sup> y  $\mu$ =0.67, algo más favorables que las recomendaciones de la bibliografía (tabla 2.16).



**Figura 4.23** Ajuste lineal de los esfuerzos correspondientes a roturas por deslizamiento

El tramo correspondiente al criterio II de rotura puede en teoría predecirse con los datos disponibles, ya que para momento nulo sólo se precisa el valor de  $f_b/f_b$ =0.09 obtenido en los ensayos de tracción indirecta.

A continuación se coteja la predicción teórica con los puntos experimentales de axiles comprendidos entre 125 y 350 kN. La expresión (3.21) da la relación entre el cortante y el axil, relación parabólica en ausencia de momento. La figura 4.24 muestra los resultados experimentales y las curvas teóricas para valores de  $f_{tb}/f_b$  =0.05, 0.07 y 0.09.



**Figura 4.24** Resultados experimentales y predicciones teóricas en la zona de criterio de rotura II, para distintos valores de la resistencia a tracción de las piezas

Puede observarse que la curva teórica construida para  $f_{tb}=0.09f_b$ , valor sugerido por los ensayos de tracción indirecta (4.2.2), es la que mejor se ajusta a los resultados experimentales en el intervalo de roturas tipo II. El único ensayo que se aleja significativamente de la curva teórica es el denominado 1 (N=150 kN ; V=85 kN). Curiosamente, este ensayo fue el primero que se realizó, y la diferencia con los otros dos de igual axil (3 y 4) es la más grande de la serie (figura 4.2).

El ajuste estadístico por mínimos cuadrados (a trazos en la figura 4.24) de los resultados experimentales exceptuando el ensayo 1, para una expresión del tipo (3.21) da como resultado óptimo un valor de  $f_{tb}/f_b=0.087$  con un coeficiente de correlación  $R^2=0.825$ .

Las roturas del tercer tramo son las más dudosas, ya que la transición entre II y III se produce en un intervalo de axiles muy corto. De hecho, hay ensayos de compresión y corte con valor de N superior al obtenido en ensayos de compresión simple (probeta 28 y BCS3). Igual que para criterio II, la rama III del diagrama no necesita ser ajustada por los ensayos de tripletas sino que puede deducirse teóricamente-expresión (3.15)- conocida la resistencia de la fábrica *f*.

La figura 4.25 presenta los puntos experimentales y el diagrama de interacción obtenido, en su tramo I con la expresión (3.27) y los parámetros

deducidos a partir de los ensayos de tripletas ( $f_{\nu0}$ =0.94 N/mm<sup>2</sup> y  $\mu$ =0.66), en su tramo II con la expresión (3.21) y el parámetro  $f_{tb}$  indicado por los ensayos de tracción indirecta ( $f_{tb}$ =0.09 $f_b$ ), y en su tramo III con la expresión (3.15) y la resistencia de la fábrica hallada en los ensayos de compresión simple de tripletas (f=16.1).



**Figura 4.25** Resultados experimentales y curvas teóricas construidas con los parámetros deducidos a partir de los ensayos de tripletas y tracción indirecta

Los puntos experimentales quedan por debajo de la predicción teórica en la transición entre roturas II y III. Ello se debe a que en modo II la condición de rotura del ladrillo (Mann y Müller, (3.16)) se expresa en función de la resistencia a tracción de las piezas  $f_{tb}$ , mientras que en III se expresa en función de la resistencia a compresión de la fábrica f, que implícitamente (fig. 2.15) considera que las piezas rompen para tracciones menores que  $f_{tb}$  en presencia de compresiones perpendiculares. Por ello, el diagrama II es optimista en la zona mencionada, donde las compresiones perpendiculares son importantes.

El resultado general de los ensayos de tripletas es muy satisfactorio. Los puntos experimentales, que en principio se iban a obtener de tres ensayos cada uno, pudieron adquirirse con dos en la mayoría de los casos por la buena repetibilidad de los mismos. Ello permitió ampliar la nube de puntos y contar con un mejor contraste estadístico. Especial mención merecen los ensayos con baja precompresión descritos en la literatura [70] como problemáticos por su estabilidad, que gracias al dispositivo diseñado resultaron estables con niveles prácticamente nulos de axil.

Los principales defectos de esta campaña fueron la imposibilidad de tomar medidas deformacionales, la no constatación de las fisuras diagonales en modo II, por presentarse antes el pandeo de las paredes de los ladrillos huecos, y el ajuste más deficiente logrado en la zona de transición entre las roturas por modo II y III.

# 4.2.5 Ensayos de compresión centrada y excéntrica sobre muretes de fábrica

La siguiente fase de la campaña pretende determinar experimentalmente el diagrama de interacción en ejes *N-M*. Para ello se fabricaron 23 muretes de 9 hiladas y 2 piezas de ancho (figuras 4.13 a 4.15).

Si bien se dispone ya del dato de la resistencia a compresión de la fábrica, obtenido en tripletas ( $f=16.1 \text{ N/mm}^2$ ) y el valor modificado para tener en cuenta la esbeltez y rozamiento en las placas ( $f=12.4 \text{ N/mm}^2$ ), se realizan en primer lugar 2 series de 4 y 2 ensayos de compresión simple, en la segunda serie con medición exhaustiva de deformaciones verticales. La siguiente fase consta de 2 series con un total de 17 muretes para carga axil excéntrica. Los resultados de estos ensayos se refieren a continuación.

#### Ensayos de compresión centrada

Los ensayos de compresión simple se realizaron en dos fases. La primera sobre 4 muretes CS, construidos el 20 y el 21 de noviembre de 2001, fue ensayada el 14 y 15 de enero de 2002, para una edad del mortero de 2 meses. La segunda, sobre 2 muretes CSD, construidos el 2 de febrero de 2002 fue ensayada el 2 de julio de 2002, a una edad de tres meses.

La tabla 4.10 muestra los valores de carga y tensión de rotura así como la media y coeficiente de variación de los espesores de los tendeles medidos en la alineación vertical del cuarto del primer ladrillo en cada murete.

Ensayo		$N_u$ [kN]	<i>f</i> [N/mm <sup>2</sup> ]	$h_m$ [mm]	$cV(h_m)[\%]$
CS1		638	11.1	12.3	27.2
CS2		650	11.4	12.6	27.3
CS3		665	11.6	11.4	14.6
CS4		665	11.6	13.0	12.8
	media	655	11.4	12.3	20.5
	cV [%]	2.0	1.9	5.3	-
CSD1		725	11.4	10.9	5.5
CSD2		775	13.7	9.2	11.9
	media	750.0	12.5	10.1	8.7
	cV [%]	4.7	12.9	11.7	_

 Tabla 4.10 Resumen de los ensayos de compresión simple sobre muretes

La media se ha obtenido por separado para las dos series por las diferencias en las condiciones de ejecución y ensayo. En concreto, la serie CSD presenta un espesor de tendel menor (10 mm frente a 12 mm) y más uniforme (cV=9% frente a 20%), además de haber sido construida con otro mortero y ensayada a 3 meses en lugar de 2.

El valor medio de la serie CS,  $f=11.4 \text{ N/mm}^2$  coincide razonablemente con el valor corregido de los ensayos de tripletas ( $f=12.4 \text{ N/mm}^2$ ) y es lógicamente menor que los 16.1 N/mm<sup>2</sup> obtenidos directamente en tripletas. Aunque era

previsible la influencia del espesor de las juntas en la resistencia, lo notable es la constatación de la influencia de la dispersión de este parámetro, como lo indica la diferencia entre la resistencia obtenida en los ensayos CS1 y CS2, por un lado, y CS3 y CS4 por otro. Los mejores resultados de éstos últimos parecen estar más relacionados con la uniformidad de la construcción ( $cV \approx 14\%$  frente a  $cV \approx 27\%$ ) que con el valor medio del espesor de tendel (en CS3 se da el mayor de todos).

La figura 4.26 muestra los esquemas típicos de rotura con fisuración vertical concentrada a menudo en los extremos del ancho del muro, con modos finales de fallo por desprendimiento (pandeo) de la pared de la testa del ladrillo. Estos síntomas, y la referencia encontrada en la literatura acerca de





**Figura 4.26** Roturas de la serie CS. CS1 con fisuración predominante en la zona de cuarto del ancho y concentración de daño en el extremo A1-B1. CS2 muestra el modo de fallo por separación de la pared lateral. CS3 Vista lateral del extremo A2-B2 y vista fronta;, la fisuración siempre vertical, se localiza en una mitad de la probeta. CS4 visto por la cara posterior que fue blanqueda; se aprecia el desprendimiento de la capa de yeso.

la no uniformidad de las tensiones en ensayos de compresión simple, Yokel [78], indicaron la necesidad de realizar medidas más numerosas a lo largo del ancho del muro, para lo cual se instrumentó la serie CSD. La figura 4.27 muestra la secuencia de fisuración y modo de rotura de CSD1 y 2. La figuras 4.28.a y b muestran las curvas tensión-deformación vertical y horizontal obtenidas. La tensión se evalúa como el axil dividido por el área de la sección nominal. Los fallos no fueron frágiles ni repentinos en ningún caso.







Figura 4.28.a Curvas tensión deformación horizontal (+ alargamiento) y vertical (- acortamiento) para la serie CS. Las dos curvas de cada ensayo corresponden a los dos pares de bases extensométricas. La última gráfica muestra los puntos experimentales junto con los ajustes de parábolas que pasan por el origen, que no son del todo convincentes (coeficientes de correlación  $R^2 \approx 0.85$ ).



**Figura 4.28.b** Curvas tensión-deformación de los ensayos CSD. La deformación en los extremos del muro se retrasa respecto al centro.

Excepto por el retraso en deformación que muestran los cantos del muro (lecturas A y F), los resultados muestran una distribución significativamente uniforme de deformaciones en todo el ancho. La distribución de tensiones no es observable. En la figura se ha tomado  $\sigma$  igual al axil dividido por la sección del murete.

Las deformaciones últimas no pudieron medirse por el riesgo que suponen para los operarios. Las últimas medidas tomadas en cada ensayo indican deformaciones últimas en el entorno de  $3.0 \circ 3.5 \%$ .

La forma de la curva tensión deformación es sensiblemente parabólica en el centro del muro. Los extremos del muro se retrasan en la deformación dando la impresión de una rigidización. Este hecho se explica por el fenómeno de separación de las testas de los ladrillos en los bordes del muro.

La figura 4.29 muestra un estudio sobre la forma de la curva tensión deformación y el módulo de deformación longitudinal. Se ha escogido como representativa de la fábrica la media de las medidas centrales del ensayo CSD2. Por tanto se ha considerado un valor de *f*=13.61 N/mm<sup>2</sup> y un valor de  $\varepsilon_{max}$ =3.5 ‰.

En la figura se muestran estos puntos experimentales junto con un ajuste por mínimos cuadrados de una parábola que pase por el origen (en negro), el coeficiente  $R^2$  resultó de 0.982. En azul se ha representado la ley tipo de



σ N/mm

0.00

0.88

1 76

2.64

3.5

10 4

10.9

11.4

11.8

127

ε [‰]

0.00

0.06

0.13

0.32

0.6

0.77 0.95 1.17

1.70

1.92

2.17

**Figura 4.29** Propuestas teóricas de curvas tensión deformación y módulos de deformación longitudinal frente a los resultados experimentales CSD

Powel y Hodkingson (figura 2.17). Las respectivas expresiones analíticas de estos ajustes son:

$$\frac{\sigma}{f} = 2\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\max}}\right) - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\max}}\right)^2$$
Parábola de Powell y Hodkingson  
$$\frac{\sigma}{f} = 2.42\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\max}}\right) - 1.51\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\max}}\right)^2$$
Parábola del ajuste por mínimos cuadrados

La ley de P. & H. y el ajuste parabólico se concuerdan aceptablemente con los puntos experimentales. La primera representa mejor el comportamiento cerca del máximo de tensión, ya que por definición pasa por el pico, mientras el ajuste describe mejor la zona inicial y su pendiente en el origen coincide mejor con el módulo de elasticidad deducido.

Se marcan además en la figura los umbrales del 0.05 y 0.33*f*, con los que se calcula el módulo de deformación 1/3 de ACI-530 (figura 2.24). El resultado es  $E = 9,981 \approx 10,000 \text{ N/mm}^2$ 

Se han calculado también los módulos dados por la pendiente en el origen de la ley de Powell y Hodkingson  $(2f/\varepsilon_{max})$ , del ajuste por mínimos cuadrados, la expresiones de EC-6, ACI-530 y Sinha (2.37) en función de la resistencia de la fábrica y según la expresión propuesta en esta tesis (2.35).

Para esta última expresión se precisan los módulos de elasticidad de los ladrillos y el mortero. Como no se dispone de ellos, se ha considerado un tipo de ladrillo duro a muy duro, teniendo en cuenta su resistencia (tabla 2.4), y se ha obtenido un valor para  $E_b$  de la tabla 2.10.b de 15,000 N/mm<sup>2</sup>. De la figura 2.6 se tiene un valor  $E_m$  en función de la resistencia del mortero de 4,500 N/mm<sup>2</sup>. Los resultados se dan en la tabla 4.11.

Todos los módulos son similares al valor experimental, excepto el obtenido con la fórmula de Eurocódigo y la normativa española que se desvía un 35%.

Los mejores ajustes se dan con la fórmula teórica propuesta en la tesis y la fórmula empírica de Sinha y Pedreschi, con sólo un 2% de error. Quizás el coeficiente de proporcionalidad tan elevado de EC-6, E=1000f, debe interpretarse teniendo en cuenta que la norma da valores conservadores (característicos) de *f*. En la tabla 4.11 se da entre paréntesis el ajuste de EC-6 usando la  $f_k$  teórica de la propia norma y no el resultado experimental de *f*. Con este valor, el error es mínimo.

El módulo secante, E=3,900, como predice la ley de P. & H., es del orden de la mitad del tangente en el origen o el  $E_{1/3}$ .

	$E_0 [\mathrm{N/mm}^2]$
Experimental con criterio ACI 1/3	10,000
$(d\sigma/d\varepsilon)_0$ Ajuste por mínimos cuadrados	9,400
$(d\sigma/d\varepsilon)_0$ Ley de Powell y Hodkingson	7,800
Teórico en función de los módulos de ladrillo y mortero $E_b$ , $E_m$ y $\alpha$	10,300
EC-6 y FL-90	13,800 / 9,900*
ACI-530	9,700
Sinha y Pedreschi	10,300

Tabla 4.11 Módulos de deformación longitudinal de la fábrica ensayada

(\*) Valor obtenido con la resistencia característica teórica de la norma,  $E=1000 f_k$ 

Las medidas de deformación vertical y horizontal son promedios en 200 mm (figura 4.30 derecha) y se ven afectadas por la fisuración entre las bases extensométricas. Por ello no puede considerarse que la relación entre la deformación horizontal y la vertical corresponda al *coeficiente de Poisson* de la fábrica. La figura 4.30 muestra esta relación de deformaciones macroscópicas en función de la tensión en los 4 ensayos CS. Los valores muestran una tendencia a concentrarse entre 0.2 y 0.3 con un aumento hacia el final del ensayo, cuando la fisuración está generalizada. Los valores son, no obstante, demasiado erráticos como para sacar conclusiones claras.



**Figura 4.30** Valores del pseudo coeficiente de Poisson en los ensayos CS en función de la tensión. Derecha, mediciones extensométricas durante un ensayo.

### Ensayos de compresión excéntrica

La tabla 4.12 se resumen los resultados de los ensayos de flexocompresión CE sobre muretes de 500 x 565 [mm], figura 4.15. Se dan la fecha del ensayo y edad de la probeta en días, la media y coeficiente de variación del espesor de los tendeles, la excentricidad del axil, y el axil y momento de rotura. Además se refiere la máxima deformación medida en cada ensayo. Esta no es la máxima deformación de la probeta por dos razones: la primera es que era posible medir hasta el penúltimo escalón de carga, de manera que la deformación en rotura será algo mayor que la última medición efectuada. La segunda razón es que la base extensométrica no está situada al borde del muro, sino unos 30 mm al interior y no se colocaron bases en los cantos de los muros, ya que las testas de los ladrillos se separan y las medidas se quedan retrasadas como se pudo observar en las series CS y CSD.

Designación	Fecha ensayo	edad [días]	hm		fm				<b>E</b> u [10E3]
			media [mm]	cV[%]	[N/mm²]	e [mm]	N [kN]	M[kN·m]	max medido bases
CE45_1	26/02/02	42	12.78	10.9	6.3	45	498	22.4	1.95
CE45_2	5/03/02	49	12.00	8.3	6.3	45	534	24.0	2.35
CE45_3	27/06/02	86	10.78	10.1	6.6	45	624	28.1	2.00
CE60_1	25/06/02	84	10.00	12.3	6.6	60	548	32.9	2.00
CE60_2	26/06/02	85	10.33	6.8	5.7	60	611	36.7	2.00
CE90_1	15/01/02	55	11.33	10.8	6.5	90	615	55.4	2.52
CE90_2	16/01/02	56	12.56	8.1	7.9	90	592	53.3	1.61
CE125_1	18/02/02	34	14.44	12.1	6.3	125	388	48.4	3.05
CE125_2	21/02/02	37	13.56	12.3	6.3	125	454	56.8	2.80
CE125_3	25/02/02	41	12.56	13.3	6.3	125	498	62.3	3.25
CE150_1	28/06/02	87	11.00	7.9	6.6	150	405	60.8	2.85
CE150_2	1/07/02	90	10.44	11.8	5.7	150	489	73.4	2.13
CE175_1	7/03/02	51	12.33	12.8	6.3	175	380	66.5	2.20
CE175_2	11/03/02	54	13.44	14.9	6.3	175	355	62.1	2.15
CE205_1	12/03/02	55	12.89	17.5	3.5	205	137	28.1	2.10
CE205_2	14/03/02	57	12.44	12.1	6.3	205	195	40.0	2.05
CE205_3	24/06/02	159	13.22	19.9	6.3	205	178	36.5	2.05

 Tabla 4.12 Resumen de datos y resultados de los ensayos de compresión excéntrica

Las roturas se caracterizaron por una fisuración vertical en todo el muro, más extendida cuanto menor era la excentricidad, y un fallo final en la cara de compresión precipitado por el desprendimiento de las paredes exteriores de las piezas, que dejan al descubierto las columnillas de relleno de mortero en los huecos.

Para excentricidades mayores de 90 mm, aproximadamente el núcleo central, se registraron, sólo en los últimos escalones de carga, fisuraciones paralelas a los tendeles y localizadas sobre ellos en la cara de tracción.

En todos los casos, las roturas no fueron locales sino que afectaban al menos a los cuatro ladrillos superiores y normalmente al menos a seis piezas. La zona inferior del murete mostraba fisuración vertical pero la rotura se hacía visible por la parte superior, probablemente por el mayor rozamiento muretezapata en la base. La figura 4.31 muestra los aspectos de la rotura de dos ensayos a excentricidades bajas, e=45 y 60 mm, aproximadamente 1/10 del canto. El modo de fallo es similar al de compresión pura (figura 4.27), si bien el daño se localiza en el tercio o mitad de muro en la cara de mayor compresión.



**Figura 4.31** Rotura de los muretes de excentricidad baja CE45-3 y CE60-1. En ambos casos se observa el fallo por aplastamiento localizado en la cara de compresión y la fisuración vertical

La figura 4.32 muestra las roturas de los ensayos con excentricidades media, 90 mm, aproximadamente coincidente con el núcleo central, y 125 mm ó <sup>1</sup>/<sub>4</sub> del canto del muro. El daño y la fisuración vertical se van concentrando más sobre la cara de compresión al tiempo que aparece fisuración paralela a los tendeles en la cara de tracción (foto derecha, bajo el 2º ladrillo desde arriba).



**Figura 4.32** *Rotura de muretes de excentricidades media y alta: CE90-1 y CE125-2. En la foto de la derecha se observa la fisuración paralela a los tendeles marcada sobre la base C* 

Finalmente, en la figura 4.33 se presentan las roturas de los ensayos CE205-2 y 3, con excentricidad casi límite (205 mm, 0.41 el canto del muro) mostrando fisuración vertical muy localizada, similar a una zona de rótula. La fibra neutra se encuentra sobre un mismo ladrillo que falla en compresión y se corta y separa a tracción (foto derecha).



**Figura 4.33** Rotura de los muretes CE205-3 y CE205-2. La fisuración vertical afecta a 4 ladrillos, mientras la fisuración horizontal de tracción se tiene inmediatamente junto a la zona comprimida. La mayor parte del muro no resulta dañada

### Ajuste de los diagramas

En la figura 4.34 se representan los pares de esfuerzos (*N-M*) de rotura de la tabla 4.12, junto a los puntos que representan los 4 ensayos de compresión simple de la serie CS.

En la misma figura se ha representado en azul la parábola teórica del diagrama de interacción para distribución rectangular de tensiones. Como



**Figura 4.34** Esfuerzos experimentales de rotura, ajuste parabólico por mínimos cuadrados  $(R^2=0.59)$  en rojo, recta de excentricidad máxima posible, e=250 mm, y curva teórica para diagrama rectangular de tensiones, en azul. Las rectas a trazos son las excentricidades ensayadas.
puede verse, sólo es fiel a los puntos experimentales en compresión pura y, en menor medida, para excentricidad grande (205 mm) para la que la resistencia a compresión influye menos en el valor del momento último. La gran mayoría de los puntos experimentales quedan muy por encima de la parábola teórica.

En rojo se representa el ajuste por mínimos cuadrados de una parábola que pasa por el origen. Como se ve, no corta al eje de axiles en el valor correspondiente a la resistencia a compresión. Además, el ajuste es malo, con un coeficiente de correlación  $R^2=0.59$ , por lo que se puede afirmar que los puntos no siguen una sola tendencia parabólica, preconizada por las deducciones teóricas, expresiones (3.13) y (3.33).

El axil último de los puntos correspondientes a ensayos con excentricidad menor o igual al núcleo central (e  $\approx$  90 mm) es sensiblemente constante, en un entorno de *N*=600 kN, similar al valor de compresión simple.

En general, los resultados experimentales muestran una tendencia sistemática a superar las predicciones teóricas realizadas sobre la base de una tensión uniforme máxima igual a la resistencia compresión.

Para confirmar que dicha tendencia es en efecto sistemática y no imputable a errores aleatorios se lleva a cabo a continuación una corrección de los resultados experimentales.

Existen algunos ensayos que se desvían de sus análogos, en concreto la diferencia es notable en CE45\_3, CE125\_1 y CE205\_1. Además de a otros factores aleatorios, estas diferencias pueden deberse a los distintos espesores medios del tendel y a la calidad del mortero.

Al ser estos últimos factores conocidos, es posible corregir las desviaciones correspondientes. Para ello se aplica un factor al axil obtenido, función de la influencia que tienen en la resistencia los parámetros mencionados. Es decir, se refieren los resultados al caso ideal en que todos los muretes hubieran sido construidos con un mortero de resistencia  $f_m$ =6.3 N/mm<sup>2</sup> y con espesores de tendel medios  $h_m$ =12 mm. Así, en teoría, todos los muretes exhibirían la misma resistencia a compresión f=11.4 N/mm<sup>2</sup>, y los resultados estarían afectados sólo por las dispersiones imponderables de curado, ejecución, defectos ocultos, etc.

Los coeficientes buscados deben responder formalmente a la influencia que los parámetros corregidos tienen en la resistencia a compresión de la fábrica y ser iguales a la unidad cuando los parámetros toman los valores ideales.

La resistencia a compresión de la fábrica es aproximadamente proporcional a la raíz cuarta de la resistencia del mortero (2.37), por tanto, el factor corrector será (4.4):

$$FM = \left(\frac{6.3}{f_m}\right)^{0.25} \tag{4.4}$$

que cumple FM(6.3)=1

La resistencia a compresión de la fábrica depende del espesor relativo de los tendeles  $\alpha$ , de forma inversamente proporcional según una expresión del tipo (2.31), (4.5):

$$f = A + \frac{B}{1 + C\alpha} \tag{4.5}$$

fijando *A*, igual a  $f_m$ =6.3, se obtienen dos valores de *B* y *C* que hacen f(0.24)=11.4 en (4.5). Estos valores resultan *B*=23.04 y *C*=14.66. El factor corrector en función del espesor de tendel es por tanto (4.6):

$$FH = 11.4 / \left( 6.3 + \frac{23.04}{1 + 14.66\alpha} \right) = \left( 0.553 + \frac{2.02}{1 + 14.66\alpha} \right)^{-1}$$
(4.6)

que cumple FH(0.24)=1.

La tabla 4.12.bis muestra los valores originales y corregidos. El axil corregido N' es el axil último que (se supone) hubiera dado como resultado el muro ideal con  $f_m$ =6.3 N/mm<sup>2</sup> y tendeles de 12 mm, y se ha obtenido como N'=N·FM·FH.

De igual forma, la figura 4.34.bis muestra gráficamente los mismos resultados. Si bien la dispersión se atenúa en algunos casos, el panorama general es el mismo y la predicción teórica parabólica no es satisfactoria.

Designación	hm	hm [mm] α	fm [N/mm²]	N [kN]	FM	FH	N' [kN]	M'[kN⋅m]
	[mm]							
CE45_1	12.78	0.256	6.3	498	1.00	1.02	509	22.9
CE45_2	12.00	0.240	6.3	534	1.00	1.00	534	24.0
CE45_3	10.78	0.216	6.6	624	0.99	0.96	594	26.7
CE60_1	10.00	0.200	6.6	548	0.99	0.94	508	30.5
CE60_2	10.33	0.207	5.7	611	1.03	0.95	594	35.6
CE90_1	11.33	0.227	6.5	615	0.99	0.98	598	53.8
CE90_2	12.56	0.251	7.9	592	0.94	1.02	568	51.1
CE125_1	14.44	0.289	6.3	388	1.00	1.07	413	51.6
CE125_2	13.56	0.271	6.3	454	1.00	1.04	473	59.1
CE125_3	12.56	0.251	6.3	498	1.00	1.02	506	63.2
CE150_1	11.00	0.220	6.6	405	0.99	0.97	388	58.2
CE150_2	10.44	0.209	5.7	489	1.03	0.95	477	71.6
CE175_1	12.33	0.247	6.3	380	1.00	1.01	383	67.1
CE175_2	13.44	0.269	6.3	355	1.00	1.04	369	64.6
CE205_1	12.89	0.258	3.5	137	1.16	1.02	163	33.3
CE205_2	12.44	0.249	6.3	195	1.00	1.01	197	40.5
CE205 3	13.22	0.264	6.3	178	1.00	1.03	184	37.7

 Tabla 4.12.bis
 Resultados de los ensayos de compresión excéntrica corregidos para uniformizar distintos morteros y espesores de tendel

La semejanza de la figura 4.34 con las 2.58 y 2.59 de los ensayos de compresión fuera del plano de Yokel y otros sugiere la posibilidad de que se

dé en la flexión dentro del plano un fenómeno de sobre-resistencia en flexocompresión (respecto a compresión pura) similar al detectado en la flexión fuera del plano (ver 2.3.3).



**Figura 4.34.bis** *Esfuerzos experimentales de rotura y valores corregidos para uniformar distintas resistencias del mortero y espesores de tendeles* 

Por otro lado, la deducción teórica de los diagramas de interacción en hipótesis elásticas presentaba la elección de los coeficientes que se denominaron  $\Psi$ , que definen la relación entre la resistencia a compresión simple y la tensión convencionalmente considerada como umbral del fallo de la sección en flexión. Los valores numéricos de  $\Psi_3$  (el subíndice hace referencia al criterio de rotura I, II ó III) menores de 1 suponen la posibilidad de diagramas que superan al elástico, y para valores menores que 0.75, diagramas por encima del plástico. Estos diagramas "aumentados" (figura 3.22) suponen momentos últimos mayores y un salto brusco del diagrama desde compresión simple a la zona de excentricidades bajas de forma similar a los resultados obtenidos.

La figura 4.35.a muestra los puntos experimentales corregidos junto a diagramas obtenidos con distribución lineal de tensiones, expresión (3.33,  $\Psi_3 = 1$ ) con valores de la resistencia *aparente*  $f_{ap}$ , entre 1.0*f* y 2.5*f*. A la derecha se da una tabla y figura con la relación excentricidad-factor de sobre-resistencia, mayor que cero a partir de e/W=1/8.3. El máximo de 2.50 es similar a los 2.44 de Yokel y Dokkers, figura 2.59.

La figura 4.35.b es similar a la anterior, pero con los diagramas obtenidos para distribución rectangular de tensiones en la sección. Los valores de la resistencia aparente oscilan entre 1 y 1.9. En general, la sobre-resistencia con diagramas plásticos es 0.75 a 0.80 veces la estimada sobre diagramas elásticos.

La semejanza de los diagramas obtenidos y de la magnitud de la sobreresistencia aparente aquí hallada y la de los resultados experimentales de 2.3.3 no era inmediatamente predecible ya que en aquellos diagramas el



**Figura 4.35.a** *Resultados experimentales y diagramas de interacción con ley lineal de tensiones y distintas resistencias aparentes. Derecha, valores de la resistencia aparente para cada excentricidad* 



**Figura 4.35.b** *Resultados experimentales y diagramas de interacción con ley rectangular de tensiones y distintas resistencias aparentes. Derecha, valores de la resistencia aparente para cada excentricidad* 

momento y la excentricidad son relativos al espesor del muro (flexión fuera del plano) mientras aquí se refieren al ancho del muro (flexión en el plano). En este sentido, los resultados son completamente novedosos. A la vista de los resultados experimentales, que muestran que la resistencia aparente de la fábrica crece con la excentricidad, se propone, como se adelantó en el apartado 3.7, una ley de variación para el coeficiente de sobreresistencia en función de la excentricidad, definida por una primera rama horizontal, hasta una cierta excentricidad umbral, seguida de una rama creciente linealmente hasta alcanzar un valor máximo para la excentricidad límite igual a la mitad del canto. La figura 3.30 muestra la definición genérica de tal ley de variación.

La figura 4.36 muestra las propuestas, con la forma descrita, que mejor se ajustan, del lado de la seguridad, a los puntos experimentales. Estas leyes están referidas a los diagramas obtenidos con distribución lineal ( $a_{max}=2.7 e_0/w=0$ ) y rectangular de tensiones ( $a_{max}=2.0 e_0/w=0.10$ ).



**Figura 4.36** Leyes de los coeficientes de sobre-resistencia a adoptados, en función de la excentricidad del axil frente a los resultados experimentales. Izqda. para distribución lineal, dcha. para distribución rectangular de tensiones

La figura 4.37 muestra los resultados experimentales junto a los diagramas teóricos obtenidos incorporando el coeficiente de sobre-resistencia, según las expresiones deducidas en 3.7.

Como puede comprobarse, ambos diagramas son muy similares (no en vano, los parámetros de sobre-resistencia se han ajustado a partir de los mismos datos experimentales).

La coincidencia con los datos experimentales es aceptable. El aspecto más interesante es la constatación de que no es posible ajustar a los resultados experimentales un diagrama con una resistencia aparente media para todas las excentricidades sino que deben usarse diagramas que incorporen el coeficiente de sobre-resistencia variable, como los deducidos en 3.7.

No es posible decidir cuál de los diagramas, el de distribución lineal o el de distribución rectangular, predice mejor los resultados, ya que empleando distintos parámetros de sobre-resistencia, ambas formulaciones llegan a asemejarse mucho.

Los resultados para axiles adimensionales entre 0.9 y 1.0 parecen indicar que para excentricidades bajas (hasta la mitad del tercio central aproximadamente) el axil último es independiente de la excentricidad, lo que



**Figura 4.37** *Resultados experimentales y diagramas teóricos de interacción construidos con los parámetros mecánicos de la fábrica deducidos en los ensayos anteriores y parámetros de sobre-resistencia derivados de la figura 4.35.* 

sugeriría que la excentricidad umbral es nula. En ese caso, el mejor ajuste se produce con los diagramas con distribución lineal de tensiones.

En cuanto a los diagramas deducidos con distribución lineal de tensiones, cabe señalar que es posible obtener buena coincidencia con los resultados con distintas combinaciones de  $\Psi_3$  y  $a_{max}$ , teniendo ambos parámetros una influencia similar. Sin embargo, la excentricidad umbral debe ser siempre nula para lograr un ajuste aceptable.

La explicación de los resultados obtenidos en función de un coeficiente *a* de *sobre-resistencia* no deja de ser una aproximación puramente heurística. En el apartado 4.3 se efectúa una modelización numérica que indaga sobre las causas del fenómeno. La respuesta parece encontrarse en la atenuación del efecto de tracciones inducidas por la compresión, cuando éstas actúan según un gradiente.

El efecto, como se muestra en 4.3, es especialmente notorio en fábrica y no tanto en un material homogéneo, como hormigón en masa. En este apartado se propone una ley tensión-deformación parábola-trapecio única (independiente de la excentricidad), capaz de reproducir los resultados experimentales.

#### Deformabilidad en flexocompresión

Las medidas deformacionales tomadas también aportan resultados interesantes. La figura 4.38 muestra las deformaciones verticales medidas en las bases llamadas C, M y T (C: la más comprimida, M la intermedia, y T la menos comprimida) frente a la carga axil aplicada en ensayos de excentricidades 45, 175 y 205 mm.

Con las deformaciones se han construido los diagramas momento curvatura que se presentan a la derecha en la figura 4.38. Las curvaturas se han calculado efectuando las tres combinaciones posibles entre las tres lecturas de deformación vertical y las separaciones respectivas tomadas dos a dos.



**Figura 4.38** *Gráficas axil - deformación y momento- curvatura experimentales (puntos) y teóricas elásticas (líneas continuas). Ensayos con excentricidades 1/10, 1/3 y 2/5 W.* 

La figura 4.38 muestra los tres tipos de resultados obtenidos, coincidencia casi perfecta (CE175\_2) de las tres curvaturas, coincidencia aproximada (CE45\_2) o dispersión (CE205\_2). El resultado predominante es de

coincidencia entre las tres curvaturas<sup>\*</sup>, lo cual indica la validez de la hipótesis de deformación plana, incluso en un muro de dimensiones reducidas, que es por su geometría lo que se llamaría una *región D*.

La figura 4.39 muestra los diagramas momento-curvatura de diversos ensayos y la recta de rigidez bruta  $EI_b=12,000 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$ .



**Figura 4.39** Gráficas experimentales momento-curvatura a axil variable y excentricidades constantes, en línea discontinua se marcan la recta de rigidez bruta  $EI_b=12,000 \text{ kN} \cdot m^2$ 

Puede observarse como ciertas zonas de los diagramas quedan por encima de la recta de rigidez de la sección bruta sin fisurar. En parte, este efecto se debe al exceso de tensiones normales sobre la resistencia nominal de la fábrica (sobre-resistencia) y en parte a la forma de la ley constitutiva del material, cuya pendiente inicial es hasta un 50% mayor que el módulo  $E_{I/3}$  aceptado convencionalmente y utilizado para deducir la rigidez  $EI_b$ . Además, hay que hacer notar que los diagramas momento-curvatura mostrados lo son para excentricidad constante y no para axil constante como es usual.

Mediante la herramienta de 3.6.2, se han llevado a cabo el cálculo de los diagramas momentos-curvatura a excentricidad constante, utilizando la ley tensión-deformación obtenida en los ensayos CSD (figura 4.29). El resultado puede verse en la figura 4.40.a a la misma escala que la 4.39 y en la 4.40.b. a escala completa.

Puede observarse que, aún sin tener en cuenta el exceso de tensiones sobre la resistencia teórica que se da en los ensayos, los diagramas para las excentricidades de 45 y 90 mm quedan por encima de la recta de rigidez bruta. Los tramos iniciales, muy tendidos, de los diagramas para

En el anejo 4.4.2 se muestran los resultados de la serie CE . Los ensayos en que no coinciden las tres curvaturas son los CE45\_3, CE60 1 y 2, y C205\_1 y 2. Los tres primeros muestran un comportamiento anómalo de la base M del centro del muro que acaba sobrepasando la deformación de la base extrema C. Ello se debió a la colocación de los ejes de los rodillos demasiado hacia el interior para evitar las roturas por separación de las testas en los bordes. Los C205\_1 y 2 no captan la deformación extrema de tracción. El ensayo CE205\_3 en el que la base T se colocó más próxima al borde, sí muestra buena coincidencia de curvaturas.



**Figura 4.40.a** Gráficas teóricas momento-curvatura a axil variable y excentricidades constantes calculadas utilizando la ley  $\sigma$ - $\varepsilon$  deducida de los ensayos CSD (en recuadro).



Figura 4.40.b Gráficas teóricas de la figura 4.40.a a escala completa.

excentricidades mayores no pudieron ser recogidos en los ensayos debido al tamaño del los incrementos de carga, por lo que los diagramas obtenidos *saltan* las curvaturas iniciales dando la impresión de una rigidez mayor que la real.

Si se tiene en cuenta la sobre-resistencia y el salto de curvatura en los primeros escalones de carga, se obtiene una buena coincidencia entre los diagramas momento curvatura teóricos y reales.

La figura 4.41 muestra los diagramas correspondientes a una excentricidad de 150 mm. Los puntos son los resultados del ensayo CE150\_2, la curva *a* se ha calculado con un diagrama afín al utilizado para obtener los diagramas de 4.40, adoptando una resistencia aumentada en un 65% como sugiere la figura 4.35.b. La tensión de pico es por tanto igual a  $1.65 \cdot 11.4 = 18.24$  N/mm<sup>2</sup>.



**Figura 4.41** Diagramas momento curvatura a excentricidad constante de 150 mm. Los puntos corresponden al ensayo CE150\_2, la curva a es teórica utilizando un diagrama  $\sigma$ - $\varepsilon$  afín al CSD (fig. 4.29) con una sobre-resistencia de 1.65, la curva b es igual a la anterior trasladada paralelamente en el eje de abscisas

En el ensayo, el primer paso de carga fue de 50 kN, obteniéndose un momento de 7.5 kN·m, (recta horizontal a trazos), a este momento corresponde una curvatura teórica de 1.50 km<sup>-1</sup>, deformación que no pudo seguir el muro por la velocidad de carga. La figura *b* es igual a la *a* trasladada hacia la izquierda precisamente esa magnitud de curvatura.

La recta punteada marca la rigidez de la sección bruta. Puede verse que el aparente exceso de rigidez de los puntos experimentales es debido principalmente al retraso de deformaciones del primer escalón de carga y que los resultados experimentales siguen aproximadamente el camino de la curva b.

La relación tensión-deformación utilizada en la figura 4.39 incorpora el coeficiente de sobre-resistencia para esa excentricidad. Para los otros ensayos la predicción teórica puede hacerse con éxito utilizando coeficientes distintos. Se han realizado intentos para predecir con una ley  $\sigma$ - $\varepsilon$  única todos los resultados experimentales. En 4.3.1 se muestra una ley que predice aceptablemente los esfuerzos últimos, pero no se ha encontrado una relación constitutiva única capaz de predecir los diagramas M- $\chi$  completos.

Posiblemente sea la distinta velocidad de deformación entre las distintas fibras en un ensayo a excentricidad constante lo que impide describir con una única ley  $\sigma$ - $\varepsilon$  la deformabilidad experimental [101].

# 4.2.6 Ensayos de compresión centrada, excéntrica y corte sobre muretes de fábrica

La fase final de la campaña aplica combinaciones de los tres esfuerzos con el fin de contrastar la validez de los diagramas en su expresión general.

Los muretes utilizados constan de 13 hiladas de 3 piezas cada una. La altura es de 800 mm y el ancho de 745. La instrumentación y disposición del ensayo pueden verse en la figura 4.16. Los resultados completos se dan en el anejo 4.4.3.

La tabla 4.13 resume los resultados de los esfuerzos de rotura.

Muro	e <sub>sup</sub> [mm]	<i>N</i> [kN]	<i>V</i> [kN]	$M_{sup}$ [kN·m]	<i>M<sub>inf</sub></i> [kN⋅m]	$e_{inf}$ [mm]	Criterio de rotura predominante	Sección crítica
NMV4	0	324	128	0	-102	315	III	Inferior
NMV5	0	323	131	0	-105	325	III	Inferior
NMV8	0	332	122	0	-98	295	III	Inferior
NMV6	160	489	127	78	-23	47	III	Superior
NMV7	160	509	150	81	-39	77	III	Superior
NMV1	200	326	146	65	-52	160	II	Superior
NMV2	200	323	141	65	-48	149	II	Superior
NMV3	200	310	120	62	-34	110	II	Superior

Tabla 4.13 Esfuerzos de rotura de los ensayos NMV

Los ensayos NMV1, 2 y 3 (figura 4.42) muestran claramente una rotura diagonal generalizada de tipo modo II. La trayectoria de la fisuración en rotura a través de las piezas permite descartar un fallo en modo I, deslizamiento.

En el anejo fotográfico 4.5.2 se aprecia una primera fisuración casi vertical que aparece al 75% de la carga cortante de rotura y una segunda familia de fisuras diagonales en los pasos finales de carga. La rotura presenta además dos zonas locales de aplastamiento, una en la parte comprimida de la sección superior, que es la crítica en este caso, y otra de menor extensión en el extremo opuesto del muro, en la sección inferior.

Las excentricidades en rotura fueron de  $e_{sup}/w=0.27$  (la superior, crítica) y  $e_{inf}/w=0.18$  (la inferior). Los esfuerzos adimensionales resultaron  $N^*=0.33$ ,  $M^*=0.70$ ,  $V^*=0.046$ .



**Figura 4.42** Ensayos NMV1, 2 y 3 de izquierda a derecha. Rotura diagonal con modo predominante II. Sección crítica superior

Los ensayos 6 y 7 (figura 4.43) exhiben una rotura diagonal, pero debida a un fallo de tipo III. Aparentemente, la fisuración final en escalera es semejante a la de modo II, observada en los ensayos NMV 1, 2 y 3. Sin embargo hay dos diferencias notables respecto al fallo de aquellos muros: el carácter frágil del colapso y la forma de rotura de las piezas.



**Figura 4.43** Fisuración en rotura y colapso frágil de los ensayos NMV 7, izquierda y centro, y 6, derecha. Modo III, sección crítica superior

En la figura 4.43 se muestra el patrón de fisuración del ensayo NMV7 para un cortante de V=150 kN, muy próximo al fallo, y a la derecha, tras un ligero incremento de carga, la rotura explosiva. Ello indica que los muros estaban rotos antes de que se precipitara el colapso diagonal. Este comportamiento frágil es característico de roturas de bielas comprimidas.

En las fotografías del anejo 4.6 se aprecia la forma de rotura de los ladrillos en las dos series de ensayos descritas. La rotura de las piezas de NMV 6 y 7 se asemeja más a un aplastamiento que a la fractura limpia que se observa en los ladrillos de los ensayos NMV 1, 2 y 3.

El muro NMV 6 se fisuró en dirección vertical al aplicar el axil y antes de introducir el cortante, este hecho no se observó en el ensayo 7. En ambos ensayos se apreció una fisuración de dirección casi vertical en torno al 70% del cortante último, seguida de una segunda familia de fisuras diagonales que se desarrollan sólo al 90% de la carga de rotura (ver anejo 4.5.2)

En la sección superior del muro se identifica una zona local de aplastamiento, evidenciada por el típico pandeo de las paredes exteriores de los ladrillos observado en las series CS y CE. En la sección inferior (totalmente comprimida en rotura) no se observa aplastamiento local.

Las excentricidades en rotura fueron de  $e_{sup}/w=0.21$  (superior, crítica) y  $e_{inf}/w=0.08$  (la inferior, dentro del núcleo central). Los esfuerzos adimensionales resultaron  $N^*=0.51$ ,  $M^*=0.87$ ,  $V^*=0.048$ .



**Figura 4.44** Fisuración en rotura y detalles del ensayo NMV 4. Modo de fallo III, sección crítica inferior

Los ensayos NMV4, 5 y 8, figura 4.44, mostraron una rotura claramente identificable como modo III. Presentan una fisuración inclinada pero difusa sin llegar a *partir* diagonalmente el muro a través de una fisura principal, como sucedió en los ensayos 1, 2 y 3, y en el instante final, también en los 6 y 7. El cuerpo del muro queda íntegro aunque muy fracturado y se observa una rotura local en la sección inferior (la crítica). El modo de fallo corresponde al agotamiento del nudo final de la biela, lo que algunos autores denominan *rocking*, figura 2.42

En detalle, en la figura 4.44, se aprecia la fisuración paralela a los tendeles (sobre la base 7) por descompresión de la sección. El detalle inferior muestra el aplastamiento local al pie del muro en la sección inferior, que resulta crítica en este caso.

En rotura, la sección superior se encuentra completamente comprimida, con excentricidad nula; la excentricidad en la sección inferior (la crítica) fue la más elevada de los tres grupos de ensayos,  $e_{inf}/w=0.42$ . Los esfuerzos adimensionales resultaron  $N^*=0.33$ ,  $M^*=1.12$ ,  $V^*=0.043$ .

#### Ajuste de los diagramas

La figura 4.45 muestra los resultados experimentales en el plano *N-V*, junto a los diagramas de interacción teóricos construidos con parámetros análogos a los de la figura 4.25, correspondientes a los ensayos de compresión y corte sobre tripletas, es decir,  $f=11.0 \text{ N/mm}^2$ ,  $f_{tb}/f_b=0.09$ ,  $f_{v0}=0.94 \text{ N/mm}^2$  y  $\mu=0.67.\text{El}$  valor de *f* se ha reducido levemente de 11.4 a 11.0, con un coeficiente de *FH*=0.96 (4.6) para tener en cuenta el espesor medio de los tendeles de la serie NMV que resultó igual a 13.6 mm en lugar de los 12 mm nominales.

La envolvente *N-V* para momento nulo, que daba un buen ajuste de los ensayos de tripletas queda ahora muy por encima de los resultados experimentales en muretes, que quedan en la parte interior del diagrama.



Ensayo	M [kN⋅m]	
NMV4		
NMV5	100	
NMV8		
NMV6	80	
NMV7	80	
NMV1		
NMV2	65	
NMV3		

**Figura 4.45** *Diagramas de interacción plásticos en el plano* N-V *para momentos* M=65, 80 y 100 kN *junto a los resultados experimentales.* f=11.0 N/mm<sup>2</sup>,  $f_{tb}/f_b=0.09$ ,  $f_{v0}=0.94$  N/mm<sup>2</sup> y  $\mu=0.67$ .  $a_{max}=1$ 

No obstante, la predicción de los diagramas de la figura 4.45 no puede considerarse completamente satisfactoria, ya que los ensayos 4, 5 y 8 con momento último M=100 kN quedan en la zona del diagrama de M=65 kN.

Los otros ensayos, sí se encuentran próximos al diagrama correspondiente a su nivel de momento: los ensayos MNV 1, 2 y 3 se sitúan cerca del diagrama obtenido para momento M=65 kN, los ensayos MNV 6 y 7 también están próximos a la curva de momento M=80 kN.

La figura 4.46 muestra la misma comparación de 4.45, en ejes M-N. Se han representado además los diagramas elásticos. De nuevo, se observa que la predicción no es buena para los ensayos 4, 5 y 8.



**Figura 4.46** *Diagramas de interacción elásticos (línea oscura) y plásticos en el plano* N-M *para cortantes* V=130 y140 kN junto a los resultados experimentales. f=11.0 N/mm<sup>2</sup>, f<sub>tb</sub>/f<sub>b</sub>=0.09, f<sub>v0</sub>=0.94 *N/mm<sup>2</sup>* y  $\mu$ =0.67. $\Psi$ <sub>3</sub>=1.0 a<sub>max</sub>=1

La distancia de los ensayos 4, 5 y 6 a los diagramas se asemeja a los resultados de los ensayos en flexocompresión, serie CE, que mostraron un acusado efecto de sobre-resistencia.

Se han evaluado los diagramas análogos a los de la figura 4.47, incluyendo la modelización de la sobre-resistencia conforme a lo expuesto en la figura 4.36, es decir, adoptando un coeficiente de sobre-resistencia creciente con la excentricidad del axil. Los parámetros adoptados son los deducidos de los ensayos CE:  $a_{max}$ = 2.0,  $e_0/w$ =0.10, para los diagramas plásticos y = 2.70,  $e_0/w$ =0.0, para los elásticos. El resultado se muestra en la figura 4.47.



**Figura 4.47** Diagramas de interacción elásticos (línea más oscura) y plásticos con sobre-resistencia, en el plano N-M para cortantes V=130 y140 kN junto a los resultados experimentales. f=11.0 N/mm<sup>2</sup>,  $f_{tb}/f_b=0.09$ ,  $f_{v0}=0.94$  N/mm<sup>2</sup> y  $\mu=0.67$ . $\Psi_3=1.0$ 

Los ensayos 4, 5 y 8 con muy alta excentricidad (e/w=0.42) y rotura en modo III, para V=130 kN, quedan fuera de los diagramas elásticos y plásticos, cerca de la zona de transición entre los modos de fallo III y II. En estos ensayos los diagramas teóricos resultan ligeramente pesimistas.

Los ensayos 1, 2 y 3 con excentricidad media (e/w=0.27) y rotura en modo II, para V=140 kN, quedan en el interior del diagrama plástico (que resulta optimista) y fuera del elástico (que resulta algo pesimista), siempre en la zona de rotura por criterio II. Para estos ensayos, la predicción de los diagramas con y sin sobre-resistencia es idéntica, ya que el modo II no se modifica por la consideración de este fenómeno, como se explica en 3.7.

Los ensayos 6 y 7, con excentricidad más baja que los anteriores (e/w=0.21) y rotura frágil en modo III, para V=140 kN, quedan dentro de ambos diagramas que resultan optimistas en exceso para estos ensayos. Estos ensayos sólo se predicen adecuadamente sin sobre-resistencia.

En resumen, los ensayos 6 y 7 se predicen adecuadamente sin consideración de la sobre-resistencia, con los 4, 5 y 8 sucede justamente lo contrario, la

predicción aceptable es la realizada con sobre-resistencia; por su parte, los ensayos 1, 2 y 3, al encontrarse en una zona de fallo diagonal tipo II, tienen la misma predicción teórica para cualquier factor de sobre-resistencia.

No es posible discriminar por modos de fallo en qué casos se debe considerar el fenómeno y en cuales no: las series 6-7 y 4-5-8 corresponden ambas al tipo III.

Tampoco es el nivel de cortante el que puede delimitar la aplicación del fenómeno de sobre-resistencia ya que para los niveles de cortante son muy similares para todas las series de ensayos (de 0.043 para los ensayos más "sobre-resistentes" a 0.048 para los menos).Esta diferencia del 11% no parece ser suficiente para explicar los resultados.

El nivel de axil, a la vista de los resultados de la serie CE, tampoco es un umbral para limitar la validez del fenómeno. La excentricidad sí ha mostrado influencia en la magnitud del coeficiente de sobre-resistencia, pero el nivel de excentricidad de los ensayos 6 y 7 (e/w=0.21) está claramente por encima del umbral que da un buen ajuste de la serie CE ( $e_0/w=0.10$ ).

La única conclusión clara que se puede obtener a partir de un número limitado de ensayos, parece ser que la sobre-resistencia está presente también en solicitaciones con cortante, pero que, en determinados casos, se ve disminuida o anulada por éste.

En el aparatado 4.3.2 se lleva a cabo un estudio numérico para ayudar a comprender la relación entre mejora de resistencia por carga excéntrica y el efecto del esfuerzo de corte. En los cálculos elásticos por micromodelo, se comprueba que sólo en la serie de ensayos NMV 4, 5 y 8 los esfuerzos de rotura producen tensiones verticales mayores que la resistencia a compresión de la fábrica.

## Deformabilidad en flexocompresión y corte

La figura 4.48 muestra la historia de las deformaciones verticales en las fibras próximas a la sección inferior instrumentadas para ensayos representativos de las tres series de rotura, NMV 1, NMV 6 y NMV 8. Los resultados completos se encuentran en el anejo 4.4.3.

En abscisas se lee el paso de carga y en ordenadas las deformaciones medidas en las bases extensométricas. En los primeros pasos de carga se introduce gradualmente el axil, al alcanzarse el nivel previsto se comienza a introducir el cortante.

Junto a los puntos experimentales se han dibujado las gráficas correspondientes al cálculo elástico utilizando el micromodelo que se describe en 4.3.2 Puede verse que las deformaciones siguen el camino elástico casi hasta rotura. Los valores de las deformaciones últimas son mucho más bajos que en las series CS y CE, correspondiendo a roturas más frágiles, si bien se hace notar que las deformaciones no son las del pie del muro, ya que las bases extensométricas no se podían situar tan bajas (figura 4.16), y que, en los ensayos NMV 1 y 6, la sección crítica es la superior

La última gráfica de 4.48, ensayo NMV 8, indica una descompresión en una parte importante de la sección, favoreciéndose de esta forma la no inducción de tracciones indirectas y propiciando especialmente por tanto el fenómeno de sobre-resistencia descrito. En 4.3.2, se muestran los cálculos elásticos sobre micro-modelo que confirman el efecto de atenuación de las tensiones horizontales de tracción en los casos NMV 4, 5 y 8 respecto a los otros ensayos, especialmente 6 y 7.



**Figura 4.48** Ensayos NMV1, 6 y 8 Deformaciones verticales en las cuatro bases. Los puntos son los resultados experimentales, las líneas continuas corresponden a la solución elástica del micro-modelo.

-O e1	e_1
-⊡ e3	e_3
- <b>1</b> e5	e_e5
- <b>-</b> - e7	e_e7

En cuanto a las medidas cinemáticas efectuadas, el desplazamiento en cabeza permite obtener conclusiones sobre el módulo de deformación transversal de la fábrica ensayada. La figura 4.49 muestra las gráficas desplazamiento horizontal en la cabeza del muro frente a la carga horizontal aplicada para ensayos de las tres zonas de rotura.



**Figura 4.49** Ensayos NMV2, 4 y 7. Gráfica fuerza horizontal-desplazamiento horizontal en cabeza. El axil en los ensayos NMV 2 y 4 fue de 300 kN, un tercio del último, mientras en NMV 7 fue de 500 kN, aproximadamente la mitad del axil último. La curva roja de NMV 7 muestra una descarga y recarga con pendiente mayor que la inicial

Los axiles de los ensayos 2 y 4 fueron de 300 kN, aproximadamente  $N^{*}=0.3$ , excéntrico en el ensayo 2 y centrado en el 4. El axil del ensayo NMV 7 fue de 500 kN,  $N^{*}=0.5$ , con excentricidad. Este último ensayo muestra una descarga y recarga en los escalones iniciales (manteniendo el axil constante) con una pendiente mayor que la de la carga noval.

La deformabilidad muestra cierta dependencia del nivel de axil y de su excentricidad, así como del carácter noval o repetido del cortante. En todo caso es mayor que la correspondiente al módulo de deformación transversal calculado con la relación *tradicional G*=0.40*E*. En el punto 4.3.2 se determina un módulo de deformación transversal para la fábrica entre 500 y 1300 N/mm<sup>2</sup> para distintos niveles de axil, lo que supone relaciones *G/E* entre 0.06 y 0.15.

## 4.3 Estudios numéricos sobre los ensayos

En este punto se llevan a cabo estudios numéricos que pretenden indagar sobre las causas de diversos fenómenos *inesperados*que se han manifestado en los ensayos realizados y que suponen discrepancias entre las predicciones teóricas iniciales de los diagramas de interacción simplificados propuestos en el capítulo 3 y los resultados experimentales<sup>\*</sup>.

Los aspectos analizados son tres. Primero, la aparente sobre-resistencia ante cargas excéntricas que se manifestó en magnitud muy importante en la serie CE. A este fenómeno se ha dedicado el apartado 4.3.1.

El segundo estudio también se ocupa de la sobre-resistencia, en este caso en los ensayos con cortante. Este fenómeno, según se desprende de la lectura de 4.3.2, es también causa del mal ajuste de los ensayos de compresión y corte NMV 4, 5 y 8 al utilizar diagramas sin coeficiente de sobre-resistencia. En el mencionado apartado se analiza por qué los ensayos NMV 6 y 7 no exhiben la citada sobre-resistencia, al menos en el grado que se da en los ensayos CE y los 4, 5 y 8.

El tercer aspecto tratado es el de la deformabilidad ante esfuerzos de corte, que resulta significativamente inferior a los valores tradicionalmente aceptados y recogidos en distintas normas.

Los ensayos de interés se han reproducido numéricamente mediante modelos de elementos finitos en tensión plana, con comportamiento elástico de los materiales. Los cálculos se han realizado a nivel de micro-modelo, es decir, representando las piezas y el mortero por separado. Se ha aceptado la hipótesis de compatibilidad perfecta entre las deformaciones de los materiales.

La única no linealidad mecánica que se ha incluido en el comportamiento se encuentra en la condición de contorno en la base de la zapata, que se representa por apoyos sólo en compresión.

De esta forma se ha considerado la anisotropía y heterogeneidad del material, pero no los efectos tridimensionales (tensiones perpendiculares al plano del muro, de tracción en el ladrillo y compresión en el mortero) ni la no linealidad de la ley tensión-deformación o los criterios de fallo.

Estas deficiencias no invalidan los análisis, que son suficientes para poner de manifiesto la influencia del gradiente de tensiones en las tracciones indirectas de las piezas, que de una u otra forma, son determinantes en la rotura de la pieza.

<sup>\*</sup> Nos referimos al desarrollo inicial de los diagramas, epígrafes 3.2 a 3.6. Los efectos *inesperados* detectados se incluyeron en la formulación teórica en el punto 3.7, que fue redactado después de concluida la campaña experimental

## 4.3.1 Sobre-resistencia en flexo-compresión

En el apartado 2.3.1 se expuso el comportamiento de la fábrica en compresión uniaxial. Allí se mostró cómo el fallo de la fábrica se produce para tensiones de compresión inferiores a la resistencia a compresión de las piezas por separado, debido a las tracciones inducidas en ellas por la presencia del mortero, de mayor deformabilidad y con coeficiente de Poisson muy elevado a presiones altas.

Los diagramas de interacción se dedujeron, en el capítulo 3, admitiendo en principio que la resistencia a compresión de la fábrica es la misma cuando la carga axil es excéntrica que cuando es centrada. Sin embargo, la rotura de la fábrica se producirá, sea cual sea la solicitación, cuando las tensiones de tracción en las piezas alcancen el nivel crítico, no cuando las tensiones de compresión sean iguales a las del ensayo en compresión pura. Las tracciones inducidas por una solicitación de compresión pura uniaxial no tienen por qué coincidir con las que resultan en un caso de compresión excéntrica.

En este epígrafe se muestran cálculos elásticos que ponen de manifiesto que las tracciones indirectas en las piezas ante axiles excéntricos son menores que ante un axil centrado, a igualdad de la tensión de compresión máxima. Además la extensión de la zona afectada por tracciones significativas también es menor.

Se han construido dos modelos planos y elásticos de las probetas CE. El primero reproduce a nivel de micro-modelo las piezas y las llagas y tendeles de mortero. El segundo es un modelo homogéneo con propiedades promediadas. La figura 4.50 muestra la malla de elementos finitos utilizada y los parámetros de los materiales. En éstos se ha sido fiel a los datos utilizados en este capítulo, excepto en el coeficiente de Poisson del mortero que se ha tomado igual a 0.35 para reproducir el comportamiento bajo presión de confinamiento (figura 2.7).

Micro-	Modelo homogéneo		
Mortero	Ladrillo	Fábrica	
<i>E<sub>m</sub></i> =4,500 N/mm <sup>2</sup>	$E_b$ =15,000 N/mm <sup>2</sup>	<i>E</i> =10,000 N/mm <sup>2</sup>	
v=0.35	v=0.10	v=0.25	

$\Pi/\Pi$		
H H H		
FFF		

**Figura 4.50** Características de los materiales y malla del modelo elástico de elementos finitos.

Se han llevado a cabo 6 cálculos para otras tantas excentricidades, muy similares a las de los ensayos de la serie CE. En todos los casos se ha escogido un axil tal que se produzca en la fábrica la misma tensión vertical máxima de compresión, en concreto, una tensión igual al valor de la resistencia a compresión simple deducido en los ensayos CS. Los esfuerzos seleccionados se muestran en la tabla 4.14.

<i>N</i> [kN]	<i>M</i> [kN]	<i>e</i> [mm]	e/W	$\sigma_{vert\_elastica} \\ [N/mm^2]$
655	0.0	0	0.00	11.40
410	20.2	50	1/10	11.40
328	26.9	83	1/6	11.40
262	32.3	125	1/4	11.40
220	35.7	165	1/3	11.40
187	38.4	208	2/5	11.40

Tabla 4.14 Esfuerzos de cálculo

En la parte superior del muro se ha modelizado una barra de acero de 40 mm de espesor. Sobre ella se han aplicado como cargas linealmente repartidas los axiles y momentos.

Los resultados de estos cálculos se presentan en las figuras 4.51, 4.52 y 4.53. A la izquierda se representa siempre el modelo heterogéneo o micro-modelo y a la derecha el homogéneo. La escala de colores se conserva entre figuras, pero es distinta para tensiones verticales (de 0 a -11.8 N/mm<sup>2</sup>) y horizontales (de 1 a -1 N/mm<sup>2</sup>). Se acompaña la escala de colores en cada caso. La parte superior de cada figura muestra las tensiones verticales y la inferior las horizontales como indica el esquema adjunto. Los valores positivos indican tracción, las unidades son N/mm<sup>2</sup>.

La figura 4.51 muestra las tensiones verticales y horizontales para los cálculos en compresión pura y para excentricidad de 1/10 del canto. Puede verse que la distribución de tensiones verticales en compresión simple es sensiblemente uniforme, con un pequeño efecto de concentración lejos de los bordes (modelo homogéneo) y con las perturbaciones que introducen las llagas (micro-modelo). Esto coincide con las mediciones de los ensayos CSD. Para una tensión media de 11.4, se tiene una zona solicitada hasta un máximo de 12 N/mm<sup>2</sup>. Las tensiones verticales coinciden esencialmente entre los dos modelos para todas las excentricidades.

Las tracciones horizontales son bien representadas por el micromodelo y no por el homogéneo, ya que éste no incorpora la diferencia de deformabilidad que las produce. Como puede verse, las máximas tracciones resultan del orden de 1 N/mm<sup>2</sup> en una amplia zona central del muro, en el cálculo de compresión pura. En el caso de excentricidad e/W=1/10, los valores de pico son menores en un 30% y la zona es más pequeña y localizada junto al borde.

En las figuras siguientes se puede ver cómo las tensiones verticales de pico se mantienen constantes mientras la zona de piezas traccionadas y los valores máximos de tracciones disminuyen.

Además, para excentricidades mayores que el núcleo central, figuras 4.52 y 53, la zona de muro más alejada del axil deja de experimentar compresión vertical, por lo que allí no se inducen en absoluto tracciones indirectas.



**Figura 4.51** *Tensiones verticales y horizontales para compresión simple y para* e/W=1/10. *Izquierda, micro-modelo, derecha modelo de material homogéneo.* 



**Figura 4.52** *Tensiones verticales y horizontales para excentricidades e/W=1/6 y e/W=1/4. Izquierda, micro-modelo, derecha modelo de material homogéneo.* 



**Figura 4.53** *Tensiones verticales y horizontales para excentricidades e/W=1/3 y e/W=2/5. Izquierda, micro-modelo, derecha modelo de material homogéneo.* 

Para cuantificar aproximadamente el efecto de descenso de las tracciones indirectas debido a la excentricidad de la carga, se presentan dos cálculos más. Para una excentricidad baja, e/W=1/10, y otra mayor que el núcleo central, e/W=1/4, se aumentó el axil hasta obtener una tensión de tracción de pico igual a la que resulta en compresión centrada (en este caso, 1 N/mm<sup>2</sup>). Este aumento del axil lleva aparejado un aumento de la tensión normal de compresión. En el primer caso este aumento fue del 30 % y en el segundo del 50%. La figura 4.54, muestra las tensiones de tracción inducidas en los tres cálculos.



**Figura 4.54** Tensiones horizontales en compresión simple y para excentricidades de e/W=1/10 y e/W=1/4. En los cálculos con excentricidad se aumentado la carga hasta conseguir una tensión de tracción en la pieza más solicitada igual a la obtenida en compresión simple. El correspondiente aumento de tensión vertical máxima fue de del 30 y el 50%, para las excentricidades estudiadas.

Si la condición de rotura de la fábrica fuera igual al criterio seguido en los cálculos (máxima tensión horizontal de tracción en el centro del ladrillo más solicitado igual a la homóloga obtenida en compresión simple), las tres probetas calculadas romperían al alcanzarse las tensiones horizontales de la figura 4.54. En ese caso, la máxima tensión vertical (identificada con la resistencia a compresión de la fábrica) parecería tener un aumento del 30 ó el 50%, cuando en realidad las tensiones de tracción críticas son las mismas.

La razón de que en hormigón no se presente el efecto de sobre-resistencia, o al menos no de forma tan importante (en 2.3.3 se vio cómo algunas normativas de hormigón admitían un aumento del 25% para  $f_c$  en caso de flexión pura), puede explicarse a la vista de las figuras de tracciones horizontales en el modelo homogéneo. Puede observarse que las tracciones inducidas por axiles de distinta excentricidad no difieren entre sí tanto como lo hacen las tracciones en el modelo heterogéneo.

Los anteriores cálculos adolecen de su carácter puramente elástico y plano (lo que no permite evaluar la segunda tensión horizontal inducida, la perpendicular al plano del muro) pero muestran cualitativa y, hasta cierto punto, cuantitativamente, que el llamado efecto de sobre-resistencia en flexo-compresión obedece a un fenómeno de atenuación de las tensiones horizontales de tracción en las piezas al actuar excéntricamente el axil.

Es posible modelizar el comportamiento descrito en términos de ley tensióndeformación y diagrama de pivotes. La figura 4.55 muestra una ley parábolatrapecio formada por una primera rama parabólica hasta un límite de deformación que marca el pivote de compresión pura, para el que se ha tomado el 2 ‰, seguida de una rama lineal de sobre-resistencia con un factor de 2 y aumento de la ductilidad con un factor de 3. La figura 4.56 muestra el diagrama de interacción obtenido con esta ley junto a los diagramas para ley rectangular y lineal y los puntos experimentales.



**Figura 4.55** Ley tensión-deformación parábola-trapecio y diagrama de pivotes para simular el efecto de sobre-resistencia



**Figura 4.56** *Resultados experimentales y diagrama de interacción obtenido con la ley*  $\sigma$ - $\varepsilon$  parábola-trapecio y el diagrama de pivotes de la figura 4.43.

Como puede verse, el diagrama  $\sigma$ - $\varepsilon$  propuesto se comporta como un rectangular de resistencia 1.6*f* ó un lineal de resistencia 2*f*, hasta excentricidades en torno a *W*/4 en que empieza a ser limitativo el pivote de

compresión compuesta situado a una profundidad de 2/3W. En compresión pura, toda la sección se encuentra sometida a una tensión *f*.

La ley tensión-deformación y el diagrama de pivotes propuestos no dejan de ser un ajuste convencional *a posteriori*. Sin embargo, sus características de ductilidad y resistencia aumentadas son justificables teóricamente.

El aumento de ductilidad en flexión respecto a compresión pura es una característica de los diagramas comúnmente utilizados en hormigón y fábrica. El pivote de flexión compuesta del 3.5‰ del hormigón es convencional y conservador para resistencias bajas. Así, CEB da, para un HA-25, un valor de 3.9‰. En el caso de la fábrica ensayada con resistencia media  $f=11.4 \text{ N/mm}^2$ , la fórmula del Código Modelo daría una ductilidad del 6.6‰, similar a la tomada aquí. Por otro lado, Hillerborgh [88] propone un pivote de flexión variable en función de la profundidad de la fibra neutra, mediante una expresión del tipo:

$$\varepsilon_u = 2\% + \frac{k}{x'} \tag{4.7}$$

donde *k* es una constante y x'=x/W la profundidad relativa de la fibra neutra.

La característica adicional de aumento simultáneo de la resistencia es exclusiva de la fábrica y se funda, como muestra el análisis elástico anterior, en la heterogeneidad del material por lo que no se encuentra en hormigón. El factor de 2 tomado se ha deducido de los resultados experimentales y sólo es aplicable, en principio, a la fábrica ensayada en esta campaña.

Para caracterizar cuantitativamente el fenómeno con mayor generalidad se precisarían estudios paramétricos y experimentación con fábricas de distintas características.

En general, puesto que el fenómeno está relacionado con la distinta deformabilidad de los componentes, es presumible que la magnitud de la sobre-resistencia se vea influenciada esencialmente por la relación de módulos de elasticidad  $\beta$ , y por el espesor relativo de los tendeles,  $\alpha$ . Otros factores geométricos pueden tener influencia, como la forma de las piezas, descrita por  $\xi$ , el espesor del muro o el tamaño de la probeta (distancia a los bordes de las piezas traccionadas).

### 4.3.2 Sobre-resistencia en compresión y corte

El fenómeno de atenuación de la inducción de tracciones en las piezas observado en los ensayos de la serie CE y descrito en 4.3.1 se manifiesta también en ensayos NMV, en los que se aplica fuerza de corte, pero no en todos los ensayos.

En los ensayos de corte de la serie NMV, el cortante modifica la excentricidad del axil a lo largo de la altura del murete, siendo máxima su influencia en la sección inferior. Es decir, a diferencia de lo que ocurría en los ensayos de tripletas, la fuerza exterior de corte produce momentos.



**Figuras 4.46 y 4.47** *Resultados experimentales de la serie NMV y diagramas de interacción teóricos con y sin sobre-resistencia.* 

En los ensayos NMV 1, 2, 3, 6 y 7 la sección crítica fue la superior, por lo que de la combinación de esfuerzos en rotura, el momento se debía en exclusiva a la excentricidad con que se aplicaba el axil y con ese momento y axil fijos la fuerza cortante crecía hasta producir la rotura.

Por el contrario en los ensayos NMV 4, 5 y 8, que se realizaron con excentricidad exterior del axil nula, la sección crítica resultó la inferior. En esta sección el momento se debe por entero a la fuerza cortante exterior. De esta manera, el desarrollo del ensayo discurre de forma que, desde un nivel de axil que permanece fijo, el momento y el cortante aumentan simultáneamente hasta producir el fallo.

Los diagramas teóricos plásticos sin sobre-resistencia predecían adecuadamente los resultados 6 y 7 y hasta cierto punto también los 1, 2 y 3 (figura 4.46). La predicción de los ensayos 4, 5 y 8 sólo puede considerarse aceptable si se utilizan los diagramas que incorporan los coeficientes de sobre-resistencia deducidos en los ensayos CE (figura 4.47). Los ensayos 1, 2 y 3 tienen la misma predicción teórica se utilice o no el coeficiente de sobre-resistencia ya que el modo de fallo que los caracteriza no acusa la influencia de este parámetro.

Sólo por inspección de los resultados experimentales disponibles (mucho menos numerosos que los de la serie CE o los *bocadillos*) no es posible dedicidir por qué en unos casos *funciona* la sobre-resistencia, mientras en otros no.

En este apartado se reproducen numéricamente los ensayos de la serie NMV mediante un micromodelo plano en que el comportamiento de los materiales es elástico y lineal y la condición de apoyo en la base es de no tracción. Los resultados aclaran por qué se manifestó el fenómeno de sobre-resistencia sólo en la serie 4, 5 y 8

La figura 4.57 muestra la malla y características materiales del modelo de elementos finitos utilizado.



**Figura 4.57** Características de los materiales y malla del modelo elástico de elementos finitos.

Los cálculos reproducen los ensayos de los grupos NMV 1, 2 y 3, con axil excéntrico (e=200 mm) de valor N=300 kN y cortante final V=135 kN; los NMV 4, 5 y 8 con axil centrado, también de valor N=300 kN y cortante en rotura V=130 kN, y los NMV 6 y 7 con axil excéntrico (e=160 mm) de valor N=500 kN y V=138 kN.

Las figuras 4.58, 4.59 y 4.60 muestran los resultados de los tres cálculos. La columna de la izquierda muestra el estado tensional de los ladrillos cuando se ha aplicado la totalidad del axil y el cortante es nulo. La columna de la derecha muestra los estados tensionales en rotura, cuando se alcanza el máximo cortante.

Las figuras superiores muestran tensiones verticales en una escala desde -8.5 hasta 0 [N/mm<sup>2</sup>] (las tracciones son positivas). Esta escala de colores se acompaña al pie y se mantiene para las tensiones verticales de los tres grupos de ensayos.

Las figuras intermedias representan tensiones horizontales en el plano del muro. La escala de colores que se acompaña varía entre 0 y 2.5 N/mm<sup>2</sup>, manteniéndose en los tres ensayos.

Finalmente, las figuras inferiores representan las tensiones principales de máximas tracciones. La escala varía, como para las tensiones horizontales, entre 0 y 2.5 N/mm<sup>2</sup>.

Los triángulos blancos sobre fondo negro al pie de cada murete representan los puntos en que se produce el apoyo o contacto entre zapata y murete, donde no se encuentran se produce levantamiento y la reacción es nula.







#### Resultados

Las tensiones principales de máxima tracción bajo los esfuerzos de rotura alcanzan valores similares en los tres ensayos.

*MNV 1 2 3* La figura 4.58 muestra arriba a la izquierda las tensiones normales cuando se ha aplicado el axil excéntrico de 300 kN. La profundidad de la zona comprimida es de 525 mm (el 70% del canto) y la tensión de pico de 10 N/mm<sup>2</sup>, próxima a la resistencia a compresión de la fábrica, f=11 N/mm<sup>2</sup>. Esto no obstante, las tracciones horizontales inducidas por la compresión son muy pequeñas (fig. 4.58 izquierda y centro). La máximas tracciones principales (abajo y a la izquierda) prácticamente coinciden con las horizontales. En efecto, durante los ensayos NMV 1, 2 y 3 no se detectó fisuración en el muro al aplicar el axil de 300 kN.

> Al aplicar adicionalmente la fuerza horizontal de 135 kN, las tensiones verticales en la sección superior del muro apenas se modifican respecto a las anteriores (fig. 4.56, arriba a la derecha). En la sección inferior se invierte la zona comprimida, que alcanza una extensión de 645 mm (el 85 %) del canto, con tensiones de pico de 8 N/mm<sup>2</sup>. Las tensiones horizontales de tracción aumentan respecto a la situación anterior por el efecto Mann y Müller de giro de las piezas. Sin embargo las tensiones que muestran el aumento más significativo son las máximas tracciones oblicuas en el centro de los ladrillos por efecto de las tensiones tangenciales como se aprecia en la figura 4.58, abajo a la derecha. La figura 4.61 muestra la rotura de los muros de la serie NMV 1, 2 y 3 y la distribución de tensiones máximas de tracción en el modelo. La fisura diagonal central está originada por la dirección aproximadamente a 45° de las tracciones, excepto en la parte superior (a la derecha en la figura) en que la dirección de las tracciones es sensiblemente horizontal, lo que se traduce en la rotura por aplastamiento que se muestra en la fotografía.



**Figura 4.61** *Rotura diagonal de los ensayos NMV 1, 2 y 3 y máximas tensiones de tracción para los esfuerzos de rotura [0 — 2.5N/mm<sup>2</sup>].* 

El cortante desarrolla tensiones tangenciales que originan tracciones oblicuas de magnitud suficiente para producir el fallo. Las tensiones verticales comprimen casi todo el muro con valores máximos del orden de 8 N/mm<sup>2</sup>,

que no superan la resistencia a compresión pura de la fábrica por lo que no es evidente el fenómeno de sobre-resistencia.

En la figura 4.59 se muestran los ensayos NMV 4, 5 y 8. Arriba a la izquierda se representan las tensiones verticales antes de aplicar el cortante, con una distribución uniforme en torno a 3.5 N/mm<sup>2</sup>. Estas compresiones no inducen tracciones significativas (izquierda, centro y abajo). En rotura, la base se encuentra comprimida en una pequeña zona de 85 mm de extensión, sólo el 11 % del canto, el resto está descomprimido en buena parte de la altura del muro. Los valores de pico alcanzan los 25 y hasta 30 N/mm<sup>2</sup>, muy por encima de la resistencia a compresión pura de la fábrica, pero por debajo de la resistencia a compresión de los ladrillos, lo que, por definición, se interpreta como sobre-resistencia (con un factor de 30/11=2.7, similar al factor máximo de sobre-resistencia asociado a diagramas elásticos deducido de la serie CE). Las tensiones horizontales de tracción producen la rotura en la columna de muro alejada de la aplicación de la carga horizontal (izquierda en la figura) por reventamiento de la biela situada sobre la reacción en la zapata. En la figura 4.62 se muestran las tensiones horizontales y máximas junto a una fotografía de la fisuración de la probeta NMV 4.



**Figura 4.62** Rotura vertical-diagonal de los ensayos NMV 4, 5 y 8 y tensiones horizontales y máximas tracciones en rotura  $[0 - 2.5N/mm^2]$ .

Las tensiones horizontales provocan fisuración vertical sobre la zona de apoyo, mientras las máximas tracciones en la zona central del muro no son horizontales sino inclinadas. En este caso, la fuerza V ha descomprimido gran parte del muro además de introducir tensiones tangenciales, por eso, el diagrama elástico que mejor se ajusta al resultado experimental es el que incluye sobre-resistencia (con un factor  $a_{max}=2.7$ ).

Los ensayos NMV 6 y 7 se muestran en la figura 4.60.El axil excéntrico de 500 kN, sin cortante, llega a producir por sí solo tensiones de pico de 13 N/mm<sup>2</sup> e importantes tracciones indirectas en la parte más comprimida de los 645 mm de profundidad de la fibra neutra, el 85% del canto. La primera fotografía del ensayo NMV 6 mostrada en el anejo fotográfico 4.6.2 recoge la fisuración perfectamente vertical observada precisamente en esa zona al

MNV 4 5 8

MNV 4 5 8

alcanzarse un axil de 450 kN. El cortante no incrementa las compresiones en la sección superior y la rotura se alcanza en modo III de forma muy brusca por una combinación de aplastamiento en la zona comprimida superior (tracciones horizontales) y fisuración diagonal en el centro del panel (tracciones inclinadas). Las tensiones verticales apenas superan la resistencia f por lo que no es evidente el efecto de sobre-resistencia.

La figura 4.63 muestra la rotura de la probeta NMV 7 junto a las tensiones máximas de tracción. La fotografía central muestra que el pie del muro no falla (como ocurría en NMV 4, 5 y 8) de acuerdo a la ausencia de tracciones en esta sección que predice el modelo.



**Figura 4.63** Rotura súbita de los ensayos NMV 6 y 7, y tensiones máximas de tracción del modelo elástico. El detalle muestra el pie íntegro del muro.

La conclusión de los ensayos, a la vista de los análisis efectuados, apunta a que no puede, en general, contarse con el efecto de sobre-resistencia en presencia de fuertes cortantes, al menos en la magnitud en que se da en ausencia de tensiones tangenciales (serie CE), sobre todo si las secciones se hallan fuertemente comprimidas.

Las roturas frágiles y con poca capacidad de aviso de los ensayos 6 y 7, efectuados a un nivel de axil de *N*\*=0.5, ponen de manifiesto la importancia del cortante, que en este caso no es resistido por la pieza según las fórmulas de deslizamiento propuestas en normas como EC-6 ( $\tau=f_{v0}+\mu\sigma$ ) sino que corresponden a un fallo de bielas comprimidas.

# 4.3.3 Deformabilidad transversal

En el anejo 4.4.3 se muestran los resultados completos de los movimientos horizontales de la cabeza del muro frente a la carga aplicada. Los movimientos horizontales son debidos a la flexión del muro actuando como ménsula y a la distorsión angular del mismo por la deformabilidad a corte, figura 4.64. Simplificadamente, se puede interpretar el mecanismo deformacional como formado por dos muelles en serie, uno representa la



Figura 4.64 Rigidez total como suma en serie de las rigideces a flexión y corte

ménsula con su rigidez a flexión  $k_E=3EI/h^3$  y el otro la rigidez transversal  $k_G=GA_c/h$ . Siendo *EI* la rigidez de la sección, *h* la altura del muro, *G* el módulo de deformación transversal de la fábrica y  $A_c$  el área de cortante.

Se toman como referencia los ensayos NMV 4, 5 y 8 en que la compresión es centrada en la sección superior y tienen una ley lineal de momentos (ménsula) en la altura, a la que corresponde la rigidez  $k_E$  indicada. La figura 4.65 muestra la curva fuerza horizontal – desplazamiento horizontal en cabeza. Puede observarse que el comportamiento es sensiblemente lineal hasta un valor del movimiento de aproximadamente 1.0 mm, para una fuerza de 47.2 kN. En ese instante la excentricidad del axil en la base vale  $e_{inf}=0.8\cdot47.2/300=126$  mm, que coincide casi exactamente con el sexto del canto, es decir se inicia la descompresión por lo que a partir de ese instante la inercia efectiva es menor que la bruta y la curva se vuelve no lineal.

La rigidez total en la rama lineal, determinada experimentalmente vale k=47.2 kN/mm. Admitiendo una rigidez *EI* bruta calculada con un módulo E=10,000 N/mm<sup>2</sup>, la rigidez a flexión vale EI=39,625 kN·m<sup>2</sup>. La rigidez de flexión resulta:

$$K_E = \frac{3EI}{h^3} = \frac{3.39,625}{0.8^3} = 232 \quad kN / mm$$



Figura 4.65 Curva fuerza horizontal vs desplazamiento en cabeza. Ensayo NMV 4
La rigidez a deformación transversal resulta entonces:

$$K_{G} = \frac{k \cdot K_{E}}{K_{E} - k} = \frac{47.2 \cdot 232}{232 - 47.2} = 59.3 \quad kN / mm$$

Admitiendo un valor elástico para el área de cortante  $A_c=5/6A$ , se puede obtener el valor de *G*:

$$G = \frac{K_G \cdot h}{A_c} = \frac{59.3 \cdot 800}{0.833 \cdot 745 \cdot 115} \cdot 1000 = 665 \quad N / mm^2$$

El valor de *G* así obtenido resulta mucho más bajo de lo que predice la expresión comúnmente empleada, G=0.40E. La relación, en este caso, resulta de G/E=0.07.

Procediendo de forma análoga con el resto de los ensayos se obtienen los resultados que recoge la tabla 4.15:

			K=V/d	K <sub>M</sub>	K <sub>V</sub>	G	
Muro	e [mm]	N [kN]	[kN/mm]	[kN/mm]	[kN/mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	G/E
NMV1	200	300	40.0	232	48.3	541	0.05
NMV2	200	323	40.0	232	48.3	541	0.05
NMV3	200	310	42.5	232	52.0	583	0.06
NMV4	0	324	47.2	232	59.3	664	0.07
NMV5	0	323	41.0	232	49.8	558	0.06
NMV6	160	489	59.2	232	79.5	890	0.09
NMV7	160	509	61.3	232	83.3	933	0.09
NMV8	0	150	37.0	232	44.0	493	0.05
descarga			56.0	232	73.8	827	0.08
NMV8	0	300	57.3	232	76.1	852	0.09
descarga			76.0	232	113.0	1266	0.13
NMV8	0	332	51.1	232	65.5	734	0.07

Tabla 4.15 Cálculo del módulo de rigidez transversal

Puede verse que los valores de G dependen del nivel de compresión y, en menor medida, de la excentricidad de ésta, así como del carácter de carga o descarga. En general los valores de G/E son próximos a 0.10.

El autor no descarta que en la base del muro se produjeran pequeños deslizamientos entre murete y zapata, que lamentablemente, no se midieron. En ese caso los valores hallados serían engañosamente bajos. No obstante, aún en ese caso, la *controvertida* relación G/E es probablemente más próxima a 0.20 ó 0.25 (como han mostrado los pocos ensayos disponibles [Hendry y Sinha]) que al "tradicionalmente aceptado" (en palabras de ACI 530) valor de 0.40. Quizás este factor contribuya a la gran magnitud de las deformaciones observadas en estructuras reales, en exceso sobre los cálculos que en 2.4 se atribuyó al comportamiento reológico de la fábrica de morteros pobres, cargada a edades tempranas. En este sentido cabe decir que si se sabe poco del comportamiento diferido ante tensiones normales, la laguna respecto a la fluencia ante tensiones tangenciales es absoluta. Este aspecto del comportamiento de la fábrica precisa sin duda de mayor atención por parte de los experimentadores.

# 4.4 Conclusiones

A modo de síntesis se extraen las conclusiones más importantes obtenidas de la campaña de ensayos y los estudios numéricos expuestos en los apartados precedentes.

Los resultados, en líneas generales, confirman la validez del tratamiento teórico desarrollado en los capítulos anteriores, mostrando como pueden obtenerse diagramas de interacción suficientemente fiables a partir de unos pocos parámetros mecánicos de los materiales constituyentes que pueden, a su vez, obtenerse a partir de la geometría del aparejo y de ensayos sencillos sobre los materiales constituyentes.

Los diagramas no han podido trazarse en todo su dominio, como estaba previsto inicialmente, por los condicionantes propios de los ensayos, como se expuso en 4.1 (figura 4.18). A pesar de ello, la información obtenida de la campaña experimental puede considerarse muy valiosa y permite lograr el objetivo de contraste de los conceptos de los capítulos 2 y 3.

Además de los objetivos de partida enunciados se han detectado interesantes fenómenos, en particular el de la aparente y muy pronunciada sobreresistencia de la fábrica en flexo-compresión con sus significativas matizaciones en presencia de cortante.

A continuación se exponen las conclusiones de mayor interés ordenadas por series de ensayos.

# Ensayos de tracción indirecta en piezas

Este ensayo proporciona la resistencia a tracción de las piezas, parámetro que, como se mostró en 3.3 y reflejan los diagramas tiene una notable influencia en el comportamiento de la fábrica en todos los modos de rotura.

El sistema de ensayo no estandarizado diseñado y puesto en práctica sobre 12 muestras mecanizadas de ladrillos reproduce fielmente la forma de rotura deseada, como muestran las probetas ensayadas (figura 4.19). La dispersión del ensayo es sorprendentemente baja, incluso menor que para el ensayo normalizado de compresión simple.

Se ha detectado un importante efecto de tamaño que debe ser incluido en la interpretación, ya que de lo contrario se sobreestimaría la resistencia a tracción de las piezas. La cuantificación de este *size-effect* puede abordarse experimentalmente, calibrando el ensayo mediante una campaña paralela de ensayos de flexión en tres puntos (preferiblemente sobre piezas macizas enteras) y teóricamente, desde la perspectiva de la teoría de fractura.

Hasta donde pueden extrapolarse conclusiones a partir de ensayos sobre una fábrica concreta, los rangos de  $f_{tb}/f_b$  en torno al 10% encontrados en la bibliografía (tabla 2.9) parecen realistas. La opción de considerar de  $f_{tb}/f_b=0.05$ , propuesta por el autor para la simplificación de la fórmula de Ohler, quedaría por tanto del lado de la seguridad.







### Ensayos de compresión simple y compresión y corte sobre tripletas

El ensayo de compresión simple sobre *bocadillos* se compara más abajo con los ensayos de compresión simple en muretes.

Los 24 ensayos con precompresión y corte (tabla 4.9) han mostrado, como se esperaba, los tres criterios de rotura utilizados en el capítulo 3 para la construcción de los diagramas. Las formas de rotura corresponden cualitativamente a los modos de fallo tipo (figura 4.21), con la salvedad de que no se observaron roturas diagonales puras, al precipitarse el fallo por la inestabilidad local de las paredes del ladrillo.

Los parámetros de la interfaz, se obtuvieron con gran precisión (alto coeficiente de correlación lineal) incluyendo puntos experimentales para valores de precompresión casi nula.

La frontera entre los criterios de deslizamiento y rotura inclinada de las piezas apareció bastante claro al separarse siempre uno de los ladrillos del conjunto de la tripleta en el primero de los modos de fallo y quedar íntegras las probetas en las roturas II.

El ajuste puramente estadístico de los puntos experimentales correspondientes al criterio II coincide muy satisfactoriamente con la predicción teórica basada en el valor de la resistencia a tracción de las piezas obtenida en el ensayo de tracción indirecta.

En la frontera entre las roturas II y III la distinción no es tan clara como la anterior y se aprecia una mayor diferencia entre los ensayos y el diagrama propuesto. Ello se explica por un defecto del modelo teórico utilizado (Mann y Müller) que no considera la disminución de la resistencia a tracción de las piezas en presencia de compresiones perpendiculares en modo II y sí en modo III al utilizarse la fórmula de Ohler que considera esta circunstancia en la envolvente de rotura del ladrillo.





### Ensayos de compresión simple sobre muretes

Los cuatro ensayos de compresión simple sobre muretes, CS, arrojan un valor de f=12.3 N/mm<sup>2</sup>. Inferior al valor directo obtenido en tripletas (f=16.1 N/mm<sup>2</sup>), pero muy similar al deducido de aquellos ensayos una vez aplicados los coeficientes de corrección por esbeltez y rozamiento en las caras (figuras 2.28 y 2.29) que se han revelado adecuados. Las predicciones de las fórmulas recogidas en el capítulo 2, en concreto la propuesta de fórmula Ohler con el coeficiente corrector por aparejo preconizado por Hendry (2.41.bis), han mostrado buena concordancia con los resultados experimentales.

Se ha confirmado la influencia del espesor relativo de los tendeles respecto al alto de las piezas, en magnitud absoluta (como cabía esperar) pero también se ha detectado la notable influencia de la dispersión de este parámetro, efecto menos comentado en la bibliografía. Las medidas deformacionales obtenidas en los dos ensayos de la serie CSD muestran una distribución uniforme de deformaciones en todo el ancho del muro, con un ligero retraso de deformaciones en las caras laterales en las etapas finales, propiciado por el fallo local, una vez más, de las paredes de las piezas. No parece pues que exista una distribución no uniforme de tensiones en el ensayo de compresión simple como sugerían algunos autores a propósito de la sobre-resistencia observada en flexión fuera del plano (página 2-86 [78]).

La relación tensión-deformación se describe bien en líneas generales mediante la ley parabólica de Powel y Hodkingson, excepto en el tramo inicial, donde infravalora la rigidez. En este sentido, tanto el ajuste empírico de Sinha (figura 2.23) como la expresión propuesta en la tesis (2.35) predijeron correctamente el valor del módulo de deformación, infravalorado por los ajustes parabólicos.

Las deformaciones últimas medidas indican un comportamiento dúctil (teniendo en cuenta que se trata de compresión simple) con valores de  $\varepsilon_u$  entorno a 3.0 ó 3.5 ‰.

# Ensayos de flexocompresión sobre muretes

El número de estos ensayos (tabla 4.12) fue finalmente de 17, más de los previstos en principio. La razón de la ampliación fue el hallazgo de esfuerzos de rotura muy superiores a los previstos en el desarrollo teórico inicial. Este fenómeno que se ha denominado sobre-resistencia es similar al descrito en ensayos de flexión fuera del plano, pero hasta donde el autor conoce, no se había publicado para solicitaciones de flexión en el plano.

Cuantitativamente es muy importante y depende de la excentricidad. Los resultados experimentales pudieron ser reproducidos con los diagramas desarrollados en 3.7, incorporando un coeficiente de sobre-resistencia que crece linealmente con la excentricidad (figuras 3.30 y 4.36).

En los estudios numéricos de 4.3 se prueba que el fenómeno puede explicarse a nivel de micromodelo, simplemente en hipótesis elásticas, representando las rigideces de cada material. Se muestra allí, (figuras 4.51 y ss.) que, a igualdad de tensión vertical de compresión máxima sobre la fábrica, la tensión de tracción horizontal sobre las piezas es menor cuando la carga es excéntrica. Al ser ésta tensión de tracción la que desencadena la el fallo (rotura de las piezas), cualquier criterio basado en la tensión de compresión sobre la fábrica infravalora la capacidad de la fábrica ante cargas que descomprimen una parte significativa de la sección.

Las medidas deformacionales obtenidas permiten confirmar, en la mayoría de los casos (figura 4.38) la hipótesis de planeidad de secciones al coincidir sensiblemente las curvaturas obtenidas con los distintos pares de medidas extensométricas.

La rigidez aparente de la fábrica en flexión también resulta mayor de la prevista en muchos casos y puede ser modelizada con las leyes de





comportamiento experimentales obtenidas en la serie CSD utilizando la herramienta desarrollada en 3.6.2, figura 4.41.

La forma de rotura fue siempre dúctil, con deformaciones máximas estimadas similares o mayores que las de compresión simple.

## Ensayos de flexocompresión y corte sobre muretes

Los 8 ensayos MNV sobre muretes permitieron obtener roturas combinadas (modos II y III) de piezas de fábrica de tamaño importante, manifestando la influencia del cortante.

Los ensayos MNV 1, 2 y 3 presentaron un modo de fallo característico del criterio II con roturas diagonales perfectamente marcadas (figura 4.42). Los ensayos NMV 6 y 7 produjeron a fallos en modo III extremadamente frágiles, mientras los fallos de los ensayos 4, 5 y 8 se desencadenaron en modo III sin observarse fisuración diagonal sino rotura de bielas.

La predicción teórica se ajusta de forma desigual a los distintos grupos de ensayo. En ciertos casos no se observa sobre-resistencia y sí en otros

Las medidas deformacionales, comparadas con el cálculo del micromodelo elástico (figura 4.45) indican un comportamiento casi elástico hasta prácticamente alcanzar la rotura con deformaciones medidas pequeñas (menores del 1 ‰).

El punto 4.3.2 se discuten en profundidad los resultados y la diferente ganancia de resistencia debida a la no aparición de tracciones transversales inducidas. En líneas generales, puede concluirse que no en todos los casos puede contarse con el efecto favorable de sobre-resistencia en presencia de fuertes cortantes. Tales casos son los de secciones completamente comprimidas en las que el fallo se produce por crecimiento del cortante sin una descompresión simultánea por efecto de una excentricidad creciente, como la sección crítica en los ensayos 6 y 7.

Las deformaciones horizontales de los muros, estudiadas en 4.3.3, sugieren que el valor del módulo de deformación transversal convencionalmente aceptado (sin confirmación experimental) para la fábrica, G=0.40E, resulta excesivo.





# 4.5 Anejo de resultados detallados

# 4.5.1 Ensayos de compresión simple. Serie CSD.

A continuación se transcriben los resultados de los ensayos de la serie CSD. Las deformaciones se toman en ambas caras, referidas como I y II, en los dos ensayos realizados, CSD1 y CSD2. Las bases extensométricas se replantean y denominan como indica la figura 4.66.



Figura 4.66 Notación y replanteo de las bases extesométricas en los ensayos CSD

Las tablas y gráficos siguientes muestran, para cada paso de carga, la deformación media en los 200 mm centrales frente al axil o la tensión media, obtenida con las dimensiones nominales de la sección, 495 x 115 [mm]. Las deformaciones se dan en tanto por mil [mm/m]; los acortamientos son negativos.



Deformaci	ones CSD 1										
				Ca	ra I				Ca	ra II	
Hora	Axil [kN]	A1-A2	B1-B2	C1-C2	D1-D2	E1-E2	F1-F2	B1-B2	C1-C2	D1-D2	E1-E2
10:10	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11:21	50	-0.14	-0.12	-0.08	-0.06	-0.10	-0.10	-0.08	-0.04	-0.03	-0.07
11:25	100	-0.24	-0.17	-0.12	-0.12	-0.16	-0.19	-0.18	-0.13	-0.14	-0.18
11:29	150	-0.33	-0.26	-0.22	-0.20	-0.24	-0.27	-0.28	-0.22	-0.23	-0.26
11:34	200	-0.42	-0.36	-0.31	-0.28	-0.33	-0.36	-0.37	-0.32	-0.32	-0.36
11:40	250	-0.54	-0.46	-0.41	-0.38	-0.42	-0.46	-0.47	-0.41	-0.43	-0.46
11:45	300	-0.63	-0.57	-0.52	-0.50	-0.52	-0.58	-0.58	-0.54	-0.54	-0.55
11:49	350	-0.76	-0.70	-0.64	-0.62	-0.62	-0.70	-0.69	-0.66	-0.68	-0.68
11:59	400	-0.90	-0.84	-0.81	-0.78	-0.76	-0.83	-0.83	-0.81	-0.83	-0.84
12:06	450	-1.04	-0.99	-0.98	-0.92	-0.94	-0.95	-0.98	-0.97	-1.00	-0.99
12:11	500	-1.21	-1.15	-1.14	-1.10	-1.04	-1.09	-1.13	-1.14	-1.18	-1.16
12:21	550	-1.48	-1.41	-1.44	-1.37	-1.29	-1.30	-1.34	-1.39	-1.46	-1.38
12:25	575	-1.58	-1.49	-1.56	-1.50	-1.37	-1.37	-1.43	-1.51	-1.58	-1.48
12:31	600	-1.70	-1.67	-1.74	-1.63	-1.53	-1.47	-1.57	-1.68	-1.72	-1.61
12:41	625	-1.82	-1.85	-1.92	-1.78	-1.62	-1.58	-1.71	-1.86	-1.89	-1.75
12:49	650	-1.97	-2.06	-2.20	-2.01	-1.77	-1.68	-1.88	-2.06	-2.09	-1.91
12:57	675	-2.02	-2.22	-2.38	-2.17	-1.89	-1.79	-2.02	-2.22	-2.25	-2.04
13:04	700	-2.08	-2.50	-2.64	-2.41	-2.04	-1.86	-2.20	-2.41	-2.46	-2.18
13:13	725	-2.16	-2.80	-3.04	-2.80	-2.36	-1.92	-2.44	-2.70	-2.74	-2.44



Deformaci	ones CSD 1										
				Ca	ira I				Ca	ra II	
Hora	Axil [kN]	A1-A2	B1-B2	C1-C2	D1-D2	E1-E2	F1-F2	B1-B2	C1-C2	D1-D2	E1-E2
10:10	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11:21	50	-0.14	-0.12	-0.08	-0.06	-0.10	-0.10	-0.08	-0.04	-0.03	-0.07
11:25	100	-0.24	-0.17	-0.12	-0.12	-0.16	-0.19	-0.18	-0.13	-0.14	-0.18
11:29	150	-0.33	-0.26	-0.22	-0.20	-0.24	-0.27	-0.28	-0.22	-0.23	-0.26
11:34	200	-0.42	-0.36	-0.31	-0.28	-0.33	-0.36	-0.37	-0.32	-0.32	-0.36
11:40	250	-0.54	-0.46	-0.41	-0.38	-0.42	-0.46	-0.47	-0.41	-0.43	-0.46
11:45	300	-0.63	-0.57	-0.52	-0.50	-0.52	-0.58	-0.58	-0.54	-0.54	-0.55
11:49	350	-0.76	-0.70	-0.64	-0.62	-0.62	-0.70	-0.69	-0.66	-0.68	-0.68
11:59	400	-0.90	-0.84	-0.81	-0.78	-0.76	-0.83	-0.83	-0.81	-0.83	-0.84
12:06	450	-1.04	-0.99	-0.98	-0.92	-0.94	-0.95	-0.98	-0.97	-1.00	-0.99
12:11	500	-1.21	-1.15	-1.14	-1.10	-1.04	-1.09	-1.13	-1.14	-1.18	-1.16
12:21	550	-1.48	-1.41	-1.44	-1.37	-1.29	-1.30	-1.34	-1.39	-1.46	-1.38
12:25	575	-1.58	-1.49	-1.56	-1.50	-1.37	-1.37	-1.43	-1.51	-1.58	-1.48
12:31	600	-1.70	-1.67	-1.74	-1.63	-1.53	-1.47	-1.57	-1.68	-1.72	-1.61
12:41	625	-1.82	-1.85	-1.92	-1.78	-1.62	-1.58	-1.71	-1.86	-1.89	-1.75
12:49	650	-1.97	-2.06	-2.20	-2.01	-1.77	-1.68	-1.88	-2.06	-2.09	-1.91
12:57	675	-2.02	-2.22	-2.38	-2.17	-1.89	-1.79	-2.02	-2.22	-2.25	-2.04
13:04	700	-2.08	-2.50	-2.64	-2.41	-2.04	-1.86	-2.20	-2.41	-2.46	-2.18
13:13	725	-2.16	-2.80	-3.04	-2.80	-2.36	-1.92	-2.44	-2.70	-2.74	-2.44



Deformaci	ones CSD2								Ca	ra II	
Hora	Axil [kN]	A1-A2	B1-B2	C1-C2	D1-D2	E1-E2	F1-F2	B1-B2	C1-C2	D1-D2	E1-E2
11:10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11:12	50	-0.104	-0.06	-0.028	-0.04	-0.076	-0.112	-0.112	-0.064	-0.068	-0.112
11:19	100	-0.188	-0.124	-0.084	-0.1	-0.16	-0.192	-0.2	-0.156	-0.148	-0.196
11:25	150	-0.268	-0.208	-0.168	-0.176	-0.252	-0.28	-0.292	-0.244	-0.24	-0.292
11:29	200	-0.352	-0.308	-0.276	-0.268	-0.296	-0.404	-0.364	-0.356	-0.332	-0.38
11:33	250	-0.428	-0.384	-0.36	-0.356	-0.424	-0.476	-0.472	-0.444	-0.428	-0.48
11:38	300	-0.552	-0.48	-0.452	-0.44	-0.532	-0.56	-0.584	-0.56	-0.552	-0.588
11:43	350	-0.664	-0.592	-0.564	-0.556	-0.632	-0.664	-0.704	-0.692	-0.676	-0.716
11:48	400	-0.78	-0.7	-0.684	-0.668	-0.748	-0.772	-0.832	-0.84	-0.812	-0.844
11:57	450	-0.94	-0.872	-0.864	-0.844	-0.916	-0.956	-1.012	-1.02	-1	-1.032
12:03	500	-1.076	-1.004	-1.004	-0.976	-1.044	-1.08	-1.16	-1.188	-1.172	-1.176
12:09	550	-1.252	-1.172	-1.188	-1.14	-1.208	-1.252	-1.348	-1.396	-1.392	-1.384
12:18	600	-1.492	-1.404	-1.444	-1.376	-1.424	-1.476	-1.58	-1.672	-1.684	-1.62
12:22	625	-1.604	-1.476	-1.572	-1.484	-1.524	-1.552	-1.68	-1.804	-1.82	-1.732
12:29	650	-1.696	-1.592	-1.732	-1.648	-1.628	-1.648	-1.816	-2.048	-2.06	-1.88
12:37	675	-1.816	-1.728	-1.968	-1.912	-1.772	-1.752	-1.972	-2.264	-2.32	-2.08
12:40	700	-1.904	-1.844	-2.132	-2.092	-1.924	-1.824	-2.092	-2.44	-2.532	-2.244
12:51	725	-1.94	-2.076	-2.38	-2.352	-2.156	-1.88	-2.304	-2.708	-2.848	-2.512
12:58	750	-2.008	-2.276	-2.596	-2.604	-2.424	-1.948	-2.536	-2.96	-3.18	-2.76
13:05	775	-2.064	-2.532	-2.972	-3.048	-2.628	-3.236	-2.804	-3.524	-3.788	-3.172



Deformaci	ones CSD2								Ca	ra II	
Hora	Axil [kN]	A1-A2	B1-B2	C1-C2	D1-D2	E1-E2	F1-F2	B1-B2	C1-C2	D1-D2	E1-E2
11:10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11:12	50	-0.104	-0.06	-0.028	-0.04	-0.076	-0.112	-0.112	-0.064	-0.068	-0.112
11:19	100	-0.188	-0.124	-0.084	-0.1	-0.16	-0.192	-0.2	-0.156	-0.148	-0.196
11:25	150	-0.268	-0.208	-0.168	-0.176	-0.252	-0.28	-0.292	-0.244	-0.24	-0.292
11:29	200	-0.352	-0.308	-0.276	-0.268	-0.296	-0.404	-0.364	-0.356	-0.332	-0.38
11:33	250	-0.428	-0.384	-0.36	-0.356	-0.424	-0.476	-0.472	-0.444	-0.428	-0.48
11:38	300	-0.552	-0.48	-0.452	-0.44	-0.532	-0.56	-0.584	-0.56	-0.552	-0.588
11:43	350	-0.664	-0.592	-0.564	-0.556	-0.632	-0.664	-0.704	-0.692	-0.676	-0.716
11:48	400	-0.78	-0.7	-0.684	-0.668	-0.748	-0.772	-0.832	-0.84	-0.812	-0.844
11:57	450	-0.94	-0.872	-0.864	-0.844	-0.916	-0.956	-1.012	-1.02	-1	-1.032
12:03	500	-1.076	-1.004	-1.004	-0.976	-1.044	-1.08	-1.16	-1.188	-1.172	-1.176
12:09	550	-1.252	-1.172	-1.188	-1.14	-1.208	-1.252	-1.348	-1.396	-1.392	-1.384
12:18	600	-1.492	-1.404	-1.444	-1.376	-1.424	-1.476	-1.58	-1.672	-1.684	-1.62
12:22	625	-1.604	-1.476	-1.572	-1.484	-1.524	-1.552	-1.68	-1.804	-1.82	-1.732
12:29	650	-1.696	-1.592	-1.732	-1.648	-1.628	-1.648	-1.816	-2.048	-2.06	-1.88
12:37	675	-1.816	-1.728	-1.968	-1.912	-1.772	-1.752	-1.972	-2.264	-2.32	-2.08
12:40	700	-1.904	-1.844	-2.132	-2.092	-1.924	-1.824	-2.092	-2.44	-2.532	-2.244
12:51	725	-1.94	-2.076	-2.38	-2.352	-2.156	-1.88	-2.304	-2.708	-2.848	-2.512
12:58	750	-2.008	-2.276	-2.596	-2.604	-2.424	-1.948	-2.536	-2.96	-3.18	-2.76
13:05	775	-2.064	-2.532	-2.972	-3.048	-2.628	-3.236	-2.804	-3.524	-3.788	-3.172

# 4.5.2 Ensayos de compresión excéntrica. Serie CE

A continuación se presentan para cada ensayo los datos numéricos y dos gráficas, la primera representa las deformaciones verticales medidas frente a la carga axil aplicada. El significado de los rótulos que acompañan a las curvas es el siguiente:

- C: deformaciones verticales en la base de mayor compresión, normalmente a 30 mm del borde del muro.
- M: deformaciones verticales en la fibra media, a 200 mm de la anterior.
- T: deformación vertical en la base de tracción (o de menor compresión), normalmente a 60 mm del borde del muro.

La segunda gráfica muestra el momento respecto al centro geométrico de la sección frente a la curvatura. En rojo se marca la recta de pendiente  $EI_b$ = 12,000 kN·m<sup>2</sup>. El significado de los rótulos que designan cada curva es el siguiente:

C-T: La curvatura se obtiene entre las medidas de la fibra C y la T:

$$\chi = \frac{\varepsilon_T - \varepsilon_C}{400mm}$$

C-M: La curvatura se obtiene entre las medidas de la fibra C y la M:

$$\chi = \frac{\varepsilon_M - \varepsilon_C}{200mm}$$

M-T: La curvatura se obtiene entre las medidas de la fibra M y la T:

$$\chi = \frac{\varepsilon_T - \varepsilon_M}{200mm}$$



Encovo	e	dc	dt	eje_c	eje_t
Elisayo	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
CE45_1	45	30	65	60	80
CE45_2	45	32	70	65	85
CE45_3	45	31	62	150	150
CE60_1	60	32	62	150	150
CE60_2	60	30	62	150	150
CE125_1	125	32	65	60	250
CE125_2	125	35	65	60	250
CE125_3	125	68	32	60	250
CE150_1	150	31	62	60	250
CE150_2	150	31	60	60	250
CE175_1	175	32	72	50	300
CE175_2	175	30	70	50	300
CE205_1	205	30	72	45	-
CE205_2	205	33	70	45	-
CE205_3	205	73	30	45	-
CE90_1 y CE90_2	2 instrume	entados co	mo serie (	CS	•



	εvert [‰]	(media ca	ras I y II)		ehor [‰] (m	edia caras I y	11)	Curvatura [	km-1] (media	caras I y II)	
N [kN]	C1-C2	M1-M2	T1-T2	C1-M1	M1-T1	C2-M2	M2-T2	C-M	C-T	M-T	M [kN·m]
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
50.0	-0.118	-0.058	-0.056	-0.016	-0.002	0.000	0.030	0.300	0.155	0.010	2.25
100.0	-0.220	-0.122	-0.098	-0.004	0.004	0.002	0.018	0.491	0.305	0.120	4.50
150.0	-0.330	-0.190	-0.160	0.002	0.030	0.006	0.020	0.701	0.426	0.150	6.75
200.0	-0.489	-0.272	-0.200	0.012	0.018	0.018	0.024	1.081	0.721	0.360	9.00
250.0	-0.641	-0.370	-0.254	0.028	0.016	0.032	0.040	1.352	0.966	0.581	11.25
300.0	-0.859	-0.507	-0.328	0.050	0.022	0.046	0.040	1.762	1.327	0.891	13.50
350.0	-1.065	-0.655	-0.390	0.080	0.032	0.064	0.048	2.053	1.687	1.322	15.75
400.0	-1.322	-0.837	-0.501	0.124	0.046	0.078	0.074	2.423	2.053	1.682	18.00
450.0	-1.700	-1.047	-0.631	0.182	0.074	0.104	0.088	3.264	2.673	2.083	20.25
498.0	-2.079	-1.258	-0.761	0.240	0.102	0.130	0.102	4.105	3.294	2.483	22.41



	εvert [‰]	(media ca	ras I y II)		εhor [‰] (m	edia caras I y	11)	Curvatura	[km-1] (media	caras I y II)	
N [kN]	C1-C2	M1-M2	T1-T2	C1-M1	M1-T1	C2-M2	M2-T2	C-M	C-T	M-T	M [kN⋅m]
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
60.0	-0.128	-0.042	-0.052	0.008	-0.006	-0.020	-0.004	0.431	0.190	-0.050	2.70
120.0	-0.236	-0.098	-0.104	0.022	0.002	-0.016	0.002	0.691	0.330	-0.030	5.40
180.0	-0.374	-0.172	-0.156	0.034	0.000	0.008	0.008	1.011	0.546	0.080	8.10
240.0	-0.561	-0.276	-0.222	0.056	0.002	0.010	0.014	1.422	0.846	0.270	10.80
300.0	-0.757	-0.384	-0.284	0.070	0.004	0.020	0.030	1.862	1.181	0.501	13.50
360.0	-0.983	-0.541	-0.352	0.092	0.006	0.036	0.044	2.213	1.577	0.941	16.20
400.0	-1.169	-0.661	-0.419	0.118	0.010	0.054	0.064	2.543	1.877	1.212	18.00
440.0	-1.394	-0.791	-0.481	0.158	0.022	0.076	0.076	3.014	2.283	1.552	19.80
480.0	-1.666	-0.957	-0.569	0.214	0.030	0.112	0.102	3.544	2.743	1.942	21.60
500.0	-1.822	-1.069	-0.615	0.000	0.000	0.000	0.000	3.765	3.019	2.273	22.50
520.0	-2.007	-1.189	-0.657	0.000	0.000	0.000	0.000	4.085	3.374	2.663	23.40
534.0	-2.172	-1.304	-0.702	0.000	0.000	0.000	0.000	4.339	3.676	3.014	24.03
-											



	εvert [‰]	(media ca	ras I y II)		εhor [‰] (m	edia caras I y	II)	Curvatura	[km-1] (media	caras I y II)	
N [kN]	C1-C2	M1-M2	T1-T2	C1-M1	M1-T1	C2-M2	M2-T2	C-M	C-T	M-T	M [kN·m]
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
50.0	-0.092	-0.080	-0.058	0.006	0.016	0.000	0.008	0.06	0.09	0.11	2.25
100.0	-0.188	-0.162	-0.110	0.038	0.052	0.020	0.026	0.13	0.20	0.26	4.50
150.0	-0.284	-0.250	-0.162	0.058	0.088	0.034	0.034	0.17	0.31	0.44	6.75
200.0	-0.382	-0.360	-0.224	0.094	0.130	0.062	0.062	0.11	0.40	0.68	9.00
250.0	-0.502	-0.466	-0.280	0.128	0.178	0.084	0.084	0.18	0.56	0.93	11.25
300.0	-0.602	-0.578	-0.346	0.160	0.218	0.108	0.100	0.12	0.64	1.16	13.50
350.0	-0.766	-0.776	-0.414	0.166	0.804	0.194	0.176	-0.05	0.88	1.81	15.75
400.0	-0.820	-0.946	-0.484	0.180	1.408	0.200	0.596	-0.63	0.84	2.31	18.00
425.0	-0.902	-1.052	-0.528	-0.134	-0.138	-0.132	-0.172	-0.75	0.94	2.62	19.13
450.0	-0.976	-1.154	-0.584	0.214	1.872	0.248	0.804	-0.89	0.98	2.85	20.25
475.0	-1.062	-1.264	-0.630	-0.134	-0.138	-0.132	-0.172	-1.01	1.08	3.17	21.38
500.0	-1.164	-1.412	-0.684	0.246	2.488	0.272	1.064	-1.24	1.20	3.64	22.50
550.0	-1.368	-1.742	-0.794	-0.134	-0.138	-0.132	-0.172	-1.87	1.44	4.74	24.75
575.0	-1.522	-1.994	-0.872	-0.134	-0.138	-0.132	-0.172	-2.36	1.63	5.61	25.88
600.0	-1.700	-2.454	-1.022	1.476	4.580	1.124	1.786	-3.77	1.70	7.16	27.00
624.0	-1.878	-2.914	-1.172	3.086	9.298	2.380	3.744	-5.18	1.77	8.71	28.08



	εvert [‰]	(media ca	ras I y II)		εhor [‰] (m	edia caras I y	r II)	Curvatura	[km-1] (media	caras I y II)	
N [kN]	C1-C2	M1-M2	T1-T2	C1-M1	M1-T1	C2-M2	M2-T2	C-M	C-T	M-T	M [kN·m]
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
50.0	-0.124	-0.008	-0.068	0.004	0.000	-0.022	0.002	0.58	0.14	-0.30	3.00
100.0	-0.224	-0.100	-0.126	0.032	0.010	-0.020	0.026	0.62	0.25	-0.13	6.00
150.0	-0.314	-0.174	-0.182	0.036	0.046	-0.008	0.040	0.70	0.33	-0.04	9.00
200.0	-0.424	-0.256	-0.238	0.058	0.070	0.008	0.056	0.84	0.47	0.09	12.00
250.0	-0.566	-0.374	-0.298	0.084	0.108	0.022	0.068	0.96	0.67	0.38	15.00
300.0	-0.752	-0.536	-0.380	0.134	0.168	0.054	0.092	1.08	0.93	0.78	18.00
350.0	-1.042	-0.806	-0.514	0.162	0.782	0.140	0.150	1.18	1.32	1.46	21.00
400.0	-1.230	-1.004	-0.598	0.194	1.218	0.216	0.268	1.13	1.58	2.03	24.00
425.0	-1.346	-1.166	-0.678	-0.146	-0.160	-0.198	-0.148	0.90	1.67	2.44	25.50
450.0	-1.480	-1.318	-0.754	-0.146	-0.160	-0.198	-0.148	0.81	1.82	2.82	27.00
475.0	-1.594	-1.442	-0.816	-0.146	-0.160	-0.198	-0.148	0.76	1.95	3.13	28.50
500.0	-1.786	-1.698	-0.894	0.318	3.072	0.330	1.366	0.44	2.23	4.02	30.00
525.0	-2.160	-2.396	-1.080	-0.146	-0.160	-0.198	-0.148	-1.18	2.70	6.58	31.50
548.0	-2.534	-3.094	-1.266	-0.610	-3.392	-0.726	-1.662	-2.80	3.17	9.14	32.88



	εvert [‰]	(media ca	ras I y II)		ehor [‰] (m	edia caras I y	11)	Curvatura	[km-1] (media	caras I y II)	
N [kN]	C1-C2	M1-M2	T1-T2	C1-M1	M1-T1	C2-M2	M2-T2	C-M	C-T	M-T	M [kN·m]
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
50.0	-0.122	-0.042	-0.042	0.002	0.008	0.002	0.010	0.40	0.20	0.00	3.00
100.0	-0.230	-0.124	-0.102	0.016	0.038	0.000	0.028	0.53	0.32	0.11	6.00
150.0	-0.318	-0.216	-0.140	0.038	0.074	0.028	0.046	0.51	0.45	0.38	9.00
200.0	-0.420	-0.310	-0.184	0.060	0.114	0.056	0.066	0.55	0.59	0.63	12.00
250.0	-0.532	-0.412	-0.254	0.094	0.152	0.074	0.082	0.60	0.70	0.79	15.00
300.0	-0.656	-0.538	-0.304	0.130	0.206	0.096	0.106	0.59	0.88	1.17	18.00
350.0	-0.776	-0.706	-0.368	0.126	0.754	0.176	0.164	0.35	1.02	1.69	21.00
400.0	-0.866	-0.884	-0.420	0.146	1.312	0.188	0.508	-0.09	1.12	2.32	24.00
450.0	-0.990	-1.074	-0.494	0.182	1.846	0.220	0.776	-0.42	1.24	2.90	27.00
475.0	-1.072	-1.188	-0.546	-0.138	-0.118	-5.220	-0.120	-0.58	1.32	3.21	28.50
500.0	-1.186	-1.348	-0.598	0.228	2.562	0.246	1.118	-0.81	1.47	3.75	30.00
525.0	-1.268	-1.484	-0.650	-0.138	-0.118	-5.220	-0.120	-1.08	1.55	4.17	31.50
550.0	-1.356	-1.750	-0.692	-0.138	-0.118	-5.220	-0.120	-1.97	1.66	5.29	33.00
575.0	-1.492	-1.910	-0.772	-0.138	-0.118	-5.220	-0.120	-2.09	1.80	5.69	34.50
600.0	-1.850	-2.586	-0.884	0.896	4.670	1.096	1.664	-3.68	2.42	8.51	36.00
611.0	-2.208	-3.262	-0.996	1.930	9.458	7.412	3.448	-5.27	3.03	11.33	36.66



	3	vert [‰]			εhor	- [‰]		Cu	rvatura [kn	า-1]	
N [kN]	C1-C2	M1-M2	T1-T2	C1-M1	M1-T1	C2-M2	M2-T2	C-M	C-T	M-T	M [kN·m]
0.0	0.000		0.00	0.000		0.000			0.000		0.00
100.0	0.000		0.03	0.016		0.008			0.160		9.00
150.0	-0.072		0.05	0.044		0.036			0.601		13.50
200.0	-0.120		0.03	0.072		0.060			0.761		18.00
250.0	-0.200		0.01	0.096		0.076			1.061		22.50
300.0	-0.312		-0.04	0.128		0.108			1.362		27.00
350.0	-0.473		-0.10	0.160		0.124			1.842		31.50
400.0	-0.673		-0.19	0.192		0.148			2.403		36.00
450.0	-0.905		-0.32	0.240		0.168			2.924		40.50
500.0	-1.177		-0.49	0.288		0.188			3.444		45.00
550.0	-1.554		-0.67	0.292		0.280			4.406		49.50
600.0	-2.523		-0.91	0.301		0.164			8.090		54.00
615.0	-2.920		-1.01			0.000			9.550		55.35



	3	εvert [‰]			ɛhor [‰]				Curvatura [km-1]		
N [kN]	C1-C2	M1-M2	T1-T2	C1-M1	M1-T1	C2-M2	M2-T2	C-M	C-T	M-T	M [kN⋅m]
0.0	0.000		0.00	0.000		0.000			0.000		0.00
100.0	0.048		0.10	0.012		0.008			0.240		9.00
150.0	0.024		0.13	0.024		0.032			0.521		13.50
200.0	-0.040		0.11	0.044		0.048			0.761		18.00
250.0	-0.120		0.06	0.072		0.064			0.921		22.50
300.0	-0.248		0.03	0.112		0.096			1.402		27.00
350.0	-0.405		-0.04	0.136		0.128			1.822		31.50
400.0	-0.553		-0.14	0.176		0.144			2.063		36.00
450.0	-0.785		-0.27	0.216		0.168			2.583		40.50
500.0	-1.073		-0.45	0.288		0.208			3.124		45.00
550.0	-1.586		-0.66	0.240		0.312			4.646		49.50
592.0	-2.099		-0.87	0.192		0.417			6.168		53.28



	εvert [‰]	(media ca	ras I y II)		ehor [‰] (m	edia caras I y	ll)	Curvatura	[km-1] (media	caras I y II)	
N [kN]	C1-C2	M1-M2	T1-T2	C1-M1	M1-T1	C2-M2	M2-T2	C-M	C-T	M-T	M [kN⋅m]
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
50.0	-0.114	-0.024	0.008	0.012	0.008	0.008	0.008	0.451	0.305	0.160	6.25
100.0	-0.222	-0.104	0.008	0.056	0.020	0.016	0.008	0.591	0.576	0.561	12.50
150.0	-0.386	-0.192	0.028	0.052	0.016	0.022	0.020	0.971	1.036	1.101	18.75
200.0	-0.637	-0.304	0.048	0.100	0.016	0.052	0.028	1.662	1.712	1.762	25.00
250.0	-0.955	-0.469	0.090	0.150	0.016	0.062	0.024	2.433	2.613	2.793	31.25
300.0	-1.348	-0.667	0.116	0.232	0.028	0.090	0.044	3.404	3.660	3.915	37.50
330.0	-1.628	-0.821	0.140	0.274	0.032	0.112	0.060	4.035	4.421	4.806	41.25
360.0	-2.000	-1.027	0.152	0.000	0.000	0.000	0.000	4.866	5.382	5.897	45.00
387.5	-2.342	-1.216	0.163	0.000	0.000	0.000	0.000	6.083	6.727	7.372	48.44



	εvert [‰]	(media ca	ras I y II)		εhor [‰] (m	edia caras I y	II)	Curvatura	[km-1] (media	caras I y II)	
N [kN]	C1-C2	M1-M2	T1-T2	C1-M1	M1-T1	C2-M2	M2-T2	C-M	C-T	M-T	M [kN⋅m]
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
30.0	-0.082	-0.058	-0.018	-0.010	0.004	0.024	-0.034	0.120	0.160	0.200	3.75
50.0	-0.094	-0.100	-0.012	-0.014	0.000	0.016	-0.028	-0.030	0.205	0.441	6.25
70.0	-0.144	-0.118	-0.032	-0.028	-0.006	0.020	-0.026	0.130	0.280	0.431	8.75
90.0	-0.208	-0.126	-0.022	0.010	-0.008	0.016	-0.050	0.411	0.466	0.521	11.25
120.0	-0.298	-0.174	-0.014	0.004	-0.002	0.036	-0.024	0.621	0.711	0.801	15.00
170.0	-0.483	-0.272	-0.038	0.020	-0.006	0.050	-0.030	1.051	1.111	1.171	21.25
220.0	-0.705	-0.368	-0.004	0.042	0.014	0.070	-0.014	1.682	1.752	1.822	27.50
270.0	-0.995	-0.521	0.016	0.000	0.000	0.000	0.000	2.373	2.528	2.683	33.75
319.0	-1.290	-0.691	0.042	0.000	0.000	0.000	0.000	2.994	3.329	3.665	39.88
350.0	-1.498	-0.837	0.046	0.000	0.000	0.000	0.000	3.304	3.860	4.416	43.75
370.0	-1.674	-0.921	0.054	0.000	0.000	0.000	0.000	3.765	4.320	4.876	46.25
380.0	-1.786	-0.985	0.070	0.000	0.000	0.000	0.000	4.005	4.641	5.277	47.50
410.0	-2.079	-1.167	0.052	0.000	0.000	0.000	0.000	4.556	5.327	6.098	51.25
454.0	-2.507	-1.435	0.026	0.000	0.000	0.000	0.000	5.363	6.333	7.302	56.75



	εvert [‰]	(media ca	ras I y II)		ehor [‰] (m	edia caras I y	II)	Curvatura	[km-1] (media	i caras I y II)	
N [kN]	C1-C2	M1-M2	T1-T2	C1-M1	M1-T1	C2-M2	M2-T2	C-M	C-T	M-T	M [kN·m]
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
30.0	-0.068	-0.018	-0.002	0.008	0.024	0.008	0.040	0.250	0.165	0.080	3.75
50.0	-0.096	-0.046	-0.018	0.030	-0.002	0.050	0.024	0.250	0.195	0.140	6.25
70.0	-0.142	-0.062	-0.010	0.034	-0.002	0.048	0.004	0.401	0.330	0.260	8.75
90.0	-0.192	-0.082	0.002	0.445	0.028	0.036	0.048	0.551	0.486	0.421	11.25
120.0	-0.288	-0.120	0.010	0.056	0.030	0.032	0.038	0.841	0.746	0.651	15.00
170.0	-0.455	-0.210	0.008	0.100	0.042	0.068	0.040	1.222	1.156	1.091	21.25
220.0	-0.661	-0.320	0.018	0.124	0.044	0.086	0.046	1.702	1.697	1.692	27.50
300.0	-1.055	-0.509	0.052	0.194	0.044	0.136	0.060	2.733	2.768	2.803	37.50
350.0	-1.412	-0.687	0.060	0.258	0.074	0.170	0.068	3.625	3.680	3.735	43.75
380.0	-1.644	-0.823	0.066	0.171	0.052	0.128	0.041	4.105	4.275	4.446	47.50
400.0	-1.782	-0.869	0.066	0.198	0.057	0.150	0.044	4.566	4.621	4.676	50.00
420.0	-1.954	-0.969	0.070	0.198	0.072	0.146	0.038	4.926	5.061	5.196	52.50
440.0	-2.131	-1.081	0.064	-3.144	-3.134	-3.144	-3.116	5.247	5.487	5.727	55.00
460.0	-2.347	-1.216	0.063	-3.144	-3.134	-3.144	-3.116	5.657	6.025	6.393	57.50
498.0	-2.537	-1.335	0.059	-3.144	-3.134	-3.144	-3.116	6.008	6.488	6.968	62.25



	εvert [‰]	(media ca	ras I y II)		εhor [‰] (m	edia caras I y	II)	Curvatura	km-1] (media	i caras I y II)	
N [kN]	C1-C2	M1-M2	T1-T2	C1-M1	M1-T1	C2-M2	M2-T2	C-M	C-T	M-T	M [kN·m]
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
40.0	-0.140	-0.062	-0.032	-0.014	0.006	-0.002	0.002	0.39	0.27	0.15	6.00
80.0	-0.276	-0.150	-0.036	-0.004	0.034	0.016	0.018	0.63	0.60	0.57	12.00
120.0	-0.422	-0.220	-0.064	-0.004	0.056	0.030	0.036	1.01	0.90	0.78	18.00
160.0	-0.576	-0.312	-0.078	0.010	0.084	0.062	0.062	1.32	1.25	1.17	24.00
200.0	-0.744	-0.420	-0.090	0.022	0.114	0.066	0.084	1.62	1.64	1.65	30.00
240.0	-0.984	-0.534	-0.110	0.034	0.142	0.066	0.104	2.25	2.19	2.12	36.00
280.0	-1.242	-0.680	-0.132	0.048	0.184	0.128	0.058	2.81	2.78	2.74	42.00
320.0	-1.548	-0.840	-0.150	0.070	0.222	0.136	0.160	3.54	3.50	3.45	48.00
360.0	-2.020	-1.040	-0.134	0.090	0.356	0.084	0.190	4.90	4.72	4.53	54.00
400.0	-2.852	-1.456	-0.090	0.076	1.432	0.200	0.490	6.98	6.91	6.83	60.00
405.0	-3.306	-1.680	-0.066	0.060	2.080	0.284	0.654	8.13	8.10	8.07	60.75



	εvert [‰]	(media ca	ras I y II)		εhor [‰] (m	edia caras I y	11)	Curvatura	km-1] (media	i caras I y II)	
N [kN]	C1-C2	M1-M2	T1-T2	C1-M1	M1-T1	C2-M2	M2-T2	C-M	C-T	M-T	M [kN⋅m]
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
50.0	-0.146	-0.078	-0.030	0.008	-0.006	0.008	-0.008	0.340	0.290	0.240	7.50
80.0	-0.226	-0.114	-0.044	0.026	-0.004	0.032	-0.010	0.560	0.455	0.350	12.00
120.0	-0.338	-0.192	-0.060	0.040	-0.004	0.048	-0.006	0.730	0.695	0.660	18.00
160.0	-0.474	-0.272	-0.084	0.062	0.010	0.062	0.010	1.010	0.975	0.940	24.00
200.0	-0.624	-0.362	-0.108	0.098	0.016	0.084	0.020	1.310	1.290	1.270	30.00
240.0	-0.756	-0.452	-0.128	0.108	0.030	0.096	0.030	1.520	1.570	1.620	36.00
280.0	-0.924	-0.560	-0.146	0.140	0.040	0.116	0.064	1.820	1.945	2.070	42.00
320.0	-1.132	-0.692	-0.168	0.188	0.054	0.140	0.086	2.200	2.410	2.620	48.00
360.0	-1.388	-0.866	-0.210	0.232	0.070	0.160	0.104	2.610	2.945	3.280	54.00
380.0	-1.482	-0.924	-0.206	0.232	0.070	0.160	0.104	2.790	3.190	3.590	57.00
400.0	-1.662	-1.010	-0.228	0.322	0.090	0.184	0.122	3.260	3.585	3.910	60.00
420.0	-1.788	-1.100	-0.248	0.322	0.090	0.184	0.122	3.440	3.850	4.260	63.00
440.0	-1.962	-1.226	-0.262	0.776	0.084	0.276	0.192	3.680	4.250	4.820	66.00
460.0	-2.112	-1.360	-0.274	0.776	0.084	0.276	0.192	3.760	4.595	5.430	69.00
480.0	-2.284	-1.542	-0.286	1.530	0.112	0.748	1.596	3.710	4.995	6.280	72.00
489.0	-2.456	-1.724	-0.298	1.530	0.112	0.748	1.596	3.660	5.395	7.130	73.35



	εvert [‰]	(media ca	ras I y II)	:	ehor [‰] (me	edia caras I y	II)	Curvatura	[km-1] (media	caras I y II)	
N [kN]	C1-C2	M1-M2	T1-T2	C1-M1	M1-T1	C2-M2	M2-T2	C-M	C-T	M-T	M [kN·m]
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
30.0	-0.124	-0.022	0.000	-0.006	0.004	0.384	-0.022	0.511	0.310	0.110	5.25
60.0	-0.178	-0.062	0.024	-0.010	-0.006	-0.006	-0.008	0.581	0.506	0.431	10.50
90.0	-0.238	-0.086	0.038	-0.006	-0.012	0.006	-0.020	0.761	0.691	0.621	15.75
120.0	-0.409	-0.160	0.054	-0.002	-0.026	0.012	-0.048	1.242	1.156	1.071	21.00
160.0	-0.547	-0.218	0.118	-0.008	-0.022	0.032	-0.016	1.642	1.662	1.682	28.00
200.0	-0.715	-0.310	0.194	0.058	-0.024	0.050	0.002	2.023	2.273	2.523	35.00
240.0	-0.965	-0.411	0.270	0.076	-0.016	0.082	0.018	2.773	3.089	3.404	42.00
270.0	-1.145	-0.443	0.320	0.082	-0.008	0.106	-0.028	3.514	3.665	3.815	47.25
290.0	-1.308	-0.503	0.306	0.140	0.014	0.128	-0.014	4.025	4.035	4.045	50.75
310.0	-1.444	-0.561	0.326	0.000	0.000	0.000	0.000	4.416	4.426	4.436	54.25
330.0	-1.612	-0.619	0.340	0.000	0.000	0.000	0.000	4.966	4.881	4.796	57.75
350.0	-1.788	-0.701	0.342	0.000	0.000	0.000	0.000	5.437	5.327	5.217	61.25
370.0	-1.988	-0.775	0.330	0.000	0.000	0.000	0.000	6.068	5.797	5.527	64.75
380.0	-2.173	-0.854	0.328	0.000	0.000	0.000	0.000	6.674	6.377	6.080	66.50



	εvert [‰]	(media ca	ras I y II)		εhor [‰] (m	edia caras I y	II)	Curvatura	[km-1] (media	caras I y II)	
N [kN]	C1-C2	M1-M2	T1-T2	C1-M1	M1-T1	C2-M2	M2-T2	C-M	C-T	M-T	M [kN⋅m]
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
40.0	-0.084	-0.032	0.018	-0.024	-0.002	0.172	-0.044	0.260	0.255	0.250	7.00
80.0	-0.158	-0.052	0.000	0.000	0.000	0.178	-0.034	0.531	0.395	0.260	14.00
120.0	-0.296	-0.148	0.002	-0.006	-0.008	0.186	-0.070	0.741	0.746	0.751	21.00
160.0	-0.451	-0.270	0.020	0.010	-0.006	0.212	-0.024	0.901	1.176	1.452	28.00
200.0	-0.657	-0.352	0.028	0.016	0.010	0.244	0.002	1.522	1.712	1.902	35.00
240.0	-0.871	-0.463	0.024	0.098	0.030	0.246	-0.030	2.043	2.238	2.433	42.00
280.0	-1.165	-0.595	-0.018	0.148	0.056	0.274	-0.008	2.854	2.869	2.884	49.00
320.0	-1.550	-0.755	-0.024	0.212	0.090	0.316	0.034	3.975	3.815	3.655	56.00
340.0	-1.952	-0.873	-0.032	0.268	0.074	0.328	0.054	5.397	4.801	4.205	59.50
355.0	-2.343	-1.022	-0.039	0.000	0.000	0.000	0.000	6.606	5.761	4.915	62.13



	εvert [‰]	(media ca	ras I y II)		ɛhor [‰] (m	edia caras I y	<sup>,</sup> II)	Curvatura	[km-1] (media	caras I y II)	
N [kN]	C1-C2	M1-M2	T1-T2	C1-M1	M1-T1	C2-M2	M2-T2	C-M	C-T	M-T	M [kN·m]
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
30.0	-0.164	-0.032	0.022	-0.006	0.000	-0.040	-0.010	0.661	0.466	0.270	6.15
60.0	-0.298	-0.028	0.024	-0.002	-0.012	-0.042	-0.028	1.352	0.806	0.260	12.30
90.0	-0.573	0.020	0.018	0.062	0.012	0.008	-0.012	2.964	1.477	-0.010	18.45
120.0	-0.883	0.036	0.040	0.104	0.048	-0.002	0.002	4.596	2.308	0.020	24.60
137.0	-1.193	0.052	0.062	0.104	0.076	0.016	-3.126	6.228	3.139	0.050	28.09



	εvert [‰]	(media car	ras I y II)		ehor [‰] (m	edia caras I y	II)	Curvatura	[km-1] (media	i caras I y II)	
N [kN]	C1-C2	M1-M2	T1-T2	C1-M1	M1-T1	C2-M2	M2-T2	C-M	C-T	M-T	M [kN·m]
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
20.0	-0.092	-0.002	0.012	0.006	-0.012	0.008	-0.008	0.451	0.260	0.070	4.10
40.0	-0.192	-0.016	0.024	0.016	-0.010	0.012	-0.012	0.881	0.541	0.200	8.20
60.0	-0.284	-0.024	0.072	0.024	-0.014	0.020	-0.014	1.302	0.891	0.481	12.30
80.0	-0.392	-0.048	0.108	0.026	-0.020	0.026	-0.020	1.722	1.252	0.781	16.40
100.0	-0.553	-0.044	0.128	0.084	0.004	0.038	-0.024	2.543	1.702	0.861	20.50
120.0	-0.717	-0.040	0.120	0.082	0.044	0.042	-0.026	3.384	2.093	0.801	24.60
130.0	-0.817	-0.036	0.122	0.082	0.044	0.042	-0.026	3.905	2.348	0.791	26.65
140.0	-0.901	-0.048	0.120	0.144	0.024	0.062	-0.026	4.265	2.553	0.841	28.70
150.0	-0.993	-0.048	0.124	0.156	0.024	0.062	-0.026	4.726	2.793	0.861	30.75
160.0	-1.097	-0.044	0.120	0.000	0.000	0.000	0.000	5.267	3.044	0.821	32.80
170.0	-1.191	-0.050	0.122	0.000	0.000	0.000	0.000	5.707	3.284	0.861	34.85
180.0	-1.306	-0.048	0.124	0.000	0.000	0.000	0.000	6.288	3.574	0.861	36.90
190.0	-1.426	-0.032	0.116	0.000	0.000	0.000	0.000	6.969	3.855	0.741	38.95
195.0	-1.486	-0.024	0.112	0.000	0.000	0.000	0.000	8.711	4.819	0.926	39.98



	εvert [‰]	(media ca	ras I y II)		ɛhor [‰] (m	edia caras I y	II)	Curvatura	[km-1] (medi	a caras I y II)	
N [kN]	C1-C2	M1-M2	T1-T2	C1-M1	M1-T1	C2-M2	M2-T2	C-M	C-T	M-T	M [kN·m]
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
20.0	-0.086	-0.004	-0.014	-0.016	-0.010	-0.006	-0.008	0.410	0.180	-0.050	4.10
40.0	-0.166	-0.012	0.072	-0.010	-0.012	-0.002	0.000	0.770	0.595	0.420	8.20
60.0	-0.262	-0.010	0.158	-0.014	-0.018	-0.004	0.000	1.260	1.050	0.840	12.30
80.0	-0.348	-0.002	0.270	-0.002	-0.026	0.010	0.002	1.730	1.545	1.360	16.40
90.0	-0.404	0.010	0.378	-0.056	-0.098	-0.044	-0.100	2.070	1.955	1.840	18.45
100.0	-0.458	0.024	0.464	-0.004	-0.036	0.016	-0.014	2.410	2.305	2.200	20.50
110.0	-0.514	0.056	0.650	-0.056	-0.098	-0.044	-0.100	2.850	2.910	2.970	22.55
120.0	-0.560	0.072	0.778	0.002	-0.036	0.022	0.010	3.160	3.345	3.530	24.60
130.0	-0.628	0.138	1.038	-0.056	-0.098	-0.044	-0.100	3.830	4.165	4.500	26.65
140.0	-0.686	0.164	1.192	-0.002	-0.034	0.030	-0.004	4.250	4.695	5.140	28.70
150.0	-0.724	0.174	1.258	-0.056	-0.098	-0.044	-0.100	4.490	4.955	5.420	30.75
155.0	-0.770	0.178	1.312	-0.056	-0.098	-0.044	-0.100	4.740	5.205	5.670	31.78
160.0	-0.798	0.180	1.356	0.010	-0.034	0.034	0.000	4.890	5.385	5.880	32.80
165.0	-0.822	0.182	1.402	-0.056	-0.098	-0.044	-0.100	5.020	5.560	6.100	33.83
170.0	-0.848	0.186	1.428	-0.056	-0.098	-0.044	-0.100	5.170	5.690	6.210	34.85
175.0	-0.880	0.178	1.448	-0.056	-0.098	-0.044	-0.100	5.290	5.820	6.350	35.88
178.0	-0.912	0.170	1.468	-0.056	-0.098	-0.044	-0.100	5.410	5.950	6.490	36.49

# 4.5.3 Ensayos de compresión y corte. Serie NMV

En este apartado se presentan los resultados de los ensayos de compresión y corte sobre muretes, serie NMV.

La información se presenta primero en forma de tablas que recogen, en cada ensayo y para cada paso discreto de carga, las fuerzas medidas en los gatos vertical y horizontal, las deformaciones verticales determinadas en las bases extensométricas y los desplazamientos horizontales de la cabeza del muro, medidos mediante 2 flexímetros colocados junto al punto de aplicación de la carga.

A estas tablas se acompaña un gráfico esquemático de la evolución del axil y el cortante a lo largo del ensayo, parámetros geométricos de cada probeta y una fotografía del aspecto de la rotura complementada por un croquis de la fisuración.

A continuación se muestra gráficamente la evolución de las deformaciones verticales de las fibras instrumentadas a lo largo de los sucesivos pasos de carga. Junto a los resultados experimentales se dibujan las deformaciones teóricas deducidas del micromodelo descrito en 4.3.2.

Finalmente se incluyen las gráficas de la fuerza horizontal aplicada (cortante) frente al desplazamiento horizontal de la cabeza del muro. Además de los puntos experimentales se dibuja la recta que resulta del mejor ajuste lineal en el tramo inicial. La pendiente de esta recta [kN/mm] se expresa con un rótulo en cada gráfico y representa la rigidez total del muro en la fase inicial de carga V, ver figura 4.62.

A continuación se muestra el esquema de aplicación de cargas y replanteo y nomenclatura de las bases extensométricas.



# Ensayos de flexocompresión y corte NMV

- Andrews	Your T	141 MAN		- I III	1 81 A. 1. 4		and a second
4MV-1			Merro	[kN-m] [kN-m]	65.9 51.1	or	

<b>9</b>	15
	14
	13
<b>     </b>	12
│ ∳ ¯∳	ŧ
<b>\$</b>	10
	6
&	~
& 4	2
&	9
_ <u>∽ ₹</u> ¢ 🖪	ŝ
\ \ 🖣	4
& <del> </del>	e
\ \ \ \ \	2
	-
	0
20,25,20,35	

Rotura diagonal tpo II. Sección crítica superior

Denominación del muro:

fecha de construcción: 18.01.2002 fecha de ensayo: 14.05.2002

mm lmm

800 e [mm] 202 h\_V [mm]

h

146.2 V [kN]

326.0 310.4

ROTURA

- Penn	14 A
	- AL

-	7	4 <sup>5 0</sup> Paso	de čarga <sup>v 10</sup>	11 17 19	0 +1			Deform	ación v	ertical [	[m/mm					
						<b>,</b>	_2	ຕ່	4	2	9	<sup>-</sup> ∠	ω <sub>.</sub>	Movin horizont	ilento al [mm]	
Paso de carga	hora	N [kN]	lkN	Msup [kN-m]	Minf [kN-m]	Cara 1	Cara 2	Cara 1	Cara 2	Cara 1	Cara 2	Cara 1	Cara 2	F	F2	NOTAS
0	9:37	0.0	0.0	0	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.16	-1.25	
-	9:55	34.5	0.0	7	7	0.04	0.00	0.04	-0.02	-0.05	-0.05	-0.04	-0.10	-0.71	-0.74	
2	10:05	70.8	0.0	14	14	-0.05	0.01	0.02	0.06	-0.06	-0.13	-0.12	-0.17	-0.57	-0.58	
ო	10:10	108.6	0.0	22	22	-0.04	-0.02	0.00	0.04	-0.12	-0.17	-0.20	-0.24	-0.45	-0.45	
4	10:15	141.2	0.0	29	29	-0.04	0.01	-0.02	-0.02	-0.17	-0.24	-0.28	-0.31	-0.36	-0.36	
5	10:21	170.0	0.0	34	34	-0.04	-0.01	-0.06	-0.07	-0.18	-0.30	-0.32	-0.38	-0.33	-0.28	
9	10:27	204.6	0.0	41	41	0.01	0.01	-0.06	-0.12	-0.25	-0.33	-0.40	-0.48	-0.27	-0.26	
7	10:36	236.3	0.0	48	48	00.0	0.00	-0.08	-0.12	-0.35	-0.39	-0.44	-0.52	-0.27	-0.24	PAUSA
8	12:00	291.0	0.0	59	59	-0.05	0.02	-0.11	-0.16	-0.47	-0.48	-0.64	-0.69	0.00	0.00	
6	12:10	296.0	20.9	60	43	-0.02	0.02	-0.12	-0.18	-0.44	-0.52	-0.56	-0.65	0.52	0.54	
10	12:16	306.1	41.1	62	29	-0.03	-0.03	-0.14	-0.24	-0.45	-0.55	-0.55	-0.64	1.03	1.04	
11	12:21	314.0	60.9	63	15	-0.13	-0.08	-0.17	-0.26	-0.47	-0.52	-0.48	-0.58	1.92	1.97	
12	12:27	315.6	82.0	64	-2	-0.16	-0.14	-0.18	-0.29	-0.47	-0.51	-0.43	-0.54	2.84	2.88	
13	12:35	319.4	105.1	65	-20	-0.20	-0.26	-0.18	-0:30	-0.44	-0.55	-0.36	-0.50	3.84	3.91	FISURACIÓN
14	12:45	321.0	128.8	65	-38	-0.26	-0.30	-0.19	-0.35	-0.48	-0.55	-0.31	-0.47	4.86	4.94	
15	12:52	326.0	146.2	66	-51	-0.33	-0.34	-0.20	-0.40	-0.51	-0.55	-0.27	-0.43	5.88	5.97	ROTURA

4 DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE LOS DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN



Movimiento



	/linf V-m]	8.4	
	⊿ ¥	4	
or	Msup [kN·m]	64.6	0 <b>0</b> - ±
ítica superio	V [kN]	141.2	
l. Sección cr	N [kN]	310.4	
ional tpo II			 0 ⊟ + 0 ⊟ ~
Rotura diag	ROTURA		400 300 100 0 0

		NOTAS									PAUSA								FISURACIÓN		ROTURA
tal [mm]		F2		-0.92	-0.45	-0.36	-0.26	-0.2	-0.14	-0.1	-0.05	0	0.22	0.48	1.02	1.65	2.27	2.89	3.52	4.09	4.72
horizon		F1		-0.95	-0.49	-0.39	-0.31	-0.22	-0.17	-0.11	-0.06	0	0.22	0.50	1.02	1.66	2.28	2.90	3.53	4.09	4.72
	8	Cara 2		0.00	-0.09	-0.23	-0.33	-0.44	-0.50	-0.62	-0.72	-0.84	-0.84	-0.80	-0.76	-0.68	-0.66	-0.64	-0.60	-0.54	-0.48
	7	Cara 1		0.00	-0.04	-0.14	-0.28	-0.37	-0.44	-0.51	-0.59	-0.67	-0.67	-0.66	-0.60	-0.56	-0.51	-0.46	-0.44	-0.36	-0.29
[mm/m]	9	Cara 2		0.00	-0.04	-0.11	-0.15	-0.25	-0.28	-0.36	-0.43	-0.52	-0.52	-0.54	-0.54	-0.54	-0.56	-0.57	-0.58	-0.53	-0.55
ertical [	2 D	Cara 1		0.00	0.00	-0.06	-0.14	-0.19	-0.21	-0.26	-0.32	-0.44	-0.44	-0.45	-0.45	-0.44	-0.43	-0.43	-0.41	-0.37	-0.35
ación v	4	Cara 2		0.00	0.00	-0.02	-0.07	-0.11	-0.10	-0.13	-0.16	-0.19	-0.21	-0.23	-0.28	-0.34	-0.38	-0.42	-0.44	-0.46	-0.60
Deform	ຕ່	Cara 1		0.00	-0.02	-0.02	-0.02	-0.04	-0.04	-0.06	-0.08	-0.11	-0.14	-0.16	-0.18	-0.23	-0.26	-0.28	-0.29	-0.33	-0.47
	2	Cara 2		0.00	0.01	0.02	-0.03	0.00	0.01	0.04	0.04	0.00	0.03	-0.01	-0.06	-0.12	-0.28	-0.30	-0.38	-0.38	-0.16
	۲'	Cara 1		0.00	0.03	0.03	0.04	0.00	0.02	0.05	-0.01	0.01	0.02	-0.01	-0.06	-0.10	-0.15	-0.22	-0.26	-0.32	-0.36
		Minf	[KN-m]	0	7	14	22	29	36	43	50	57	52	43	27	12	4	20	35	40	48
		Msup 1	[KN-m]	0	7	14	22	29	36	43	50	57	59	59	59	61	61	63	64	64	65
		$\wedge$	[KN]	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	8.7	19.1	40.6	61.2	81.1	103.7	123.1	129.3	141.2
		N	KN	0.0	34.6	72.1	111.3	145.3	178.8	215.2	250.5	284.2	292.7	293.0	295.2	303.4	306.6	313.6	318.3	317.7	323.0
		hora		11:45	11:55	12:05	12:09	12:15	12:20	12:26	12:35	12:52	12:56	12:58	13:03	13:08	13:10	13:12	13:14	13:26	13:35
		Paso de	carga	0	1	2	3	4	5	9	7	8	6	10	11	12	13	14	15	16	17

4-106

NMV-2

 Denominación del muro:

 fecha de construcción:
 17.01.02

 fecha de ensayo:
 16.05.2002

 e [mm] 200
 hm [mm]|13

 h\_V [mm] 800
 b [mm] 74

				_			_	_		_	_		_	_						_	-
			NOTAS							DESCARGA	0							<b>FISURACION</b>			
	niento tal [mm]		F2	-0.37	0.02	0.07	0.07	0.86	0.02	-0.02	0	0.42	0.92	1.19	1.69	2.31	2.89	3.15	3.35	3.64	1 17
	Movim horizont		۲٦	-0.5	-0.07	0.03	0	-0.02	-0.04	GU.U-	0	0.43	0.9	1.19	1.7	2.3	2.86	3.09	3.33	3.6	00 1
		8_	Cara 2	0.00	-0.11	-0.23	-0.41	-0.57	-0.62	-0.73	-0.83	-0.80	-0.73	-0.70	-0.67	-0.63	-0.56		-0.53		10.0
	[	7.	Cara 1	0.00	-0.16	-0.20	-0.29	-0.36	-0.42	-0.50	-0.60	-0.56	-0.51	-0.49	-0.42	-0.37	-0.29		-0.24		10.0
Statement and an and an	[mm/m	9_	Cara 2	0.00	-0.01	-0.06	-0.21	-0.31	-0.38	-0.06	-0.58	-0.56	-0.57	-0.61	-0.59	-0.62	-0.52		-0.30		10
	/ertical	2	Cara 1	0.00	-0.08	-0.05	-0.11	-0.21	-0.21	97.0-	-0.30	-0.33	-0.36	-0.33	-0.32	-0.30	-0.05		0.12		110
	ación v	4	Cara 2	0.00	0.04	-0.02	-0.02	-0.04	-0.07	-0.14	-0.17	-0.16	-0.20	-0.23	-0.26	-0.30	-0.31		-0.31		07.0
HEN	Deform	3	Cara 1	0.00	-0.01	-0.03	-0.02	-0.05	-0.06	90.0-	-0.08	-0.12	-0.13	-0.15	-0.18	-0.21	-0.18		-0.18		10.0
		_2	Cara 2	0.00	-0.03	-0.02 -0.08	0.01	-0.04	-0.02	-0.04	-0.01	-0.03	-0.06	-0.08	-0.13	-0.16	-0.18		-0.22		000
I		1	Cara 1	0.00	0.00	0.02	0.02	00.0	0.01	0.02	0.04	0.02	0.00	-0.04	-0.09	-0.18	-0.24		-0.28		010
and the second	78		Minf [kN-m]	0.0	6.5	13.8	29.9	36.8	44.1	6.06	58.3	43.4	28.0	18.5	4.1	9.7	17.9	22.7	27.0	30.2	0 00
MMV-3 Msup KN·m KN·m KN·m KN·m	t 16 18		[kN·m]	0.0	6.5	13.8	29.9	36.8	44.1	6.0G	58.3	58.6	59.3	58.3	60.0	60.9	61.0	61.7	62.0	62.0	60.4
745 745 715 12.8 ± 16% 128.0 120.0	19 carga 12		[kN] V	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	19.0	39.1	49.7	70.0	88.5	98.7	105.7	111.4	115.4	0.001
el muro: 18.01.2002 20.05.2002 hm [mm] b [mm] b [mm] b [mm]	6 8 Paso		N [kN]	0.0	32.5	69.1 111.0	149.3	184.1	220.3	6.462 0.0	291.7	292.9	296.4	291.3	299.9	304.7	304.9	308.6	310.0	309.8	1010
ación d <sup>1400</sup> <sup>1200</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1290</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>120</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup> <sup>1200</sup>	2 4		hora	9:45	9:56	10:07	10:18	10:23	10:28	10:34	11:48	11:50	11:55	11:59	12:03	12:07	12:15	12:25	12:27	12:34	10.00
Peromir fecha de cons fecha de ensa fecha de ensa h_V [mm] h_V [mm] h_V [mm]			Paso de carga	0	۲ (	CJ (C	9 4	5	91	~ «	0	10	11	12	13	14	15	16	17	18	10

58.6

99.

292

20

			NOTAS								DESCARGA							SURACION			ROTURA	Carda	nómala por	ozamiento	dispositivo
	iiento al [mm]		F2	0.82	0.7	0.37	0.38	0.28	0.19	0.11	0.04	0.03	0	0.38	0.74	1.21	1.51	1.78 2.2 FI	2.53	2.68	2.89	3.36	3.62 a	3.73	4.12
$\rightarrow$	Movim horizont:		F1	0.8	0.68	0.33	0.37	0.28	0.18	0.1	0.02	0.01	0	0.4	0.79	1.29	1.58	1.88 2.28	2.65	2.78	3.01	3.49	3.78	3.9	4.29
		®_	Cara 2	0.00	-0.04	0.0- 0.09	-0.10	-0.13	-0.16	-0.18	-0.20	-0.18	-0.22	-0.18	-0.12	-0.06	-0.06	-0.05	0.05	0.05	0.67	0.67	1.32	1.33	1.34
		2	Cara 1	0.00	-0.04	-0.11	-0.13	-0.17	-0.20	-0.24	-0.27 -0.25	-0.23	-0.29	-0.26	-0.20	-0.14	-0.13	-0.06	0.05	0.05	0.69	0.69	1.35	1.36	1.32
	[m/mm]	9_	Cara 2	0.00	-0.03	-0.10	-0.13	-0.16	-0.19	-0.23	-0.26	-0.24	-0.29	-0.28	-0.28	-0.29	-0.28	-0.26 -0.25	-0.27	-0.27	0.00	0.00	0.29	0.27	0.28
	vertical	ני	Cara 1	0.00	-0.02	-0.10	-0.14	-0.18	-0.23	-0.28	-0.33	-0.30	-0.37	-0.38	-0.37	-0.36	-0.34	-0.34 -0.32	-0.34	-0.34	-0.09	-0.09	0.17	0.18	0.18
	ación v	4	Cara 2	0.00	-0.04	-0.10	-0.14	-0.17	-0.20	-0.24	-0.28 -0.26	-0.26	-0.30	-0.34	-0.37	-0.49	-0.45	-0.47 -0.57	-0.69	-0.69	-1.02	-1.02	-1.36	-1.38	-1.35
	Deform	က်	Cara 1	0.00	-0.04	-0.11	-0.16	-0.22	-0.26	-0.30	-0.37	-0.35	-0.45	-0.52	-0.50	-0.60	-0.60	-0.71	-0.86	-0.86	-1.18	-1.18	-1.38	-1.31	-1.28
		2	Cara 2	0.00	-0.05	-0.03	-0.18	-0.22	-0.28	-0.33	-0.39 -0.36	-0.36	-0.40	-0.49	-0.58	-0.67	-0.75	-0.80 -0.86	-0.86	-0.86	-1.26	-1.26	-1.65	-1.66	-1.66 1.66
11 martin		τ.	Cara 1	0.00	-0.03	-0.13	-0.18	-0.22	-0.28	-0.36	-0.43	-0.38	-0.45	-0.52	-0.60	-0.68	-0.75	-0.79 -0.84	-0.80	-0.80	-1.03	-1.03	-1.27	-1.28	-1.30
Minf B 102.6	25		Minf [kN·m]	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	16.0	31.7	48.7	57.4	64.1 72.1	73.4	76.0	80.1	86.1	89.3	90.0	95.6 102 6
MWV-4	- 5		Msup [kN·m]	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
744 744 <b>127.8</b> <b>127.8</b> 00000	de carga 15		[kN]	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	20.0	39.5	60.7	71.5	79.8 89.8	91.4	94.7	8.66	107.2	111.2	112.1	119.1 127 B
lel muro: 17.01.2002 23.05.0202 hm [mm] b [m] b [m] 111. Sección -	<b>00000</b>		N] [kN]	0.0	32.1	112.3	148.5	181.9	220.6	258.2	293.7 247 6	247.6	298.1	304.3	306.3	309.4	311.1	311.6 310.8	310.3	311.2	312.3	314.0	315.1	314.4	317.8 273.0
witrucción c vitrucción c 803 803 803 803 803 803 803 803	22 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 2		hora	9:39	9:47 0-60	3.30 10:00	10:06	10:10	10:20	10:26	10:45	11:40	11:51	11:59	12:06	12:11	12:16	12:22 12:28	12:38	12:40	12:44	12:52	13:00	13:06	13:11
Benomir fecta de cons fecta de ercer recta de ercer e [mm] h_V [mm] h_V [mm] accor so so so so so so so so so so so so so			Paso de carga	0,	- ~	n م	4	5	6	2	ωσ	10	11	12	13	14	15	16 17	18	19	20	21	22	23	24 25
					NOTAS	RODILLOS								٨						FISURACION					
--	--	--	----------	------------	------------------	----------	-------	-------	----------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	--------------	----------------	-------	-------	------------	-------				
			iento	al [mm]	F2	0.02	-0.07	-0.11	-0.11 -0.12	-0.09	-0.06	-0.03	0.00	0.42	0.89	1.46	2.10	2.44	2.85	3.52	3.97				
→ <u></u>		_	Movim	horizont	F1	0.04	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.43	0.86	1.41	2.03	2.37	2.77	3.43	3.89				
				8_	Cara 2	0.00	-0.04	-0.07	-0.12 -0.15	-0.17	-0.20	-0.22	-0.24	-0.22	-0.18	-0.12	-0.08	-0.07	-0.07	0.06	0.12				
				<u>ل</u> _	Cara 1	0.00	-0.03	-0.07	-0.12 -0.17	-0.20	-0.24	-0.28	-0.31	-0.24	-0.15	-0.06	-0.04	-0.03	-0.03	0.13	0.18				
	1	1	[m/mm]	9_	Cara 2	0.00	-0.04	-0.06	-0.10 -0.12	-0.16	-0.22	-0.26	-0.30	-0.32	-0.32	-0.34	-0.32	-0.32	-0.30	-0.33	-0.33				
	4		/ertical	2	Cara 1	0.00	-0.02	-0.05	-0.09 -0.13	-0.17	-0.24	-0.29	-0.34	-0.32	-0.29	-0.26	-0.22	-0.20	-0.18	-0.22	-0.22				
	162		ación v	4_	Cara 2	0.00	-0.06	-0.09	-0.12	-0.17	-0.22	-0.25	-0.30	-0.36	-0.41	-0.47	-0.49	-0.54	-0.58	-0.74	-0.84				
NHN	and the second s	14.	Deform	3 S	Cara 1	0.00	-0.02	-0.05	-0.10 -0.14	-0.18	-0.24	-0.28	-0.32	-0.36	-0.38	-0.41	-0.40	-0.40	-0.41	-0.45	-0.48				
		-		_2	Cara 2	0.00	-0.06	-0.12	-0.15	-0.21	-0.25	-0.30	-0.35	-0.44	-0.52	-0.62	-0.72	-0.78	-0.85	-0.90	-0.87				
	and a later	et.		1	Cara 1	0.00	-0.02	-0.05	-0.10 -0.14	-0.18	-0.24	-0.30	-0.34	-0.43	-0.49	-0.59	-0.66	-0.71	-0.75	-0.80	-0.82				
	Minf [KN·m] <b>103.4</b>	e F	20		Minf [kN-m]	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	15.4	29.5	47.1 EE 4	53.7 63.7	71.8	80.2	87.7	91.8				
NMV-5	Msup [kN·m] 0.0	9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	- 22		Msup [kN·m]	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0				
13.7 ± 18% 744	v <sub>[kN]</sub> 130.7 crítica infer		de carga		V [kN]	0.0	0.0	0.0	0.0 0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	19.5	37.3	59.6 70.0	80.5	90.8	101.4	110.9	116.1				
lel muro: 18.01.2002 02.06.2002 hm [mm] b [m]	N [kN] 310.4 III. Sección				N [kN]	0.0	31.3	69.2	107.4 141.5	175.2	214.1	253.3	295.5	297.4	300.8	302.0	304.0 305.4	307.1	309.3	310.2	311.1				
<b>Jación c</b> strucción: ayo: 791	gonal tipo	z <u>x</u> g			hora	11:15	11:24	11:27	11:34 11:37	11:40	11:46	11:50	11:56	12:01	12:07	12:11	12:17	12:19	12:22	12:27	12:36				
Denomit fecta de cons fecta de ens e [mm] h_V [mm]	ROTURA Rotura diaç	350 300 - 250 - 150 - 100 - 100 -			Paso de carga	0	٢	2	ю 4	5	9	7	8	6	10	11	13	14	15	16	17				
						_	_	_	_	_	_	_	_	_	_	_	_	_	_	_	-				

			Ś	7	n a z	en	~ ~	,	Z	5							1
	──────	NOTAS	RODILLO	Inactabilid	de la carg	problemas	la prens: hidraúlica	5	FISURACIO		>						ROTUR/ SÚBITA
	niento al [mm]	F2	-1.03	-0.34	-0.31 -0.24	-0.22	-0.21	-0.2	-0.05	0	0.31	0.66	1	1.36	1.78	2.88	2.88
$\rightarrow = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ $	Movim	F1	-1.09	-0.46	-0.32	-0.26	-0.26	-0.26	-0.18	0	0.31	0.65	1	1.37	1.75	2.8	2.8
	∞	 Cara 2	0.00	-0.17	-0.26	-0.51	-0.63	-0.72	-1.00	-1.09	-1.08	-1.07	-1.06	-1.02	-0.99	-0.96	-0.96
		Cara 1	00.0	-0.15	-0.27 -0.41	-0.51	-0.66	-0.73	-0.84 -0.98	-1.06	-1.05	-1.01	-0.98	-0.94	-0.88	-0.84	-0.84
	[mm/m]	 Cara 2	0.00 -0.07	-0.12	-0.16 -0.26	-0.32	-0.42	-0.48	-0.69	-0.75	-0.76	-0.76	-0.77	-0.74	-0.75	-0.57	-0.57
	ertical	Cara 1	00.0	-0.15	-0.22	-0.38	-0.48	-0.54	-0.61	-0.76	-0.76	-0.76	-0.76	-0.75	-0.74	-0.57	-0.57
	ación v	- Cara 2	0.00	-0.04	-0.07	-0.13	-0.20	-0.23	-0.29	-0.39	-0.42	-0.46	-0.48	-0.51	-0.55	-0.75	-0.75
MMM6	Deform 3	Cara 1	0.00	-0.06	-0.16	-0.21	-0.26	-0.30	-0.30	-0.40	-0.44	-0.48	-0.51	-0.54	-0.57	-0.85	-0.85
	5	 Cara 2	0.00	0.02	0.03 0.03	0.02	0.02	0.01	0.00	0.00	-0.06	-0.13	-0.20	-0.27	-0.38	-0.46	-0.46
	-	Cara 1	0.00	-0.01	-0.03 -0.04	-0.05	-0.06	-0.07	-0.06	-0.05	-0.10	-0.15	-0.21	-0.27	-0.36	-0.41	-0.41
• 3.8 Mint [KN·m] 23.8	<b>D</b> - <sup>w</sup>	Minf [kN·m]	ے 0	15	31	39	48	54	62	76	59	47	30	13	3	21	24
MMV-6 Msup 78.2 Dr 78.2		Msup [kN·m]	0 7	15	22 31	39	48	54	62 71	76	75	77	78	78	78	78	78
<u>12.4 ± 14%</u> 745 ∨ [kN] <b>127.0</b> Críticainferi		√ [kN]	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0	20	38	60	80	102	123	127
No.2002 No.2002   05.06.2002 hm [mm]   05.06.2002 hm [mm]   10.40 N [kN]   310.44 III. Sección (Miching)	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	N [kN]	0.0 46.1	92.3	139.0 194.3	241.8	298.3	340.2	386.9 447 8	472.0	469.9	483.2	490.0	487.3	489.8	488.6	488.6
Jación ( avo: avo: avo: 160 803 gonal tipo	0 □ ~	hora	9:25 9:49	10:03	10:08 10:17	10:26	10:44	10:58	11:42 11:53	12:00	12:07	12:10	12:14	12:18	12:22	12:27	12:34
Denomir fecha de cons fecha de enss fecha de enss h_V [mm] h_V [mm		Paso de carga	0 +	2	ω 4	5	9	2	∞σ	10	11	12	13	14	15	16	17

HEN TT NEW		Msup [kN·m] <b>81.4</b>
	inf 	
1 2 1 2 2	and a feature	erior
V(B)	112	
Deformación verti		8
3_4	1_2	1_2
ara 2 Cara 1 Cara 2 Ca	inf Cara 1 Cara 1	Msup Minf <sup>Cara 1</sup> <sup>Ca</sup>
0.00 0.00 0.00	0.00	0.0 0.00 0.00
.02 0.00 -0.04 -0 .03 -0.02 -0.08 -0	.7 -0.01 -0 .7 -0.01 -0	7.8 7.8 0.00 -0 15.7 15.7 -0.01 -0
02 -0.05 -0.12 -0	0-00 -0	23.6 23.6 0.00 -0.
02 -0.07 -0.16 -0	.2 0.00 -0.	31.2 31.2 0.00 -0.
04 -0.11 -0.22 -0 06 -0.14 -0.28 -0	1.6 0.01 -0. 1.6 0.02 -0	39.6 39.6 0.01 -0. 49.6 49.6 0.02 -0
.07 -0.16 -0.30 -0	1.3 0.02 -0	53.3 53.3 0.02 -0
.07 -0.19 -0.36 -0	.4 0.02 -0	62.4 62.4 0.02 -0
0.08 -0.22 -0.42 -0 0.40 0.25 0.50 0	0.04 -0	69.7 69.7 0.04 -0 76.2 76.2 0.04 -0
0.11 -0.26 -0.52 -0	.2 0.07 -	79.2 79.2 0.07 -
0.16 -0.29 -0.55 -0	- 0.04 -0	78.8 62.9 0.04 -(
0.18 -0.30 -0.57 -0	.3 0.02 4	79.3 55.3 0.02 +
0.20 -0.30 -0.59 -0	1.5 0.00 -1	80.3 48.5 0.00 -
0.20 -0.32 -0.02 -0	0.07 - 0.07 - 0.07	80.4 80.4 0.07 -C
0.25 -0.32 -0.62 -0	.5 -0.02 -0	81.2 40.5 -0.02 -0
0.28 -0.34 -0.65 -0	s.0 -0.04 -C	81.4 33.0 -0.04 -0
0.33 -0.35 -0.66 -0 0.34 -0.36 -0.70 -0	-0.08 -0.08	81.6 25.7 -0.08 -( 0.18 18.0 -0.14 -
0-0-0.20 -0.38 -0.73 -0		81.6 9.7 -0.14 -0
.44 -0.40 -0.75 -0	-0.18 -0	81.8 0.9 -0.18 -0
.49 -0.41 -0.78 -0	.4 -0.22 -0	81.9 -6.4 -0.22 -0
504 -0.512 -0.92 -0.	5.1 -0.23 -0.	81.3 -15.1 -0.23 -0.
.476 -0.572 -0.996 -0.	1.1 -0.24 -0	81.9 -21.1 -0.24 -0
en las lecturas manuales por e	7.3 Se interrump	82.2 -27.3 Se interrump
	9.2	81.6 -29.2
	2.0	81.6 -32.0
	5.4	81.5 -35.4
	9.1	81.4 -39.1

														NOTAS																FISURACION										ROTURA
												niento	tal [mm]	F2	0.69	0.3	0.11	0	0	0.15	12.0 0.3	0.37	0.47	0.58	0.71	0.79	0.88	0.99	1.15	1.46	1.69	1.91	2.09	2.29	2.55	2.85	3.39	3.77	4.26	5.21
												Movir	horizon	F	0.66	0.28	0.11	-0.01	0	0.15	0.31	0.38	0.48	0.58	0.7	0.79	0.89	1.01	1 28	1.46	1.69	1.88	2.06	2.26	2.49	2.78	3.3	3.65	4.1	5.03
													8	Cara 2	0.00	-0.10	-0.20	-0.32	-0.32	-0.30	-0.28	-0.26	-0.25	-0.23	-0.22	-0.20	-0.19	-0.16	-0.13	-0.10	-0.08	-0.06	-0.05	-0.04				100	0.07	
	8		I	1	T					3	3		2	Cara 1	0.00	-0.04	-0.09	-0.14	-0.15	-0.12	01.0-	-0.07	-0.05	-0.03	-0.01	0.00	0.00	10:0	0.05	0.08	0.09	0.11	0.12	0.12				0	0.22	
	2	17.0102	Î				h	-		8	1		9	Cara 2	0.00	-0.14	-0.27	-0.41	-0.40	-0.40	-0.40	-0.40	-0.40	-0.40	-0.40	-0.40	-0.40	-0.39 ac 0	-0.39	-0.40	-0.40	-0.39	-0.38	-0.37				0	-0.32	
7	T-T	1	-					2		9	1	locitro		Cara 1	0.00	-0.08	-0.16	-0.24	-0.25	-0.23	-0.23	-0.22	-0.20	-0.20	-0.20	-0.19	-0.18	-0.17	-0.17	-0.18	-0.16	-0.14	-0.13	-0.12				000	-0.09	
y 300 kN		3104		+ +	h	+ 11m	H	H I	1	1	V=tt3	, ačioo	4	Cara 2	0.00	-0.10	-0.20	-0.28	-0.29	-0.29	-0.30	-0.30	-0.30	-0.31	-0.32	-0.32	-0.33	-0.33	-0.39	-0.44	-0.46	-0.48	-0.50	-0.51					-0.64	
a a 150	-	N	+1	+	11			2	-	1		Dofo.	33	Cara 1	0.00	-0.08	-0.16	-0.24	-0.24	-0.26	-0.28	-0.30	-0.31	-0.31	-0.31	-0.34	-0.37	-0.09 04 0	-0.41	-0.41	-0.42	-0.43	-0.44	-0.44				0	-0.46	
ecargada				1	H	11	1	414	T	2			2	Cara 2	0.00	-0.15	-0.30	-0.43	-0.44	-0.46	-0.48	-0.49	-0.50	-0.51	-0.52	-0.53	-0.54	-0.04	-0.62	-0.68	-0.73	-0.77	-0.80	-0.83					-1.19	
a fue pre	6		ļ	1		1		1			1		÷.	Cara 1	0.00	-0.14	-0.27	-0.40	-0.39	-0.44	-0.45	-0.49	-0.51	-0.53	-0.55	-0.57	-0.58	-0.62	-0.62	-0.62	-0.64	-0.66	-0.67	-0.68					-0.67	
La probet					Minf It M	92.6	8			600	888	- 22	]	Minf [kNi.m]	0	0	0	0	0	∞ ;	16	19	23	27	32	36	40	44	53	57	61	99	70	74	78	83	87	90	94	98
NMV-8					Msup Text	0.0	erior			00000	9988pt	- 2		Msup IkN.ml	0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		13.0 ± 21%	746		V7 FLAN	122.0	crítica supe			00000					0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	10.5	14.3	23.7	29	34	40	45	50	09 09	00 66	71	77	82	87	93	97	103	108	112	118	122
el muro: 8.01.2002	21.06.02	hm [mm]	p [mm]		NI FLAN	332.1	II. Sección			80000	> 2			N IN	0.0	101.7	204.5	305.1	303.1	305.8	309.2	309.4	306.1	309.8	310.4	310.8	310.2	309.4	310.0	310.3	310.2	310.9	311.2	312.9	313.7	316.5	318.5	320.4	324.5	332.1
ación d	yo: 2	0	800				jonal tipo I			00000	a	900 <u>0</u> 00		hora	9:30	9:45	9:52	10:11	11:48	11:51	11:55	11:57	11:59	12:01	12:05	12:07	12:08	12:10	12:15	12:17	12:23	12:27	12:30	12:32	12:38	12:44	12:52	12:58	13:00	13:06
Denomir fecha de cons	fecha de ense	e [mm]	h_V [mm]				Rotura diac		400	300 - N	100 -	•••		Paso de	0	1	2	3	4	5	0	8	6	10	11	12	13	17	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27

Fecha de ensi	ayo: 14.06.200	12						Der	ormacion v	ertical [mr	lmv			Movimiento	horizontal
						£	~	ε	4-	2	9.		<b>6</b> 0.		[L
Paso de	hora	z	>	Msup	Minf	Cara 1	Cara 2	Cara 1	Cara 2	Cara 1	Cara 2	Cara 1	Cara 2	F1	F2
carga	5	[kN]	[kN]	[kN·m]	[kN·m]										
0	11:30	0.0	0.0	0	0	0.00	00.00	0.00	0.00	0.00	00.00	0.00	00.00	0.49	0.54
1	11:36	49.6	0.0	0	0	-0.04	-0.04	-0.04	-0.03	-0.03	-0.04	-0.03	-0.03	0.45	0.35
2	11:40	100.4	0.0	0	0	-0.09	-0.09	-0.10	-0.08	-0.08	-0.08	-0.07	-0.06	0.25	0.25
с	11:44	151.6	0.0	0	0	-0.11	-0.13	-0.14	-0.13	-0.10	-0.14	-0.10	-0.11	0.15	0.15
4	11:50	202.4	0.0	0	0	-0.15	-0.18	-0.20	-0.19	-0.17	-0.20	-0.15	-0.17	0.11	0.11
5	11:57	254.6	0.0	0	0	-0.19	-0.23	-0.24	-0.26	-0.22	-0.26	-0.19	-0.22	0.06	0.06
9	12:12	305.8	0.0	0	0	-0.24	-0.29	-0.30	-0.33	-0.28	-0.34	-0.23	-0.28	0.00	0.00
7	12:15	305.4	9.7	0	-8	-0.27	-0.33	-0.31	-0.36	-0.27	-0.35	-0.21	-0.26	0.15	0.17
8	12:17	304.3	14.4	0	-12	-0.28	-0.34	-0.32	-0.36	-0.27	-0.35	-0.19	-0.25	0.23	0.25
6	12:18	304.3	19.4	0	-16	-0.29	-0.36	-0.33	-0.37	-0.27	-0.34	-0.18	-0.23	0.31	0.34
10	12:20	303.8	23.7	0	-19	-0.30	-0.38	-0.33	-0.38	-0.26	-0.34	-0.16	-0.22	0.39	0.42
11	12:21	302.3	28.4	0	-23	-0.31	-0.40	-0.32	-0.39	-0.26	-0.34	-0.14	-0.22	0.50	0.54
12	12:24	302.4	36.0	0	-29	-0.32	-0.42	-0.34	-0.40	-0.25	-0.34	-0.12	-0.21	0.63	0.66
13	12:25	301.7	40.3	0	-32	-0.34	-0.44	-0.35	-0.42	-0.24	-0.35	-0.11	-0.20	0.73	0.76
14	12:27	301.3	45.2	0	-36	-0.35	-0.45	-0.35	-0.42	-0.24	-0.34	-0.09	-0.19	0.82	0.84
15	12:28	301.2	50.6	0	-41	-0.37	-0.46	-0.36	-0.43	-0.24	-0.34	-0.07	-0.18	0.93	0.96
16	12:34	303.9	0	0	0	-0.27	-0.34	-0.36	-0.38	-0.30	-0.38	-0.22	-0.28	0.28	0.29
17	12:38	0.0	0	0	0	-0.05	-0.03	-0.06	-0.02	-0.01	-0.02	-0.02	0.01	-0.33	-0.38

Muro NMV 8 Serie N=300 kN

# Muro NMV 8 Serie N=150 kN Fecha de ensayo: 14.06.2002

Fecha de ensi	ayo: 14.06.200	ū						Defc	ormación v	ertical [mn	/m]			Movimiento	horizontal
						-	_2	ຕ່	4	2	9	_7_	8	<u></u>	[L
Paso de	, crod	z	>	Msup	Minf	, or o		1.000		1 010	C 0100	1 0100		ŭ	C L
carga	liula	[kN]	[kN]	[kN·m]	[kN·m]	Cala -	Cala 2	Cala -	Cala 2	Cala -	Cala 2	Cala -	Cala 2	L	72
0	9:24	0.0	0.0	0	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.40	0.42
1	9:34	25.9	0.0	0	0	-0.02	-0.04	-0.01	-0.04	-0.02	-0.02	-0.01	-0.02	0.27	0.29
2	9:40	49.9	0.0	0	0	-0.04	-0.06	-0.04	-0.07	-0.04	-0.04	-0.02	-0.04	0.21	0.22
3	9:45	73.9	0.0	0	0	-0.05	-0.08	-0.06	-0.09	-0.06	-0.07	-0.04	-0.07	0.16	0.17
4	9:51	98.0	0.0	0	0	-0.06	-0.10	-0.08	-0.12	-0.09	-0.10	-0.06	-0.09	0.08	0.10
5	9:58	121.8	0.0	0	0	-0.08	-0.12	-0.12	-0.14	-0.12	-0.13	-0.09	-0.13	0.03	0.04
9	10:06	145.1	0.0	0	0	-0.10	-0.14	-0.14	-0.16	-0.14	-0.16	-0.11	-0.14	0.00	0.00
7	10:10	144.6	4.3	0	Э	-0.12	-0.15	-0.14	-0.18	-0.14	-0.16	-0.09	-0.13	0.11	0.09
8	10:12	143.5	8.3	0	2-	-0.12	-0.16	-0.16	-0.18	-0.14	-0.16	-0.08	-0.12	0.21	0.20
6	10:16	142.7	12	0	-10	-0.13	-0.18	-0.15	-0.20	-0.13	-0.16	-0.06	-0.13	0.30	0.28
10	10:19	142.9	16	0	-13	-0.14	-0.19	-0.15	-0.20	-0.13	-0.16	-0.05	-0.10	0.40	0.41
11	10:22	142.9	20	0	-16	-0.15	-0.20	-0.18	-0.21	-0.12	-0.16	-0.04	-0.10	0.51	0.52
12	10:28	142.6	24	0	-19	-0.16	-0.22	-0.16	-0.21	-0.12	-0.16	-0.02	-0.08	0.61	0.63
13	10:30	145.2	0	0	0	-0.11	-0.15	-0.16	-0.19	-0.16	-0.17	-0.10	-0.14	0.21	0.20
14	10:33	0.0	0	0	0	-0.02	-0.02	-0.05	-0.04	-0.03	-0.02	-0.01	-0.01	-0.12	-0.17
15															



Ensayos NMV1, 2 y 3 con excentricidad de 200 mm y axil N=300 kN. Deformaciones verticales en las cuatro bases. Los puntos son los resultados experimentales, las líneas continuas corresponden a la solución elástica del micro-modelo.

-O e1	e_1
·⊡ e3	e_3
- <b>-</b> e5	e_e5
••e7	e_e7





Ensayos NMV6, y 7 con excentricidad de 160 mm y axil N=500 kN. Deformaciones verticales en las cuatro bases. Los puntos son los resultados experimentales, las líneas continuas corresponden a la solución elástica del micro-modelo.

-O e1	e_1
-⊡ e3	—— e_3
- <b>=</b> e5	e_e5
-•e7	e_e7



Ensayos NMV 4, 5 y 8 con axil centrado de valor N=300 kN. Deformaciones verticales en las cuatro bases. Los puntos son los resultados experimentales, las líneas continuas corresponden a la solución elástica del micro-modelo.

-O e1	e_1
-⊡ e3	—— e_3
- 📕 e5	e_e5
- <b>-</b> e7	e_e7







#### 4.6 Anejo fotográfico

#### 4.6.1 Modos de rotura en los ensayos de compresión excéntrica







CE 45-1



CE 45-2









CE 60-2







CE90-1











CE-45-3





CE60-1













CE 150-2



CE 175-1

















CE205-2





CE205-3



Construcción de unos muretes de la serie CE

# NMV 1





NMV 2



4-129





NMV 5





Rotura súbita a V=127









## Capítulo 5

### Propuesta de metodología de análisis de estructuras históricas de fábrica incluyendo diagramas de interacción simplificados

(FUTURE) (*This page left intentionally blank*) ACI 530-99. Building Code Requirements for Masonry Structures. Chapter 3: LIMIT STATES DESIGN

Este quinto capítulo propone una metodología general de análisis que permite aplicar los diagramas de interacción obtenidos en los capítulos anteriores con el fin de evaluar la seguridad de estructuras históricas de fábrica.

El primer apartado pasa revista a algunos de los principales tipos de elementos estructurales, analizando su forma de trabajo y los esfuerzos a los que están sometidos, sus particularidades constructivas, de análisis, formas de colapso y valores tradicionalmente empleados para el dimensionamiento, extraídos de reglas empíricas que alcanzaron gran difusión desde el gótico tardío hasta el siglo XX. Estas reglas se han extractado de los trabajos recopilatorios de S. Huerta [97] para edificación y J. A. Martín-Caro [15] para puentes.

El punto 5.2 plantea unas directrices mínimas para establecer en cada estudio concreto unas bases de cálculo. Se hace una revisión de principios y una propuesta de formato de seguridad que tiene en cuenta las incertidumbres descritas en el capítulo 1. Se describen los niveles de análisis con especial atención en la aplicación de los diagramas de interacción desarrollados teórica y experimentalmente en los capítulos 2 a 4.

Finalmente, en el punto 5.4 se presenta una herramienta informática para el auxilio en el análisis de segundo nivel de elementos estructurales. Esta

herramienta obtiene esfuerzos en la estructura a partir de soluciones equilibradas y coherentes con el comportamiento de la fábrica, incorpora las técnicas de caracterización mecánica y generación de diagramas de interacción y enlaza con los criterios dados en las bases de cálculo propuestas en este capítulo.

El anejo 5.4 sintetiza los métodos actualmente disponibles para el reconocimiento de las propiedades de la fábrica en edificios históricos.

#### 5.1 Identificación de elementos estructurales

El análisis de la estructura y su modelización exige, como paso previo, la identificación de los elementos estructurales. Sucede con frecuencia que las estructuras de fábrica, generalmente de tipo masivo, no dejen ver cuáles son sus elementos resistentes, debido a la existencia de postizos, ornamentos, rellenos y otros cuerpos que disfrazan el esquema estructural [1].



**Figura 5.1** Algunos elementos estructurales típicos en a) un templo cristiano de varias naves, b) un edificio civil, y c) un puente de fábrica.

La figura 5.1 muestra los principales elementos de construcciones representativas, la figura *a* describe gráficamente algunas partes prototípicas de un templo cristiano, en este caso una catedral gótica [98]; en *b* se reproduce una sección de un edificio de fábrica según Viollet le Duc [99] y la figura *c* muestra los elementos principales en un puente de fábrica [15].

La simple descripción, aún muy somera, de los elementos arquitectónicos y estructurales utilizados a lo largo de la historia y en distintas geografías precisaría un tratado de Historia del Arte, que no se quiere en ningún modo incluir aquí. El alcance de la descripción, que no se pretende exhaustiva, es

diferenciar los principales elementos para poner de manifiesto las particularidades de su forma de trabajo y análisis. Para ello se ha creído conveniente establecer la siguiente diferenciación de las construcciones (que admite, por supuesto, solapamientos e innumerables ramificaciones):

- Edificación religiosa o civil
- Obras públicas, como puentes de fábrica y viaductos
- Edificación con fines defensivos, fortificaciones y murallas
- Torres
- Otras construcciones, como faros, obras portuarias, presas, canales, depósitos, etc.

#### 5.1.1 Edificación religiosa y civil

Se incluyen en esta categoría una diversidad de construcciones de distintos estilos con algunas características comunes. Se trata de edificios cuya función es cerrar y cubrir un espacio para destinar su interior al uso previsto.

Las construcciones religiosas incluyen iglesias, basílicas y catedrales. Suelen tener una altura considerable con una cubierta única, mientras los edificios civiles pueden contar varias plantas materializadas por forjados de madera o bóvedas de fábrica.

Las acciones principales solicitantes son las gravitatorias y el viento. La misión portante vertical se encomienda a muros de fachada e interiores o soportes, bien aislados, bien trabados por arcadas. Los empujes horizontales deben ser resistidos por muros, dotados del espesor suficiente, o por sistemas diseñados al efecto como estribos, arbotantes y botareles.

Las cubiertas, que pueden estar duplicadas, pueden ser planas o inclinadas, conformadas por forjados, artesonados o cerchas de madera o abovedadas de fábrica. Los edificios de cierta importancia pueden estar rematados por elementos como torres, cúpulas, cimborrios, etc.

A continuación se relacionan algunos elementos estructurales que suelen estar presentes, apuntando sus características principales, formas de inspección y caracterización, y las particularidades que requiere su análisis.

#### Cimentación

La cimentación de muros portantes y soportes puede variar entre una simple prolongación del elemento dentro del terreno hasta la formación de diversas capas que, eventualmente, amplían su sección ataluzándose. En ciertos terrenos pueden encontrase pequeños pilotes de madera bajo un entablado de madera, base de la fábrica de la zapata. La cimentación típica de muros es en zapata corrida, mientras la de soportes y pilares suele tener forma troncocónica, de tronco de pirámide o de bloque paralepipédico, figura 5.3.a.

Las fábricas que forman la cimentación suelen ser muy cuidadas en grandes edificios y épocas de alto nivel técnico, pero de peor calidad y ejecución que los elementos superiores en épocas de declive constructivo, figura 5.2.a y b.



**Figura 5.2** a) Cimentación romana del siglo IV en Beauvais [98] y b) cimentación medieval en Soissons, siglo XII

A diferencia del caso de bóvedas y estribos, en que se conocen numerosas reglas de dimensionamiento no sucede así con las cimentaciones. Asimismo, existen pocas descripciones sobre cimentaciones observadas. Viollet le Duc examinó las cimentaciones de Amiens y Nôtre-Dame de Paris. La figura 5.3.b reproduce el perfil de la cimentación de Amiens. Se trata de una banqueta de unos 8 m, con un talud aproximado 1H:2V, formada por fábrica compuesta por caras exteriores de sillería bien ejecutada de 300 a 400 mm de alto y un relleno de hormigón ciclópeo, ejecutado en "gruesos trozos de pedernal embutidos en un mortero muy duro y muy bien hecho".

Es frecuente que no exista información sobre la cimentación, siendo deseable la determinación mediante catas o perforación con extracción de testigo o endoscopia. La figura 5.58 muestra la perforación y obtención de los estratos de cimentación de los muros de San Marcos en Venecia. La figura 5.3.c muestra el aspecto de una cata junto a un botarel de la catedral de Palma de Mallorca.

Posibles incidencias que se pueden presentar son las derivadas de construcciones sucesivas. La figura 1.3 muestra el caso de la catedral gótica de León levantada sobre cimentaciones precedentes. En otras ocasiones, la construcción posterior (o anterior, ignorada) de criptas y galerías puede socavar o interferir con las cimentaciones. Así sucedía precisamente en León, donde Demetrio de los Ríos se vio en la tesitura de macizar las cavidades de las termas romanas que comprometían la cimentación de muros y pilas [4]

Por otro lado, se debe tener en cuenta que la planificación del proyecto podía diferir mucho del concepto actual. Son muchos los casos en que, ya echada la cimentación e incluso bien avanzada la construcción, no estaba decidida la traza final del edificio, y por tanto su altura y carga sobre la cimentación. Ejemplo paradigmático es la discusión sobre la conclusión del *duomo* de



**Figura 5.3** a) Sección de Beauvais (Chami) mostrando la cimentación. b) Sección de la cimentación de un estribo en Amiens (Violet le Duc). c) Fotografía de una cata de la cimentación de un estribo de Palma de Mallorca

Milán [100]. Esta circunstancia puede acarrear problemas estructurales causados por la concepción original.

La traba entre la fábrica del elemento cimentado y su cimentación es otro aspecto de interés, aunque raramente puede confiarse en que exista.

En general, el cálculo de las zapatas corridas puede abordarse como elementos planos sometidos a las acciones del muro y con un nivel tensional de contacto en general reducido. Tridimensionalmente debe tenerse en cuenta la excentricidad de la carga permanente y su influencia en los giros (de *torsión*) que pueden manifestarse como desplomes de la fábrica superior.

Las zapatas aisladas pueden calcularse por métodos de equilibrio teniendo en cuenta que la traba puede ser deficiente, lo que influye en las hipótesis admisibles en cuanto al ángulo de difusión de las cargas verticales y la consideración de la rigidez del elemento. Ante cargas verticales centradas o no y empujes horizontales pueden plantearse esquemas de bielas y tirantes contando con el rozamiento en la base de la zapata. La figura 6.1.19 muestra un ejemplo de tales mecanismos.

Relacionado con este elemento están las condiciones geotécnicas. Es importante caracterizar las propiedades de deformabilidad y resistentes del terreno (módulo de deformación longitudinal, coeficiente de balasto, carga de hundimiento, nivel freático, propiedades expansivas, etc.).

#### Muros

La función principal de los muros es la de conducción de las cargas verticales, aunque según las tipologías constructivas, pueden tener encomendada la transmisión de empujes de bóvedas, como sucede en los masivos muros románicos.

Existen casos de solicitación predominante fuera del plano como en los muros sometidos a contención de material granular, ya sea el terreno o rellenos de los senos de bóvedas. Un tipo de muro con una solicitación

preponderante fuera del plano son los hastiales de iglesias o catedrales que reciben el empuje perpendicular de los arcos perpiaños de las naves. Frecuentemente estos muros reciben los empujes en cotas altas, donde la compresión de peso propio es reducida, por lo que suelen estar dotados de estribos o contrafuertes. En estos casos, la posición de los empujes recibidos y de los puntos de arriostramiento define la forma de trabajo en flexión fuera del plano con compresión moderada.

Un aspecto muy importante es la presencia de huecos, que en el gótico más transparente llega a difuminar la propia esencia del elemento. En estos casos se precisa como mínimo llevar a cabo un análisis plano, elástico en



**Figura 5.4** Silla de la Reina, catedral de León. Muros de tres hojas 200-400-200 mm. La albardilla superior salvaguarda la durabilidad de los muros frente a la infiltración de agua. [102].

principio, para conocer las trayectorias del descenso de cargas.

Para elementos que sobrepasan un cierto espesor, en torno a 500 mm, la sección del muro será casi siempre compuesta, contando con caras exteriores de fábrica de buena calidad material y de labra y aparejo, y un relleno interior de fábrica de menor calidad o, simplemente, cascotes (figura 5.6). En ocasiones cada cierto número de hiladas se disponían sillares perpiaños, figura 5.5, izqda.

El análisis de los muros puede hacerse a nivel seccional, evaluando los esfuerzos mediante cálculos planos, ya sea en el plano del muro (presencia de huecos) o fuera del plano, por unidad de ancho mediante líneas de empuje. Debe tenerse en cuenta la excentricidad de la carga vertical de forjados que apoyan en el muro. Los muros suelen ser masivos, no obstante debe tenerse en cuenta la posible influencia de la esbeltez según se describió en 2.3.3. Para espesores importantes se ha puesto de manifiesto [103] la importancia de la formación de bóvedas de descarga así como la inclusión de materiales más rígidos en remates de huecos y cornisas. Estos aspectos necesitan un modelo tridimensional para ser evaluados.



**Figura 5.5** *Izquierda, muro compuesto románico con hiladas de perpiaños. Derecha, resistencia y rigidez relativa de fábricas* a) *simple,* b) *armada,* c) *compuesta y* d) *compuesta y confinada por armadura horizontal* 

La comprobación seccional debe tener en cuenta la presencia de pilastras o regruesados, siempre que la traba esté asegurada, lo que no sucede en el caso de estribos ejecutados como refuerzo *a posteriori*.

El análisis de los muros compuestos es extremadamente complicado debido a la dificultad de valorar la contribución de un relleno cuya compatibilidad de deformaciones con las hojas principales es muy incierta. Como orden de magnitud, la figura 5.5 (derecha) [104]

muestra algunas experiencias comparativas entre muros homogéneos y compuestos. Como puede verse, el deterioro de propiedades se puede valorar como una caída hasta del 50%. Para tener en cuenta las distintas calidades del posible relleno se hacen algunas propuestas en 5.2.3.

En este sentido merece hacerse una consideración sobre el aparejo de las caras resistentes. En el capítulo 2 ha quedado establecida la importancia de la relación entre el espesor de las juntas de mortero y el alto de las piezas, parámetro  $\alpha$ , que influye positivamente en la rigidez y resistencia de la fábrica simple. En secciones compuestas, sin



**Figura 5.6** *Muro compuesto.* a) *separación de hojas y* b) *efecto beneficioso de un espesor de tendeles grande* 

embargo, las juntas idóneas serán algo más gruesas, ya que de lo contrario la diferencia de rigidez entre caras exteriores y relleno será demasiado acusada haciendo imposible la compatibilidad de deformaciones entre ambos materiales. La figura 5.6 [99] describe gráficamente este efecto y señala la

grieta B-B, que hoy llamaríamos de rasante vertical. La opción b) de tendeles más gruesos da una fábrica exterior de menor calidad pero permite contar con toda la sección resistente.

Otro aspecto constructivo que puede acarrear *sorpresas* es la conocida creencia medieval de que los empujes se recibían mejor en los muros si se embebían maderos (durmientes) en el sentido longitudinal a la altura del arranque de las bóvedas (figura 5.9, letra C). Es necesario tener en mente esta posibilidad ante posibles patologías derivadas de la pudrición de la madera privada de ventilación. Una simple cata hasta el núcleo del muro por encima del arranque de las bóvedas puede ayudar a aclarar la situación.

Las reglas históricas de dimensionamiento [97], dan valores del espesor t del muro en función de la luz del vano que arriostran L, en torno a t=L/10 (los góticos Ungewitter y Lechler). Fray Lorenzo de San Nicolás (s. XVII) da valores entre L/6 para muros que arriostran bóvedas de piedra hasta L/7 si las bóvedas son tabicadas; en ambos casos se cuenta con contrafuertes con espesor doble que el del muro. En caso de muro sin contrafuertes las proporciones serían de L/3 hasta L/5, para piedra y tabicas, respectivamente. Para muros que sólo reciben las cargas de cubierta y no centran empujes de bóvedas se recomiendan espesores entre L/7 y L/8.

#### **Soportes**

La función resistente principal de los pilares es, por supuesto, la de sustentar las cargas verticales. Además se debe tener en cuenta la excentricidad del axil y los empujes horizontales de bóvedas, arcos y cúpulas.

Las secciones pueden presentar la heterogeneidad ya descrita para los muros de dimensiones importantes, figura 5.7.



Figura 5.7 Sección de un pilar de la nave de la catedral de León

En otros casos, de cuya importancia parece que fueron conscientes los constructores, la sección de las es maciza, con sillares de perfecta labra y estereotomía y con morteros especialmente cuidados. Un ejemplo notable es el de las pilas de la catedral de Palma de Mallorca (ver 6.1).


**Figura 5.8** Secuencia cinemática de colapso de una sección transversal de iglesia de tres naves. En la fase 4 se aprecia el fallo por inestabilidad de los lóbulos de los pilares principales

Además, son comunes las secciones lobuladas, con pies derechos o columnillas adosadas que pueden o no llegar hasta la base y cuya consideración o no como parte de la sección resistente debe hacerse con precaución ya que la traba no está siempre asegurada y los lóbulos sufren el riesgo de fallar por inestabilidad antes del colapso global de la pieza (figura 5.8.(4)). La contribución a la seguridad de estos lóbulos o nervaduras puede no ser despreciable [105].

En pilas de catedrales debe tenerse en cuenta la presencia del triforio, galería que recorre el muro de las naves laterales, figuras 5.1 y 5.9. Esta galería

supone una reducción considerable de la sección a lo largo de un tramo prolongado en altura. El triforio debe tenerse en cuenta en los cálculos de estructura y seccionales.

El análisis global de esfuerzos puede hacerse en modelos tri o bidimensionales en el plano de la sección transversal dentro del esquema de colapso que describe la figura 5.8 [5]. Para el análisis mediante líneas de empuje debe tenerse en cuenta la elección horizontal de las secciones de cálculo según se describe en 5.4.

Al igual que en el caso de muros, la esbeltez de la pieza debe ser considerada mediante los métodos descritos en 2.3.3. Ver, por ejemplo, 6.1.

Una solicitación que debe ser tenida en cuenta en el análisis de soportes es la de los movimientos impuestos. Éstos pueden deberse a cedimientos de la cimentación o el terreno, causando asientos impuestos en el apoyo. Otra causa puede ser la de movimientos generales del edificio originados por causas diversas. Este es, por ejemplo, el caso del derrumbe parcial de las bóvedas aledañas al crucero en la catedral de León que afectó a la Capilla del Carmen [4].



**Figura 5.9.** Nave de Notre-Dame de Dijon mostrando el triforio, D.

En particular, los pilares vinculados a sistemas estructurales de gran rigidez, como los pilares torales del crucero de catedrales (primer colapso de Beauvais [106]) o los que soportan una esquina de una torre o cimborrio pueden ver comprometida su estabilidad por los movimientos a los que se ve arrastrada su cabeza por desplazamientos experimentados por el elemento superior.

Para tener una referencia sobre las dimensiones tradicionales, se cita el manuscrito de Rodrigo Gil de Hontañón de tradición gótica (s. XVI) [97] que da el diámetro D, de pilares de iglesias salón en función de las luces del tramo  $L_1$  y  $L_2$  y la altura de las bóvedas H:

$$D = 0.913\sqrt{H + L_1 + L_2} \text{ (todas las dimensiones en m)}$$
(5.1)

## Arcos y bóvedas

Hay distintos elementos cuyo funcionamiento resistente es de arco. Puede tratarse de arcos exentos, arcos solidarios a tímpanos, arcos integrantes de una bóveda cilíndrica o arcos que forman parte de bóvedas nervadas compuestas.

La función resistente es soportar el peso propio y el peso de rellenos o enjutas macizas, a diferencia de las bóvedas de puentes que soportan además cargas móviles. Ocasionalmente pueden estar solicitados por sobrecargas, por apoyo de cubiertas por ejemplo.

El funcionamiento de estos elementos depende de cómo estén arriostrados por sus estribos. El análisis tiene, por tanto, dos puntos de interés; el equilibrio del elemento supuesto convenientemente estribado y la estabilidad de los elementos sustentantes.



**Figura 5.10** Sección perspectiva de una bóveda de cañón construida sobre arcos costilla como cimbra permanente. En C se aprecian los durmientes de madera.. Viollet le Duc

Las sucesivas secciones de una bóveda de cañón pueden considerarse arcos que se analizan por unidad de longitud paralela al eje de la bóveda. En ocasiones, el cañón presenta regruesados del canto que constituyen arcos perpiaños de refuerzo, si bien en construcción pudieron utilizarse como cimbra [99]. El reparo de carga entre arcos y bóveda dependerá de la proporción de su rigidez relativa y de la concentración de la reacción horizontal dada por la posición de los posibles contrafuertes exteriores y machones interiores que rigidizan el muro. Figura 5.10.

En las distintas bóvedas de crucería y en rincón de claustro se tienen tres tipos de arcos, los formeros, los perpiaños o transversales y los diagonales, figura 5.11, Heyman). También pueden existir otros nervios, terceletes, que conectan los anteriores arcos entre sí.



Figura 5.11 Formas de bóvedas de crucería y entramado de arcos [97]

La naturaleza resistente o decorativa de los nervios no siempre es fácil de determinar. Para conocerla se debe indagar sobre cómo debió ser el proceso constructivo. Puede admitirse que los nervios serán resistentes si sirvieron como cimbra de la plementería, por ejemplo siguiendo el proceso descrito en el tratado de Rodrigo Gil (1550) [97] en que "primero se construye una plataforma sobre el nivel de los arranques, sobre ella se replantea la traza en planta de los nervios y se colocan las cimbras para los nervios, se construyen los nervios y se construye la plementería entre los nervios". En este caso se tiene un entramado tridimensional de arcos que recibe las cargas de las bóvedas que cubren los espacios intermedios. La carga sobre cada arco se puede entonces determinar mediante un reparto isostático en planta que depende de la disposición geométrica de la plementería.

En cualquier caso, existan o no físicamente los nervios diagonales y arcos formeros, a efectos de cálculo puede suponerse que existen como parte del mecanismo resistente [144] embebidos en el espesor de la fábrica.

El análisis límite y de esfuerzos siempre puede abordarse por rebanadas planas reales (en el sentido de corresponder a un patrón de fisuración observado) o ideales, en análisis encaminados a evaluar la seguridad.

La geometría de los arranques de los arcos puede ser muy inclinada e incluso vertical, por lo que para lograr obtener líneas de empuje válidas, debe contarse con la acción del relleno de los senos. Esta contribución es

extraordinariamente importante, hasta tal punto que la verdadera bóveda puede calcularse a partir de la cota de rellenos que suele situarse a una altura sobre arranques entre  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{2}{3}$  de la flecha de los perpiaños. Figura 5.12.



**Figura 5.12** *Rellenos en los senos de las bóvedas* a) *esquema tipo en bóveda cuatripartita*, b) *sección de las bóvedas altas de León (Juan de Madrazo)* y c) fotografía desde el extradós, también en León

A nivel seccional existe una importante diferencia entre los arcos formeros y perpiaños. De nuevo por razones constructivas, el aparejo de los perpiaños solía constar de dos roscas superpuestas sin traba. La superior contaba un pequeño voladizo destinado a apoyar las costillas de la plementería. Se trata por tanto de un arco sobre otro arco o un arco aparejado en varias roscas, con el riesgo consiguiente de fallo por rasante. De modo simplificado y conservadoramente, se puede analizar el arco perpiaño con el canto de las dovelas inferiores tan solo. Los formeros presentan una única rosca, figura 5.13.b [99].



Figura 5.13 Aparejo de arcos a) perpiaños y b) formeros

En cuanto al trazado hay que distinguir los tres tipos básicos en función del peralte: arcos de medio punto, rebajados y apuntados. Los empujes y nivel de axil, a igualdad de luz y cargas, son mayores al disminuirse la relación flecha/luz. El tipo ojival apuntado muestra una forma diferente de colapso por formación de mecanismo, con elevación de la clave y vuelco de los riñones hacia el intradós, al contrario que los arcos y bóvedas de medio punto y rebajados, con descenso de clave y giro hacia el extradós ante carga simétrica.

[97] recoge reglas de dimensionamiento de los siglos XVI al XVIII, entre ellas las de Rodrigo Gil y Lorenz Lechler para los distintos nervios, tabla 5.1.

Arco	t/L*		
1100	Gil	Lechler	
Perpiaño	1/20	7/150	
Diagonal	1/24	1/30	
Terceletes	1/28	-	
Formero	1/30	-	

 Tabla 5.1 Relaciones espesor de los arcos / luz del tramo en bóvedas compuestas

(\*) Luz de un tramo cuadrado, para tramos rectangulares, considerar la semisuma de las luces

Para bóvedas de puentes, las proporciones son más moderadas, varían notablemente con la luz y están en el entorno de 1/10 a 1/12 de la luz.

## Arbotantes

Los arbotantes son esencialmente arcos planos exentos. Se diferencian en lo peculiar de su trazado (típicamente un extradós recto inclinado y un intradós curvo) pero sobre todo en su función de arriostramiento de otros elementos. La luz es la de las naves laterales que salvan, siendo valores típicos 4 ó 5 m, llegándose a 8.50 m (Mallorca) y hasta más de 10 m (París).

La misión resistente, además de la obvia de soportar su peso propio, es la de soportar empujes externos esencialmente horizontales y, en combinación con su peso, conducirlos a otras partes más bajas de la estructura.

El análisis de los arbotantes debe centrase en determinar el intervalo de empujes que es capaz de soportar para las situaciones de mayor o menor empuje externo.

El arbotante tiene carácter de *elemento intermedio*, entre el elemento arriostrado por él y su propio estribo. El elemento arriostrado, bóveda, muro, etc., impone unos empujes que pueden llamarse *activos*. En ausencia de tales empujes, es el arbotante el que necesita ser estribado por el elemento anterior además de por su propio estribo. Esta última situación de equilibrio se caracteriza por un empuje mínimo, estado *pasivo* del arbotante. El elemento debe ser capaz de funcionar con cualquier nivel de solicitación entre estos límites.

El empuje pasivo o mínimo puede obtenerse mediante cálculo de líneas de empuje hasta encontrar aquella línea límite que proporciona el mínimo valor de la reacción horizontal necesaria. Esta línea pasa por los extremos y es tangente al contorno superior.

Para obtener el máximo empuje activo se distinguen 2 casos. Cuando la silueta permite trazar una recta entre los extremos, y cuando la curvatura del contorno superior lo impide, figura 5.14.a y b. En el primer caso el máximo

empuje es, en principio ilimitado y corresponde a alguna recta que une ambos extremos. En el segundo caso la limitación es geométrica (además de tensional, en su caso), hallándose el máximo para una línea de empuje que une los extremos y es tangente al contorno inferior.



**Figura 5.14** *Empujes pasivos y activos en arbotantes* a) *cóncavos, o que admiten al menos una recta entre sus extremos contenida en la fábrica y* b) *convexos, o con curvatura acusada en el contorno superior, que no la admiten* 

En multitud de secciones transversales góticas, los arbotantes se presentan por parejas. Sus funciones son diferentes: mientras el arbotante bajo recibe los empujes de las bóvedas de la sección transversal, el arbotante alto arriostra los muros altos y soporta las sobrecargas de viento sobre las cubiertas. En otros casos se tiene un único arbotante que desempeña ambas funciones (figura 5.15 [97]). Para viento en calma y, en general, dado lo rebajado de las cubiertas usuales en España, el arbotante alto estará solicitado por empujes activos menores.



**Figura 5.15** Sección transversal de una gotica alemana con arbotante único y efecto del viento. En azul la línea de empuje para cargas gravitatorias, en rojo para viento

Tradicionalmente se calculan las líneas de empuje, tanto activas como pasivas, con entrada horizontal en la interfaz con el elemento arriostrado. La razón puede ser constructiva, ya que no siempre existe traba entre la fábrica del arbotante y la de los muros. No se encuentra sin embargo inconveniente en contar con alguna componente vertical positiva o negativa, limitada por el rozamiento. En ocasiones, existen pies derechos en el encuentro que pueden aportar reacción vertical hacia arriba, (figura 5.16). Los empujes de las bóvedas no están tampoco *obligados* a no tener componente vertical, pudiendo contarse con una cierta inclinación hacia abajo.

En cuanto al punto de aplicación de la resultante de empujes activos, debe situarse en consecuencia con el análisis realizado sobre las bóvedas considerando el relleno de los senos.



**Figura 5.16** a) Detalle del arquillo de apoyo de los arbotantes bajos de Mallorca. b) Detalle del apoyo sobre columnillas de los arbotantes bajos de Beauvais

## Dinteles

Los dinteles son un caso particular de arco cuya función resistente es de cargadero sobre huecos en fachadas, como puertas y ventanas. Son arcos de directriz aparentemente recta. Se dice "aparentemente recta" porque en su espesor debe contener un arco, es decir, debe *caber* una línea de empuje curva. También puede interpretarse su mecanismo resistente como el de una viga *pretensada*, el axil en este caso lo proporciona el muro de fachada que lo recibe.

Los dinteles pueden constar de un solo monolito o estar aparejados mediante dovelas, a veces acuñadas. Para la comprobación de las secciones se debe, especialmente en estos elementos, tener muy en cuenta la orientación del aparejo, ya que la más adecuada es la perpendicular al aparejo del muro en que está contenido.

Es posible que si sobre el dintel existe un muro (sin huecos próximos que lo perturben) se haya formado un arco de descarga superior. En este caso, la

carga real que gravita sobre el cargadero puede determinarse mediante análisis de líneas de empuje en la fachada, observando la fisuración existente o aproximadamente, contando una altura de muro igual a 0.6 la luz del vano [FL-90].

A diferencia de la práctica habitual sobre cargaderos formados por vigas de hormigón o acero, se considera que no debe considerarse el efecto beneficioso del empotramiento creado por la carga vertical sobre la longitud de dintel situada en la entrega a las jambas, ni siquiera en el caso de dintel monolítico, ya que se debe prever la apertura de una o varias fisuras en centro de vano, o a negativos en la sección de apoyo, figura 5.17.



**Figura 5.17** *Dintel partido en el vano (intradós) y en apoyos (extradós) en la fachada del Monasterio del Escorial* 

# Cúpulas

Se consideran cúpulas de fábrica las láminas no formadas por entramados de nervios resistentes y plementería *isostática*, como es el caso de las bóvedas de crucería cimbradas sobre sus nervios.

La forma de trabajo es más favorable que en arcos y bóvedas por el efecto tridimensional de las tensiones circunferenciales. Ello hace posible esbelteces mucho mayores que en arcos y bóvedas y la construcción sin cimbra y sin clave.

En la práctica, el efecto tridimensional se verá truncado por la fisuración debida a varios efectos:

- movimientos producidos por el descimbrado
- asentamientos de los elementos sustentantes
- movimientos termo-higrométricos
- tracciones propias de las soluciones elásticas que en principio intentará adoptar la estructura
- movimientos resultantes de solicitaciones dinámicas en terremotos pasados

Por esta razón, son posibles los análisis límite sobre gajos reales (correspondientes a la fisuración observada) o ideales. Ver figura 5.18 y apartado 6.3.



**Figura 5.18** Agrietamiento característico en el Panteón de Roma y la cúpula de Santa Maria del Fiore en Florencia

La solicitación casi exclusiva es el peso propio o cargas repartidas de cubierta. En determinados casos las cubiertas se apoyan sobre palizadas que constituyen cargas puntuales de mayor o menor importancia. Es frecuente que la cúpula, con o sin óculo superior cuente con una linterna que supone una importante carga concentrada que genera flexiones locales y la elevación de la cota a partir de la cual se desarrollan las tracciones circunferenciales. El equilibrio de la cúpula bajo la linterna puede conseguirse mediante un anillo de compresión que puede estar materializado y diferenciado mediante un regruesado y aparejo al efecto o constituirse *espontáneamente* dentro del espesor de la bóveda.

La *trampa* frecuente de las cúpulas es su duplicidad. Ejemplos que van desde la triple cúpula de Wren en San Pablo de Londres, o San Marcos de Venecia, figura 5.19, hasta las cúpulas resistente y colgada [14] de la basílica de los Desamparados de Valencia. La determinación de las geometrías de las sucesivas hojas puede no resultar en absoluto sencilla.

Las cúpulas múltiples son estructuralmente independientes, aunque no es ese el caso de las cúpulas de gran espesor construidas en dos hojas, como San Pedro, figura 5.20 o Santa María del Fiore, figura 5.18. En este caso la línea de empuje puede circular por entre las dos cáscaras, ya que la resultante de las compresiones sobre una sección dividida puede encontrase en un punto interior aunque éste no pertenezca a ninguna de las zonas macizas.

Las cúpulas comparten con las bóvedas y arcos la importancia del relleno en la zona de arranques y la dependencia de los contrafuertes y elementos sustentantes, si bien una regla extendida entre los arquitectos [97] establecía que una cúpula de revolución necesita un estribo mitad que una bóveda de igual luz.



Figura 5.19 Cúpulas múltiples en San Pablo de Londres y San Marcos de Venecia

Las cúpulas se acompañan, además, de otros elementos característicos, como el tambor, a menudo provisto a posteriori de tirantes metálicos, los muros de realce y los contrarrestos bajos (semicúpulas o arcos), además de los mencionados óculos y linternas.

Fontana, recogido en [97] dedujo algunas proporciones geométricas *óptimas* para cúpulas de revolución observando realizaciones italianas notables. Su escrito tuvo repercusión también en España, por ejemplo en la construcción de la Cúpula de San Francisco el Grande. El espesor del tambor se fija en un décimo de la luz de la cúpula, el espesor en el arranque, tres cuartos de éste. El diámetro del óculo un sexto de la luz y la proporción entre el área de paredes que sostienen la cúpula y la superficie neta cubierta por ella dos tercios.



**Figura 5.20** *Diseños de Bramante y Miguel Ángel para San Pedro, el segundo incorpora la doble hoja desde riñones* 

Para evaluar los posibles problemas de inestabilidad local, Heyman [145] cita indirectamente a otros autores para proponer la expresión (5.2) que da el orden de magnitud de la tensión crítica de pandeo local:

$$\sigma_{cri} = 0.2E \frac{t}{R} \tag{5.2}$$

donde E, es el módulo de elasticidad del material, t el espesor y R el radio de curvatura.

#### **Botareles y estribos**

Los estribos aparecen adosados a los muros, siendo el espesor total de la fábrica igual al del estribo más el de los pilares o retranqueo al interior del muro.

Los botareles que forman parte, junto con los arbotantes, de sistemas de arriostramiento de bóvedas, tienen la función resistente de absorber finalmente la mayor parte de los empujes horizontales, conduciéndolos hasta la cimentación.

El equilibrio de los arbotantes, mucho más esbeltos, requiere de los botareles una gran rigidez que mantenga invariable su luz.

Los pináculos que con frecuencia coronan estos elementos tienen la función de proporcionar un cierto nivel mínimo de axil que impida el fallo por cortante (deslizamiento) en las secciones altas donde se recibe el empujes de los arbotantes, figura 5.21 [107].



**Figura 5.21** *Esquema del funcionamiento de un botarel y misión del muro alto o pináculo* 

Para la evaluación de la seguridad del elemento debe tenerse en cuenta la necesidad de adoptar secciones horizontales en el cálculo de líneas de empuje, apartado 5.4 En el equilibrio global de la estructura de la que forman parte, la masividad de estos elementos puede introducir solicitaciones espurias en el cálculo, si no se considera la secuencia del proceso constructivo, ver 6.1.

Las reglas empíricas concernientes al canto de los contrafuertes son numerosísimas. Se incluyen a continuación algunas de las más influyentes recogidas en [97].

El canto c, de un contrafuerte de una bóveda compuesta de altura H dado por Rodrigo Gil de Hontañón (s. XVI) viene dado por (5.3):

$$c = 1.217\sqrt{H + \frac{1}{3}\sum N}$$
 (todas las dimensiones en m) (5.3)

siendo  $\Sigma N$  la suma de las longitudes de todos los nervios que acometen al contrafuerte.

Una regla extensamente utilizada es la de Blondel, coincidente con la de Martínez de Aranda. No tiene en cuenta la altura que se supone igual o próxima a la luz del vano. Su construcción es geométrica, basándose sólo en la curva del intradós. El arco se divide en tres partes de igual desarrollo, el punto que delimita la primera de estas partes se proyecta sobre la horizontal a nivel de los arranques. El espesor necesario es la distancia del arranque a aquella proyección. Esta regla conduce a espesores del orden de L/4 para arcos de medio punto, L/3 para arcos rebajados y L/5 ó L/6 para arcos apuntados.

Ungewitter da una proporción para estribos góticos de L/4.14 mientras Palladio maneja 1/3. Fray Lorenzo de San Nicolás distingue los casos según los materiales usados en las bóvedas, para bóvedas de piedra recomienda (muro+contrafuerte) 1/6+1/3, en ladrillo 1/7+1/3 y si las bóvedas son tabicadas 1/8+1/4.

El ancho del contrafuerte debe ser, según Lechler, la mitad del canto.

# Agujas

Las agujas de fábrica que coronan torres suelen presentar una planta octogonal. Heyman ha tratado el tema, en la referencia citada. Los parámetros geométricos principales son el semiángulo de abertura, que varía típicamente entre 4° y 8° y la esbeltez o relación entre el diámetro en la base y el espesor  $\phi/t$ . Ungewitter establece como regla empírica que el parámetro anterior debe estar comprendido entre 24 y 30 para fábricas de resistencia baja, pudiéndose alcanzar esbelteces entre 30 y 36 para fábricas más resistentes.

Heyman preconiza el análisis de tales agujas octogonales mediante las ecuaciones de membrana deducidas para un cono (particularmente sencillas). Para que se pueda inscribir un cono dentro de la sección octogonal, la esbeltez  $\phi/t$  debe ser menor de 26. En estas condiciones, el análisis para detectar la presencia de tracciones anulares o a lo largo de la directriz bajo peso propio y viento es muy sencillo.

Es posible generalizar el análisis anterior a casos de agujas caladas concentrando las fuerzas del análisis de membrana.

El equilibrio de la coronación es esencialmente el de un cono macizo con un Figura 5.21 Aguja neogótica peso adicional en el vértice, debido al contrapeso de la veleta o a la clave.



de la 5ª Parroquia en Bilbao

# 5.1.2 Obras públicas, puentes de fábrica

Esta tipología ha sido estudiada con profusión en una reciente tesis [15]. En el capítulo IV *"Elementos estructurales y función resistente. Daños"* se tratan los elementos estructurales con función resistente de forma pormenorizada. En este subapartado se extractan algunos aspectos fundamentales.

## Cimentación

Reseñar la importancia de la cimentación en cualquier construcción resulta una obviedad. En esta tipología debe hacerse especial hincapié ya que, en muchas ocasiones, la cimentación se encuentra en el lecho de ríos, sometida a los riesgos adicionales de erosión, pérdida de material, descalce y socavación provocadas por la acción del agua, especialmente en avenidas ocurridas a lo largo de la larga historia de la estructura. El tratamiento de la cimentación, más allá del cálculo se centra en conocer su estado actual. El elemento es generalmente inaccesible y la dificultad de reunir información es especialmente grave en este caso.



**Figura 5.22** *Cimentación superficial por medio de zapata de sillería con relleno de mampuesto rígido* 

La referencia citada clasifica las cimentaciones de puentes de fábrica atendiendo a dos criterios; la tipología superficial o profunda, y el material sillería y madera u hormigón.

Debido al desconocimiento de la Geotecnia hasta bien entrado el siglo XIX, la cimentación superficial sólo se elegía cuando el estrato accesible era claramente competente, en general, roca. En estas condiciones la tensión admisible es elevada y las dimensiones de la zapata resultan entonces poco mayores que las de la pila, lo que conduce a zapatas rígidas. Las cimentaciones superficiales sobre terrenos no tan competentes se elegían en épocas de declive técnico, resultando en daños graves o la ruina del puente.

La cimentación superficial mediante zapata, figura 5.22, ha sido ejecutada casi siempre en sillería, y sólo en el siglo XIX se utilizaron protecciones mediante zampeados de hormigón en masa.



Figura 5.23 Cimentaciones profundas sobre pilotes de madera

La losa de cimentación es menos frecuente y se utilizó ya en el siglo XVII para evitar el problema de la socavación.

Las cimentaciones profundas, figura 5.23, más utilizadas son las de pilotes y, más modernamente, las de cajón hueco rellenado *a posteriori*. Los pilotes se utilizaron como elemento de cimentación de pilas en cauce ya en construcciones romanas. La longitud máxima de pilotes no solía sobrepasar los 10 m. Alrededor de las pilas se disponía una protección de escollera contra socavación. El perfeccionamiento del procedimiento llevó a la construcción de un recinto exterior de pilotes más largos, y un encepado denso de pilotes más cortos en el interior. En ocasiones se aprovechaba el recinto establecido para la construcción en seco de la cimentación.

En el siglo XIX se comienza a utilizar la cimentación mediante cajones huecos o de aire a presión.

Finalmente cabe reseñar un riesgo de la socavación distinto del considerado habitualmente, caracterizado por el movimiento fuera de su plano de la base de las pilas. La figura 5.24 muestra la secuencia de colapso del puente de Órbigo [108] por el giro en su plano inducido en la base del cajón de cimentación por efecto de una avenida.



**Figura 5.24** Mecanismo multiarco de colapso del puente sobre el río Órbigo en Veguellina (León). La avenida de 2001 descalza lateralmente la pila central que gira hacia el cauce al paso de un convoy mercancías. El giro crítico calculado [108] es de unos 2º por lo que el colapso no pudo preverse pese a la presencia de vigilantes ferroviarios alertados por la crecida de las aguas.

#### Pilas y estribos

Las funciones resistentes de las pilas son las de soporte vertical y la conducción de las fuerzas horizontales de viento y frenado, así como los empujes descompensados de vanos desiguales. Los estribos siempre asumen empuje horizontal.

Martín-Caro [15] destaca como parámetros geométricos la relación anchura de pila a luz  $b_p/L$  y la esbeltez geométrica o relación del ancho de pila (en la base) a la altura de la pila, medida hasta los arranques de las bóvedas, figura 5.25a.



Figura 5.25 a) Geometría de una pila de talud constante b) Reglas de Leveillé para el espesor en el pie de estribo

La relación ancho de pila / luz de la bóveda varía entre el valor medieval de pila-estribo en torno a ½, hasta las reglas proporciones aplicadas en el siglo XIX en torno a 1/10. El ancho de pilas de altura mayor de 8 m suele ser variable, adoptando un talud constante. Para alturas mayores de 20 m el talud aumenta hacia el empotramiento, dando un perfil curvo o poligonal.

La figura 5.25.b muestra las reglas de Leveillé para el espesor del estribo en el pie para distintas directrices, según Ribera [142].

Las secciones, como se describió en muros y soportes de pilares, pueden ser macizas o compuestas, con núcleo de calidad inferior. El cajón exterior se utiliza como encofrado del relleno de hormigón en masa en viaductos de los siglos XIX y XX.

Sobre todo en acueductos, es frecuente el arriostramiento longitudinal en alturas intermedias mediante arcadas, (arcos botareles).

#### Bóveda

La bóveda es el principal elemento resistente de un puente de fábrica. Estructuralmente es un elemento tridimensional a salvo de que la geometría y la aplicación o el reparto en planta de las cargas permitan su estudio bidimensional como arco (bóveda cilíndrica). En este comportamiento, la bóveda está en íntima colaboración con el relleno y depende, como los arcos y bóvedas, de la solidez de los estribos que prestan el empuje necesario.

Los parámetros geométricos fundamentales que caracterizan la bóveda son la luz libre *L*, la esbeltez, o relación canto de la bóveda a la luz c/L, y el peralte, o relación entre la flecha y la luz f/L. Estos parámetros condicionan, junto con la altura del relleno, el rango de esfuerzos axiles y la tolerancia a excentricidades de las bóvedas.

Dos aspectos no inmediatamente evidentes en la definición geométrica de la bóveda son los que se refieren al espesor real y a la luz y peralte de la bóveda. La parte de bóveda visible en el alzado principal del puente, la boquilla, por razones estéticas, se realzaba visualmente para destacarla de los tímpanos. El espesor real de la bóveda no tiene por qué coincidir con el de la boquilla. Por otro lado, la luz libre es a menudo menor que la distancia entre paramentos en el arranque junto a las pilas. La razón se encuentra en la presencia de relleno rígido en la zona de riñones, figura 5.28. Este efecto es similar al del relleno de los senos en bóvedas de edificación (5.1.1).

El análisis puede abordarse por los métodos descritos en [15]. Las líneas de empuje analizan la bóveda por ud. de ancho y las comprobaciones seccionales, a diferencia de las cúpulas, se realizan en el contexto del comportamiento dentro del plano.

En cuanto a los aparejos, se deben distinguir especialmente los aparejos en una rosca de los de múltiples hojas, sobre todo ante cargas puntuales que generan fuertes cortantes, y por tanto tensiones rasantes que movilizan deslizamientos entre hiladas sucesivas.

## Tímpanos

Los tímpanos son los elementos verticales que se disponen lateralmente sobre las boquillas de las bóvedas. Su función es contener y confinar lateralmente el relleno. Si bien en servicio pueden contribuir al trabajo longitudinal actuando como vigas de sección variable, su contribución a la capacidad portante es menos fiable ya que puede producirse la separación entre tímpanos y bóveda antes del colapso general.

El espesor de los tímpanos puede ser constante o variable, tanto en sección como en planta, presentando entonces una alineación curva, con espesores mayores en los arranques, junto a las pilas, figura 5.26.



Figura 5.26 Geometría variable en planta de los tímpanos

Los tímpanos pueden presentar aligeramientos transversales y longitudinales.

El análisis principal de los tímpanos se refiere a su función de contención del relleno que es la fundamental para el funcionamiento transversal del puente, figura 5.27.

#### Relleno

Se denominará relleno al material limitado por la bóveda, los tímpanos y la superficie de rodadura.



Figura 5.27 Función de reparto del relleno y acciones sobre los tímpanos

Las funciones principales del relleno son las de reparto longitudinal y transversal de las cargas y la acción estática estabilizadora en presencia de sobrecargas. En estados avanzados de carga, ante grandes movimientos de la bóveda, el relleno de la zona de estribos ejerce una acción estabilizadora similar a un empuje pasivo de un suelo granular.

La distinción principal entre tipos de relleno es entre relleno suelto o granular y relleno rígido o cementado. La figura 5.28 muestra la distribución típica de ambos rellenos en un puente de fábrica.

El relleno granular se verá influido por la presencia de agua y especialmente por su grado de compactación. La efectividad del relleno depende del buen funcionamiento de los tímpanos que lo confinan.

El cálculo afinado teniendo en cuenta las propiedades no lineales del relleno está descrito en [15]. En los primeros niveles de análisis será suficiente



Figura 5.28 Distribución longitudinal típica del relleno rígido

contar su acción gravitatoria y prever la posibilidad de que la línea de empujes circule por el volumen del relleno. En caso de disponer de información sobre la presencia de relleno rígido puede analizarse el sector de bóveda delimitado por el final de dicho relleno. Después, se debe comprobar el conjunto pila-relleno rígido.

# 5.1.3 Edificación defensiva, fortificaciones y murallas

La construcción defensiva es un capítulo aparte por los enormes espesores, la gran calidad de las fábricas y la cuidada ejecución que la caracteriza.

El análisis de estas construcciones sólo puede venir motivado por patologías observadas, por degradación de los materiales, presencia de agua, etc.

En ausencia de daños la aptitud de servicio está garantizada si se tiene en cuenta que fueron diseñadas para soportar solicitaciones excepcionales, como zapa y mina o artillería. La seguridad, ante las cargas frecuentes es altísima.

Las patologías típicas no suelen tener origen estructural ni geotécnico y se deben a la deficiente conservación.

Debido a los espesores muy importantes que se utilizaban los muros son siempre compuestos. La desprotección de las cubiertas deja paso libre al agua que lava el material y ejerce empujes hidrostáticos.

La figura 5.29 [99] muestra la sección perspectiva de la torre del homenaje de Coucy, según Viollet-le-Duc.



**Figura 5.29** Sección perspectiva de una edificación defensiva. Coucy, torre del homenaje.

# 5.1.4 Torres

Este tipo de construcciones presenta un interés especial por su altura que induce un nivel tensional relativamente elevado, su dependencia de la consolidación del terreno y su comportamiento frágil que ha dado lugar a colapsos súbitos como los célebres casos del campanile de San Marcos [109] o la Torre Cívica de Pavia [92].

En este subcapítulo se lleva a cabo una introducción sobre el comportamiento frágil, se propone una clasificación funcional y tipológica y se reseñan las particularidades de los elementos estructurales y los factores geométricos y materiales que deben ser tenidos en cuenta en el análisis de torres de fábrica.

## Introducción

El comportamiento frágil se ha constatado en colapsos históricos, súbitos y en muchos casos sin causa desencadenante inmediata. Por mencionar algunos se tienen el campanile de San Marcos (92 m) en 1902, figura 5.34.b, torre del crucero de Beauvais (153 m) en 1284, la Torre Civica de Pavia (63 m) en 1989, figura 5.30, y las torres de los cruceros de Ely en 1322 o de Cischester en 1861.



**Figura 5.30** Torres de fábrica colapsadas súbitamente sin acciones inmediatas, San Marcos y Pavia tras casi mil años desde el fin de su construcción; crucero de Beauvais, 4 años después de su finalización.

El comportamiento frágil tiene tres vertientes:

- A nivel de estructura, al tratarse de un sistema esencialmente isostático en ménsula sin posibilidad de redistribución.
- A nivel de sección, por el régimen de compresión uniforme que no manifiesta las grandes deformaciones de flexión y rotulación por formación de mecanismos de otros elementos y, dependiendo del nivel de tensiones, ni siquiera exhibe fisuración incluso en rotura.

• En el comportamiento del material a largo plazo por efectos reológicos, fatiga y acumulación de daños (apartado 2.4)

Funcionalmente existen diversos tipos de torres, defensivas o de vigilancia, campanarios, alminares, residenciales o simbólicas (figura 5.31), chimeneas y otras, como faros o torres de comunicación.



Figura 5.31 Torres de la ciudad italiana de San Giminiano

## Clasificación tipológica y parámetros geométricos

Los principales ratios geométricos que caracterizan a una torre son su esbeltez o relación entre el ancho de la base y su altura, b/H, y la solidez de la sección o relación entre el espesor de los muros y el ancho de la base, t/b.

Las esbelteces típicas están en torno a 4, variando desde los 3 diámetros de la altura de la torre de Pisa a los 10 lados de altura de la torre Asinelli de Bolonia, figura 5.32.a. La Giralda original estaba próxima al canon almohade de 4, pasando a 6,4 con la reforma de Hernán Ruiz. El espesor de los muros en la base adopta valores más dispersos encontrándose muchos ejemplos de estilos diversos en el entorno del quinto de la base.

En términos absolutos, la altura es el parámetro fundamental ya que



**Figura 5.32** *Las torres de fábrica a) más esbelta y b) más alta del mundo. Asinelli y Ulm respectivamente.* 

determina predominantemente el nivel tensional. El máximo exponente es la torre de la catedral de Ulm de 161 m, figura 5.32.b.

Tipológicamente se atenderá a los siguientes criterios para clasificar las torres:

- Disposición en planta
- Disposición del alzado
- Proporción y distribución de huecos
- Vinculación y soporte

*Disposición* La figura 5.33 [23] muestra distintas plantas cuadradas, como los *en planta* campanarios cristianos medievales y alminares occidentales, circulares como los alminares orientales y las chimeneas industriales del XIX u octogonales como en torres barrocas del XVIII.

> Puede presentarse la sección cajón simple (A) o con machón o contratorre, que a su vez puede ser macizo (B,C) o una nueva sección cajón (D,E). La vinculación de la sección en caso de torre y contratorre, o alma, se produce a través de las escaleras.



Figura 5.33 Tipologías de plantas de torres

Disposición del alzado Son muchas las torres que formal y estructuralmente presentan sucesivos *cuerpos*. En cada transición puede encontrarse un piso abovedado o forjado y se modifican los huecos o el espesor de los muros. El alzado puede ser visualmente constante o variable. Sin embargo, en la mayoría de los casos de torres de cierta altura, la sección de los muros varía con la altura. El alzado variable se conforma con contrafuertes laterales adosados o trabados a la fábrica de las esquinas. Además existen realizaciones (faros en el siglo XIX) con un perfil logarítmico, correspondiente al *sólido de igual resistencia*.

Los taludes de los muros, continuos o a saltos discretos entre cuerpos, pueden tener valores muy diversos. San Marcos varía 0.50 m en 55 m, la

Giralda, de forma anómala, pasa de un espesor de 2.08 m en la base a 2.50 m bajo el cuerpo de campanas (la contratorre pasa de 1.45 a 1.65 m).

Cuando los huecos en un cuerpo superior llegan a ocupar una proporción importante de la superficie, en torno al 50%, el cuerpo de torre correspondiente independiza su comportamiento de la parte sustentante. La continuidad de huecos en alzado favorece la formación de pilares virtuales arriostrados a la altura de los forjados o bóvedas de los sucesivos cuerpos (figura 5.34.a). Si la alineación de huecos está próxima a una esquina, la formación de una grieta que comunique dichos huecos puede aislar el ángulo aumentando dramáticamente su esbeltez, tal parece ser el desencadenante último del colapso de San Marcos (figura 5.34.b). Por el contrario la disminución de huecos y su alejamiento de las esquina favorece el comportamiento solidario de la ménsula, (figura 5.34.c).

Proporción y distribución de huecos



**Figura 5.34** *Distintas disposiciones de huecos en alzado. a) Santa María in Cosmedin (1200), b) San Marcos de Venecia, c) Pomposa, s. X.* 

La primera distinción se produce entre torres exentas, figura 5.31.a, y torres adosadas a otras construcciones con las fábricas trabadas o contiguas.

Vinculación y soporte

Existen varios casos de torres sustentadas por pilares. Las torres en el crucero de una catedral descansan sobre los arcos perpiaños de la nave y el crucero y éstos, sobre los pilares torales. La figura 5.35.b muestra la catedral gótica *ideal* según Viollet-le-Duc. La torre principal del crucero, como Beauvais (fig. 5.30.c), es especialmente susceptible ante movimientos diferenciales al no cimentar ninguno de sus muros directamente. Las torres de los ángulos de las portadas cimentan dos muros y presentan un pilar exento. En otros casos, 5.35.c, ciertos paramentos se cimentan directamente mientras otros se descargan en sistemas de arcos y soportes. Este es también el caso de la torre-estribo de la Silla de la Reina en la Catedral de León.



**Figura 5.35** a) *Campanario exento del* duomo *de Florencia (Giotto)*. b) *Torres de los hastiales y del crucero en una catedral gótica*. c) Campanario en Trani, 1098

## **Elementos estructurales**

Se describen a continuación los elementos estructurales haciendo hincapié sólo en los aspectos más característicos relacionados con su pertenencia a torres. Ciertos elementos, presentes en torres, se describieron ya en 5.1.1.

*Cimentación* Los tipos principales son de zapata perimetral corrida y dado o losa de cimentación, figura 5.36. Este último tipo es el más adecuado en disposiciones de torre y machón como es el caso de Venecia, donde además la necesidad de regularizar los asientos y el suelo de la laguna imponen la construcción sobre los pilotes cortos de apenas dos metros.



**Figura 5.36** *Dado de cimentación y planta a nivel de cimiento del campanario de San Marcos* 

Suponiendo una torre de esbeltez media, igual a 4 y muros de espesor típico de 1/5 de la base, se tiene que el espesor de los muros resulta aproximadamente 1/20 de la altura de la torre. Por tanto, cualquier torre modesta de 20 m de altura necesitará muros del orden del metro de espesor. Con esta dimensión el muro de dos hojas está casi universalmente aplicado. Las caras exterior e interior no tienen por qué ser iguales. La figura 5.37.a muestra la notable excepción de los muros de San Marcos ejecutados en ladrillo en todo su espesor de 1.80 m [109].

#### Tronco de torre



Figura 5.37 a) Sección perspectiva de los muros externos de San Marcos. b) Sección de la Torre Sur de León

Los muros troncales de las torres sin machón suelen presentar contrafuertes continuos en los cuerpos inferiores. La figura 5.37.b muestra una sección baja de la Torre Sur de León.

En las torres con núcleo o contratorre las escaleras suponen la solidarización de los muros externos con el interior. Así sucede con la práctica totalidad de los alminares españoles. La figura 5.38.a muestra el espectacular aparejo de

Escaleras

la torre de Santa María en Calatayud [23].

Más raramente se encuentran escaleras intramurales, la figura 5.38.b muestra la escalera intramural de la Torre Civica.

La subida a las torres sin machón se realiza a menudo por escaleras de caracol alojadas en estribos huecos, figura 5.37.b.

En la referencia que se ha utilizado para indagar sobre las reglas históricas de dimensionamiento [97] se inventarian algunas de las más extendidas. Rodrigo Gil de



**Figura 5.38** a) Escaleras entre torre y machón en Sta. María de Calatayud. b) Vista desde el interior de las escaleras intramurales de la torre Civica de Pavia

Hontañón (s. XVI) recomienda una esbeltez (relación altura/lado de la base de fuera a fuera, H/b) de 4 para planta cuadrada y se dan los espesores de los muros y contrafuertes en la coronación iguales a:

$$t_{muro} = 0.913\sqrt{H}$$
 (dimensiones en m) (5.4)

$$t_{contrafuerte} = 0.913\sqrt{H+b}$$
 (dimensiones en m) (5.5)

y se admite un talud de 1/60, con incrementos discretos en cada cuerpo de torre.

Su contemporáneo, Alberti recomienda esbelteces entre 4 y 6 para torres cuadradas y entre 3 y 4 para torres redondas, con un espesor del décimo de la altura.

En el siglo XVII, Fray Lorenzo de San Nicolás admite la esbeltez de 6 si la torre está dotada de machón interior, para el que recomienda una dimensión de un tercio del hueco. Sin machón, coincide con Gil de Hontañón en la esbeltez de 4. El espesor de los muros lo fija en un cuarto de la base, aproximadamente un dieciseisavo de la altura.

## 5.2 Bases de cálculo

Este apartado se ha redactado siguiendo las directrices de dos documentos de referencia: *Principios Generales de Fiabilidad para Estructuras*, ISO 2394 [110], y el borrador del "Eurocódigo 0", Draft prEN 1990 *Basis of Design* [111]<sup>1</sup>. Además se ha tenido en cuenta la normativa española y europea (FL-90, Código técnico y EC-6) así como una revisión de la normativa y bibliografía internacional sobre estructuras existentes [2].

Cuando se elabora el proyecto de una construcción nueva es preciso definirla completamente, diseñando un esquema resistente, disponiendo los materiales y dimensionando la geometría de los elementos estructurales y sus vinculaciones, de acuerdo con métodos racionales y ajustándose a normativas. Después, la estructura debe ser construida bajo procedimientos acordes con el proyecto y bajo un control de calidad estandarizado.

El caso de una estructura existente es diferente. En primer lugar, la estructura no es ideal sino real, se puede medir e inspeccionar. Su esquema resistente no puede escogerse, no se definen dimensiones ni es posible elegir materiales, el control de calidad ya no puede aplicarse ni al proyecto ni a la ejecución. Es un caso específico y es el resultado no sólo de su proyecto y construcción sino también de toda su historia (figura 1.1).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> ISO 2394 sienta unos principios que también "son aplicables al rediseño de estructuras existentes cuando se encuentre en estudio su reparación o reconstrucción". Por su parte, EC-0 (1.1.4) dice que la euro-norma "se podrá usar para estructuras con materiales o acciones distintos de los considerados en los eurocódigos", y a continuación, (1.1.5) "EC-0 se puede utilizar para la evaluación de estructuras existentes para desarrollar el proyecto de reparación o modificación o para la evaluar cambios de uso."

En los dos casos existen unos requisitos fundamentales que se exigen a la estructura. Estos requisitos y la forma en que deben verificarse mediante análisis están bien definidos para construcciones nuevas. Los requisitos fundamentales son tan indudablemente importantes que deben mantenerse en el caso de estructuras históricas existentes, aunque la adaptación no es inmediatamente evidente. En este apartado se propondrán estrategias para hacerlo. En general se sigue aquí la pauta de los documentos referidos acompañada de la propuesta de su interpretación o adaptación a estructuras históricas de fábrica.

## 5.2.1 Requisitos fundamentales

El proyecto de una estructura nueva debe hacerse de forma que se cumplan los requisitos fundamentales, que son que "la estructura, durante su vida prevista, con un nivel de fiabilidad apropiado y de forma económica, servirá al uso al que está destinada y resistirá todas las acciones e influencias previsibles durante su ejecución y explotación".

En la definición anterior de requisitos fundamentales hay ciertos términos que se utilizan con un significado preciso, cuando se trata de estructuras nuevas, que se explica a continuación.

La vida útil es el periodo de tiempo durante el que se supone que la estructura estará en servicio cumpliendo su función, sometida al mantenimiento previsto pero sin necesitar reparaciones de especial importancia. Debe distinguirse conceptualmente entre la vida útil de la estructura y el periodo de referencia para las acciones, aunque el segundo se suela tomar numéricamente igual al primero.

Con el término fiabilidad de una estructura se denota su capacidad para Fiabilicad proventa el que está proyectada durante un tiempo determinado y sometida a las condiciones del medio en que se encuentra. El término comprende seguridad, funcionalidad y durabilidad, y se suele expresar en términos de probabilidad.

La fiabilidad necesaria puede ser diferente para los requisitos de funcionalidad y de resistencia, para distintos modos de fallo, distintos elementos estructurales y según la gravedad de los daños previsibles, evaluados en términos de pérdidas de vidas humanas, daños económicos y de aversión social.

Las *acciones* que debe ser capaz de soportar la estructura son las debidas al uso y al medio ambiente. Se entiende por *acción*:

a) un conjunto de cargas (fuerzas) aplicadasb) un conjunto de deformaciones o aceleraciones impuestas

Vida útil, prevista o de proyecto

Fiabilidad

Acciones

## Vida útil

La vida útil de una estructura nueva no suele estar prevista en proyecto como un valor nominal salvo raras excepciones<sup>2</sup>. Para estructuras nuevas en general, EC-0 propone los valores la tabla 5.1 a los que se añade la sexta fila para construcciones históricas, por citar ejemplos, el Panteón de Roma o la Catedral de León.

Una primera posibilidad para responder a la interrogación propuesta es considerar una vida útil al menos tan larga como la existencia hasta la fecha del monumento. Para los ejemplos propuestos deberían considerarse periodos del orden de 1000 ó 2000 años. Tal periodo desborda los rangos de aplicación de los métodos de análisis conocidos y, de tomarse en serio, llevaría a dos consecuencias antagónicas:

- 1- Intervenir enérgicamente para tratar de asegurar una probabilidad baja de fallo en un periodo tan largo, a base de reforzar de tal forma que no se cumpliría la condición de economía de los requisitos fundamentales, además de vulnerar la esencia de la construcción que se desea conservar.
- 2- No intervenir argumentando que la probabilidad es suficientemente baja incluso para un periodo tan grande *como lo demuestra el ensayo a escala 1:1* que supone el que la estructura ya ha soportado ese periodo y está en pie. La figura 1.4 demuestra que este razonamiento es falaz y la pérdida de monumentos es el desarrollo natural e irreversible de la historia.

Categoría de la vida útil	Periodo orientativo de vida útil [años]	Ejemplos
1	10	Estructuras temporales
2	10-25	Elementos reemplazables, como apoyos
3	15-30	Estructuras de uso agrícola y similares
4	50	Estructuras de edificación y otras estructuras habituales
5	100	Estructuras monumentales, puentes y otras obras de ingeniería civil
6?	;?	Estructuras históricas existentes de valor histórico y artístico

**Tabla 5.1**. Periodos orientativos de la vida útil de distintas estructuras según Eurocódigo 0

 $<sup>^2</sup>$  Un ejemplo son los pabellones de los países participantes en la exposición de Hanover 2000 debían ser diseñados de forma que fueran desmontados al fin de la misma [113]. En la fecha de lectura de esta tesis, el pabellón de España no ha sido desmontado y se barajan distintas posibilidades para su futuro.

Ninguna de las anteriores posibilidades es satisfactoria, por lo que tales periodos no pueden ser considerados. La respuesta se encuentra en la confusión entre la verdadera definición de vida útil, dada más arriba, y la interpretación trivial de vida útil de proyecto como el tiempo que se desea que perdure la construcción, al igual que los antiguos constructores que construían sus obras para que *duraran siempre* [1].

La evaluación de una estructura nueva asegura una probabilidad baja de que la estructura falle en 50 ó 100 años. Después será sustituida o se emprenderán trabajos de reparación, pero ello se hará en función de lo que se observe al fin del periodo (cuando la estructura ya será existente) y no de lo que se pueda prever en el instante de proyecto.

A juicio del autor, la evaluación de una estructura existente, histórica en este caso, debe hacerse con un horizonte similar, asegurando una probabilidad baja de fallo para un futuro próximo. Lo contrario sería caer en la necia pretensión de que el análisis presente es el hito más importante en la historia del monumento. En realidad, cuando el técnico que se enfrenta al problema en el instante  $t^*$  (figura 1.2) es uno más de los que han intervenido en otros momentos  $t_0$ ,  $t_1$ , etc. Al fin del periodo para el que se habrá asegurado, con una probabilidad determinada, la ausencia de fallo, se volverá a plantear la necesidad de análisis e intervención.

Este punto de vista está además en consonancia con las políticas de mantenimiento, cada vez más implantadas, que tienden a un mantenimiento activo, basado en intervenciones de menor entidad y más frecuentes, ligadas a un plan de inspección.

La propuesta es, por tanto, considerar una vida útil de evaluación similar a la utilizada para el proyecto de las obras de importancia comparable, en torno a 100 años. De esta forma pueden utilizarse los métodos probabilísticos o semi-probabilísticos disponibles.

Existe una excepción importante para esta propuesta y se refiere a los estados límite relacionados con efectos acumulados en el tiempo, como fatiga o acumulación de daño (ver 2.4). Para la evaluación de la seguridad ante tales modos de fallo no hay otra alternativa que considerar la vida real (edad) de la estructura o algún procedimiento equivalente similar ( $\gamma_m$  elevado, p. ej.)

## Fiabilidad

La fiabilidad se cuantifica mediante el índice de fiabilidad  $\beta$  o la probabilidad de fallo  $p_{f}$ . La figura 5.39 [113] explica gráficamente la relación entre ambos.

Se considera simplificadamente que la condición de un determinado modo de fallo de la estructura se puede representar mediante la relación entre sólo dos variables (que se han supuesto normales): *E*, el efecto de una acción y *R*, la resistencia ante tal efecto. Sus medias son  $m_E$  y  $m_R$ , respectivamente y sus desviaciones típicas  $s_E$  y  $s_R$ . Se define la función límite *G* como la diferencia entre resistencia y efecto de la acción. El fallo se produce para valores negativos de *G*. La probabilidad de fallo es el área tramada en la figura 5.39.

Índice de fiabilidad y probabilidad de fallo



**Figura 5.39.** Funciones de densidad de probabilidad de la resistencia R y del efecto de una acción E y de la función límite G=R-E. La probabilidad de fallo es la probabilidad de que G sea menor que cero (área tramada)

Se define el coeficiente  $\beta$  como el número de desviaciones típicas que separan el valor medio de *G* del valor cero, umbral de fallo,  $\beta=m_G/s_G$ . La probabilidad de fallo se relaciona con el índice de fiabilidad según (5.6):

$$p_f = \Phi(-\beta) \tag{5.6}$$

donde  $\Phi$  es la función de distribución normal. En el entorno de  $\beta=3$  a 4, se puede tomar aproximadamente  $\beta=-\log(p_f)$  [114].

La figura 5.40 muestra gráficamente la relación (5.6) entre la probabilidad de fallo y el índice de fiabilidad, para distribución normal de la función límite.



Figura 5.40 Índice de fiabilidad frente a la probabilidad de fallo. G normal.

Probabilidad anual y total de fallo

Tanto el índice de fiabilidad como la probabilidad de fallo se refieren normalmente al suceso de que la estructura falle (una vez y sólo una) durante su vida útil. Esta probabilidad total de fallo es aproximadamente igual al producto de la vida útil, expresada en años, por probabilidad anual de fallo (un fallo en el periodo de un año). La fiabilidad requerida o necesaria es un valor subjetivo. Las estructuras deben tener tanta seguridad o fiabilidad como la sociedad demande<sup>3</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> En noviembre del año 2002, un terremoto de intensidad media-alta afectó al sur de Italia. Parte del edifico de una escuela colapsó produciendo decenas de víctimas, entre ellas muchos niños. La repercusión fue enorme y la sociedad italiana demandó urgentemente mayor seguridad frente al sismo en las estructuras de las escuelas. Otras actividades, como viajar en coche, implican mayor riesgo mortal pese a lo cual no provocan la misma *alarma social*.

Se puede aceptar que las estructuras proyectadas y construidas de acuerdo con la práctica habitual (regida por normas) son suficientemente seguras, de lo contrario se produciría una reacción técnica y social y cambiaría la práctica [113].

Las normas actuales establecen el nivel de seguridad en términos del índice  $\beta$  para una vida útil de 50 años. La fiabilidad se establece de forma diferenciada según distintos criterios:

- Estados límites últimos o de servicio
- Según el modo de fallo sea dúctil o frágil
- Según las consecuencias del modo de fallo
- El costo de la reconstrucción o de las medidas de reparación

Fiabilidad

necesaria

A continuación se deducen los valores de la fiabilidad necesaria para construcciones históricas en función de los criterios anteriores. Para ello se acepta que las construcciones nuevas construidas de acuerdo a las normas actuales son suficientemente seguras y que una evaluación de una construcción históricas debe garantizar una fiabilidad al menos igual a la exigida a una estructura nueva de gran importancia.

La Instrucción española de hormigón establece la seguridad necesaria para una vida útil de 50 años de acuerdo con la tabla 5.2:

Estado límite	Índice de fiabilidad	Probabilidad total de fallo
	T=50 años	T=50 años
Último	3.8	7.2.10-5
Servicio	1.5	6,680·10 <sup>-5</sup>

 Tabla 5.2. Índices de fiabilidad considerados por EHE

Por su parte, EC-0 recomienda los siguientes valores, tabla 5.3 [2]

Coste relativo	ESTADO LÍMITE DE SERVICIO	ESTADO LÍMITE ÚLTIMO		
de un aumento		Consecuencias del fallo		
de seguridad		Menores	Moderadas	Graves
Alto	1.0	2.8	3.3	3.8
Medio	1.5	3.3	3.8	4.3
Bajo	2.0	3.8	4.3	4.8

Tabla 5.3. Índices de fiabilidad considerados por EC-0 para una vida útil de 50 años

Para considerar, como se ha dicho en el punto anterior, una vida útil de 100 años, manteniendo la probabilidad de fallo total en el periodo de vida útil que corresponde a los índices de fiabilidad anteriores, la probabilidad anual de fallo debe reducirse a la mitad de la implícita en la tabla 5.3.

Ello significa que los índices de fiabilidad que se deben considerar para una vida útil de 100 años son numéricamente los mismos que en la tabla 5.3 pero referidos al mencionado periodo.

Para hacer comparables los índices que se considerarán para estructuras históricas con los que manejan las normativas se da la tabla 5.4 con los índices de fiabilidad modificados referidos al mismo periodo (pueden interpretarse como los índices de fiabilidad requeridos en cada uno de los dos periodos de 50 años de que consta la vida útil de la evaluación). Se ha obtenido mediante la relación (5.6) aplicada a valores de  $p_f$  mitad de los deducidos de la tabla 5.3.

**Tabla 5.4** Índices de fiabilidad modificados de los de EC-0 para considerar una vida útil de 100 años. (Los índices se refieren a un periodo de 50 años.)

Coste relativo	ESTADO LÍMITE DE SERVICIO	ESTADO LÍMITE ÚLTIMO		
de un aumento		Consecuencias del fallo		
de seguridad		Menores	Moderadas	Graves
Alto	1.4	3.0	3.5	4.0
Medio	1.8	3.5	4.0	4.5
Bajo	2.3	4.0	4.5	5.0

Por tanto se propone que los valores de fiabilidad necesaria (referidos a un periodo de 50 años) en proyectos de evaluación o rehabilitación de construcciones históricas estén en el entorno de 4.5 ( $p_f=0.34\cdot10^{-5}$ ), como se muestra en la tabla 5.4. El modo de fallo puede hacer aumentar dicho coeficiente hasta 4.75 ( $p_f=0.10\cdot10^{-5}$ ) ó 5.0 ( $p_f=0.03\cdot10^{-5}$ ), según se explica a continuación.

Las consecuencias del fallo se recogen en la tabla anterior, pero no el tipo de fallo ni la calidad de la información disponible. Para obtener un orden de magnitud de la variación cuantitativa de la fiabilidad necesaria en función de la ductilidad del modo de fallo y la incertidumbre sobre el estado de la estructura, se muestran los índices de fiabilidad dados en la norma canadiense de puentes de carretera en su suplemento para evaluación de puentes existentes, tabla 5.5.

Como puede verse, en esta norma el índice de fiabilidad se incrementa en 0.25 ó 0.50 para considerar un comportamiento sin capacidad de aviso. De igual forma,  $\beta$  varía entre 0.25 y 0.50 en función de la calidad de la información (inspección).

Repercusión del fallo del elemento estructural en el sistema	Comportamiento del elemento estructural	Nivel de Inspección		
		No inspeccionable	Fichas	Inspeccionado por el evaluador
	Frágil	3.75	3.50	3.50
Colapso total	Medio	3.50	3.25	3.00
	Dúctil	3.25	3.00	2.75
Probable colapso total	Frágil	3.50	3.25	3.25
	Medio	3.25	3.00	2.75
	Dúctil	3.00	2.75	2.50
Colapso parcial	Frágil	3.25	3.00	3.00
	Medio	3.00	2.75	2.50
	Dúctil	2.75	2.50	2.25

 Tabla 5.5 Índice de fiabilidad para puentes de carretera existentes [117]

# 5.2.2 Estados límites

El método de los estados límites es el preconizado por la mayoría de normas para el proyecto de estructuras. Para el análisis de estructuras existentes es perfectamente aplicable ya que se trata de un método de *comprobación*. Al aplicar el método a una estructura nueva se *comprueba* que el diseño, obtenido por reglas de predimensionamiento o por tanteos, cumple los requisitos que establece el método. Cuando se evalúa una estructura existente se comprueba un diseño conocido por inspección y ensayos.

Los estados límites son *situaciones para las cuales la estructura no cumple los requisitos fundamentales.* Se distingue entre *estados límite últimos*, que afectan a la integridad estructural o a la seguridad de las personas, y *estados límite de servicio*, correspondientes a condiciones bajo las cuales no se satisfacen los requisitos de funcionalidad.

Entre los E.L.U se cuentan la pérdida del equilibrio estático, la rotura de secciones críticas al alcanzarse tensiones o deformaciones últimas, la transformación de la estructura en un mecanismo, el fallo por inestabilidad, etc. Todos estos E.L. son aplicables a construcciones existentes de fábrica. Para cada elemento y para la estructura en su conjunto deben preverse todos los modos de fallo posibles, para definir los correspondientes E.L.U.

Los E.L.S. pueden corresponder a deformaciones que afecten al uso o a la apariencia de elementos estructurales o no estructurales, vibraciones excesivas que produzcan incomodidad a los usuarios o a equipos, daños locales, como fisuración que reduzcan la durabilidad de la estructura o estropeen la apariencia de elementos estructurales o no estructurales. Estos estados límite no deberían ser, en principio, objeto de comprobación en construcciones históricas de fábrica excepto si la propiedad lo requiere expresamente. No sería razonable, por ejemplo, decidir una intervención para cumplir un estado límite de fisuración –concebido para hormigón estructural– en bóvedas que muestren un patrón de fisuras que no revele otra circunstancia que su funcionamiento natural. Si la fisuración denota daños

será un E.L.U. el que esté comprometido. Como se verá en 5.2.6, es posible plantear un enfoque de la introducción de la seguridad en E.L.U. que controla indirectamente el comportamiento en servicio.

## Cálculo y comprobación

La operativa del método, como es conocido, es definir un conjunto completo de estados límite, agrupados en *situaciones de proyecto*, y verificar que para cada una de las situaciones no se exceden los estados límite con una probabilidad determinada por la fiabilidad requerida.

Para el cálculo se establecerán modelos para la estructura y las cargas que representen adecuadamente el comportamiento de la estructura, teniendo en cuenta las incertidumbres en los datos.

El punto principal es la selección de los estados límite, que debe corresponder a las formas de colapso observadas para los distintos elementos estructurales y para el conjunto de la estructura. Entre otros deben considerarse los siguientes, agrupados en tres familias:

1 Estados límite de equilibrio

- ELU de equilibrio como sólido rígido. Es el caso de vuelco de torres inclinadas, de estribos, de pilas de puente por socavación.
- ELU de equilibrio por formación de mecanismos. Afecta a arcos, bóvedas y cúpulas, así como a conjuntos estructurales complejos del tipo soportes-bóvedas-estribos (figura 5.7). La formación del mecanismo puede, o no, venir precedida por el fallo de un número suficiente de secciones en flexo-compresión o flexo-compresión y corte que devienen rótulas plásticas o deslizaderas de cortante. El número de rótulas en arcos o arbotantes es 4, en sistemas de dos arcos y pila es de 7. Figura 5.41.



Figura 5.41 ELU de formación de mecanismos por formación de rótulas plásticas.

2 Estados límite de agotamiento del material

- ELU de compresión excesiva y pérdida de material. Es un caso particular de fallo de los tratados en los diagramas de interacción (criterio III). Puede darse en bóvedas con gran altura de rellenos o en fábricas de mala calidad o deterioradas.
- ELU de deslizamiento o rotura por corte. Son también casos particulares previstos en los diagramas (criterios I y II). La

rotura por corte diagonal puede darse en arcos o bóvedas comprimidos sometidos a deslizamientos impuestos o cargas puntuales con escasa altura de rellenos, figura 5.42. Las zonas altas, poco comprimidas, de botareles o muros que reciben empujes son susceptibles de fallo por deslizamiento, figura 5.21.



**Figura 5.42** *ELU de deslizamiento. Mecanismo formado por una deslizadera y tres rótulas y deslizamiento en las dovelas de la bóveda del puente de Orioen la N-634, finalmente demolido* 

 ELU de separación de roscas o rasante horizontal. Se da en arcos y bóvedas aparejados en varias roscas. Puede tratarse mediante diagramas de interacción previa consideración de la orientación relativa del aparejo y los esfuerzos (criterio I). Figura 5.43.



**Figura 5.43** *ELU de rasante horizontal o separación de roscas en un puente de fábrica y en un arcos apuntados del brazo norte del crucero de León (Hernández Calleja, 1868)* 

ELU de separación de hojas o rasante vertical. Los muros compuestos con gran disparidad relativa de rigideces o afectados por infiltraciones de agua son especialmente susceptibles (figura 5.5). La interfaz relleno-tímpanos puede sufrir separación por la solicitación combinada de empujes normales del relleno y la transmisión de cargas verticales entre el tímpano y la boquilla de la bóveda. Se trata, desde la perspectiva de los diagramas de un fallo por deslizamiento, criterio I. Figura 5.44.



**Figura 5.44** *ELU de rasante vertical. Separación y colapso del tímpano en puentes de fábrica* 

- ELU de inestabilidad de elementos lineales. Depende de la excentricidad del axil, así como de las condiciones de vinculación. Puede tenerse en cuenta mediante los diagramas obtenidos con la consideración de la esbeltez mediante los métodos descritos en 2.3.3 y 3.6.2. Se da en elementos esbeltos comprimidos, como muros y soportes, pero también es posible en arbotantes, como en los denominados convexos (figura 5.14) al rebasarse su empuje activo máximo; este parece ser uno de los factores que precipitaron el colapso de los arbotantes de Amiens [106]
- ELU de inestabilidad de bóvedas y arcos dentro de su plano. Se produce por pérdida de forma en bóvedas y arcos rebajados con niveles de axil importantes. La deformabilidad de los estribos desempeña un papel importante en la estabilidad del sistema, por lo que el análisis a través de líneas de empuje y diagramas de interacción sólo puede alertar sobre la posibilidad de ocurrencia del fallo, no cuantificarlo. En ocasiones se produce un fenómeno de inversión de forma y la estructura queda invertida trabajando aparentemente a tracción. Esta anomalía se manifestó en el colapso sísmico de Asís. Figura 5.45.



Figura 5.45 Esquema del ELU de inestabilidad por pérdida de forma

Finalmente, queda constatar que no todas las comprobaciones de estados límite pueden llevarse a cabo exclusivamente mediante cálculo, por ejemplo la degradación por ataque bio-químico de los materiales, o la acción de lavado o erosión del agua. Figura 5.46. Sin menoscabo de lo anterior, los daños conocidos de origen no estructural deben introducirse como dato en el análisis de los

3 Estados límite de inestabilidad



**Figura 5.46** Pérdida de sillares en un puente ferroviario de sillería por causas no estructurales [122]

estados límite, modificando la geometría efectiva, la deformabilidad de los materiales, etc.

## Situaciones de proyecto y situaciones de riesgo

Los estados límite deben verificarse en el contexto de situaciones de proyecto, o *conjunto de condiciones físicas que se dan en un determinado intervalo de tiempo*.

Las situaciones vienen caracterizadas por un intervalo de tiempo, una probabilidad de ocurrencia y una combinación de acciones que tienen lugar simultánea o consecutivamente.

Las situaciones se clasifican en

- Persistentes. Cuando el periodo de tiempo es del mismo orden de magnitud que la vida útil de la estructura.
- Transitorias. El periodo de tiempo es mucho más corto que la vida útil pero la probabilidad de ocurrencia es muy alta.
- Accidentales. Se trata de condiciones excepcionales de baja probabilidad de ocurrencia. Se incluyen colapsos parciales, explosiones, fuego, etc.
- Sísmicas. Condiciones bajo la acción de terremotos. La probabilidad depende de la peligrosidad sísmica del emplazamiento.

No todas las situaciones en que la construcción se pueda encontrar en riesgo de fallar se pueden siempre describir como la combinación de acciones simultáneas o superposición ponderada de efectos de las acciones.

Ciertos accidentes en estructuras han puesto de manifiesto que el riesgo producido por la combinación de circunstancias puede ser mayor que la suma de los riesgos individuales de cada una de ellas [116].
La alternativa está en analizar en términos de *situaciones de riesgo* en lugar de *combinación de acciones*. La definición de situaciones de proyecto dada más arriba es acertada y no precisa ser cambiada para abarcar las situaciones de riesgo *-hazard situations-*, lo que no puede aceptarse es que la reunión de unas condiciones físicas produzca los mismos efectos que la suma de los efectos de esas condiciones dadas por separado, y ello independientemente del comportamiento lineal o no lineal de la estructura.

En estructuras históricas, acomodadas a un equilibrio no siempre evidente, y producto de múltiples sucesos e intervenciones, la ejecución de operaciones de reparación o refuerzo o de simple mantenimiento puede favorecer situaciones excepcionales de alto riesgo que deben ser tenidas en cuenta antes de actuar. Ver 6.4.

## 5.2.3 Variables básicas

Los modelos de cálculo que caracterizan cada estado límite contienen un conjunto de variables, las principales de las cuales son la geometría de la estructura, las propiedades de los materiales y el terreno, y las acciones.

Las variables básicas suelen considerase como variables aleatorias.

En construcciones nuevas, la geometría y propiedades de los materiales se consideran variables aleatorias cuya distribución (normal, log-normal, etc.) y parámetros cuantitativos (media, desviación típica, etc.) son estadísticamente conocidos por analogía con lo observado en otras construcciones similares ejecutadas en condiciones parecidas y sometidas a las mismas normas y nivel de control de calidad.

En construcciones existentes antiguas existen dos diferencias importantes: la primera es que, si bien las variables pueden considerarse aleatorias, su distribución y parámetros pueden obtenerse mediante inspección y ensayos sobre la estructura concreta en estudio. En teoría, tanto la geometría como las propiedades de los materiales se pueden conocer<sup>4</sup> con tanta profusión como se desee. Aunque la definición de las variables básicas podría hacerse de forma determinista, en la práctica, sin embargo, los ensayos que pueden hacerse no son infinitos, ni son accesibles todas las partes de la estructura, de forma que en ocasiones existen incertidumbres mayores en estas estructuras existentes que en estructuras ideales en fase de proyecto.

La segunda diferencia, que no por obvia es menos importante, reside en el hecho de que las estructuras antiguas existentes están sometidas a las leyes de la Estadística pero sobre todo a las de su propia historia. El espesor de las bóvedas de una catedral puede ser una variable estocástica y si se realizan n catas se obtendrá una valiosa información sobre su distribución, valor medio y dispersión. Pero el dato de que, en en Palma de Mallorca, las crujías próximas a la portada se construyeron con un espesor (nominal) de 250 mm y el resto con 200 mm [56], o que las bóvedas de la Capilla del Carmen en

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> en 5.3 se describen brevemente los principales métodos de inspección y ensayo *in situ* para la determinación de propiedades geométricas y de los materiales de las fábricas estructurales.

León se derrumbaron y fueron reconstruidas en ladrillo, mientras el resto son de piedra [4] no puede obtenerse de ningún tratamiento estadístico sino sólo a través de la información histórica. En este sentido se recuerda el procedimiento operativo, más amplio que las bases de cálculo del análisis que se tratan en este capítulo, página 1-6.

# Acciones

La definición de acción se dio en 5.2.1. Las acciones (F) se clasifican según distintos criterios, el más importante es el de su variación en el tiempo y probabilidad de ocurrencia:

- Permanentes (G), como peso propio y las cargas muertas, las acciones de retracción o fluencia y los asentamientos diferenciales
- Variables (Q), como las sobrecargas de uso, viento o nieve y empuje del terreno o rellenos
- Accidentales (A) como explosiones o impactos

Ciertas acciones como nieve o sismo pueden ser variables o accidentales dependiendo del emplazamiento de la estructura. Las debidas al agua pueden ser permanentes o variables dependiendo de su variación en el tiempo.

Otras clasificaciones atienden a su origen (directas e indirectas), variación en el espacio (fijas o libres), respuesta de la estructura (estáticas o dinámicas).

Las acciones se consideran variables aleatorias, en los modelos su magnitud se describirá por un escalar que puede tomar diversos valores representativos.

Se denomina *valor característico de una acción,*  $F_k$ , a su valor representativo principal y puede ser especificado como un valor medio, un valor superior o inferior, o un valor nominal.

Si la variabilidad de una acción permanente, G, es pequeña, es decir si no cambia significativamente a lo largo de la vida de la estructura y su coeficiente de variación es inferior a 0.05, su valor representativo será único,  $G_k$ , e igual al valor medio de G.

Si la variabilidad es grande (cV>0.05), se considerarán dos valores, uno superior,  $G_{k,inf}$ , y otro inferior,  $G_{k,sup}$ , iguales respectivamente a los fractiles 5% y 95% de la distribución de G.

El valor característico,  $Q_k$ , de las acciones variables, Q, puede ser un valor extremo o un valor nominal.

En caso de valor extremo se puede tener, bien un valor superior, con una cierta probabilidad de no ser excedido, o un valor inferior con una cierta probabilidad de ser alcanzado en un periodo de referencia. El periodo de retorno considerado en la mayoría de los casos es de 50 años (EC-0). Si bien para la vida útil de la estructura considerada en el análisis se *apostó* por un

Valores representativos

- Acciones permanentes

- Acciones variables

Clasificación

valor de 100 años, similar a un proyecto de una construcción nueva importante, en el caso del periodo de referencia de las acciones se debería considerar un tiempo mayor, del orden de 500 o 1000 años.

Esta contradicción se explica teniendo en cuenta que la vida útil es el tiempo en que se aspira a garantizar una probabilidad baja de fallo antes de que sean necesarias nuevas intervenciones, mientras que las acciones gobernadas por leyes de máximos (basadas en ciclos naturales, por ejemplo) no se ven frenadas cada vez que se analiza o interviene en la estructura. Por ello no se puede descartar que en el periodo de 100 años de *validez* de la actuación actual se presente una acción variable con su valor de periodo de retorno de 500 años. Para expresarlo en *caricatura*, el técnico puede conformarse con dar 100 años de garantía a su evaluación o reparación, pero el vendaval de 500 años que lleva esperando 499, puede presentarse al día siguiente; más aún, en los 500 ó 700 años de historia de la construcción se habrá presentado probablemente en alguna ocasión.

Otros valores representativos de las acciones variables son:

- el valor cuasipermanente, correspondiente al cuantil 50% en el periodo de referencia
- el valor frecuente, correspondiente al cuantil 1% en el periodo de referencia
- el valor de combinación, que tiene en cuenta la probabilidad de que se den a la vez dos máximos de variables independientes

### Propiedades de los materiales

Los valores que describen las propiedades de los materiales se representan por valores característicos. Éstos pueden ser valores extremos o medios de una distribución conocida, o valores nominales si no se dispone de información estadística.

Los valores extremos serán percentiles 5% ó 95% según sea desfavorable o favorable un valor alto de la propiedad.

Los valores característicos de rigidez (módulos de elasticidad, coeficientes de fluencia) y coeficientes de dilatación térmica se representan por valores medios.

Para estructuras de fábrica, con comportamiento no lineal, las recomendaciones anteriores pueden servir de pauta para fijar los límites de variación de las variables al efectuar estudios paramétricos. En opinión del autor, los cálculos no lineales deben hacerse con valores medios (los más verosímiles) y los estudios paramétricos con variaciones del orden de los cuantiles anteriores o con valores mayores si la incertidumbre respecto a la dispersión es notable.

Los valores de las propiedades de los materiales se obtienen de ensayos específicos, ensayos existentes u observaciones *in situ*. En el caso frecuente de disponer de pocos ensayos, las expresiones que dan el cuantil,  $X_k$ , a partir de la media,  $X_m$ , y la desviación típica,  $s_X$ , proporcionan valores

inverosímilmente bajos a veces, ya que están basados en expresiones del tipo  $X_k=X_m$ -K· $s_X$ , donde K es un coeficiente que tiende a 1.64 (para distribución normal) cuando se dispone de un gran número de ensayos, pero que toma valores muy altos para una muestra reducida. Una opción es adoptar como valor característico lo que en literatura de estructuras existentes [2] se conoce como *valor mínimo creíble*, o el peor valor que el ingeniero cree, de forma realista y en función de su experiencia, que pude tomar la variable. La norma británica para la evaluación de puentes existentes de autopista [118] propone la expresión (5.7) para obtener la peor resistencia creíble<sup>5</sup>,  $X_{RMC}$  a partir de *n* ensayos (mínimo 3) sobre muestras de hormigón o acero, con media  $X_m$ .

$$X_{RMC} = X_m \left( 1 - \frac{0.20}{\sqrt{n}} \right) \tag{5.7}$$

La expresión (5.7) es aplicable sólo en zonas de calidad homogénea. Esta restricción es muy importante porque (5.7) no tiene en cuenta la dispersión de los resultados. La expresión (5.7) da la impresión de ser muy optimista para su aplicación a un material que no se puso en obra con los controles de calidad que supone la tipología, época y material que trata la norma citada.

Las variables mecánicas necesarias para la construcción de los diagramas son las ya resumidas en la tabla 3.1, es decir la resistencia a compresión y tracción de las piezas,  $f_b$ , y  $f_{tb}$ , respectivamente; y los parámetros friccionales de la interfaz,  $\mu$  y  $f_{v0}$ . Las propiedades del mortero no son fáciles de determinar *in situ* y, normalmente, no es posible obtener muestras de tamaño suficiente para ensayar. Es deseable disponer de un análisis químico y una inspección de campo, con ayuda de un esclerómetro o un martillo *Smith* para identificar *a groso modo* el estado del mortero. En cálculos se toman valores conservadores de  $f_m$ . Si es posible ensayar muestras de fábrica *in-situ* o extraídas del elemento en estudio o de otros similares, lo óptimo es obtener la ley tensión deformación completa.

En todos los casos, se tendrán en cuenta los efectos de esbeltez y tamaño, así como de la humedad, descritos en el capítulo 2.

### **Datos geométricos**

En estructuras de fábrica que funcionan esencialmente por forma y cuyas principales solicitaciones se deben al peso propio, la geometría cobra una importancia especial puesto que es el condicionante principal del comportamiento y la seguridad. De hecho, un primer nivel de análisis, el análisis límite, precisa casi exclusivamente datos geométricos.

En 5.1 se describieron los principales elementos estructurales. Los parámetros geométricos de interés de cada uno de ellos se deducen de su comportamiento y particularidades constructivas. En concreto, al determinar la geometría deben tenerse presente aspectos característicos de este tipo de construcciones, como:

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Worst credible strength.

- Geometría del elemento resistente y geometría visible; boquillas de puentes-bóveda, cúpulas, etc.
- Dirección del aparejo.
- Materiales diversos a lo largo del espesor.
- Cotas de rellenos, en senos de bóvedas, cúpulas y puentes de fábrica.
- Traba de las fábricas de elementos contiguos.
- Directrices deformadas (por efectos estructurales, constructivos, geotécnicos, antrópicos, ...) y directrices ideales, en bóvedas y pilas. Dado que se analizan estructuras existentes, la geometría que debe usarse es la única disponible, es decir, la real. La geometría ideal (simetría, directrices rectas, circulares o elípticas, alineación y aplome de elementos, etc) es sólo supuesta.
- Defectos o cavidades ocultos

En 5.3 se describen algunos métodos comúnmente empleados en la determinación de la geometría *externa e interna* de construcciones históricas.

Los parámetros más significativos de cada unidad homogénea de fábrica, como se ha descrito anteriormente, son la relación entre el espesor de la hiladas de mortero y el alto de las piezas,  $\alpha$ , y, en menor medida, la relación del alto a la soga de las piezas,  $\xi$ .

Los valores de los parámetros geométricos tienen una dispersión debido al carácter manual e irregular de la ejecución. En el análisis, se pueden tomar valores medios deterministas para las dimensiones de los elementos estructurales y el replanteo de directrices y se considerarán los valores característicos o medios de los parámetros necesarios para obtener propiedades resistentes del material, como  $\alpha$  y  $\xi$ .

# 5.2.4 Análisis estructural. Niveles de análisis y aplicación de los diagramas de interacción

El primer paso del proceso de análisis consiste en identificar el sistema estructural, es decir, el mecanismo resistente que transmite las fuerzas a la cimentación. Para ello hay que tener en cuenta los elementos que conforman el sistema, algunos de los cuales se han descrito en 5.1.

A continuación, se deben prever todas las maneras en que la estructura puede fallar. La estructura falla cuando el sistema no puede mantener su esquema estático. Ello puede producirse por una mecanización extendida a varios elementos (figuras 5.8 y 5.24) o puede depender del colapso de un elemento individual. El análisis debe tener en cuenta todos los estados límites globales o individuales que provoquen el fallo.

Deben considerarse además estados límites asociados a colapsos parciales que no precipiten necesariamente el fallo global, pero afecten a la integridad

de elementos valiosos o pongan en peligro la seguridad de las personas. Un ejemplo puede ser el colapso de bóvedas o cúpulas.

Cada estado límite puede requerir un modelo y un cálculo diferente.

El siguiente paso es el del cálculo, o la resolución de las ecuaciones que el modelo utilizado construya con las variables básicas para obtener los efectos de las acciones y las respuestas de la estructura.

Finalmente, se efectuarán comparaciones entre los efectos de las acciones y las respuestas o resistencias de la estructura para introducir la seguridad, como se describe en 5.2.5 y 5.2.6.

El cálculo debe conducirse de menos a más en términos de complejidad, y ello en cada etapa o iteración del proceso de evaluación en el que interviene la información histórica, la inspección y ensayos y la monitorización.

A continuación se exponen en primer lugar las características que distinguen unos métodos de cálculo de otros. Se repasan a continuación los métodos disponibles y se examinan las posibilidades de aplicación de los diagramas de interacción en cada uno de ellos.

Algunas de las características de los cálculos que se deben decidir, en función de la disponibilidad de datos y la necesidad de sofisticación en la fase correspondiente de la evaluación, son las siguientes:

- 1. Posibilidad de separar los cálculos a nivel de estructura, de elemento estructural y de sección.
- Dimensión geométrica del modelo y sus componentes. Este criterio tiene dos vertientes: si el modelo representativo de la estructura y las acciones está contenido en un plano o no, y si los elementos estructurales se representan mediante elementos lineales, superficiales o tridimensionales.
- 3. Incorporación o no de la no linealidad mecánica (y en su caso geométrica) a nivel de estructura, de sección o hace hipótesis muy simplificadas respecto al comportamiento del material. Una característica adicional es la consideración de la anisotropía en el comportamiento del material.
- 4. Si considera las condiciones cinemáticas, movimientos impuestos, deformaciones en la respuesta estructural.
- 5. Si el modo de fallo se introduce como hipótesis o es un resultado del cálculo.

Naturalmente, el mejor modelo es el que no introduce separación entre nivel de estructura y sección (en la realidad no existe tal separación), es tridimensional, formado por elementos tridimensionales, incorpora todas las no linealidades, considera de forma completa las condiciones de compatibilidad y deformabilidad y no introduce hipótesis sobre el modo de fallo. Desgraciadamente, tal método no está disponible hoy por hoy. Para conseguirlo se precisarán importantes avances teóricos, experimentales, computacionales y de técnicas de ensayo para suministrar los datos necesarios. Aún en el caso de que estuviera disponible y su costo económico

y de tiempo fuera razonable, quizás no siempre resultara necesario y no descartaría el uso de métodos más simples, más fácilmente verificables y más próximos a la comprensión fenomenológica y de orden de magnitud del ingeniero.

Algunos de los métodos de cálculo disponibles son los siguientes:

Caracterización o encaje geométrico. No se trata propiamente de un cálculo sino de un primer contacto con los elementos resistentes de la construcción y sus dimensiones geométricas principales. Se trata de comparar los parámetros geométricos básicos (absolutos y relativos) con los de otras construcciones de la misma familia.

El resultado de la comparación, ya sea la estructura habitual o singular respecto a otras de su época y tipología, no conduce a ninguna conclusión definitiva sobre la seguridad, pero puede proporcionar información sobre el comportamiento relativo esperado de la construcción.

Para utilizarse es preciso disponer de estudios de los que obtener las dimensiones típicas de cada familia de estructuras. Estos estudios no están universalmente disponibles, aunque en 5.1 se han referido las recopilaciones de reglas de diseño históricas en arcos, bóvedas, cúpulas y torres contenidas en [97] y en [15] se encuentran las correspondientes a puentes de bóvedas de fábrica, figura 5.47.



**Figura 5.47** *Representación del ratio geométrico del canto de la bóveda frente a la luz de una colección de puentes ferroviarios de la línea Madrid-Hendaya* [15]

Cálculo límite o rígido-plástico. Se trata de cálculos planos (o cuasi-planos, en el sentido de que conservadoramente reducen el problema a una verificación plana). Manejan ecuaciones sólo de equilibrio. Realizan hipótesis muy simplificadas sobre el comportamiento último del material (resistencia a compresión y corte infinitas) y no consideran la anisotropía. No admite

movimientos impuestos ni da resultados en términos cinemáticos.

Analiza por separado los elementos estructurales o de forma conjunta, introduciendo entonces hipótesis estáticas para deshacer el hiperestatismo del sistema. Trata de buscar una solución equilibrada cualquiera o una límite (forma un mecanismo de colapso conocido *a priori* para el elemento estudiado). La seguridad puede introducirse en el método en forma de coeficientes geométricos, al menos para elementos tipo arco.

Tiene las ventajas de su simplicidad, requerir pocos datos, casi exclusivamente geométricos, y proporcionar una respuesta intuitiva y gráfica. Es una herramienta sencilla, suficiente en muchos casos. Si se verifican ciertas condiciones está avalada por los teoremas plásticos de extremo.

Los diagramas de interacción complementan el análisis límite utilizándose en segunda fase, como comprobación seccional a partir de los esfuerzos deducidos del cálculo de líneas de empuje. De esta forma se elimina la necesidad de introducir las hipótesis inseguras sobre el comportamiento del material y se considera la anisotropía al proyectar los esfuerzos según las direcciones de los tendeles.

• Cálculo de bloques rígidos. Se trata de un método que busca mecanismos de colapso ante configuraciones de carga que dependen de un parámetro (un movimiento virtual). Son cálculos generalmente planos, aplicados principalmente a bóvedas de puentes.

La fábrica se trata como un conjunto de bloques indeformables que pueden trasladarse y girar manteniendo el contacto entre sí. Las ecuaciones planteadas son energéticas, aplicando el principio de los trabajos virtuales. Permite tener en cuenta todos los efectos que admitan una representación energética, como el trabajo disipado en rozamiento o el trabajo del relleno o los



**Figura 5.48** *Esquema del cálculo de puentes de bóvedas de fábrica mediante bloques rígidos propuesto en [15]* 

tímpanos. Permite considerar patologías observadas como deslizamientos e imponer movimientos.

La no linealidad se tiene en cuenta de forma aproximada, ya que el trabajo virtual no debe depender de la magnitud de los desplazamientos, lo cual es inevitable si se incorporan efectos no lineales. Los modos de fallo se obtienen como resultado del cálculo siempre que correspondan a los mecanismos cinemáticos representables, figura 5.48.

Los datos geométricos necesarios son simples, no así los que caracterizan energéticamente fenómenos no conservativos como rozamiento o de consumo de energía al liberarse la vinculación entre elementos estructurales.

Los diagramas pueden establecer comprobaciones en segunda fase.

• Cálculo elástico. Se realiza a nivel de estructura, permite con relativa sencillez la modelización bi o tridimensinal. Permite, en principio, tratar movimientos y deformaciones impuestas y ofrece resultados de deformadas.



**Figura 5.49** Cálculos elásticos aplicados a construcciones de fábrica. Capilla Güel, P. Roca; y lienzo de la Silla de la Reina, León

Su principal desventaja es que no considera el comportamiento no lineal de la fábrica, tanto en tracción como en compresión. Si el modelo desarrolla tracciones importantes y extendidas a grandes zonas, la solución no es admisible, sirviendo como indicación de posibles modos de fisuración. Este suele ser el caso en problemas de movimientos impuestos. Sin embrago, ante cargas estáticas, para estructuras que trabajan bien condicionadas por forma para desarrollar sólo compresiones, la solución puede ser globalmente representativa. En casos en que los empujes desarrollados por ciertos elementos estructurales sean el problema esencial, los cálculos elásticos pueden infravalorar estas acciones, aún mostrando *pequeñas* tacciones. Es una herramienta muy adecuada para realizar estudios paramétricos que examinan la influencia de distintos factores. Los datos necesarios son geométricos y relativos a la deformabilidad de los distintos materiales y el terreno.

El método no puede incorporar criterios de fallo, que deben introducirse en segunda fase, a nivel de elemento estructural o de sección. Es en esta tarea donde se encuentra la aplicación de los diagramas de interacción, comprobando las secciones críticas bajo los esfuerzos obtenidos del cálculo elástico.

• Cálculo no lineal uniaxial. Se engloban bajo esta denominación modelos planos o tridimensionales constituidos por elementos de geometría uniaxial<sup>6</sup>, rectos o curvos, que incorporan a nivel de estructura el comportamiento no lineal del material, mediante integración numérica de la respuesta seccional.

Permiten tratar adecuadamente las solicitaciones cinemáticas y dan resultados deformacionales. No presuponen los modos de fallo, sino que los obtienen como resultado.

Existen herramientas comerciales que permiten realizar estos cálculos, normalmente con una metodología de elementos finitos, con el inconveniente de que, al presuponer una función para el campo de movimientos, precisan una malla muy fina en las zonas de concentración de curvaturas. Estas herramientas se han utilizado con éxito en el análisis de puentes de bóvedas tratando el relleno mediante muelles no lineales [15], figura 5.50. Entre estos métodos se encuentra también la formulación matricial generalizada [13], que, a diferencia de los elementos finitos, se basa en el equilibrio directo entre fuerzas exteriores y esfuerzos, de manera que reproduce adecuadamente las rótulas plásticas sin necesidad de remallado.



**Figura 5.50** *Esquema de cálculo uniaxial para puentes de bóvedas de fábrica, los muelles no lineales simulan el relleno* 

Los inconvenientes se encuentran en la modelización de elementos que, por su geometría, no se ajustan a la composición de barras. Los datos necesarios son la ley tensión-deformación

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Se refiere a "barras", evitándose el término *elemento lineal* para no introducir confusión con la linealidad o no linealidad del comportamiento del material.

de la fábrica. La interacción con las tensiones tangenciales se resuelve de formas diversas, según las posibilidades de la herramienta. En este aspecto, los diagramas de interacción pueden ser útiles como verificación de que no se produce un fallo por interacción no detectado por el modelo uniaxial.

• Cálculos no lineales planos o tridimensionales. Existe una amplia gama de modelos teóricos complejos implementados en aplicaciones informáticas muy específicas, comerciales o a nivel de investigación. Son modelos muy generales, de comportamiento global, bi o tridimensionales con consideración de cargas y resultados cinemáticos (incluyendo separación y deslizamiento) y que obtienen el modo de fallo como resultado.

Las diferencias entre ellos proceden de la manera en que tienen en cuenta la no linealidad del comportamiento del material. En todos los casos la técnica de planteamiento de las ecuaciones es la de elementos finitos, por lo que se precisa una malla fina que reproduzca la localización de deformaciones plásticas o acumulación de daño.

La primera diferencia se puede establecer entre micro-modelos, que reproducen individualmente los tres componentes de la fábrica, y modelos homogeneizados. Los primeros son operativos sólo para analizar muestras de pequeñas dimensiones. Entre los que modelizan un continuo de propiedades homogéneas hay un enorme catálogo, desde modelos de no tracción, variantes de planteamientos plásticos, modelos de mezclas, plásticos con resolución dinámico-lento, teoría del daño, etc.

Los modelos homogeneizados, al menos los que conoce el autor, no incluyen el tratamiento de la interacción N-M-V y la sobre-resistencia. Los micromodelos sí pueden representar estos aspectos, pero no son viables, en la actualidad, para modelizar grandes piezas o elementos estructurales.

Los datos que se requieren son numerosos y, en ocasiones, difícilmente determinables *in situ* (energías de fractura, *flow angle*, etc.). Como resultado, se puede llegar a construir



**Figura 5.51** *Esquema de cálculo no lineal plano para puentes de bóvedas de fábrica ,los contornos representan deformaciones plásticas bajo una carga puntual en riñones* 

modelos muy complejos cuya respuesta está basada en parámetros muy dudosos. La convergencia de tales modelos requiere grandes dosis de pericia y paciencia.

En muchas ocasiones prácticas el cálculo no lineal se plantea por la necesidad de mejorar una respuesta elástica inaceptable por la presencia extensa de tracciones. Los modelos plásticos de no tracción son la primera alternativa más simple. El problema de tales modelos es la convergencia, aún dotando al material de una pequeña resistencia ficticia a tracción. Una opción, a menudo utilizada para reproducir el comportamiento del hormigón, son los modelos con criterio de fallo friccional de tipo Drucker-Prager, numéricamente más estables. Las expresiones (5.8) y (5.9) proporcionan la relación entre los parámetros de dichos modelos (cohesión *c*, y ángulo de rozamiento,  $\phi$ ) y las resistencias de la fábrica a compresión *f*, y tracción *f*<sub>1</sub>, (no puede usarse un valor estrictamente nulo para *f*<sub>1</sub>).

$$f = \frac{2c \cdot \cos(\phi)}{1 - sen(\phi)} \tag{5.8}$$

$$f_t = \frac{2c \cdot \cos(\phi)}{1 + sen(\phi)} \tag{5.9}$$

Éste es quizás el método no lineal general mas sencillo, por los pocos datos que requiere, que está disponible en herramientas *estándar* aunque avanzadas como ANSYS o ABAQUS por citar ejemplos.

Los diagramas de interacción pueden usarse como comprobación *a posteriori*, que puede ser necesaria por ejemplo en caso de que el modelo no lineal de la estructura no incorpore efectos de segundo orden.

# 5.2.5 Formato de seguridad. Coeficientes parciales y coeficiente global

La seguridad puede introducirse siguiendo métodos que se clasifican jerárquicamente según el orden siguiente [114]:

- 1. Tensiones admisibles.
- 2. Coeficientes parciales.
- 3. Métodos probabilistas a nivel de elemento estructural
- 4. Métodos probabilistas a nivel de sistema estructural
- 5. Análisis de riesgo y análisis de toma de decisiones

Los métodos 1 y 2 generalmente se clasifican como de nivel I, siendo el primer o determinista y el segundo semiprobabilista. Los métodos 3 y 4 son probabilistas y se designan en la literatura especializada como de nivel II y III. Los métodos 5 son probabilistas de un escalón superior, a veces denominado nivel IV.

Tratando siempre de estructuras nuevas, un ejemplo de norma que sigue el método 1 es la americana ACI 530-95. El método de los coeficientes parciales es el preconizado por la mayoría de normas modernas para el tratamiento de la seguridad en el método de los estados límites, entre ellas los eurocódigos y las normas españolas. Los métodos probabilistas se utilizan en análisis singulares y para calibración de los coeficientes de normas semiprobabilistas. Los métodos de IV nivel son conocidos por unos pocos expertos y en el mundo de la investigación.

En un futuro, quizás próximo, los métodos 3 y 4 se aplicarán más en la práctica habitual y, es de suponer, especialmente en estructuras existentes sobre todo si son de especial importancia como es el caso de construcciones monumentales. Por homogeneidad del nivel de sofisticación de todo el proceso de análisis se hará en este apartado especial hincapié en los métodos semiprobabilistas de coeficientes parciales con la variante de considerar un coeficiente global para utilizar valores medios de las variables básicas de acuerdo con la consideración de no linealidad del comportamiento. Se describirán los puntos principales de los métodos probabilistas ya que éstos muestran explícita y numéricamente la fiabilidad como parámetro para deducir los coeficientes parciales.

## Planteamiento semiprobabilista en coeficientes parciales

Para la verificación de los estados límites se adoptan *valores de cálculo* de las variables básicas. Se definen los valores de cálculo de las acciones  $F_d$ , y de las resistencias del material  $f_d$  en función de sus valores representativos  $F_k$ , y  $f_k$  según (5.10) y (5.11):

$$F_d = \gamma_f F_k \tag{5.10}$$

$$f_d = \frac{f_k}{\gamma_m} \tag{5.11}$$

donde los coeficientes parciales  $\gamma_f y \gamma_m$  tienen en cuenta las incertidumbres relativas a las acciones y a las de las propiedades de los materiales respectivamente. En concreto las incertidumbres que cubren estos coeficientes son las siguientes:

- La posibilidad de que la acción tome valores mayores que el representativo, en virtud de la naturaleza aleatoria de la acción.
- Las incertidumbres del modelo de cálculo
- $\gamma_m$

Υf

- La posibilidad de que la resistencia tome valores menores que el representativo, en virtud de la naturaleza aleatoria de la resistencia.
- Las incertidumbres del modelo de evaluación de la resistencia de las secciones o capacidad portante de partes de la estructura.
- Incertidumbres relativas a los parámetros geométricos.
- Incertidumbres en la relación entre las propiedades del material en obra y las obtenidas en ensayos.

La verificación del estado límite se representa simbólicamente por una ecuación del tipo (5.12)

$$E(F_d) \le \frac{1}{\gamma_n \gamma_d} R(f_d)$$
(5.12)

donde *E* es un efecto de las acciones y *R* la resistencia (estructural no material)<sup>1</sup>correspondiente. Los coeficentes parciales que aparecen tienen en cuenta los siguientes aspectos:

- La importancia de la estructura, la gravedad de las consecuencias del fallo y el tipo de modo de fallo en sí.
- Las incertidumbres sobre los modelos de cálculo de acciones, resistencia y respuesta estructural. Si se puede asegurar que el modelo de cálculo, aún con incertidumbres, se encuentra siempre *del lado de la seguridad*, el coeficiente  $\gamma_d$  puede tomar un valor 1.

En caso de comportamiento lineal, es decir, si los efectos son proporcionales a las acciones y las resistencias de las secciones lo fueran a las de los materiales, se podría transformar (5.12) en (5.13):

$$E(F_k) \le \frac{1}{\gamma_f \gamma_m \gamma_n \gamma_d} R(f_k)$$
(5.13)

La inecuación (5.13) resume la introducción de la seguridad en términos semiprobabilistas mediante los 4 coeficientes que tienen en cuenta las incertidumbres y circunstancias referidas más arriba.

El problema reside en cuantificar esas incertidumbres para obtener unos valores numéricos de los coeficientes parciales que aseguren una probabilidad de fallo lo suficientemente baja en el periodo de vida útil o de validez del análisis.

Si a estas circunstancias se añaden las particularidades de las construcciones en estudio, se precisa un método que pueda ofrecer una vía para deducir los valores de los coeficientes de seguridad. Algunas características de las construcciones históricas introducen mayores incertidumbres, por lo que deben repercutir en un aumento de los coeficientes de seguridad. Otras, derivadas de la actualización de la información a través de inspección, ensayos y monitorización, despejan incertidumbres, por lo que permiten reducirlos. En concreto los aspectos que se deben actualizar respecto a los coeficientes que se dan en las normas habituales son:

> La consideración de que la estructura es existente, por lo que las incertidumbres concernientes a la geometría y propiedades de los materiales no se extrapolan a una estructura ideal desde construcciones similares correspondientes a la misma práctica sino que responden a las variabilidades más o menos observables en la estructura concreta.

Υn Ya

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Se nombra con f la resistencia del material y con R la resistencia de la sección o elemento estructural. En inglés, por ejemplo, no hay ambigüedad entre *strength* y *resistence* 

- La vida útil, que según se ha propuesto debería ser de 100 años en lugar de 50.
- La consideración de los modos de fallo y sus consecuencias.
- Las incertidumbres respecto a los modelos de cálculo de acciones, sus efectos y las resistencias.

## Deducción probabilista de los coeficientes parciales

En este apartado no se pretende tratar en profundidad los métodos probabilistas de calibración de coeficientes parciales ya que ni es ése el objetivo de la tesis ni el autor pretende ser un experto en estas cuestiones. Se tratará de mostrar las posibilidades de estos métodos y las variables que intervienen en el cálculo.

Admitiendo ciertas simplificaciones en aras de la claridad de la exposición, las expresiones que permiten la deducción de los coeficientes parciales tienen la forma de (5.14) [114].

$$\gamma = 1 + \alpha_i \beta V_i \tag{5.14}$$

donde:

- $\gamma$  es un coeficiente parcial.
- α<sub>i</sub> son los *factores de sensibilidad* de las distintas variables que intervienen en las incertidumbres que cubre el coeficiente parcial. Cada coeficiente es un número entre 0 y 1, y su suma debe ser la unidad o un número mayor que la unidad si los valores de α son envolventes de distintas posibles situaciones. Las tendencias detectadas permiten acotar los valores de estos coeficientes, tabla 5.6.

Tabla 6.6	Valores de	los coeficientes	de sensibilidad	$\alpha_{i}$ [114]
-----------	------------	------------------	-----------------	--------------------

	Acción	Resistencia
Variable dominante	0.70	0.80
Otras variables	0.28	0.32

- β es el índice de fiabilidad necesario, referido al periodo de vida de proyecto.
- *V<sub>i</sub>* son los coeficientes de variación de las variables que intervienen en las incertidumbres que cubre el coeficiente parcial. Se define como la relación entre la desviación típica y la media: *V=s/m*.

Cuando en cada variable intervienen distintos factores se puede calcular aproximadamente (admitiendo ciertas hipótesis respecto a la distribución estadística de las variables) mediante expresiones del tipo de (5.15)

$$V^{2} = V_{A}^{2} + V_{B}^{2} + V_{C}^{2}$$
(5.15)

donde *V* es el coeficiente de variación de una de las variables, por ejemplo una respuesta seccional (resistencia),  $V_A$ ,  $V_B$  y  $V_C$ son los coeficientes de variación de otras variables aleatorias que influyen en la dispersión descrita por *V*, para el ejemplo propuesto pueden ser *A* la aleatoriedad del material, *B* la de la geometría y la ejecución y *C* la incertidumbre en el modelo de análisis [119].

Si se conocieran los tres factores involucrados en (5.14) se podría deducir el coeficiente correspondiente. Existen dos problemas para aplicar inmediatamente este esquema de cálculo: primero la expresión (5.14) es simbólica y sólo puede interpretarse cualitativamente (en los casos reales los coeficientes tienen expresiones analíticas mucho más complejas o no existe expresión analítica). Segundo, los mencionados factores contienen influencias de muchas variables aleatorias cuya distribución y estadísticos no son conocidos.

# Expresión semiprobabilista de la seguridad en términos de un coeficiente global

Volviendo de nuevo a la expresión (5.13) (para comportamiento lineal) y teniendo en cuenta que los coeficientes  $\gamma_n$  y  $\gamma_d$  pueden estar incorporados en  $\gamma_m$  y/o en  $\gamma_f$  se tiene la relación (5.16):

$$E(F_k) \le \frac{1}{\gamma_f \gamma_m} R(f_k)$$
(5.16)

que sugiere la definición de un coeficiente de seguridad global  $\gamma$ , igual al producto de los dos coeficientes parciales:

$$\gamma = \gamma_f \gamma_m \tag{5.17}$$

Sin embargo la probabilidad de fallo asociada al producto de dos coeficientes parciales es diferente del producto de las probabilidades parciales de cada coeficiente [Beech, 16]. Una estimación más ajustada (para probabilidades en torno a  $10^{-5}$ , es decir valores de  $\beta$  en el entorno de 4.3) es según Baker [16] la dada por (5.18).

$$\gamma = \gamma_f + \gamma_m - 1 \tag{5.18}$$

Los valores de los coeficientes globales se han estudiado para un elemento sencillo como un muro solicitado a compresión excéntrica por Macchi y Beech [16]. Ambos manejan una probabilidad de fallo de  $10^{-6}$ , equivalente a un índice  $\beta = 4.75$ ; la sección se supone conocida deterministamente y se varían los coeficientes de variación de la resistencia,  $V_f$  y de la excentricidad del axil  $V_e$ . La figura 5.52 muestra las gráficas para distribución normal (a trazos) y lognormal (continua).

Los valores del coeficiente se encuentran entre 2 y 4 para el cálculo con distribución log-normal y crecen de forma importante con los coeficientes de variación para la hipótesis de distribución normal



**Figura 5.52** Coeficiente global de seguridad necesario para un índice de fiabilidad de 4.75 en función de los coeficientes de distribución de acciones y resistencia. Curvas continuas, distribución log-normal, curvas discontinuas distribución normal de las variables

# 5.2.6 Propuesta para la introducción de la seguridad en el análisis

Teniendo en cuenta lo expuesto hasta aquí, se realiza a continuación una propuesta para adoptar un formato de seguridad y un procedimiento para la estimación de los coeficientes de seguridad aceptables. Ambas propuestas se relacionan con el análisis de segundo nivel desarrollado en esta tesis.

## Propuesta para la adopción del formato de seguridad

La seguridad se introduce en el análisis adoptando uno o paralelamente dos formatos: el *coeficiente de seguridad global* y el *coeficiente de seguridad frente a sobrecargas*.

*Coeficiente global* El enfoque de coeficiente global consiste en calcular la estructura ante cargas de seguridad de seguridad de servicio (valores representativos) y obtener los correspondientes efectos de las acciones (esfuerzos, tensiones, excentricidades, etc.) mediante una solución estáticamente admisible que respete las propiedades básicas de la fábrica (análisis límite).

Los efectos de las acciones así obtenidos se comparan con los valores de resistencia deducidos con valores característicos de las propiedades de los materiales. La seguridad está garantizada si la relación entre las solicitaciones y las resistencias guarda un margen mayor o igual que el coeficiente de seguridad global considerado aceptable.

En caso de utilizarse métodos no lineales de cálculo hasta colapso, la carga última dividida por la carga de servicio representa el coeficiente global de la estructura.

En caso de utilizarse análisis límite con comprobación tensional y de corte *a posteriori* (análisis de  $2^{\circ}$  nivel) el método es muy similar a los métodos clásicos de tensiones admisibles, siendo la tensión admisible igual a la resistencia dividida por el coeficiente global considerado aceptable.

Cuando a la obtención de esfuerzos sigue el dimensionamiento de elementos de refuerzo (de la estructura o de la cimentación), este procedimiento es probablemente el más recomendable ya que se obtiene la respuesta en servicio de la estructura, dimensionándose el refuerzo para que ésta se mantenga en tales condiciones. Por el contrario, si se calcula la respuesta estructural ante cargas mayoradas, el mecanismo resistente puede diferir del anterior movilizándose acciones que no se presentan en el cálculo en servicio (ver ejemplo de dimensionamiento del recalce de las pilas de un puente de fábrica en 6.2).

La comprobación descrita supone además una verificación indirecta del comportamiento en servicio.

Para ciertos elementos estructurales, cuyo modo de fallo es bien conocido *a priori* y para los que el crecimiento simultáneo de todas las acciones no es la situación pésima, resulta conveniente complementar la evaluación del coeficiente global con un cálculo en el que se mayoran ciertas cargas que desencadenan los modos de fallo investigados.

El ejemplo más destacado de estructura que precisa este enfoque es el de los puentes de fábrica. Existen, entre otros, dos formas de colapso conocidas: la formación de un mecanismo cinemático y el fallo por aplastamiento o por combinación de compresión y cortante. En el primer modo, las cargas uniformes son favorables, siendo las cargas puntuales las que desencadenan el fallo; mientras en el segundo son desfavorables. Por ello, en [15] se propone un formato de seguridad ante combinaciones del tipo:

# $\gamma_G G + \gamma_O Q$

Tomándose para la combinación de mecanismo  $\gamma_G$  igual a 1 (ó a 0.9) e identificando  $\gamma_Q$  con el coeficiente frente a sobrecargas. Para la combinación de fallo por aplastamiento de la bóveda se toma  $\gamma_G = 1.35$  y se identifica de nuevo  $\gamma_Q$  con el coeficiente frente a sobrecargas. En el trabajo citado el valor admisible de  $\gamma_Q$  se toma siempre igual a 3.5.

En el ejemplo 6.1 se utiliza un planteamiento similar en que se cuantifica la seguridad en términos de excentricidad de las acciones y no de todos los esfuerzos simultáneamente (si crecieran a la vez el axil y su momento la excentricidad del axil permanecería inalterada).

En caso de utilizarse el análisis de segundo nivel, la forma más práctica es encontrar primero una solución equilibrada y geométricamente admisible ante cargas mayoradas y comprobar luego los esfuerzos obtenidos sobre *Coeficiente global ante sobrecargas* 

diagramas de interacción construidos con valores representativos de las propiedades mecánicas.

Este método tiene la ventaja conceptual de no mayorar las acciones que físicamente "no pueden crecer" o sobre las que se tienen menores incertidumbres, que suelen ser las de peso propio, que además son en ocasiones favorables, por estabilizadoras, ante ciertos modos de fallo

Es evidente que ambos planteamientos tienen sentido físico y responden a dos conceptos intuitivos de seguridad. Probablemente, involucren niveles de fiabilidad diferentes al tratar de modo distinto las incertidumbres y por ello precisen valores numéricos del coeficiente de seguridad también diferentes.

# Propuesta para la estimación del orden de magnitud de los coeficientes globales

Eurocódigo 6 da los siguientes coeficientes parciales de seguridad resumidos en las tablas 5.7 y 5.8, para acciones y resistencia:

	Acciones	Acciones variables $\gamma_Q$		
	permanentes* $\gamma_G$	Una	Otras	
Efecto favorable	1.0	0	0	
Efecto desfavorable	1.35	1.5	1.35	

Tabla 5.7. Coeficientes de mayoración de acciones en EC-6

(\*) Las componentes favorable y desfavorable de una acción permanente se consideran como independientes, la favorable se tomará con  $\gamma_{G,inf}=0.9$  y la desfavorable con  $\gamma_{G,sup}=1.1$ 

Ύм		Categoría de la ejecución		
		А	В	С
Categoría del	Ι	1.7	2.2	2.7
fabricación de	II	2.0	2.5	3.0

Tabla 5.8. Coeficientes de minoración de acciones en EC-6

Los valores de los coeficientes de mayoración de acciones son algo más bajos que los tradicionales en las normas españolas, que se sitúan, para hormigón y control normal, en valores de  $\gamma_G$ =1.50 y  $\gamma_O$ =1.60 [EHE, 8].

El valor de 2.5 es el tradicionalmente aceptado para el coeficiente de minoración de la resistencia de la fábrica [Piet 18, FL, 19].

Un primer orden de magnitud del valor del coeficiente global se puede obtener utilizando los coeficientes anteriores, modificados para tener en cuenta el aumento de fiabilidad por el aumento de la vida útil y la importancia del fallo, así como la capacidad de aviso del mecanismo de colapso, tabla 5.4, y, si fuera posible, la actualización de la información. Se utiliza entonces una expresión como (5.15) o (5.16) para obtener un margen global de seguridad.

Se precisa una aclaración importante referente a los coeficientes de minoración de resistencia o respuesta seccional. Las distintas categorías de calidad de fabricación de las piezas y ejecución en estructuras nuevas (proyectadas) pretenden tener en cuenta la distinta incertidumbre sobre si se conseguirán en la práctica los valores prescritos en el proyecto. En estructuras existentes, la fabricación y ejecución pudieron ser más o menos cuidadas pero las resistencias (y tolerancias geométricas) ya se pueden medir, no hay incertidumbre sobre si se lograron los valores objetivo (si es que los constructores originales pensaban en estos términos). Las incertidumbres se encuentran sobre la variabilidad que puedan tener las resistencias por nuestra mejor o peor información que vendrá condicionada por las posibilidades de inspeccionar y realizar un mayor número de ensayos. Por tanto el espectro de valores entre 1.7 y 3.0 puede interpretarse, no según con qué calidad se ejecutó la obra sino según la calidad de la información disponible sobre las variables que condicionan el modo de fallo que se estudie.

#### Ejemplo

Para un modo de fallo con capacidad de aviso baja y consecuencias graves, siendo el peso propio favorable y conociendo muy precisamente la geometría, y a través de algunos ensayos sobre las piezas y mortero, las propiedades de los materiales, se desea estimar un valor adecuado para el coeficiente global.

En primer lugar, si los ensayos se realizan sobre los componentes de la fábrica y la variable que condiciona el fenómeno es la resistencia a compresión de la fábrica existe una incertidumbre importante sobre el modelo de cálculo (fórmula de Ohler, p.ej.) que proporciona la variable principal. En este caso, una posibilidad es utilizar un valor representativo de la resistencia *seguro*, por ejemplo tomando un coeficiente parcial de 2 (según recomienda UCI) y calculando con esa resistencia minorada.

A continuación, de la tabla 5.4 se obtiene un índice de fiabilidad de 4.5, que según la tabla 5.5 se incrementa en 0.25 por la baja capacidad de aviso. El índice  $\beta$  resulta del orden de 4.75. Si se supone, a falta de una calibración de los coeficientes de las normas, que éstas utilizan índices en el entorno de 3.8, el factor por el que se debe multiplicar la parte en exceso de 1.0 (en virtud de (5.14)) de los coeficientes parciales de las normas es 4.75/3.8=1.25. La variación del método de cálculo (de la resistencia) no repercute en el coeficiente parcial por haberse tomado una estimación *segura* de *f*.

Para las acciones variables se tiene  $\gamma = 1.50$  y para  $\gamma_m$ , una vez se ha calculado con la resistencia *segura* se puede tomar un valor medio de  $\gamma_m = 2.00$  (categoría de la ejecución A).

Estos coeficientes se modifican en su parte en exceso sobre la unidad, pasando a ser  $\gamma_{f=1+0.50\cdot 1.25=1.625}$  y  $\gamma_{m}=1+1.00\cdot 1.25=2.250$ 

El coeficiente de seguridad global sería  $\gamma$ =3.66 según (5.17) ó  $\gamma$ = 2.88 según (5.18).

Un coeficiente adecuado para el caso referido parece ser 3.50.

# 5.3 Desarrollo de una herramienta de análisis de segundo nivel para la construcción de líneas de presiones y obtención de esfuerzos en estructuras de fábrica.

# 5.3.1 Introducción

Como se expuso en el capítulo 1, existe una laguna en el campo de la evaluación de las estructuras de fábrica (especialmente las existentes) en cuanto a métodos de análisis de lo que allí se definió como *segundo nivel*.

La revisión de las propiedades mecánicas de la fábrica realizada en 2 permite una deducción teórica de diagramas de interacción de esfuerzos relativamente simple (cap. 3), pero que permite tener en cuenta los aspectos fundamentales del comportamiento de la fábrica ante solicitaciones combinadas de axil, excentricidad y cortante. Como se expuso en 3.6, es posible incorporar al modelo efectos de mayor complejidad, como son la esbeltez de las piezas y leyes tensión-deformación generales del material mediante un algoritmo implementado informáticamente.

El capítulo 4 refrenda, con los matices oportunos, la validez de los diagramas para describir el comportamiento de secciones de fábrica en las hipótesis contempladas en los desarrollos teóricos. El fenómeno de sobre-resistencia en flexocompresión fue identificado e incorporado a los diagramas en la propuesta teórica desarrollada en 3.7. La validez de esta formulación en secciones fuertemente comprimidas y sometidas a cortantes importantes ( $V^*\approx 0.05$ ) está cuestionada por los resultados de la serie NMV.

El capítulo 5 ha propuesto una metodología de análisis basada primero en el conocimiento o identificación de los elementos estructurales y sus modos de y fallo. A continuación, se propone un tratamiento de las bases de cálculo que incluye una propuesta para la introducción de la seguridad y se pasa revista a los métodos de cálculo y comprobación disponibles, así como al papel de los diagramas de interacción en el contexto de tales métodos.

Todos los métodos de cálculo tienen ventajas e inconvenientes y son adecuados en diferentes contextos. Sin embargo, la metodología de segundo nivel es aplicable preferentemente si pueden desacoplarse la obtención de esfuerzos de la comprobación seccional. Los diagramas propuestos, al trabajar en términos de esfuerzos en lugar de en tensiones, dan el primer paso para tal desacoplamiento. A partir de ese punto peden emplearse métodos de cálculo basados en modelos de barras o elementos finitos para la obtención de esfuerzos que pueden comprobarse a continuación. Las herramientas más extendidas para realizar tales modelos son elásticas lineales o al menos están basadas en campos de deformaciones<sup>1</sup> (la solución es la deformada y los esfuerzos se obtienen por derivación de las deformaciones). En uno u otro caso, son especialmente sensibles a las condiciones de contorno y otras variables de compatibilidad difícilmente cognoscibles en la práctica además de reproducir con dificultad zonas de

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> A diferencia de la FMG ya comentada en 5.2.4

fuertes concentraciones de curvaturas, propias de ciertos mecanismos de colapso. El análisis límite de primer nivel basado en líneas de presiones no adolece de estos inconvenientes por lo que se presenta como alternativa para la obtención de esfuerzos. Los inconvenientes del análisis límite pueden paliarse realizando comprobaciones seccionales de la solución límite mediante la aplicación de los diagramas de interacción.

Este apartado muestra el trabajo realizado para desarrollar una herramienta de análisis de segundo nivel basada en la obtención de líneas de presiones y la comprobación automatizada de las combinaciones de esfuerzos que representa.

Se pretende, por tanto, cubrir la laguna mencionada con una herramienta de obtención de esfuerzos que incorpora y complementa a los diagramas de interacción propuestos. Ello no excluye el uso de otras herramientas de determinación de esfuerzos en combinación con la comprobación mediante diagramas de interacción, según se expuso en 5.2.4 y se ha aplicado en los ejemplos del capítulo 6.

La herramienta de cálculo propuesta se apoya en un desarrollo informático propio, aunque no es el programa el protagonista de la exposición, de hecho sería posible implementarla en cualquier formato, desde el cálculo gráfico, analítico manual o una hoja de cálculo. Lo importante es el control del evaluador sobre la solución que se maneja sin que el programa tome decisiones *opacas*. Algunas ventajas de informatizar de tal modo el cálculo estático son:

- La frecuente necesidad de efectuar gran cantidad de cálculos sobre una misma estructura para obtener el espectro completo de las distintas líneas posibles, empujes máximos y mínimos, influencia de las condiciones de contorno, distintas hipótesis de carga, etc.
- La posibilidad de analizar con facilidad geometrías complejas, tanto en alzado como en planta, tratando de forma aproximada problemas tridimensionales (gajos de bóvedas y cúpulas, etc.).
- La posibilidad de acoplar el cálculo de esfuerzos (resultantes de tensiones y punto de aplicación) con la comprobación de las combinaciones de tales esfuerzos, aplicando los diagramas obtenidos en esta tesis y superando así ciertas hipótesis no conservadoras del análisis límite clásico (resistencia a compresión infinita e inexistencia de deslizamientos).

Ello es posible aportando un número reducido de datos y realizando un adecuado post-proceso para tener en cuenta la anisotropía (orientación de los tendeles) y obtener para cada línea de presiones información muy valiosa:

- Nivel tensional en cada sección, de acuerdo con hipótesis elásticas sin tracción, plásticas o genéricas (capítulo 3).
- Tensiones tangenciales en los tendeles.
- Excentricidad y esfuerzos adimensionales en cada sección y su relación con los esfuerzos de agotamiento.
- Coeficiente global de seguridad en términos de excentricidades (5.3.4).

Se realiza primero una exposición de la teoría clásica de líneas de presiones para pasar a describir los fundamentos del cálculo automatizado. Se muestra el funcionamiento del programa desarrollado y se incluyen algunos ejemplos de verificación. En el capítulo 6 se incluyen aplicaciones de la aplicación a ejemplos reales de intervenciones en construcciones de fábrica.

## 5.3.2 Definición de la línea de presiones

La obtención de líneas de presiones, es una conocida herramienta de análisis de primer nivel de gran utilidad para una primera evaluación de la seguridad de estructuras de fábrica.

El concepto de línea de presiones fue desarrollado alrededor de 1830 por Moseley en Inglaterra y por Méry en Francia, aplicado al colapso de arcos [97].



#### Figura 5.53 Definición de línea de presiones.

a) Sólido solicitado por fuerzas exteriores en equilibrio, familia de secciones escogida y estado tensional alrededor de un punto genérico

b) Distribución de tensiones normales y tangenciales que actúan sobre una sección, resultante de tensiones R y punto de aplicación de la misma P, punto de paso de la línea de presiones.

Se define la línea de presiones como el lugar geométrico de los puntos de aplicación de las resultantes de las tensiones que actúan sobre una familia de secciones definidas sobre un sólido plano sometido a un sistema equilibrado de fuerzas. Figura 5.55.

La línea de presiones depende por tanto de la geometría de la estructura, de las fuerzas actuantes y de la familia de secciones<sup>2</sup> que se elija. Según la definición, la línea de presiones no depende de las propiedades deformacionales del material, si bien, para conseguir un sistema equilibrado

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Este último factor es convencional, por lo que la línea de presiones también lo es. Ello hay que tenerlo en cuenta a la hora de interpretar los resultados de línea de presiones, especialmente si la familia de secciones no coincide con las juntas reales de aparejo. Ver nota sobre elementos verticales más adelante en este capítulo.

de fuerzas, se deben haber obtenido las reacciones en puntos del sólido vinculados cinemáticamente al exterior; tales reacciones (excepto en casos isostáticos) sí dependen de las hipótesis de deformabilidad de la estructura y de los elementos a los que se vincula, sean estos la cimentación u otros elementos estructurales.

La definición dada tampoco prejuzga la validez del campo de tensiones respecto a los criterios de fallo del material, sólo requiere que el campo tensional satisfaga las condiciones de equilibrio. De esta manera, las líneas obtenidas podrán ser o no admisibles, comprobación que puede realizarse *a posteriori*.

# 5.3.3 Planteamiento del cálculo

El planteamiento del cálculo práctico de líneas de presiones es en cierto modo *inverso* a su definición: en lugar de obtener los puntos de paso de las resultantes de un campo de tensiones conocido, se construye una línea de presiones en equilibrio con las acciones exteriores conocidas y con las reacciones que deben determinarse iterativamente (tanto su valor como su punto de aplicación). Después, admitiendo ciertas hipótesis, es posible obtener las tensiones asociadas a la línea obtenida. Lógicamente, si el campo de tensiones de la estructura fuera conocido, el problema estaría resuelto y la obtención de la línea tendría utilidad únicamente como visualización del estado tensional. Aún más, sería posible visualizar no sólo una línea de presiones a lo largo de la estructura sino las familias de *microlineas* de actuación de las tensiones principales en cada punto, es decir, las isostáticas.

El cálculo práctico de las líneas de presiones se *reduce* así al problema de la determinación de las reacciones. El problema, salvo raras excepciones (como un arco triarticulado) es hiperestático por lo que existen infinitas soluciones dependientes de al menos tres parámetros (dos para un arco mono articulado o uno, para un arco biarticulado). Esta indeterminación estática produjo durante todo el siglo XIX toda suerte de métodos y criterios orientados a encontrar la línea *real* (criterio del tercio central, de la mitad central, de la mínima desviación cuadrática respecto a la directriz, etc.).

A pesar de que esta polémica está superada, como ha expuesto el Prof. Heyman [17], por los teoremas de la plasticidad, existen aplicaciones comerciales actuales siguen realizando un cálculo iterativo basado en criterios inaccesibles al usuario para hallar la línea de empuje ante unas cargas dadas. En este sentido el programa que se presenta no toma absolutamente ninguna decisión sobre la construcción de la línea de empujes y todas las reacciones hiperestáticas las define en magnitud y posición el usuario, que debe proceder por tanteos a la vista del postproceso de resultados que se le presenta.

### Geometría

```
Alzado
```

La geometría del alzado (plano que contiene a la línea de presiones) del elemento estructural analizado se define mediante 2 curvas poligonales que representan los contornos superior e inferior (figura 5.54). En el caso de que



Figura 5.54 Esquema de la definición de la geometría.

el elemento sea de directriz vertical los contornos se interpretan como izquierdo y derecho. El programa cuenta con una herramienta de generación automática de curvas típicas, en concreto rectas, parábolas, arcos de circunferencia y elipses. Adicionalmente, se incorpora un generador de geometría para el estudio del comportamiento multiarco de puentes de varios vanos, que se presenta a menudo en la práctica. En ese caso, se suministran los sucesivos valores de los anchos de pila en cabeza, las luces libres de los vanos, los valores correspondientes de la flecha en cada vano y los valores del canto de la bóveda en arranque y clave.

- PlantaPara cada abscisa se define un ancho (dimensión del elemento perpendicular<br/>al alzado). La posibilidad de modelizar anchos variables permite analizar<br/>gajos de estructuras tridimensionales o tener en cuenta la difusión transversal<br/>de cargas puntuales sobre bóvedas (desde el punto de aplicación hacia los<br/>arranques). La variación de anchos se puede introducir de forma automática<br/>suministrando como datos el ancho al inicio de las abscisas, al final y un<br/>valor intermedio, ajustándose una parábola o recta.
- Aparejo
  El aparejo se define mediante las coordenadas de la línea normal a los tendeles en cada punto. Esta línea no tiene por qué coincidir con la directriz baricéntrica, que es calculada automáticamente por el programa a partir de los contornos superior e inferior; de hecho la opción por defecto es tomar como dirección de los tendeles en cada punto la normal a la curva de intradós, según la práctica constructiva usual en puentes de fábrica (Ribera [142]) y en otros elementos (ver figura 5.16, p. ej.). El caso de aparejo de varias roscas no se contempla en la definición de la geometría sino que debe

ser tenido en cuenta en la definición de las propiedades mecánicas de la fábrica, de acuerdo con lo expuesto en 2.3.2. El análisis de este tipo de aparejos debe hacerse con especiales precauciones.

Finalmente, se señala que la geometría definitiva considerada en los cálculos se presenta en forma de tabla numérica que el usuario puede modificar arbitrariamente para ajustar el modelo a otras condiciones no previstas por el programa.

## Acciones

Hay dos tipos de acciones (figura 5.55), las calculadas automáticamente por el programa y las que introduce explícitamente el usuario.

Las primeras son cargas másicas: el peso propio de la estructura y de los rellenos, los empujes laterales de éstos últimos y una fuerza másica horizontal por ud. de masa. El programa las calcula a partir de la geometría y de los datos complementarios siguientes:



Figura 5.55 Acciones solicitantes

- Peso específico de la fábrica, γ<sub>fab</sub> [kN/m<sup>3</sup>]
- Peso específico de los rellenos, γ<sub>re</sub> [kN/m<sup>3</sup>]
- Cota de los rellenos [m]
- Coeficiente de empuje lateral de los rellenos *K*, (variable longitudinalmente) [-]
- Factores de las fuerzas de inercia (aceleración de la gravedad o sísmica) en direcciones vertical y horizontal, a<sub>x</sub>, a<sub>y</sub>. [g]

## • Acciones gravitatorias

Las cargas de peso propio de la fábrica se obtienen multiplicando el área de cada dovela por su espesor y por el peso específico de la fábrica.

Este peso *real* puede modificarse mediante un factor arbitrario  $a_y$ , que admite varias aplicaciones: puede utilizarse para estudiar la influencia en la seguridad de la variación (incremento o disminución) del peso propio respecto al valor nominal, también es útil, adoptando valores menores que la unidad, para simular la acción vertical del sismo.



**Figura 5.56** Acción del relleno, componentes vertical G y horizontal  $\Delta E$ .

La acción del relleno se modeliza mediante dos acciones (figura 5.56): la carga vertical, proporcional al peso específico de éste, y una acción horizontal sobre cada dovela de cálculo, proporcional al incremento de altura entre sucesivas dovelas y a un coeficiente de empuje K dado por el usuario para cada valor de x. En función del sentido del movimiento entre fábrica y relleno, el coeficiente de empuje variará entre los valores activo y pasivo (el programa no calcula movimientos por lo que el usuario debe controlar directamente este aspecto). En todo caso, la máxima componente tangencial posible depende del rozamiento relleno-fábrica.

En caso de rellenos rígidos, el coeficiente de empuje debe ser nulo y la acción estrictamente vertical, si bien entonces la línea de empujes puede, para niveles tensionales bajos, circular por el relleno.

La hipótesis de acción únicamente vertical del relleno (K=0) es recomendable en muchos casos, ya que concuerda con el planteamiento de sencillez de los cálculos (el procedimiento de líneas de presiones no ofrece resultados en términos de movimientos) y queda, en general, del lado de la seguridad. En efecto, en las zonas esencialmente horizontales de las bóvedas, la acción del relleno es prácticamente *hidrostática* e igual al peso de la columna de rellenos y dirigida según la normal al trasdós, es decir, prácticamente vertical, por lo que no se introduce error. En las zonas de riñones, el empuje normal al trasdós puede estar limitado por el rozamiento relleno-fábrica; como tiende a introducir la línea de presiones en la fábrica, resulta conservador el no tenerlo en cuenta. Para estructuras con gran altura de rellenos, como bóvedas enterradas, la hipótesis de empuje vertical puede resultar excesivamente segura y desvirtuar los resultados.

Una opción razonable en puentes de fábrica es introducir un coeficiente similar al del empuje activo de un terreno granular (del orden de 0.30) en las zonas de riñones en estribos y otro nulo en los arranques de bóvedas sobre pilas (tramos intermedios) de acuerdo con la distribución típica de rellenos rígidos, figura 5.28.

### • Acciones sísmicas

De forma análoga a lo descrito para las cargas gravitatorias, se pueden generar acciones sísmicas pseudo-estáticas haciendo uso del factor  $a_x$ , que introduce en cada punto una fuerza másica proporcional al peso específico y al mencionado factor, asimilable a la aceleración sísmica de cálculo que puede tomar valores en torno a 0.05, hasta 0.15. Como ya se ha explicado, el factor  $a_y$  permite introducir simultáneamente la acción vertical del sismo. Este tratamiento hace posible evaluar, siquiera de forma aproximada, la influencia de las acciones sísmicas en el equilibrio. No obstante, la solución de problemas dinámicos queda fuera del alcance de la herramienta propuesta.

## • Sobrecargas

Las cargas arbitrarias son puntuales (verticales u horizontales) y distribuidas por ud. de abscisa siguiendo una ley trapezoidal. Ambas categorías se definen por su posición y magnitud. El usuario debe introducir al menos 2 valores de cargas puntuales (horizontal y vertical) al inicio de la pieza, en el origen de abscisas,  $P_{x0}$  y  $P_{y0}$ .

Las cargas puntuales son adecuadas para simular las reacciones de estribos o fuerzas concentradas de ejes de vehículos. Las cargas trapezoidales, además de representar sobrecargas gravitatorias de cualquier origen, pueden utilizarse, al definirse en dirección horizontal, para representar empujes adicionales del terreno o rellenos, fuerzas de frenado o la acción del viento.



**Figura 5.57** Conversión de cargas puntuales a uniformes en función de la altura de rellenos

Para tener en cuenta la acción de reparto del relleno (difusión longitudinal de las cargas), el programa presenta la opción de convertir una fuerza puntual en un par de cargas distribuidas según el esquema de la figura 5.57, en que los valores por defecto de la longitud de la huella y talud son 0.30 m y 1H:2V, respectivamente.

El reparto transversal de las acciones puntuales debe realizarse al definir la ley de anchos de la bóveda. Una opción razonablemente segura [15] es considerar un ancho uniforme igual a la dimensión transversal del tren de cargas más el espesor total de rellenos (incluyendo capa de rodadura o balasto) en la sección media de aplicación del tren de cargas. Este ancho eficaz se considera en el análisis de la bóveda; para el análisis de reacciones sobre las pilas se considera la totalidad del ancho de las bóvedas de los dos vanos que arrancan en ella.

## Parámetros mecánicos de la fábrica

Para realizar las comprobaciones relativas a la seguridad en la fase de postproceso, el método precisa la introducción de los datos mecánicos básicos del material. Se solicitan las variables necesarias para el cálculo de los diagramas de interacción, es decir:

•	Resistencia a compresión de las piezas	$f_b$	[N/mm <sup>2</sup> ]
•	Resistencia a tracción de las piezas	$f_{tb}$	[N/mm <sup>2</sup> ]
•	Resistencia a compresión del mortero	$f_m$	[N/mm <sup>2</sup> ]
•	Resistencia a corte sin compresión de la interfaz	$f_{v0}$	[N/mm <sup>2</sup> ]
•	Coeficiente de fricción de la interfaz	μ	[-]
•	Espesor relativo de los tendeles	α	[-]
•	Factor de forma de las piezas	ξ	[-]
•	Coeficiente de conversión prisma-fábrica	η	[-]
•	Coeficientes de ponderación de tensión crítica	$\Psi_i$	[-] i=13
•	Coeficientes de sobre-resistencia	$a_{max}$	[-]
•	Excentricidades umbral de sobre-resistencia	$e_0/w$	[-]

Los coeficientes  $\Psi_i$  se utilizan para el cálculo de los diagramas en hipótesis elásticas (3.4).

El coeficiente de sobre-resistencia, según se ha visto, depende de la excentricidad. Se solicitan, para los diagramas elásticos y plásticos, la



Figura 5.58 Variación adoptada para el coeficiente de sobre-resistencia plástico en función de la excentricidad relativa al canto de la sección, junto a los resultados experimentales de la serie CE.

excentricidad umbral y el valor máximo del coeficiente (figura 5.58) de acuerdo a la propuesta de 3.7.

Con estos datos se calcula, mediante la fórmula de Ohler o de Ohler adaptada a fábricas históricas (2.42.bis), la resistencia a compresión simple de la fábrica f, cuyo valor se presenta en una casilla que puede ser modificada por el usuario.

La dirección del aparejo se introduce en el apartado de geometría. El caso de aparejo de varias roscas requiere una interpretación cuidadosa de los resultados.

## Cálculo

Como se desprende de la definición de la línea de presiones, ésta es dependiente de la elección de la familia de secciones ideales. En este caso se ha optado por secciones verticales (paralelas al peso propio), calculándose la línea de presiones correspondiente a esta elección. En caso de que la directriz del elemento sea vertical, las secciones se toman en dirección horizontal. Las mencionadas secciones ideales sirven al mismo tiempo para la discretización de la geometría y las cargas.

El programa divide el dominio en *dovelas de cálculo*, que no tienen porqué coincidir con las dovelas reales. Estas dovelas son siempre trapezoides limitados por segmentos verticales situados en cada abscisa y los contornos inferior y superior de la fábrica. En caso de que la directriz del elemento estructural sea vertical, las dovelas de cálculo son trapezoides con sus lados paralelos horizontales.

Las incógnitas en el cálculo de la dovela i-esima (figura 5.59) son las componentes horizontal y vertical de la fuerza ejercida sobre ésta por la dovela i+1-esima y la ordenada del punto de aplicación de la fuerza.



Figura 5.59 Discretización en dovelas de cálculo y equilibrio de la dovela i-esima

Las otras fuerzas actuantes son la ejercida por la dovela anterior (i-1-esima), el peso propio de la dovela calculada y la parte correspondiente de las fuerzas exteriores aplicadas (puntuales, trapezoidales o del relleno). Eventualmente se suman las cargas másicas de sismo. Para obtener las tres incógnitas se cuenta con las tres ecuaciones de equilibrio de fuerzas horizontales, verticales y de momentos.

El equilibrio de la primera dovela precisa los datos del empuje inicial, definido por las componentes horizontal y vertical  $F_{x0}$ ,  $F_{y0}$  y su punto de aplicación  $y_0$ . Estos datos los suministra el usuario. Para cada combinación de estos datos se obtienen distintas líneas de presiones que pueden o no ser admisibles, bien por no encontrase completamente contenidas en la fábrica o violar alguno de los criterios de fallo del material.

La resolución del hiperestatismo del problema queda por tanto en manos del usuario, que obtendrá cualquiera de las infinitas líneas de presión posibles en función de tres condiciones de contorno fijadas en una misma frontera de la estructura. Si se desean imponer condiciones en apoyos opuestos (puntos de paso o valor de las reacciones) se debe proceder por tanteos. De igual forma se resuelven problemas con apoyos intermedios como análisis multiarco de puentes de fábrica. La experiencia en el uso de la herramienta demuestra que este proceso es sencillo y se precisan sólo unas pocas iteraciones de prueba y error para obtener la solución deseada. En todo caso, es conveniente obtener en primera instancia las soluciones correspondientes a los vanos aislados para acotar el problema.

## **Resultados y post-proceso**

La línea que une los puntos de paso de las resultantes de fuerzas sobre cada sección es la línea de presiones. La tangente a dicha línea en cada sección representa la dirección de la resultante de tensiones. El programa no establece limitaciones respecto a que la línea de presiones esté o no contenida en la fábrica.

En cada abscisa se dispone de la fuerza que ejerce la dovela anterior sobre la siguiente. Conocida la dirección del aparejo, el programa proyecta estas fuerzas sobre la dirección perpendicular y paralela a los tendeles, obteniendo respectivamente el axil N y el cortante V. Con la distancia que media entre el baricentro de la dovela y el punto de paso de la línea de presiones, excentricidad e, y el axil, se calcula el momento respecto al baricentro de la sección de fábrica,  $M=e\cdot N$ , (figura 5.60).



**Figura 5.60** *Proyección de la resultante de la línea de empuje en componentes normal y tangencial al aparejo* 

Si la dirección de las juntas (aparejo) es muy diferente de la dirección vertical de las secciones ideales de las dovelas de cálculo se comete un error al obtener las excentricidades. Para minimizar este error es conveniente discretizar con un gran número de dovelas. El programa no limita el número de dovelas de cálculo y utiliza un valor por defecto de 500.

Una vez conocidas las resultantes de tensiones normales y tangenciales, N y V, sobre cada sección real (en función del aparejo) es posible calcular los valores de las tensiones haciendo algún tipo de hipótesis sobre la forma de su distribución. El programa permite calcular en cada sección las tensiones normales y tangenciales en hipótesis elásticas o plásticas así como las profundidades de la fibra neutra, expresiones (3.1) a (3.4), y (3.29) a (3.31) respectivamente.

Haciendo uso de los parámetros de la fábrica y la geometría de la pieza, se calculan las expresiones adimensionales de los esfuerzos  $N^*$ ,  $M^*$  y  $V^*$  sobre cada sección. Estos valores se representan sobre los diagramas de interacción calculados para cada sección, con lo que es posible realizar gráfica y simultáneamente la comprobación de todas las secciones. La representación de los diagramas se realiza siempre sobre ejes adimensionales, en caso de que la estructura tenga ancho uniforme pueden darse dimensiones a los esfuerzos.

En detalle, los resultados presentados son los siguientes:

- *Y*<sub>*le*</sub> [m] Posición de la línea de empujes, mediante su ordenada en cada dovela.
- *S* [m] Ordenada del baricentro de cada sección de fábrica real (paralela a los tendeles).
- *F*, *F<sub>x</sub>*, *F<sub>y</sub>* [kN] Magnitud de la fuerza de contacto entre dovelas de cálculo, y sus componentes horizontal y vertical.
- N, M, V [kN] Esfuerzos sobre las secciones de fábrica. N y V se obtienen proyectando las fuerzas anteriores sobre las direcciónes perpendicular y paralela a los tendeles. M es el producto del axil por la distancia entre el baricentro de la sección y el punto de paso de la línea de empujes proyectada sobre la dirección del tendel.
- V/N [-] Relación entre el cortante y el axil en cada sección, mostrado a efectos de comparación con el valor de μ.
- *e* [m] Excentricidad del axil, relación entre el momento y el axil.
- N\*, M\*, V\* [-] Esfuerzos adimensionales solicitantes deducidos de los N, M, V, y las dimensiones de cada sección.
- N<sub>R</sub>\*, M<sub>R</sub>\*, V<sub>R</sub>\* [-]Esfuerzos adimensionales resistidos por cada sección, de acuerdo a sus dimensiones y a los parámetros mecánicos de la fábrica (de los cuales, la resistencia aparente a flexo-compresión depende de la excentricidad del axil solicitante)

- σ<sub>plas</sub> [N/mm<sup>2</sup>] Tensión normal en cada sección de acuerdo con (3.1)
- σ<sub>elas</sub> [N/mm<sup>2</sup>] Tensión normal máxima en cada sección de acuerdo con (3.29)
- $\tau_{plas}$  [N/mm<sup>2</sup>] Tensión tangencial en cada sección de acuerdo con (3.4)
- $\tau_{elas}$  [N/mm<sup>2</sup>] Tensión normal en cada sección de acuerdo con (3.31)
- $x_{plas}$  [m] Profundidad de la fibra neutra acuerdo con (3.2)
- $x_{elas}$  [m] Profundidad de la fibra neutra de acuerdo con (3.30)
- (CS\_geo)<sup>-1</sup> [-] Inverso del coeficiente de seguridad geométrico

# Comprobación seccional y obtención de un coeficiente global de seguridad

La comprobación seccional mostrada puede realizarse de varias formas, conduciendo a diferentes formatos del coeficiente de seguridad.

Coeficiente global y coeficiente frente a sobrecargas Una primera opción consiste definir el coeficiente de seguridad como la relación entre las *distancias* OR/OS. Siendo O el origen (en ejes  $N^*-M^*-V^*$ ), S el punto que representa los esfuerzos solicitantes y R el punto de la superficie de interacción alineado con los anteriores. Si el cálculo de esfuerzos se realizó con cargas de servicio, tal coeficiente se interpreta como un *coeficiente global de seguridad*. Si por el contrario, los esfuerzos se calcularon mayorando ciertas sobrecargas, el coeficiente obtenido es adicional al utilizado para la mayoración previa, en el sentido de *coeficiente de seguridad frente a sobrecargas*.

Coeficiente Otra opción que incorpora el programa consiste en determinar un coeficiente geométrico de seguridad global en términos de excentricidad, similar a las tradicionales reglas del tercio o la mitad central, pero definiendo la excentricidad límite como la de agotamiento en lugar de utilizar un límite convencional. Para cada sección se conoce su nivel de axil, cortante y excentricidad. Los diagramas de interacción proporcionan, a su vez, la excentricidad que produce el agotamiento de la sección para la combinación de axil y cortante de servicio. El coeficiente se define como la relación entre la excentricidad de agotamiento y la obtenida en el cálculo: e<sub>R</sub>/e<sub>s</sub>. Este coeficiente es intuitivo ya que representa lo lejos que pasa la línea de empuje obtenida de la posición crítica y pude resultar útil para tener en cuenta fenómenos de inestabilidad (ver 6.1). Es más cómodo representar su inverso, ya que está acotado. Cuando el inverso del coeficiente geométrico vale 1 se ha agotado la sección

El formato o los formatos de seguridad elegidos y el valor cuantitativo que se considera aceptable deben fijarse en las bases de cálculo, según se expuso en 5.2.

# 5.3.4 Funcionamiento del programa

La programación se llevó a cabo en lenguaje BORLAND DELPHI 7.0 para *Windows*. La figura 5.61 muestra dos pantallas de ejemplo del funcionamiento del programa.



**Figura 5.61** *Programa VLASTA. Geometría, cargas, línea de empujes y nivel tensional en un puente de dos arcos sometido al peso propio y una fuerza puntual. A la derecha, parámetros mecánicos y representación de los esfuerzos en los diagramas de interacción* 

En la parte superior existe un menú con las opciones típicas de manipulación archivos.

En la zona izquierda se introducen los datos. Esta entrada está organizada en varias pestañas: Geometría, Cargas, Fábrica, Parámetros y Opciones.

En la zona de la derecha se disponen los resultados, también distribuidos en pestañas: Gráfico de la geometría, línea de presiones y variables de postproceso, Tablas de resultados numéricos, Gráfico de los diagramas de interacción y Módulo de impresión.

La pestaña de geometría comprende los generadores mono y multi-arco y la tabla con los valores numéricos de la discretización.

La ventana de diagramas puede también utilizarse independientemente del cálculo de esfuerzos.

Todas las tablas numéricas incorporan la opción de copiar y pegar para intercambio y manipulación de los datos con Excel. Los gráficos son igualmente exportables a través del portapapeles en formato de *Windows metafile* 

En los ejemplos siguientes y en el capítulo 6 se muestran algunos resultados obtenidos con el programa.

# 5.3.5 Ejemplos de verificación

A continuación se presentan algunos ejemplos de verificación de la herramienta que ponen de manifiesto las posibilidades operativas además de probar la bondad de los cálculos para ciertos casos representativos.

# Dintel de un arquitrabe griego

Heyman, en su artículo *Construcción "gótica" en la antigua Grecia* incluido en la referencia citada analiza el arquitrabe del templo de Afaia. El dintel interior salva una luz de 1.43 m con un canto de 0.85 m, igual al ancho. Se considera un peso específico de 20 kN/m<sup>3</sup> para la fábrica. El empuje sobre las columnas resulta de  $ql^2/8h$ = 14.45·1.43<sup>2</sup>/8·0.85=4.35 kN. La figura 5.62 reproduce el resultado gráfico del programa.



Figura 5.62 Dintel del templo de Afaia

### Arbotante de Clermont-Ferrand

En el artículo *El esqueleto de Piedra* del mismo autor, se analizan los empujes de un arbotante de la catedral de Clermont-Ferrand. Deduciendo las dimensiones de la figura a escala del texto, se tiene una luz de 4.30m, con un peralte total de 5.50 m y cantos 1.40 en el lado de bóveda, 2.40 m en el estribo y un canto mínimo de 0.80 m. El peso del arbotante, según la referencia, es de 100 kN, lo que supone un espesor de 1.00 m para una densidad de 20.0 kN/m<sup>3</sup>. El empuje mínimo hallado por el autor por tanteos según el método de Coulomb, resulta de 30 kN. Ante cargas de viento el máximo empuje es de 200 kN.

La figura 5.63 (izqda.) muestra el resultado del programa para el empuje pasivo, que resultó de 25 kN. A la derecha se muestra una línea de equilibrio para el empuje de 200 kN en hipótesis de viento.

En ambas situaciones se tiene una reacción vertical en la sección alta. En el primer caso es positiva, por lo que el arbotante puede apoyarse en la columnilla adosada al muro. En el segundo caso, la reacción vertical va dirigida hacia abajo, por lo que sólo puede obtenerse por rozamiento. Para



**Figura 5.63** *Equilibrio de un arbotante de Clermont Ferrand. A la izquierda empuje mínimo, a la derecha con un empuje de 200 kN en situación de viento.* 

ello se precisa un coeficiente de fricción mínimo de  $\mu \ge 35/200=0.18$ , valor muy inferior al previsible para la fábrica.

#### Puente de Bridgemil

Este puente es el de mayor luz ensayado hasta la fecha. C. Molins lo recoge en [13]. Los datos básicos son: directriz aproximadamente parabólica de 18.29 m de luz y 2.84 m de flecha. El canto de la bóveda es uniforme de 0.711 m, siendo el ancho de 8.30 m. El sobre-espesor en clave es de 0.20 m. El peso específico de fábrica y rellenos es de 21 kN/m<sup>3</sup>. La fábrica tiene unas propiedades de  $f_b$ =43.8 N/mm<sup>2</sup>. La carga de rotura aplicada a cuartos de la luz fue de 3,000 kN, formándose un mecanismo de 4 rótulas.



**Figura 5.64** *Puente de Bridgemill mostrando cuatro rótulas ante una carga de 2,700 kN El eje de ordenadas de la derecha muestra el inverso del coeficiente de seguridad geométrico; el valor unidad significa agotamiento*
Suponiendo uno s valores  $f_{tb}/f_b=0.05$  y  $\alpha=0.10$ , la fórmula de Ohler adaptada arroja un valor de la resistencia a compresión de 16.8 N/mm<sup>2</sup>. Los parámetros de la interfaz se tomaron igual a  $f_{\nu}0=0.8$  N/mm<sup>2</sup>,  $\mu=060$ . Se supuso un coeficiente de sobre-resistencia de  $a_{max}=2.0$ , para diagrama plástico.

La carga última determinada con el programa fue de 2,700 kN. La figura 5.64 reproduce la situación en rotura. Se observan las cuatro zonas de tangencia de la línea de empujes, donde el inverso del coeficiente de seguridad geométrico es igual o algo mayor a la unidad. El máximo cortante adimensional se da en el arranque próximo a la carga y vale  $V^*=0.01$ ;

e					Cota relleno
Geometría resumida	x [m]	y_inf [m]	y_sup [m]	b [m]	[m]
Valor inicial	0.00	0.00	0.831	8.30	3.75
Valor intermedio	9.046	2.84	3.551	8.30	
Valor final	18.29	0.00	0.831	8.30	
Pesos específicos de los mate	eriales [kN/m³]				
	Fábrica	Relleno	K relleno		
	21	21	0.35		
Cargas másicas [g]					
	ax	ay			
	0.0	-1.0			
Cargas distribuidas	xi [m]	xf [m]	qi [kN/m]	qf [kN/m]	
1	4.20	4.95	3600	3600	
Línea de empuje obtenida					
	Y [m]	Fx [kN]	Fy [kN]		
Valor inicial	0.04	6500	5275		
Valor final	0.83	6500	3357		

# Cálculo de elementos verticales

Bridgemill

Como se ha explicado más arriba, las secciones utilizadas tanto para la discretización de la geometría y las cargas, como para la referencia de cálculo de la línea de presiones son verticales. Ello es conveniente en elementos tipo bóveda pero conduciría a paradojas en caso de elementos verticales tipo contrafuerte.

La figura 5.65 muestra la aparente paradoja de dos contrafuertes, "A" y "B", de igual ancho, sometidos al mismo empuje horizontal, pero con distinta altura.

Los cálculos "1", realizados con secciones verticales, arrojan distintas líneas de presiones para ambos contrafuertes. Los cálculos "2", con secciones horizontales arrojan la misma línea de presiones independientemente de la altura del elemento.



**Figura 5.65** *Estribo sometido a su peso propio y a un empuje horizontal en cabeza. Cálculos de línea de presiones para dos estribos A y B de distinta altura, utilizando secciones verticales (1) y horizontales (2).* 

Ambos cálculos son correctos y responden a la definición de línea de presiones. Sin embargo, a la hora de interpretar los resultados, parece evidente que la solicitación de la parte superior del contrafuerte no debe depender de la altura del mismo, por lo que la solución "2" es preferible a la "1" ya que salva la ambigüedad que se muestra en la figura.

Esta duda (de si se debe contar con el peso de las secciones inferiores) se presenta sólo si se utilizan secciones verticales y ha conducido a equívocos en ocasiones. Por ejemplo, en los cálculos de línea de empujes llevados a cabo por Ribó sobre los contrafuertes de la catedral de Palma de Mallorca se contó sólo con el peso del elemento situado por encima de la línea de presiones.

La figura 5.66 ilustra otra aparente paradoja. Se muestran los cálculos realizados sobre una columna o sección de contrafuerte en estado critico de vuelco. La altura es de 5.00 m y el canto 0.50 m. El cálculo se realiza por ud. de ancho. Se ha considerado un peso específico de 20 kN/m<sup>3</sup>. El empuje crítico es de 2.5 kN.

La línea de presiones calculada con secciones verticales se representa a trazos, la calculada con secciones horizontales se representa regruesada y coincide con el paramento izquierdo del contrafuerte.

Si no se presta atención a la relatividad de la línea de presiones respecto a las secciones de corte, es fácil incurrir en error: la línea de presiones discontinua parece sugerir que, en una sección intermedia, la excentricidad de la carga es la distancia entre el baricentro de la sección horizontal y la propia línea de empujes (figura 5.66, centro). Sin embargo, al imponer el equilibrio de la parte de contrafuerte situada por encima de la sección de referencia, figura 5.66, centro, se obtiene que la excentricidad de la carga es igual a la mitad del canto y, por tanto, crítica en todas las secciones y no sólo en la de cimiento como se desprendería de la línea de presiones discontinua.



**Figura 5.66** *Estribo sometido a su peso propio y a un empuje horizontal en cabeza. Línea de presiones obtenida con secciones verticales, a trazos; con secciones horizontales, regruesada. Centro, equilibrio de la parte superior. Derecha, cinemática del estado de cargas.* 



**Figura 5.67** *Resultado del cálculo de la figura 5.66.* 

Si La parte derecha de la figura 5.66 muestra la cinemática del estado de cargas, suponiendo un aparejo con hiladas horizontales. Cada sección horizontal ideal o real (bloque) se encuentra a punto del vuelco respecto al punto del paramento alejado de la carga horizontal. Los contactos entre bloques se dan sólo en ese paramento, por lo que la línea de empujes *correcta* es aquella que utiliza secciones ideales horizontales

La discusión precedente justifica la elección de secciones horizontales para el cálculo de estribos y contrafuertes. Sobre todo por el interés que tiene el estudio de la seguridad al deslizamiento de las zonas superiores. La figura 5.67 muestra la respuesta del programa para el ejemplo propuesto.

#### Puentes de varios vanos y desequilibrio en pila

En la seguridad de un puente de varios vanos, puede ser crítico un mecanismo multiarco que implique la inestabilidad de la pila. Cuando una carga se sitúa sobre un vano, este desarrolla mayor empuje que el adyacente (cargado sólo bajo peso propio), desequilibrando a la pila común.

Aceptando esta solución, se pueden analizar por separado los empujes de ambos vanos y aplicar el desequilibrio a la pila como una fuerza puntual.

Como ejemplo, se ha calculado un puente similar al del capítulo 6.2: directriz circular, luz 8.50 m, flecha 1.20 m, canto constante de 0.70 m y sobre-espesor 0.40 m. Las pilas tienen un ancho de 1.50 m y una altura de 3.50 m. Los pesos

específicos considerados son: fábrica de las bóvedas 24 kN/m<sup>3</sup>, fábrica de las pilas 20 kN/m<sup>3</sup>. Se aplica una carga puntual de 105 kN en clave. Los cálculos se realizan por metro de bóveda.

El empuje mínimo ante peso propio (figura 5.68, izqda.) resulta de 135 kN, con una reacción sobre la pila de 340 kN. Para la hipótesis de carga en clave (figura 5.69, dcha.), el empuje mínimo es de 245 kN y la reacción sobre la pila de 390 kN.



**Figura 5.68** *Izqda. Empuje en un vano para peso propio 135 kN. Dcha. Empuje para carga puntual en clave 245 kN.* 

Para este axil estabilizador, más el peso propio de la pila, la fuerza horizontal en cabeza que produce el vuelco de la pila es (390+105)·0.75/3.50=106 kN.

Si se calcula el sistema de los dos arcos, dejando en empuje mínimo el vano de la derecha y compensando el empuje del vano cargado con una acción horizontal sobre la pila, ésta resulta de 245-135=110 kN, por lo que la pila está en situación crítica. Ésta parece ser la solución que proporcional el programa comercial *ARCHIE-M* [148], según se muestra en figura 5.69.



**Figura 5.69** Solución para la hipótesis de carga en clave (ARCHIE-M). Se aprecia que la pila está en situación de vuelco

En realidad es posible equilibrar la solicitación descompensada de ambos vanos incrementando la luz y disminuyendo la flecha efectivas del vano descargado sin necesidad de cargar horizontalmente la pila.

La figura 5.70 muestra una posible solución de este tipo par ael problema planteado. Se indican las reacciones y el inverso del coeficiente de seguridad geométrico.



**Figura 5.70** Solución del comportamiento conjunto de ambos vanos sin solicitar horizontalmente la pila.

El axil sobre la base de la pila es de 400 + 105 = 505 kN y el momento de 37.5 kN·m, por lo que la excentricidad es de unos 75 mm, 1/20 del canto, de manera que la pila se encuentra completamente comprimida.

# 5.4 Anejo. Métodos de determinación de las propiedades de la fábrica. Técnicas de reconocimiento

#### Introducción

En el capítulo 1 se enumeraron las distintas fases que se deben seguir en el proceso de evaluación, incluyendo una primera, la anamnesis, en la que se precisa realizar un reconocimiento de la estructura y los materiales. En el capítulo 2 se realizó un estudio de las distintas propiedades mecánicas y geométricas que son decisivas en el comportamiento resistente, tanto de los materiales constituyentes como del compuesto. En 5.2 se vio como el hecho de analizar estructuras existentes supone una diferencia notable en lo que se refiere a bases de cálculo ya que es posible medir y determinar las variables básicas geométricas y mecánicas, y determinar, hasta cierto punto, el estado de la estructura.

Este anejo tiene como objetivo servir como referencia sobre las distintas técnicas y métodos existentes para determinar experimentalmente las propiedades mencionadas que son datos de partida del análisis.

El tema es amplísimo y escapa al alcance de esta tesis efectuar una recopilación sistemática de todas las técnicas de inspección o profundizar en los principios físicos o los detalles operativos. En todo caso, es la opinión del autor que se deberá contar con el auxilio de especialistas en técnicas de reconocimiento para escoger los métodos más adecuados y, por supuesto, para la interpretación de los resultados. Lo que se pretende es mostrar el panorama general de procedimientos disponibles para contar con ellos en la fase en que se necesita despejar ciertas incertidumbres.

El anejo se ha organizado atendiendo a qué variables se determinan y no al tipo de método empleado (destructivo o no destructivo, radar, ultrasonido, etc.). Las variables se han agrupado en geométricas, de propiedades de los materiales y del estado tenso-deformacional de la estructura.

# Determinación de la geometría

Los métodos presentados son medios métricos manuales, topografía, fotogrametría terrestre y perforaciones y catas.

En ciertos casos, al iniciar el análisis, no se dispondrá de planos de la construcción. En otros, los planos pueden estar idealizados no recogiendo las asimetrías, desalineaciones y otras imperfecciones reales. Las formas que en principio se repiten serán, en general, diferentes. Arcos que deberían ser iguales pueden haberse acomodado a geometrías distintas tras el descimbrado, también puede ser causa de diferencias significativas el asiento diferencial entre distintas zonas de la construcción por causa del terreno, de la cimentación o de las cargas existentes.

Un primer método que puede aportar información muy útil, quizás toda la que hace falta, es la toma manual de medidas. Para ello se utilizan la cinta métrica, la plomada y el nivel. En general, la toma de datos debe ser lo más completa posible, sin confiar en principio en los planos disponibles. Los

Medios manuales



*Figura 5.71 Toma de datos y planta a escala 1:100 obtenida de la iglesia del monasterio de Obarra.[120]* 

croquis deben ser amplios para que resulten aproximadamente a escala 1:50 [120]. La figura 5.71 muestra un ejemplo de toma de datos en planta y el resultado de su elaboración.

En ocasiones, la geometría real exacta, o su desviación respecto a la ideal, tendrá escasa influencia en el estado de esfuerzos o, más propiamente, en el nivel de seguridad [22]. Pero también puede suceder que esta influencia no sea despreciable [121]. La profusión de detalles y la *desconfianza* debe ser una regla de trabajo tanto en planta como en altimetría, ya que tampoco se debe confiar en la planeidad ni horizontalidad de los pavimentos.

Las medidas deben referirse a las dimensiones de los elementos estructurales globalmente y en detalle, incluyendo cotas de relleno, espesor de juntas y dimensiones de las piezas y disposición del aparejo; magnitudes que, como se ha señalado en 2.2 y 2.3 son decisivas en el comportamiento mecánico (figura 5.72)



**Figura 5.72** Medida del espesor de tendeles en una pila del puente ferroviario sobre el río Adaja, Línea Madrid-Hendaya [122]

Finalmente, resta añadir que un reportaje fotográfico es un complemento indispensable de toda toma manual o automatizada de datos geométricos.

TopografíaPara ciertas zonas inaccesibles<br/>(en ocasiones todo el alzado de<br/>la estructura puede serlo, como<br/>ciertos puentes, por ejemplo) se<br/>hace imprescindible el uso de<br/>otros medios. La topografía es<br/>un recurso eficaz y sencillo<br/>tanto en exteriores como en el<br/>interior de templos o edificios<br/>(figura 5.73).

La precisión obtenida, del orden de mm, está por encima de la de los métodos manuales y es siempre suficiente para los fines requeridos.

*Fotogrametría* Otro medio es la fotogrametría *terrestre* Dtro medio es la fotogrametría terrestre. Se basa, como es bien conocido, en la toma de, al menos, dos fotografías y algunas medidas directas (figura 5.74). Después, sigue el proceso de restitución de la

información.

Respecto a la topografía, presenta las ventajas de su automatización, minimizando los trabajos de campo y su mayor eficiencia cuando se requieren gran cantidad de datos (fachadas, alzados de puentes).

Como inconvenientes la mayor complicación y especialización del proceso de los datos y el costo más elevado.



**Figura 5.73** Sección transversal real de la nave central de la catedral de Vitoria. L. Cámara y P. Latorre [123]



**Figura 5.74** *Fotogrametría terrestre. R. Astudillo y B. Martínez. CEDEX.* 

En este punto procede señalar, como tendencia de futuro, el uso de la fotogrametría por video digital que opera rápidamente en zonas grandes permitiendo simultáneamente restituir la geometría y un mapa de fisuras y otros defectos. Por ahora, su uso no está generalizado debido al alto costo que comporta, pero existen ejemplos notables (figura 5.75) [124]



**Figura 5.75** *Fragmento del levantamiento obtenido en la fachada sur de la catedral de Palma de Mallorca, mostrando desplomes y grietas. E. Taltavull* 

Los métodos anteriores son útiles para la determinación de la geometría exterior. Desde este punto de vista son superficiales. La geometría de la estructura estará definida cuando se conozca, además, la naturaleza de los materiales (no necesariamente cuantificando sus propiedades) dentro del espesor de cada elemento.

Una primera técnica que permite obtener información más allá de la superficie es la realización de catas en el terreno, generalmente para acceder a la cimentación (figura 1.3), y perforaciones en muros, soleras u otros elementos.

Perforaciones y catas



Figura 5.76 Perforación y sección obtenida en un muro de fachada de la catedral de San Marcos, Venecia. (P. Rossi)

Las perforaciones, con extracción opcional de testigo, se ejecutan con diámetros de hasta 60 mm, utilizando una pequeña máquina que puede acceder y posicionarse fácilmente en el punto deseado, figura 5.76 [125]. La perforación puede ser en seco o refrigerada por agua, debiéndose prestar atención, en este caso, al posible lavado de morteros o material granular.

Las ventajas, frente a otros métodos no destructivos, son la relativa sencillez de ejecución, el que es asequible y, sobre todo, el que es un método que aporta resultados incontrovertibles de interpretación inmediata.

El principal inconveniente que presenta es su carácter moderadamente destructivo. Además, la información recogida es local.

*Endoscopia* Una variante interesante de las perforaciones es la endoscopia (llamada a veces boroscopia). El diámetro mínimo necesario es menor, entre 20 y 40 mm (por lo que no permite, en general, la extracción de muestras íntegras para su posterior ensayo mecánico). Se introduce en la perforación un foco de luz y una cámara de video, obteniéndose imágenes del interior (figura 5.77 [126]).



Figura 5.77 Endoscopia. Visión del interior de la perforación. L. Binda et al

Este método es también relativamente asequible y de interpretación sencilla. Requiere, como la perforación con extracción, que se restituya el elemento afectado con materiales compatibles con los originales.

# Determinación de las propiedades de los materiales

Entre los métodos existentes para la determinación de las propiedades de los materiales se distinguirá entre ensayos *in situ* y ensayos en laboratorio. Entre los primeros se encuentran las numerosas técnicas de ensayos no destructivos, con resultados preferentemente cualitativos. Los ensayos de laboratorio que se mencionarán se refieren tanto a muestras de componentes

o de fábrica completa tomadas en la estructura, como a elementos construidos especialmente para su ensayo.

Se comenzará por el grupo de métodos sónicos, ultrasónicos y de radar. Todos ellos consisten en la transmisión de ondas o impulsos de compresión a través de la fábrica. Las distintas variantes de estos métodos se utilizan para determinar los espesores de materiales de distinta calidad en las fábricas y la presencia de heterogeneidades y huecos u otros defectos. Métodos sónicos, ultrasónicos y radar

En general, la magnitud que se mide es el tiempo en que llegan distintos trenes de ondas generados por el trasmisor T y recibidos en el receptor R, figura 5.78. Dependiendo de la frecuencia de la señal inducida se tienen distintos métodos: sónico, ultrasónico y radar de impulsos, por orden creciente de frecuencia [127].



Figura 5.78 Métodos de reconocimiento por transmisión de ondas de compresión.

En función de la posición relativa de trasmisor y receptor se tienen las variantes siguientes (figura 5.60)

- a. transmisión directa
- b. semidirecta o tomografía
- c. indirecta
- d. reflexión

La transmisión sónica directa, a frecuencias desde 0.5 kHz hasta 10 kHz, se consigue mediante un martillo de impacto utilizado como transmisor y un receptor, normalmente un acelerómetro, situado exactamente en la parte opuesta del muro en estudio. Al medirse el retardo entre el impacto y la recepción, se puede calcular la velocidad media de la transmisión de las ondas elásticas de compresión en la fábrica. Sin embargo, precisamente por ser una velocidad media, no es posible detectar la presencia de distintos materiales o heterogeneidades. El índice obtenido es cualitativo y puede ser útil al comparar la respuesta obtenida entre distintos elementos similares.

Esta modalidad tiene la ventaja de que no es necesario evaluar la forma de la onda ni distinguir entre ondas primarias o reflejadas: interesa sólo el tiempo de llegada del primer impulso. El método se ha usado con éxito para detectar

Transmisión sónica directa la uniformidad del material, la presencia de huecos e incluso estimar la resistencia a compresión del material [127]

TomografíaPara extender las posibilidades del método de transmisión, se puede utilizar<br/>la variante de transmisión de los impulsos a puntos que se encuentren en<br/>posiciones distintas. Variando las posiciones de transmisor y receptor se<br/>establece una red de caminos de propagación que permite obtener un mapa<br/>plano o tridimensional de las velocidades de propagación.

La información es mucho más rica que en el método de transmisión directa y el proceso de datos se complica notablemente.

La figura 5.79 [128] muestra la retícula de propagación de ondas y los mapas de velocidades obtenidos. El caso a es un pilar sin reparar y el b un pilar reparado.



**Figura 5.79** *Mapas de velocidad de transmisión de ondas obtenidos por tomografía en dos pilas de San Marcos, Venecia. (F. Mola)* 

El principio del método se basa en que, *de alguna manera*, las propiedades de los materiales están relacionadas con la velocidad de transmisión de las ondas de compresión. El inconveniente reside en que la correlación entre velocidad y las otras propiedades no es inmediata. Distintas causas como alternancia de materiales, huecos, humedades, etc., pueden producir lecturas similares. Se comprende que la interpretación requiere el concurso de expertos y grandes dosis de prudencia.

Radar de impulsos por reflexión Cuando la frecuencia de las ondas utilizadas es del orden de 1 GHz, los métodos entran en el tipo electromagnético, similar al georadar. Para conseguir profundidades de penetración mayores, como en el caso de la investigación de la estructura interna de un puente de fábrica [127], se utilizan frecuencias entre 100 y 500 MHz.



**Figura 5.80** Interpretación de georadar en el muro de la torre de Cremona, mostrando dos hojas y un vacío interior.

La figura 5.80 reproduce la interpretación de la lectura radar para evaluar la composición interna del muro de la torre campanario de Cremona [129].

La interpretación de las lecturas es extremadamente compleja y se requiere, como se ha mencionado más arriba a propósito de la tomografía, gran experiencia y cautela. La figura 5.81 [130] muestra la lectura de georadar de reflexión obtenida en uno de los contrafuertes inferiores de los botareles de la catedral de Palma de Mallorca.



**Figura 5.81** *Lectura de georadar en un contrafuerte de 2 m de espesor de la catedral de Palma de Mallorca* 

Las ventajas principales del método son la posibilidad de cubrir grandes áreas en poco tiempo y a un costo asequible y su naturaleza no destructiva. Además, la modalidad de reflexión es obligada cuando sólo es accesible una cara del elemento estudiado.

Las posibilidades del método son mayores si se usa una estrategia de comparación:

- Entre distintos elementos estructurales similares.
- En elementos antes y después de reparaciones.
- Entre elementos reales y probetas fabricadas en laboratorio reproduciendo defectos conocidos.

Reflexión<br/>sónica y<br/>transmisión<br/>indirectaLa técnica de reflexión descrita se refiere al radar. De igual manera, existe la<br/>posibilidad de aplicación de reflexión con frecuencias sónicas o ultrasónicas.<br/>Sin embargo, la técnica no está actualmente recomendada debido a los<br/>inconvenientes para distinguir los impulsos de compresión de otras ondas<br/>superficiales inducidas [127].

Este fenómeno y la gran cantidad de energía que se necesita introducir en la estructura para vencer la atenuación elástica (la superficie en que se difunde la onda es continuamente creciente) hacen de difícil aplicación práctica la transmisión sónica indirecta, incluso en pruebas de laboratorio [131].

MétodosExisten otros métodos no destructivos basados en<br/>radiacionesExisten otros métodos no destructivos basados en la detección de distintas<br/>radiaciones. Según su naturaleza se tienen: termografía infrarroja,<br/>radiografía, rayos X, rayos Gamma y radiografía neutrónica. La aplicación a<br/>estructuras de fábrica de los cuatro últimos se encuentra en estado de<br/>desarrollo. Una descripción de los mismos se puede encontrar en [127].

*Termografía* La termografía consiste en la generación de imágenes de superficies de la estructura en que los colores representan distintas temperaturas, figura 5.82. Estas imágenes se obtienen con un receptor de infrarrojos con precisión de hasta 0.1 °C.



**Figura 5.82** Fachada de la torre de Comares en la Alhambra e imagen termográfica. R. Astudillo [132]

Se aprovechan las distintas conductividades térmicas de los materiales para cartografiar humedades, detectar huecos internos, etc. Es muy útil para estudiar superficies de difícil acceso e *intocables*, como frescos. Los

inconvenientes son su limitada penetración, unos pocos mm, y que los resultados no suelen ser concluyentes.

A continuación se describen dos métodos de cuantificación *in situ* de propiedades mecánicas de la fábrica: los gatos planos y el dilatómetro.

El ensayo de gatos planos, en su variante de 2 gatos paralelos, se utiliza para determinar *in situ* el módulo de deformación longitudinal de la fábrica coartada lateralmente, *E'*. En función del nivel de carga alcanzado, se puede determinar además el umbral de fisuración y la resistencia a compresión y la curva tensión-deformación completa de la fábrica.





Figura 5.83 Esquema de ensayo de gatos planos paralelos

El proceso de ensayo es el siguiente (figura 5.83). En primer lugar, se fijan las bases verticales 1 y la base paralela a los tendeles 2, tomándose lecturas de cero. A continuación se practican en las juntas paralelas AB y A'B' sendos cortes. La fábrica acusa estos cortes y las distancias 1 y, eventualmente, 2 se modifican. En las ranuras AB y A'B' se introducen entonces los gatos planos, cuando se encuentran nivelados se comienza a dar una presión igual a ambos gatos. Se considera que en la zona comprendida entre los gatos la fábrica se encuentra sometida a una tensión uniforme Determinación de la curva  $\sigma$ - $\varepsilon$ 



**Figura 5.84** Fotografía de ensayo y curvas  $\sigma$ - $\varepsilon_l$  y  $\sigma$ - $\varepsilon_t$  obtenidas. P.P. Rossi [133]

perpendicular a los tendeles. Esta tensión puede determinarse a partir de la presión aplicada. De esta manera, se puede construir la respuesta tensióndeformación de la fábrica. La lectura de deformaciones transversales indica el umbral de fisuración, al producirse un cambio apreciable en la rigidez transversal.

Si se alcanzan valores suficientemente elevados de tensión se llega a la zona horizontal de la curva  $\sigma$ - $\varepsilon$ , identificándose la resistencia a compresión de la fábrica. En este caso, a pesar de alcanzarse la rotura, la fábrica no resulta gravemente dañada [134].

Este método, a diferencia de los ensayos no destructivos, proporciona un resultado cuantitativo. Otras ventajas notables son que la determinación se realiza *in situ*, sin posibilidad de alterar muestras, y la sencillez de puesta en práctica y fiabilidad ya que se alcanzan tensiones elevadas y, por tanto deformaciones significativas, acordes con la precisión de los aparatos de medida [135]. La norma ASTM establece las condiciones de aplicación de este ensayo.

Como inconvenientes se deben citar la pequeña penetración en caso de muros de gran espesor y el carácter moderadamente destructivo.

Determinación de la resistencia al corte Una variante más compleja del ensayo permite la determinación *in situ* de la resistencia al corte. Para ello se precisa además un gato de émbolo actuando horizontalmente sobre una hilada a la que se pretende hacer deslizar mientras perpendicularmente a ella actúa un tensión normal  $\sigma$  conocida (figura 5.85). Repitiendo el ensayo para distintos niveles de  $\sigma$  se obtiene la envolvente de rotura  $\tau$ - $\sigma$ .



**Figura 5.85**. Ensayo de gato plano con actuador horizontal para la determinación de la resistencia al corte in situ. P.P. Rossi [133].

Para inspeccionar las propiedades de la fábrica que se encuentra dentro de elementos de gran espesor se utiliza el dilatómetro (*borehole dilatometer*), torre de pisa, figura 5.86.

Dilatómetro

Se efectúa el taladro de unos 50 - 70 mm de diámetro, se introduce una sonda de unos 200 mm de longitud y se aplica presión. La sonda ejerce una tensión radial conocida contra el material que la rodea. Relacionando esta tensión con la deformación medida en la misma dirección se obtiene un índice del módulo de deformación de la fábrica en la zona de aplicación.

Existe la posibilidad de desplazar la sonda y realizar el ensayo en distintos puntos a lo largo del recorrido, [136]



**Figura 5.86** Dilatómetro y sección del ensayo realizado en la cimentación de la torre de Pisa, según P.P. Rossi [133]

# Determinación del estado tenso-deformacional de la estructura

Existen algunos métodos que permiten conocer la evolución tensodeformacional de la estructura a partir de un cierto instante (por ejemplo, después de una intervención de rehabilitación), son los métodos de monitorización. Sin embargo, en construcciones existentes la parte más significativa de las acciones, las cargas permanentes, están aplicadas en el momento de la evaluación. La monitorización ofrece información sobre los cambios en la respuesta estructural frente a las acciones permanentes o frente a acciones variables.

Para conocer el estado actual de tensiones o deformaciones no se pueden utilizar métodos que se basen en detectar movimientos: se precisa introducir alguna acción cuyo efecto (o su cancelación) se relacione con el estado actual. Éste es el fundamento del ensayo de gato plano para obtener la tensión media en una sección. El esquema es el mismo de la figura 5.65 excepto que no se realiza el taladro A'B' ni se dispone este segundo gato.

La operativa es la siguiente. En primer lugar, se fijan las bases de medida 1 y 2 tomándose las lecturas de cero. A continuación se practica el taladro AB.

Gato plano para obtener la tensión existente Las distancias 1 y 2 se modifican al descargarse la zona próxima al taladro. De hecho, se considera que, tras esta operación, la fábrica está localmente descargada en la dirección perpendicular a los tendeles. Se introduce el gato y se aplica presión tomándose lecturas en la dirección 1, hasta que se restituye la distancia inicial. La tensión aplicada en este momento se identifica con la que existía originalmente.

La figura 5.87 muestra resultados obtenidos en dos secciones de torres medievales (Macchi).



**Figura 5.87.** *Resultado de ensayos de gato plano en torres medievales de fábrica de ladrillo en Pavia. G. Macchi.* 

El inconveniente, como en el caso del ensayo de dos gatos, es la pequeña penetración del gato en comparación con el espesor de los elementos investigados.

Además, especialmente en casos de fábricas rígidas solicitadas por niveles tensionales bajos, los movimientos de relajación de tensiones pueden resultar demasiado pequeños para la precisión de los aparatos de medida. Esta circunstancia debe tenerse presente para seleccionar las dimensiones de los gatos utilizados [135].

5.4 Anejo. Técnicas de reconocimiento

# Capítulo 6

# Ejemplos de aplicación

La realidad ignorada prepara siempre su venganza José Ortega y Gasset<sup>1</sup>

Dice Javier Rui-Wamba [137] que los daños y defectos que exhiben las construcciones *son el modo en que nuestras estructuras manifiestan su disgusto por el trato que han recibido en su concepción, proyecto, construcción o utilización.* A entender el funcionamiento de algunas nobles construcciones de fábrica, en cuyo estudio ha participado el autor de esta tesis, está dedicado este capítulo.

Los casos prácticos han sido seleccionados de entre los trabajos sobre construcciones antiguas en que ha participado el autor (no tan numerosos como sería deseable para afrontar un capítulo de ejemplos), tratando de ilustrar los distintos aspectos expuestos en la tesis.

En todos ellos se ha seguido la metodología presentada y se han utilizado las bases de cálculo y herramientas propuestas en la tesis.

El caso 6.1, *Análisis de la sección transversal de la catedral de Palma de Mallorca*, muestra un ejemplo de evaluación de la seguridad en edificación monumental. Se aplica la estrategia de evaluación del capítulo 1, se identifican los elementos estructurales según 5.1 y se lleva a cabo un estudio global de la sección transversal seguido de un análisis de los distintos elementos críticos: pilas, sistemas de contrarresto y cimentación. Se deducen ciertos condicionantes relativos a la forma de funcionamiento de la estructura y se obtiene un índice de la seguridad de las pilas que se compara con niveles considerados admisibles a la luz de las bases de cálculo de 5.2.

El punto 6.2 *Proyecto de ampliación y refuerzo del puente de Ponteceso,* expone el auxilio de las técnicas propuestas en esta tesis para la identificación de las causas de daño y la validación de la capacidad futura de

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Citado en [137]

un puente de bóvedas del siglo XIX en el que se detectaron patologías preocupantes y que fue objeto de un proyecto de refuerzo, que se aprovechó para acometer la ampliación de su sección. Las herramientas de cálculo aquí propuestas sirvieron además para obtener los esfuerzos utilizados en el dimensionamiento del recalce de micropilotes proyectado. Se analiza además la interacción entre la obra nueva y la fábrica existente ya que las pilas y estribos del puente se utilizaron como encepados de los micropilotes.

El ejemplo expuesto en 6.3, *Cúpula del Evangelio en la iglesia de La Mantería en Zaragoza. Análisis de las causas del colapso y propuestas para la intervención en las cúpulas gemelas*, analiza un fallo estructural de una construcción histórica de fábrica desde la perspectiva presentada en la tesis. Se proponen además recomendaciones para la intervención en las cúpulas restantes en el edificio en cuestión. Este ejemplo muestra las posibilidades de la metodología y herramientas intermedias de análisis para el estudio de las condiciones de seguridad y su capacidad para identificar las causas de un colapso.

Los ejemplos se exponen siguiendo un esquema común para dotar de unidad al capítulo. El índice de los tres casos presentados es el siguiente.

- 1. Introducción
- 2. Necesidad de la evaluación
- 3. Anamnesis y diagnosis
  - Antecedentes históricos
  - Caracterización geométrica y mecánica
  - Inspección
  - Análisis estructural: planteamiento y resultados
- 4. Conclusiones



6.1 Análisis de la sección transversal de la catedral de Palma de Mallorca.

**Figura 6.1.1** Vista de las pilas y naves laterales de la Catedral de Santa María, la Seu de Palma de Mallorca

# 6.1.1 Introducción

La catedral de Palma de Mallorca se encuentra sobre un promontorio que domina la Bahía de Palma. Se trata de un edificio paradigmático del gótico catalán, cuya construcción, sobre los cimientos de la antigua mezquita, se inicia en el siglo XIV y continúa hasta el XVI, en un proceso constructivo lento: en 1406 se trabajaba en los pilares de las naves y hasta 1587 (1529 según otras fuentes) no se cerraron las últimas bóvedas. A mediados del siglo XIX el estado de deterioro de la fachada principal y los efectos del



**Figura 6.1.2** Sección longitudinal y semi-sección transversal comparativa entre Mallorca y Nuestra Señora de París. (S. Huerta)

terremoto de 1851 forzaron una restauración importante del hastial de poniente.

La planta es de salón con un tramo más amplio a modo de crucero. La sección está organizada en tres naves y capillas laterales entre los contrafuertes. Las dimensiones del templo son colosales: casi 110 m de longitud, 40 m de anchura y 44 de altura, la luz principal de la nave central es de 19.40 m (entre ejes de pilares), figuras 6.1.2 y 3.

Las columnas están asentadas sobre roca a través de zapatas paralepipédicas de planta cuadrada de 2.60 m de lado y 1.60 m de canto, ejecutadas con grandes bloques de *marés* bien escuadrados, intercalados con algún canto rodado de grandes dimensiones y ligados con argamasa, según pudo reconocerse en las catas arqueológicas en las pilas 3<sup>a</sup> y 4<sup>a</sup> del lado sur. La roca cuaternaria *–balastre–* suele alternarse en todo el casco antiguo de Palma con bolsadas de arcilla roja.

Las pilas son austeras, de sección octogonal sin baquetones. Tienen 30 m de altura desde el piso de la nave hasta el arranque de las bóvedas altas (figura 6.1.1) y 23 m hasta el arranque de las bóvedas laterales. El diámetro inscrito del octógono es de 1.60 m en los tres primeros tramos de la cabecera y 1.70 m en los tramos más modernos. Con tales dimensiones resultan ser, hasta donde el autor conoce, los pilares de fábrica más esbeltos del mundo.

La luz libre de la nave principal, de 17.80 m, sólo es superada por la de Gerona<sup>2</sup>. Las naves laterales tienen una luz (entre ejes) de 10 m. Los tramos son cortos en la dirección del eje: 9.25 m, excepto el tramo de *crucero*, con 12.30 m. Ello propicia la concentración de los poderosos contrafuertes laterales, de 7.5 m de ancho y 1.70 m de espesor, que dan al edificio la fortificada apariencia exterior.

El espesor de las bóvedas, de crucería sencilla, es de 200 mm en las tres primeras crujías desde el presbiterio y de 250 mm en el resto, lo que supone una vertiginosa relación canto / luz de 1/100.

Los arbotantes saltan 8.44 m de luz, con arcos de 0.95 m de canto y 0.95 m de espesor. El peralte es de 3.0 m.

Sobre las claves de las bóvedas altas y sobre los perpiaños, en el plano de la sección transversal, existen unos masivos recrecidos de fábrica, de pesos entre 50 y 125 kN.

# 6.1.2 Necesidad de la evaluación

El Plan Director de la Catedral de Palma de Mallorca, redactado por el arquitecto Enric Taltavull, contemplaba la realización de un estudio de caracterización del nivel de seguridad de diferentes elementos estructurales del templo.

Entre las razones que aconsejaron emprender el estudio está el hecho de tratarse de las pilas más esbeltas del gótico mundial —lo que confiere de

entrada una singularidad especial al problema—. Se han detectado<sup>3</sup> además, como es habitual en este tipo de estructuras, movimientos e incurvaciones, así como fisuraciones verticales (con testigos de 1965) en algunos sillares de las pilas y otros síntomas. Las pilas que mostraban síntomas más acusados eran las de la  $3^a$  y  $4^a$  crujía desde el presbiterio (las crujías  $4^a$  y  $5^a$  son las del pseudo-crucero), figura 6.1.4.

Los informes sobre el estado de la estructura recogidos en el Plan Director coinciden en la conveniencia de estudiar el comportamiento estático del sistema de bóvedas, pilas, arbotantes y contrafuertes que forman la sección transversal además de señalar como crítico el papel de las pilas, haciendo hincapié en la necesidad de caracterizar la composición interior de la sección de las pilas.



Figura 6.1.3 Sección transversal

 $<sup>^2</sup>$ Cuya nave central acaparó la distancia que se debía saltar en principio en tres naves: 22.9 m.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> En el mencionado Plan Director se recogen informes de inspecciones y análisis efectuados por D. Bienvenido Martínez y D<sup>a</sup> M<sup>a</sup> Teresa González del CEDEX y por los profesores Pere Roca y José Luis González de la Universidad Politécnica de Cataluña que denuncian los síntomas preocupantes señalados.

En junio de 2000, se firma un convenio entre el Capitol de la Catedral de Palma de Mallorca y FHECOR Ingenieros Consultores para el estudio de la sección transversal específicamente orientado a la comprobación del nivel de seguridad de las pilas interiores. El autor de esta tesis tuvo la ocasión de colaborar con el citado estudio de ingeniería en la realización de la evaluación.



Figura 6.1.4 Fisuración vertical detectada en una de las pilas de la cuarta crujía

# 6.1.3 Anamnesis

En este punto se recogen las actividades de recopilación de la información histórica, de caracterización de la estructura, diseño de la campaña experimental para la caracterización del material y análisis estructural.

La documentación disponible es la siguiente:

- Plan Director de la Catedral, director: Enric Taltavull, arqueólogos: Margarita Orfilia y Mateu Riera, historiador: Jaume Sastre, museología: Juana María Palou y otros colaboradores. Ministerio de Educación y Cultura, 1999.
- 2. Resultados de la caracterización geométrica y fotogrametría prevista en el Plan Director.
- 3. Estudio geotécnico del emplazamiento de la catedral, IS Ingeniería de Sondeos, abril de 2000.
- 4. Notas de campo tomadas por Javier León y José Luis Martínez los días 4 y 5 de julio de 2000.
- 5. Informe de caracterización material elaborado por INTEMAC en julio de 2000.

#### Antecedentes históricos

Las fuentes históricas están aún en proceso de elaboración, habiéndose analizado sólo una parte del material disponible. A continuación se extractan algunos de los hechos más relevantes de cara a la evaluación estructural.

Según recoge el Plan Director (P.D.), unas excavaciones practicadas en el claustro de la catedral pusieron al descubierto parte del foro de la antigua Palma romana. Otros indicios arqueológicos apuntan a que, bajo la actual planta de la catedral, existió una basílica paleocristiana o bizantina.

La mezquita mayor de *Madina Mayurqa* también se levantó frente a la alcazaba musulmana, la cual, tras la conquista de la isla por Jaime I (1229) fue convertida en Iglesia y dedicada a la Virgen María. La actual fábrica se comenzó hacia 1300-1304 por Jaime II, terminándose la Capilla Real (actual ábside) en 1329. Esta capilla mausoleo se concibió como anexa al edificio musulmán que perduró hasta principios del siglo XV.

Las obras de la catedral, concebida como iglesia, son una iniciativa, no de la monarquía, sino del Obispo y el Cabildo de Mallorca. Comienzan levantando un gran lienzo sobre la Capilla Real en el que se abre la mayor rosa del gótico europeo (11.20 m de diámetro).

La construcción abarca dos fases. La primera de 1350 a 1412 en que se

construye por el lado sur hasta el Portal del Mirador (puerta sur del pseudo-crucero), tres capillas laterales por el lado norte, más dos tramos de bóvedas centrales. Estas bóvedas fueron construidas sobre la mezquita, que se seguía utilizando para el culto y no fue completamente derribada hasta 1412.

La segunda fase, de 1412 a 1601, comprende la construcción de las capillas claustrales, el levantamiento de los últimos tramos de bóvedas hacia 1590 y la Puerta de la Almudaina, ya de estilo renacentista. En 1417 el arquitecto de la Seo, Lorens Tosquilla, viaja a Barcelona para pedir consejo de la traza a algunos maestros de la Ciudad Condal. En 1430 se hacen numerosos viajes transportando jarras y otros objetos cerámicos y yeso con los que elabora el relleno de las bóvedas mayores. Guillén Sagrera une la obra con el campanario antes de 1447. Este campanario aparece en una posición atípica y girada respecto a los ejes del templo, quizás por aprovecharse una antigua cimentación de la mezquita, figura 6.1.5



**Figura 6.1.5** *Planta de la catedral en la que se aprecia la posición del campanario (lado norte) y el coro antes de su traslado por A. Gaudí.* 

Desde la conclusión de las obras comienzan las intervenciones. El P.D. recoge varias de gran importancia: en 1655 se tuvo que rehacer el *arco mayor de la nave principal* y el primer arbotante del norte. En 1698 cayó la bóveda del segundo tramo, la cual, una vez concluida la reparación, se hundió de nuevo al año siguiente. La mayoría de las claves de las bóvedas del ala norte llevan fechas del siglo XVII, lo que certifica su reconstrucción.

El hastial de poniente, compuesto con dos pequeñas torrecillas, era al parecer insuficiente para contener los empujes de las naves en el sentido del eje del templo, que tendía a inclinarse hacia la Almudaina.

El terremoto que sacudió Mallorca en 1851 agravó el problema de la fachada principal que amenazaba su propia ruina y comprometía la seguridad de toda la catedral.

Se encargó a Juan Bautista Peyronnet el proyecto de refuerzo. Éste levantó, entre 1853 y 1875, dos grandes torres neogóticas, una a cada lado del Portal Mayor.

Desde 1904 hasta 1910 interviene en la Seo Antoni Gaudí, quien recuperó el espacio gótico trasladando el coro al ábside, mejoró la iluminación disponiendo, además de su magnífico baldaquín-lampario, luz eléctrica sobre anillos de hierro forjado anclados a las pilas, popularmente las *Torbigueras*.

La mayoría de los vanos de las fachadas estuvieron cegados durante largo tiempo y gran parte de los vitrales se han realizado en el siglo XX (1927 a 1943 y 1980 a 1992). Según Ll. Tous en *Los vitrales de la Catedral de Mallorca* el vaciado de los huecos alarmó en 1934 a un arquitecto americano que realizó un estudio y levantamiento planimétrico de la catedral. En 1982, al instalar las vidrieras sobre el presbiterio *se vació una parte del contrafuerte para dejar pasar la luz, sacando muchas toneladas de piedra.* 

Hay noticias de problemas de acopio de materiales para las pilas. En 1409, mientras se trabaja en el tercer pilar del norte (contando siempre desde la cabecera), se buscan materiales adecuados para la fábrica del mismo; finalmente se encuentran en Porto Pi.

Reparaciones documentadas de arbotantes y bóvedas. En 1655 dos arbotantes (nave del Corpus Christi y el que da al campanario) amenazan ruina. En 1739 se apuntalan 6 arbotantes de la nave mayor. En 1760 hubo que reparar 10 *torreones* [sic] de la fachada sur. En 1593 se reparaba la bóveda del 5° tramo y no se podía entrar al coro. En 1667 se repararon las capillas de S. Pedro y Corpus Christi por amenazar ruina. En 1679 amenazaban ruina las bóvedas 3ª y 5ª y un arco toral de la nave central. En 1698 cayó el arco de la 6ª bóveda. En 1706 se reparan la 3ª, 4ª y 5ª bóvedas. En 1717 se arruinó la 8ª. En 1739 necesitaban reparación las dos primeras y las dos últimas. En 1748 una bóveda de la Capilla Real amenazaba ruina.

#### Análisis estructural preliminar

Antes de plantear la campaña de toma de datos geométricos y mecánicos se emprendió un análisis preliminar a partir de la geometría de la sección transversal del 6º perpiaño desde la cabecera, figura 6.1.10, los datos contenidos en el plan director y los cálculos estructurales disponibles (estudios del Prof. Mark y del arquitecto Joan Rubió, figura 6.1.6).

Los resultados de este análisis arrojaron un nivel de axil, bastante centrado, en torno a 4,000 kN en la base de las pilas, valor no muy diferente aunque inferior a los 6,090 kN obtenidos por Rubió. Se realizaron distintas hipótesis sobre las condiciones de vinculación en la base y en la cota de arranque de las bóvedas altas (empotramiento, simple apoyo, ménsula), sobre la composición de las pilas (espesor de la hoja resistente = 0.20 m , 0.30 m, 0.40 m, etc., o pila maciza) y sobre la resistencia y peso de la fábrica. Los parámetros fundamentales, por encima de la resistencia y peso específico, resultaron ser las condiciones de vinculación y la composición de la sección transversal de los soportes, ya que para las hipótesis de pilas formadas por una hoja de fábrica más un relleno de peor calidad los coeficientes de seguridad resultaron muy bajos.



Figura 6.1.6 Análisis de equilibrio de Joan Rubió. 1912.

#### Inspección y caracterización geométrica y mecánica

Se diseñó una campaña de auscultación consistente en endoscopias con toma de testigos para su ensayo mecánico. Se seleccionaron 2 pilas, una de la cabecera (diámetro 1.60 m) y otra de los pies (diámetro 1.70), ya que entre los tres primeros tramos y el resto se produjo un cambio de criterio constructivo (como indican las diferentes dimensiones de las pilas y del espesor de las bóvedas) así como el posible cambio del material por haberse agotado las canteras originales. En cada pila se tomaron tres muestras а diferentes alturas próximas a la base según radios a 120° con longitud suficiente como para llegar al núcleo y diámetro interior de 40 mm para la correcta extracción y ensayo de la piedra.



**Figura 6.1.7** *Posición de los testigos extraídos e imagen del proceso de ejecución de la endoscopia (fotografía INTEMAC)* 



**Figura 6.1.8** Aspecto de los testigos extraidos en un botarel, izquierda, y en una de las pilas, derecha.

Además se practicaron 6 endoscopias en 4 contrafuertes laterales y en dos machones de la fachada principal (figura 6.1.7).

La figura 6.1.8 muestra los testigos de un contrafuerte y una pila. Mientras en el primer caso la extracción se interrumpía por el lavado de morteros tras los 0.21 a 0.38 m iniciales y el material interior presentaba un aspecto diferente al de la hoja, los testigos de ambas pilas eran homogéneos hasta el núcleo, con longitudes sin interrupción de hasta 1.01 m.

Las endoscopias certificaban así el carácter macizo de las pilas, constituidas por hiladas de 4 sillares de entre 600 y 700 mm de lado y un hueco interior de unos 150 mm de diámetro. En las perforaciones de los contrafuertes, de hasta 1.35 m de longitud, se encontraron rellenos cerámicos, de marés y de morteros que se disolvían por efecto del agua de refrigeración de la corona de perforación.

La altura de los sillares de las pilas varía entre 330 y 400 mm. El tamaño de las juntas en los botareles era de 20 mm mientas en las pilas variaba entre 6 y 8 mm. En el aparejo de la fachada llama la atención el muy pequeño espesor de las llagas, menor de 5 mm, y la ausencia de mortero en muchas de ellas.

Aparentemente el asiento de los sillares de las pilas es excelente y de una horizontalidad muy cuidada. Para despejar la incógnita de la calidad de la labra en el interior<sup>4</sup>, se practicó un taladro adicional exactamente sobre un



**Figura 6.1.9** *a) Testigo extraido en un tendel de una de las pilas, mostrando la perfecta labra en el interior. b) Ensayo a compresión de una probeta* 

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> En la catedral de Pavía [Macchi] o en el Panteón de París [Rondelet] la labra era cuidada sólo en la parte visible exterior de los sillares; en el interior era irregular, lo que producía una concentración de tensiones que se traducía en fisuración vertical en los paramentos de las pilas.

Muestra	Peso	o especíi [kN/m³]	fico	Ten	sión de ro [N/mm²]	otura	Defor	mación úl [‰]	tima	Módulo de deformación [N/m		ón [N/mm²]
		Media	cV [%]		Media	cV [%]		Media	cV [%]		Media	cV [%]
botarel 1	16.9			7.0			0.35			17,585		
botarel 2	15.8	17.6	89	4.7	88	40.4	0.18	0.32	43.4	18,184	17 883	67
botarel 3	19.2	17.0	0.7	11.4	0.0	-10	0.50	0.52	-5	16,455	17,005	0.7
botarel 4	18.6			12.1			0.25			19,308		
pila 1 1	23.6			27.7			0.40			97,076		
pila 1 2	24.3	23.7	2.2	58.4	39.3	42.5	0.45	0.49	23.5	63,732	68,820	37.9
pila 1 3	23.3			31.7			0.62			45,652		
pila 2 1	21.8			29.6			0.90			47,543		
pila 2 2	22.3	23.2	8.5	47.5	49.6	42.7	0.62	0.66	34.6	57,563	56,218	14.4
pila 2 3	25.5			71.8			0.45			63,548		
fachada 1	18.6	18.3	27	10.0	10.4	4.9	0.70	0.59	27.8	14,774	16.844	17 4
fachada 2	17.9	10.5	2.1	10.8	10.4	4.7	0.47	0.39	27.0	18,914	10,044	17.4

Tabla 6.1.1 Resumen de resultados de los ensayos de caracterización mecánica de la piedra

tendel para introducir la cámara de endoscopia. La pericia del equipo de INTEMAC permitió, además, extraer íntegro el testigo, lo que adicionalmente permitió analizar la composición del mortero, figura 6.1.9.a.

Las muestras de piedra se ensayaron sobre probetas desecadas de esbeltez 2 (fig. 6.1.9.b), determinándose la curva tensión deformación y la tensión de rotura. Las curvas presentaban un aspecto rectilíneo y de rotura frágil. La tabla 6.1.1 presenta un resumen de los resultados.

El análisis físico-químico del mortero, realizado por el laboratorio de materiales de INTEMAC, arroja una proporción del 100 % de la fracción menor de 2.5 mm, lo que unido al hecho de que en lupa binocular de 100 aumentos no se detectaran gránulos de arena, permite concluir que no se utilizaron áridos en la confección del mortero. El componente casi exclusivo de éste es cal poco hidráulica (reducido valor de sílice bruta), descartándose la adición de yeso dado el escaso contenido de trióxido de azufre.

#### Análisis estructural

Se realizó un análisis a nivel de estructura (sección transversal, a partir de la geometría exacta del sexto perpiaño) y a nivel de elemento estructural (bóvedas, pilas, cimentación y arbotantes). Para el análisis de la sección se utilizó un modelo plano y elástico del que se obtuvieron los esfuerzos globales sobre los distintos elementos. Para el análisis de los elementos aislados se utilizaron las técnicas de análisis límite con comprobación seccional, incluyendo la consideración de la esbeltez descritas en los capítulos 3 y 5.

El modelo elástico, cuestionable *a priori* por no ajustarse al comportamiento del material, se utilizó con garantía a nivel global por presentar niveles

tensionales reducidos con compresiones dominantes excepto, como se verá, en los arbotantes cuyo equilibrio precisa un estudio particular.

El análisis elástico permite, por su sencillez, realizar estudios paramétricos, necesarios para evaluar la incidencia de distintos aspectos y, en virtud del principio de superposición, tener en cuenta aproximadamente el proceso constructivo.

#### Análisis de solicitaciones de la sección transversal

#### Geometría y propiedades mecánicas

Los cálculos se realizaron sobre dos geometrías, la real del 6° perpiaño, obtenida por fotogrametría y topografía, figura 6.1.10, y la ideal, simétrica y sin desplomes.



**Figura 6.1.10** *Restitución geométrica de la sección transversal y desplomes respecto a los ejes verticales [mm]* 

Las propiedades mecánicas se obtuvieron de los ensayos sobre la piedra y de las expresiones planteadas en los capítulos 2 y 3. Se consideraron tres valores (mínimo, medio y máximo) para las propiedades de los materiales. La tabla 6.1.2 muestra los pesos específicos y módulos de deformación de la piedra considerados.

Los valores de E utilizados en el cálculo de la fábrica son menores que los indicados para la piedra  $E_b$ , debido a la naturaleza heterogénea de la fábrica —que se compone de sillares de piedra y juntas de mortero, con mayor deformabilidad— y al efecto de la fluencia lenta, ya que la mayor parte de la carga se debe a las cargas gravitatorias permanentes. Para tener en cuenta de forma aproximada el primer efecto se tiene un módulo de deformación instantánea:

$$E_{inst} = E_b \frac{1+\alpha}{1+\alpha\beta}$$

Para considerar las deformaciones diferidas (suponiendo que sólo fluye el mortero) se tiene un módulo efectivo a largo plazo:

$$E_{dif} = E_b \frac{1+\alpha}{1+\alpha\beta(1+\varphi)}$$

siendo  $E_{inst}$  y  $E_{dif}$  los módulos de deformación efectivos de la fábrica ante acciones permanentes a corto y largo plazo respectivamente.  $E_b$  es el módulo de deformación experimentalmente obtenido para la piedra;  $\varphi$  es el coeficiente de fluencia del mortero, para el que, por analogía con el hormigón, se ha considerado un valor de  $\varphi = 1,3$  a un año (tiempo estimado de la construcción de la sección) y  $\varphi = 2,0$  a tiempo infinito. Por tanto, la parte de fluencia que afecta a la estructura se representa, simplificadamente, con  $\varphi = 0,70$ ;  $\alpha = h_m / h_b$  es la relación entre el canto de las piezas y el espesor de los tendeles, medidos *in situ* y  $\beta = E_b / E_m$  la relación entre los módulos de elasticidad de la piedra y el mortero. Los valores de  $E_{inst}$  y  $E_{dif}$ para cada elemento, considerando un valor de  $E_m$  de 1.000 N/mm<sup>2</sup>, se dan en la tabla 6.1.3.

Elemento	Peso esp	ecífico de la γ [kN/m³ ]	ı fábrica	Módulo de deformación longitudinal de la piedra <i>E<sub>h</sub></i> [kN/mm <sup>2</sup> ]		
	mín.	medio	máx.	mín.	medio	máx.
Pilas	21.8	23.0	24.3	46	60	65
Botareles	15.8	17.6	19.2	15	18	20
Bóvedas	16.0	18.0	20.0	18	18	20
Rellenos	17.0	17.0	17.0	1	1	1

Tabla 6.1.2 Propiedades mecánicas de la piedra

Tabla 6.1.3. Valores medios del módulo de deformación y resistencia a compresión de la fábrica  $[N/mm^2]$ .

	α	β	$E_{inst}$	$E_{dif}$	f
Pilas:	0.02	60	28,000	20,000	20.0
Botareles y arbotantes	0.05	18	10,000	7,500	3.0
Bóvedas	0.03	18	12,000	10,000	4.0
Rellenos en los senos	1.00	10	1,000	1,000	1.0

De acuerdo con las expresiones referidas en los capítulos 2 a 4 (fórmula de Ohler afectada por el coeficiente de conversión para pilastras según Hendry), las resistencias a compresión simple que caracterizan las distintas fábricas pueden situarse en el entorno de los valores dados en la tabla 6.1.3.

#### Cargas gravitatorias



**Figura 6.1.11** Reparto isostático de las cargas de las bóvedas entre las tres familias de arcos

Se consideraron las cargas gravitatorias y de viento. Las cargas gravitatorias de los elementos de la sección transversal se generan automáticamente en el modelo. Las cargas de las bóvedas se obtienen a partir de un reparto isostático en planta y la construcción de las líneas de empuje de los arcos formeros perpiaños y diagonales como se muestra a continuación. La cubicación de un tramo de bóvedas altas (e=0.25 m) arroja un peso total de 2,200 kN. La figura 6.1.11 muestra el reparto isostático en planta del que resultan cargas distribuidas y totales en triángulo para cada arco, de valores:

Arcos	ZONAS	$q_v [kN/m]$	q [kN]	%
Perpiaños	1	30	275	25
Formeros	2	60	275	25
Diagonales	3 y 4	50	550	50

La mayor parte de la carga es conducida por los diagonales, con 21.50 m de luz y canto variable (0.70 m en clave según Rubió) con ancho de 0.50 m. La figura 6.1.12 muestra el equilibrio del arco diagonal sometido a la carga de las bóvedas. La línea de empuje discurre por el interior de la fábrica en posición límite con unos empujes laterales de 255 kN situados unos 10.0 m por debajo de la cota de clave. El nivel de compresión correspondiente a la línea de empuje de la figura 6.1.12 es elevado pero aceptable: unos 3.0 N/mm<sup>2</sup> de pico y 1.0 N/mm<sup>2</sup> de tensión media.



**Figura 6.1.12** Equilibrio y resultantes en su plano de en un arco diagonal de las bóvedas altas.

Las fuerzas provenientes de los arcos diagonales aplicadas sobre la sección transversal son una fuerza vertical de 780 kN y un empuje horizontal de 465 kN, correspondiente a la proyección sobre el plano de la sección transversal de los empujes de 2 diagonales de tramos adyacentes. El punto de aplicación se encuentra a la cota +34.90, prácticamente enfrentado con el eje del arbotante bajo (cota +34.67).

De forma análoga se obtienen las fuerzas ejercidas por los arcos perpiaños y formeros de las bóvedas altas y bajas (peso de un tramo 840 kN) y sus puntos de aplicación en el modelo de la sección transversal. La tabla 6.1.4 resume los valores obtenidos. A estas cargas se suman los pesos de los rellenos de los senos de las bóvedas (unos 260 kN)

Arco	Fuerzas sobre la seco	Cota	
A neo	Horizontal	Vertical	[m]
Formero de bóvedas altas	0	285	+32.50
Diagonal de bóvedas altas	465	780	+34.90
Formero de bóvedas laterales	0	55	+25.65
Diagonal de bóvedas laterales	140	250	+25.80

Tabla 6.1.4 Fuerzas aplicadas sobre la sección transversal

#### Cargas de viento

Teniendo en cuenta la situación expuesta del edificio, junto al mar, y su gran altura, se ha considerado una presión dinámica del viento de  $w = 1,25 \text{ kN/m}^2$  en dirección S-N, incluido el coeficiente de ráfaga. El valor anterior está tomado de una norma de edificación convencional, pensada para estructuras con una vida útil de unos 50 años, por lo que el periodo de retorno que implícitamente se considera en su determinación será del orden de 50 o 100 años. De acuerdo con lo expuesto en el capítulo 5, se adopta un periodo de retorno mayor, de al menos 500 ó 1000 años. Para tener en cuenta esta consideración se decidió amplificar el valor anterior mediante el coeficiente estadístico que propone la Instrucción de Acciones IAP 96:

$$C = \frac{1}{1.04} \cdot \sqrt{0.562 \left[ 1 - 0.2 \cdot \ln\left( -\ln\left(1 - \frac{1}{T}\right) \right) \right]}$$

Donde *C* es el coeficiente buscado y *T* el periodo de retorno considerado. Para T = 1.000 años resulta *C* = 1,11 y, por tanto,  $w = 1,40 \text{ kN/m}^2$ . Los coeficientes eólicos considerados han sido los habituales, 0.80 a barlovento y 0.40 a sotavento en fachadas y 0.40 y -0.50 a barlovento y sotavento en cubiertas.

# Estudios de sensibilidad

La respuesta estructural de un sistema complejo, fuertemente hiperestático, como la sección de una catedral no es única (los resultados de Mark y Rubió, por ejemplo, no son completamente coincidentes). Existen diversos factores que influyen en el resultado y sobre los que pesan incertidumbres notables. Para conocer y cuantificar la influencia de algunos de tales factores se
llevaron a cabo estudios paramétricos. En particular se consideraron los siguientes:

- Geometría ideal o real, con modelos de cálculo distintos
- Propiedades de los materiales, variando los valores de las propiedades mecánicas.
- Deformabilidad relativa de los elementos estructurales, con modelos de cálculo de rigidez uniforme y diferenciada.
- Deformabilidad del terreno, modelizando los apoyos como perfectamente rígidos o simulando un apoyo elástico sobre un semiespacio de módulo de deformación *E*=60.0 N/mm<sup>2</sup>, de acuerdo con los estudios geotécnicos disponibles.
- Proceso constructivo, según se describe con mayor detalle a continuación.

En el caso de esta estructura, con las pilas y botareles muy descompensados — por la esbeltez de las primeras y el carácter masivo de los segundos— y que comparten la función de transmitir las cargas (verticales y horizontales, en principio), se pueden cometer errores significativos si no se considera adecuadamente el proceso constructivo. En efecto, calcular la sección transversal de la catedral como si se hubiera construido tumbada para luego ser izada íntegra hace entrar en juego el peso enorme de los botareles. De alguna manera este peso excéntrico *tira* de la sección hacia los extremos produciendo un efecto de *cuelgue* como se muestra en la figura 6.1.13.



**Figura 6.1.13**. Efecto ficticio del peso propio de los botareles.

Las pilas reaccionarían así como un punto duro, sobrecargándose. En realidad, si los botareles se construyen antes de que la sección trabaje en conjunto, su peso no afecta a la estructura sino sólo a sí mismos. De lo contrario, los elementos menos rígidos que conectan los botareles con las bóvedas y las pilas (arbotantes y bóvedas bajas) estarían solicitados (en el modelo, no en la realidad) por esfuerzos inadmisibles.

Se han hecho dos hipótesis de cálculo: la primera consiste en no tener en cuenta el proceso constructivo y calcular la sección íntegra con todos sus pesos. La segunda se basa en suponer un proceso simplificado de tres fases en el que se ha admitido que la cimbra de las bóvedas no apoyaba en el suelo sino en la cabeza de las pilas. Esta hipótesis es más lógica constructivamente y

es la única posible si se piensa que la planta del templo estaba en uso mientras se construían las bóvedas (de hecho éstas se construyeron por encima de la antigua mezquita).

El proceso se detalla en la figura 6.1.14, en la que se indican asimismo las cargas actuantes en cada fase. En las fases 1 y 2 se aplican los pesos de los elementos situados por encima de los arranques de las bóvedas como cargas distribuidas, sin excentricidades. En el cálculo evolutivo, el módulo de

elasticidad considerado para los elementos estructurales y la deformabilidad del terreno en las primeras fases son indiferentes.



Fase 1: Construcción de pilas y muros de los contrafuertes. Actúa el peso propio de cada elemento sobre sí mismo. No hay excentricidades teóricas, que serían absorbidas por los andamios. Se consideran los módulos instantáneos de deformación. Las deformaciones diferidas en el periodo de construcción de estas fases no influyen

**Fase 2**: Construcción de las bóvedas altas y bajas cimbradas sobre las pilas y botareles. El peso de ellas se aplica prácticamente sin empujes horizontales sobre las pilas y botareles a través de una cimbra, convenientemente atirantada. Tiempo estimado de construcción de las fases 1 y 2: 1 año. Se aplica el peso de las bóvedas y elementos superiores como cargas puntuales a la cota del arranque de las bóvedas bajas.

**Fase 3**: Construcción de los arbotantes, que entran en carga con el descimbrado general. Desaparecen las cargas que ejercían las cimbras sobre las pilas (se aplican fuerzas iguales y contrarias a las de la fase anterior). Se aplican como cargas distribuidas los pesos de los elementos superiores (bóvedas etc.) Se utilizan los módulos de deformación diferida. Sobre esta configuración definitiva actúan las sobrecargas de viento y parte de las deformaciones diferidas.

Figura 6.1.14 Secuencias del proceso constructivo

## Resultados del análisis de solicitaciones de la sección transversal

El análisis de la sección transversal revela que los enormes botareles absorben los empujes horizontales de las bóvedas altas, de casi 20 de luz, permitiendo que las esbeltísimas pilas trabajen como *bielas* de compresión sometidas casi exclusivamente a axil puro (figura 6.1.15).



**Figura 6.1.15** Diagrama de tensiones  $\sigma_z$  en la sección real ante cargas gravitatorias. Puede apreciarse que las pilas se comportan como bielas en su altura libre, desde la base hasta el arranque de las bóvedas bajas.

Ante cargas gravitatorias, cada botarel está sometido en su base a una reacción horizontal total de unos 300 kN mientras que las pilas están solicitadas por un cortante uniforme en casi toda su altura de 70 kN. Ello indica que las pilas asumen tan sólo una quinta parte de los empujes horizontales, que son contrarrestados en su mayor parte por los masivos contrafuertes laterales: el reparto de empujes es de 20% - 80%.

Dejando aparte el peso propio de botareles y pilas (que es asumido por cada elemento independientemente, de acuerdo con el proceso constructivo), se tiene que (por ejemplo para la hipótesis de terreno rígido y valores medios de las propiedades de los materiales) cada pila recibe unos 2.800 kN del peso procedente de las bóvedas y muros altos mientras los botareles sólo unos 1.000 kN. Es decir, las pilas cargan con casi las tres cuartas partes de la carga vertical total, 75% - 25%. En la hipótesis de terreno deformable el reparto se vuelca más del lado de las pilas: casi 3300 kN en cada pila y apenas 500 kN por botarel, ello supone una proporción 85% - 15%.

Si no se hubiera tenido en cuenta el proceso constructivo, se invierte la influencia de la deformabilidad del terreno: para terreno rígido se tienen las pilas más sobrecargadas que para la hipótesis de terreno deformable. El efecto "punto duro" que representan las pilas se ve así magnificado.

Los resultados del modelo de rigidez uniforme, que no tiene en cuenta la distinta rigidez del material de pilas y botareles, arrojan una proporción más igualada de la carga vertical: 40% en botareles y 60% en pilas, subestimando

el nivel de axil en estas últimas. Las variaciones obtenidas en este estudio al aumentar o disminuir simultáneamente los módulos de todos los elementos son poco apreciables.

El aspecto más sensible al proceso constructivo es la excentricidad del axil para las cargas gravitatorias, de manera que el cálculo sin proceso constructivo penaliza las pilas y obtiene esfuerzos inadmisibles en los arbotantes (fuerte transmisión de carga vertical).

El nivel de compresiones en la base de las pilas es como máximo de 2,1  $N/mm^2$  (1/10 de la resistencia media estimada de la fábrica) y de 0,8  $N/mm^2$  en la base de los contrafuertes. En la hipótesis que menos sobrecarga las pilas, las tensiones en la base se limitan a 1,6  $N/mm^2$ .

Un aspecto destacable es el de la enorme diferencia detectada entre los movimientos que predice el modelo, aun con la "adecuada" consideración del proceso constructivo, y la deformada real de las pilas, unas 200 veces mayor que la teórica. Este efecto, detectado también por el Prof. Roca, pone de manifiesto la necesidad de caracterizar adecuadamente los modelos de fluencia, especialmente en las primeras edades (primeros años, hasta que el proceso de carbonatación de los morteros aseguraba mayores resistencia y rigidez) y las deformada) de la sección muestra incurvaciones *estructurales* superpuestas a una traslación en dirección N-S. Ésta última puede tener un origen geotécnico, aunque, más probablemente se deba al efecto del soleamiento diferencial de la fachada sur, que además es la del lado del mar.

Esta notable diferencia entre modelo y realidad en términos de deformación no implica que existan tales diferencias en términos de esfuerzos. En efecto, como se ha indicado ya, la mayor deformabilidad de la fábrica no significa necesariamente un incremento de esfuerzos proporcional, si se tiene en cuenta de manera suficiente el proceso constructivo. De hecho, una de las variables consideradas en el proceso constructivo fue, especialmente para el estudio de los efectos de segundo orden, la geometría: la real de la deformada de las pilas y la simplificada, rectilínea e "ideal". La diferencia en términos de seguridad resultó poco importante (menos del 5%).

Los arbotantes, como ya se ha dicho, reciben de la nave un empuje pequeño comparado con el que precisa su propio equilibrio como arco, por lo que se realiza un estudio particular.

La cimentación transmite unas tensiones máximas del orden de 0.60 N/mm<sup>2</sup> y moviliza un rozamiento importante, como se verá en el apartado correspondiente.

La seguridad de las pilas se analiza también a continuación. El factor determinante, por encima de la resistencia de la fábrica, resulta ser la coacción al movimiento en cabeza ejercida por las bóvedas bajas.

### Análisis de seguridad de las pilas

En el modelo de la sección transversal se han fijado 4 secciones de control (figura 6.1.16), en las que se conocen los esfuerzos integrados: el axil y el

momento o, lo que es lo mismo, el punto de aplicación del axil o su excentricidad. Estas secciones se encuentran en las siguientes posiciones:

- 1. Apoyo-pila: En la sección de apoyo.
- 2. Pila-medio: A la mitad de la altura exenta de la pila.
- 3. Pila-cabeza: A la cota de arranque de las bóvedas laterales.
- 4. Pila-30: A la cota de arranque de las bóvedas altas.

Para la deducción de la longitud equivalente de pandeo de las pilas, parámetro fundamental en el cálculo de la inestabilidad, se ha considerado que éstas se encuentran empotradas en su base y que las enjutas de los arcos de la sección transversal y las bóvedas laterales ejercen una coacción suficiente en la cabeza de las pilas en la cota 30 (aprox. la distancia entre las secciones 1 y 4). En el sentido longitudinal, el del eje de la nave, las enjutas de los arcos y los estribos de la fachada principal aseguran la condición

de arriostramiento supuesta. En el sentido transversal, la gran rigidez de los botareles y la existencia de enjutas en los trasdoses de los perpiaños de las bóvedas alta y baja aseguran que la sección 4 es suficientemente indesplazable. Por tanto, del lado de la seguridad, se ha considerado la pila como soporte empotrado-apoyado con una longitud de pandeo  $l_0 = 0.7 \times 30 = 21$  m.

En principio, la elección entre la condición de simple apoyo o empotramiento en la base es controvertida ya que la coacción al giro realmente existente en la sección de apoyo es dudosa. En los cálculos preliminares se adoptó la hipótesis, excesivamente conservadora, de apoyo simple, pero se cambió de criterio en el segundo cálculo por dos razones: en primer lugar, por coherencia con el modelo de cálculo a nivel de estructura, en que la sección inferior se empotra. En segundo lugar, porque para el nivel de axil y momento en el apoyo (sección 1) la rigidez de la sección es prácticamente la bruta, es decir, no se descomprime. Este resultado se ha obtenido de los diagramas momento curvatura calculados al efecto.

Para el análisis de inestabilidad de las pilas se ha seguido la metodología general que se basa en la consideración de las directrices mecánica y geométrica descrita en el capítulo 5.

Para construir la directriz mecánica se ha considerado la resistencia media deducida de los ensayos y fórmulas teóricas,  $f = 20 \text{ N/mm}^2$ , y valores de 10 y 30 N/mm<sup>2</sup> para estudiar la sensibilidad del comportamiento ante este parámetro. La curva  $\sigma$ - $\varepsilon$  adoptada ha sido bilineal por simplicidad, tras comprobar que leyes tipo Powell y Hodkingson, y bilineal arrojaban resultados similares para el nivel de axil considerado. La deformación última (pivote de rotura en compresión) fue del 2‰, para tener en cuenta el comportamiento frágil de la piedra y el espesor reducido de los tendeles, así como el estado de compresión completa de la sección.



Figura 6.1.16 Secciones de control

Para cuantificar lo lejos que se encuentra la sección del límite, el coeficiente de seguridad se ha expresado como el cociente entre la excentricidad de primer orden que conduciría al fallo y la excentricidad de primer orden real equivalente, es decir, *seguridad* =  $e_{lim}/e_e$ . La excentricidad límite,  $e_{lím}$ , es el punto de corte de la directriz geométrica límite con el eje de ordenadas. Como excentricidad equivalente  $e_e$  se entiende aquella que tendría un soporte que se encontrara en condiciones iguales al real en cuanto a seguridad, pero con una excentricidad constante en toda su altura. En el caso de las pilas de la catedral las excentricidades son máximas en las secciones



**Figura 6.1.17** *Ejemplo del cálculo seguido en uno de los casos del estudio de sensibilidad* 

altas y decrecen hasta la base. De acuerdo con el método seguido se ha tomado:

$$e_e = 0,60 e_{\text{sup}} + 0,40 e_{\text{inf}} \neq 0,40 e_{\text{sup}}$$

siendo  $e_e$  la excentricidad equivalente utilizada para el cálculo del coeficiente de seguridad, y  $e_{sup}$  y  $e_{inf}$  las excentricidades en la parte superior e inferior de las pilas respectivamente.

La figura 6.1.17 muestra un ejemplo del cálculo efectuado dentro del estudio de sensibilidad. Las directrices mecánicas se han obtenido con la herramienta desarrollada en 3.6.2, incorporando la influencia del cortante.

Las directrices geométricas obtenidas presentaban una gran pendiente debido a la considerable esbeltez de las pilas. El posible modo de fallo encontrado ha sido en todos los casos el de pandeo y no el de agotamiento del material. La sección crítica ha sido la más alta (4) donde el axil era menor y mayor la excentricidad. En todos los casos la clave de la seguridad de las pilas es lo reducido de la excentricidad de primer orden del axil.

Los coeficientes de seguridad encontrados (tabla 6.1.5) varían entre 5,8 y 8,8 dependiendo de la resistencia considerada y de las hipótesis sobre la deformabilidad del terreno y el proceso constructivo. Los anteriores coeficientes se han hallado con valores medios de las propiedades de los materiales. Los cálculos efectuados con valores mínimos y máximos arrojan valores de los esfuerzos que difieren en menos de un 15% y valores muy similares de los coeficientes de seguridad (fig. 6.1.18).

Resistencia	Se tiene en cu constr	enta el proceso ructivo	No se tiene en cuenta el proceso constructivo		
$f[N/mm^2]$	Terreno rígido	eno rígido Terreno deformable Te		Terreno deformable	
10	6.0	7.4	5.9	5.8	
20	7.0	8.2	6.7	6.5	
30	7.5	8.8	7.3	6.8	

 Tabla 6.1.5 Coeficientes de seguridad de las pilas

Se han descartado otros posibles modos de fallo como el deslizamiento o rotura diagonal, ya que el esfuerzo cortante (máxima fuerza horizontal transmitida por la pila en hipótesis de viento) es de unos 150 kN mientras el axil mínimo es de 1,250 kN, siendo por tanto suficiente un coeficiente de rozamiento de 0.12, valor muy inferior a 0.50 que puede incluso considerarse conservador.

A la vista de los resultados se considera que el nivel de seguridad global para las cargas consideradas, y expresado en términos de excentricidades se sitúa en torno a 7,0. El coeficiente de seguridad global obtenido debe juzgarse críticamente comparándolo con valores conocidos de coeficientes considerados satisfactorios para decidir si el nivel de seguridad que representan es o no admisible. De acuerdo con los criterios propuestos en el capítulo 5, se ha considerado aquí un coeficiente global deducido como se explica a continuación. La vida útil de la evaluación (no de la estructura) es de unos 100 años. Fijando una probabilidad de fallo suficientemente baja, el índice de fiabilidad requerido debe ser de  $\beta$ =4.50 (tabla 5.4, consecuencias del fallo graves), incrementado en 0.50 (tabla 5.5, colapso total, comportamiento frágil), es decir, aproximadamente  $\beta$ =5.0

El coeficiente global referido a un aumento de las excentricidades será similar al producto de los coeficientes parciales:

#### $\gamma_{global} = \gamma_{material} \cdot \gamma_{esfuerzos}$

Estos coeficientes parciales se toman de las normas apropiadas y se incrementan de forma adecuada para tener en cuenta el incremento de seguridad requerido en este caso respecto al implícito en las normas.

Se han considerado  $\gamma_f = 1.50$  (asimilando el incremento de las excentricidades con una sobrecarga, de acuerdo con EC-1) y  $\gamma_m = 2.5$  (asimilando, de forma conservadora, la ejecución a tipo B y la fabricación de las piezas a la categoría II, EC-6).

Si se supone que el índice de fiabilidad implícito en las normas utilizadas es de 3.80, los coeficientes parciales referidos deben incrementarse (en su parte en exceso sobre 1, de acuerdo con (5.4)) en una proporción  $\beta_{requerido}$ / $\beta_{normas} = 5.0/3.8=1.316$ :

 $\gamma_{global} = \gamma_{material} \cdot \gamma_{esfuerzos} = [1 + (1.50 \cdot 1.316)] \cdot [1 + (0.50 \cdot 1.316)] = 2.97 \cdot 1.66 \approx 4.95$ 

Coeficiente que se considera conservador, teniendo en cuenta que la seguridad se expresa en términos de excentricidades y no de efectos directos de las acciones. La figura 6.1.18 muestra los valores de seguridad obtenidos comparados con el coeficiente admisible.



**Figura 6.1.18** Coeficientes de seguridad para distintas hipótesis de cálculo en función de la resistencia de la fábrica. Se indica el coeficiente considerado aceptable.

#### Cimentación

La figura 6.1.19 muestra el esquema plano de equilibrio de la cimentación ante cargas gravitatorias. La presión media transmitida es de unos  $\sigma$ =0.62 N/mm<sup>2</sup>. La fuerza del *tirante* de la base de la zapata se obtiene movilizando tensiones tangenciales de rozamiento de valor  $\tau$ =0.11 N/mm<sup>2</sup>, en hipótesis de distribución uniforme.



Figura 6.1.19 Esquema de equilibrio de la cimentación

Para la comprobación de la fábrica que forma la zapata se ha supuesto una resistencia de la piedra igual a la menor de las obtenidas en los ensayos de la fábrica de los contrafuertes,  $f_b \approx 5.0$  N/mm<sup>2</sup>, una resistencia a tracción igual al 5% de ese valor, un espesor relativo de los tendeles  $\alpha=0.50$ , y unos parámetros resistentes de la interfaz de  $f_{v0}=0.05$  y  $\mu=0.50$ . Con estas hipótesis resulta una resistencia a compresión de la fábrica de 1.08 N/mm<sup>2</sup>.

La figura 6.1.20 muestra los esfuerzos en hipótesis de cargas gravitatorias y de viento en el diagrama de interacción construido con los parámetros mencionados. Para el momento se ha tomado un valor mínimo igual a 1/10 del canto de la semi-zapata.

La seguridad de este elemento no parece nada holgada y se precisaría conocer mejor sus condiciones para analizarla de forma fiable.



Figura 6.1.20 Comprobación de la cimentación

#### Arbotantes

Según se deduce del modelo de cálculo de la sección transversal, los empujes solicitantes en el arbotante bajo son de 160 kN ante cargas gravitatorias, llegando a 200 kN con viento a favor y 80 kN con viento en contra. En el arbotante alto, los máximos son de unos 110 kN y mínimos de práctica descarga.

El empuje mínimo compatible con el equilibrio propio de los arbotantes se deduce construyendo la línea de empuje cuasi-límite de estado pasivo (figura 6.1.21) y resulta igual a 180 kN. Esta línea requiere niveles del rozamiento en el contacto con los muros altos de  $\mu$ >0.42, valor elevado si se tiene en cuenta que las fábricas de los muros y los arbotantes no están trabadas.



Figura 6.1.21 Empuje mínimo de los arbotantes

En teoría, y de acuerdo con la figura 5.14, es posible una línea de presiones límite más baja en su arranque que requiere un empuje aún menor (línea roja a trazos en la figura 6.1.21), cuantificable en 102 kN. Esta línea, sin embargo, no resulta admisible dada la configuración sin traba de los aparejos del muro y el arbotante, ya que requiere una componente vertical de 155 kN en el encuentro con el muro lo que supone un coeficiente de rozamiento entre las fábricas del orden de  $\mu$ =1.50, a todas luces excesivo. Sólo la existencia de un apoyo vertical en el encuentro justificaría un empuje de este orden de magnitud.

En cuanto a los empujes obtenidos en el cálculo de la sección, el empuje activo en el arbotante bajo es del orden del mínimo posible (160 kN, como se ha dicho), por lo que el elemento se encuentra al límite de sus posibilidades. El arbotante alto se encuentra en situación mucho más comprometida, por defecto de empuje. Esta debe de ser la razón por la que se dispusieron apuntalamientos como los mostrados en la figura 6.1.22. La deformada de la cornisa superior del arbotante alto induce a pensar que los puntales se colocaron efectivamente después de entrar en carga los arbotantes.

La figra 6.1.22 muestra los posibles esquemas de equilibrio de los arbotantes superior e inferior en la hipótesis de que el arbotante alto descarga en el inferior la mitad de su peso propio aproximadamente a un tercio de la luz. El arbotante alto resulta prácticamente liberado de empujes horizontales. El bajo mantiene el nivel de empujes pero precisa mayor reacción vertical que horizontal en el encuentro con el muro. Ello sólo es posible con rozamientos inverosímiles ( $\mu$ >2) o incurvando la fábrica con un *rabillo* como el que muestra la fotografía.

Los niveles tensionales son bajos en ambos casos ( $\sigma$ >1.0 N/mm<sup>2</sup>) mientras que los rozamientos necesarios son elevados ( $\mu \approx 0.40$ ).





**Figura 6.1.22** *Fotografía de uno de los apuntalamientos y equilibrio combinado de las parejas de arbotantes apuntalados* 

# 6.1.4 Diagnóstico y conclusiones

Se ha revisado y completado la información disponible mediante ensayos de caracterización orientados a proporcionar datos importantes con fiabilidad y una intervención mínima. El carácter macizo de las pilas y la gran calidad de los materiales y la ejecución, junto con la cuantificación de las propiedades mecánicas de los distintos elementos son las aportaciones más significativas. Sin esa información, cualquier análisis no habría pasado e la especulación.

El comportamiento de la sección transversal ha sido estudiado mediante los modelos realizados, estableciéndose la forma de trabajo descrita anteriormente. Se han identificado los factores que muestran mayor influencia en el comportamiento global.

El nivel de seguridad de las pilas, en los términos en que se ha definido, resulta aceptable según los criterios propuestos en esta tesis. Las variables sobre las que existe mayor incertidumbre se han tratado en un estudio paramétrico, que se revela como imprescindible en este tipo de tareas. El parámetro de mayor influencia es la coacción transversal de las pilas en las cotas de arranque de las bóvedas. Esta variable puede monitorizarse mediante la medición del desplazamiento lateral a la altura del arranque de las bóvedas bajas, donde no existe, en principio, coacción en el sentido del exterior a la nave.

El nivel tensional estimado en las pilas, teniendo en cuenta la baja excentricidad de las cargas y las propiedades mecánicas de la fábrica, no parece ser la causa de la fisuración vertical detectada. El origen de ésta podría encontrarse en causas no estructurales, en concreto acciones antrópicas, durante la construcción o posteriores, quizás relacionadas con la instalación de la iluminación.

El nivel de solicitación en la cimentación es probablemente más ajustado que en la super-estructura. Se precisaría un mejor conocimiento tanto geométrico como mecánico de la fábrica de las zapatas. Los métodos de inspección deberían ser muy cuidadosos para no modificar posibles acciones del relleno junto a las zapatas (empujes pasivos).

El dimensionamiento de los arbotantes o, mejor dicho, su configuración no se corresponde con las solicitaciones de la sección de la catedral, por lo que se encuentran en el límite de sus posibilidades estáticas. Especialmente el arbotante alto, que en muchos casos se encuentra apuntalado sobre el bajo. Esta configuración es estable, por lo que no debería modificarse ni siquiera provisionalmente. El equilibrio de los arbotantes está garantizado siempre lo esté la inmovilidad de sus estribos, variable que también tiene interés en ser monitorizada.

La utilización del procedimiento de comprobación de las pilas frente a los efectos inducidos por la excepcional esbeltez se ha inspirado en la metodología correspondiente desarrollada para elementos de hormigón estructural. Esto constituye un ejemplo más –unido al de bielas y tirantes – de la *universalidad* de muchos de los planteamientos estructurales, como se expuso en el capítulo I.

La estructura de la sección transversal de la Catedral de Palma es un ejemplo de construcción llevada al límite. Los métodos propuestos en esta tesis permiten acercarse al conocimiento de su esquema resistente y cuantificar aproximadamente su nivel de seguridad.

6.2 Proyecto de ampliación y refuerzo del puente de Ponteceso, La Coruña.



Figura 6.2.1 Alzado parcial del puente de Ponteceso desde aguas abajo

# 6.2.1 Introducción

El puente constituye el acceso a Ponteceso de la carretera AC-430, sirviendo además para el paso de peatones desde la parada de autobús cercana al estribo sur hasta el núcleo urbano.

Se trata de un puente de bóvedas de fábrica del siglo XIX, de 50 m de longitud total distribuidos en 5 tramos de 10.0 m. Las luces libres son de 8.50 m y el espesor de las bóvedas de 0.70. El ancho total de las bóvedas es de 6.0 m. Tiene 4 pilas en el cauce y sendos estribos en las orillas que se acompañan de muros, también de mampostería. La sillería es de granito, en buen estado de conservación.

Cruza el río Anllóns, con funcionamiento de ría manifestado en la importante carrera de mareas, cuya bajamar coincide la cota superior de los encepados de los estribos mientras la pleamar eleva la lámina de agua unos 2.15 m.

El puente es de trazado recto y sensiblemente perpendicular al río. La rasante es horizontal. Sobre los tímpanos presenta una imposta de labra fina y pretiles de 0.90 m de altura compuestos por verdaderos monolitos graníticos de  $1.50 \times 0.30 \times 0.45$  [m].

Su sección es muy reducida, dos calzadas de 2.25 m más sendos caces de 0.45 m y los pretiles de 0.30 de ancho sin aceras, por lo que no presta un adecuado servicio al tránsito de vehículos y peatones. El drenaje se produce transversalmente por el bombeo de la sección hacia los caces que desaguan al río en las claves a través de gárgolas de piedra.

El puente está cimentado mediante pilotes de madera sobre un lecho de muy escasa competencia de rellenos de ría con espesor variable.

Las conducciones que utilizan el puente para atravesar el río discurren adosadas al paramento de aguas arriba afeando la apariencia de este bello ejemplar de bóvedas rebajadas de la época culminante de construcción de puentes de fábrica. No en vano se trata de un puente con valor patrimonial, incluido en el catálogo de Puentes Históricos de Galicia [138].

La figura 6.2.2 muestra la estructura en su estado anterior a la reparación.

# 6.2.2 Necesidad de la evaluación

En el año 2001, se detectaron en el puente síntomas preocupantes, por lo que la Xunta de Galicia solicitó asesoría técnica para la valoración de los citados daños. Se encargó a FHECOR Ingenieros la inspección de la estructura y la redacción de un informe de diagnóstico de daños que además aconsejara sobre las medidas necesarias. El informe fue preparado por el director de esta tesis en julio de 2001 incluyendo recomendaciones para, en primera instancia, limitar de carga máxima y la adquisición de datos para acometer a continuación un proyecto de reparación.

El autor de esta tesis tuvo la oportunidad de colaborar en el proyecto de reparación y, a la postre, de ampliación del puente.





#### 6.2.3 Anamnesis

El proceso de anamnesis comprende en este caso la recopilación documental y de datos históricos disponibles, el análisis de los daños detectados, su diagnóstico preliminar, la inspección específica<sup>1</sup> y diagnóstico definitivo, y el proyecto de la reparación. Para este proyecto se precisa una caracterización tipológica y material seguida de un análisis estructural que permita evaluar las condiciones de seguridad de los elementos de la estructura existente y dimensionar los de refuerzo así como la interrelación de unos y otros.

#### Antecedentes históricos

El puente, según una nota de la Jefatura Provincial de Carreteras de La Coruña dirigida al alcalde de Ponteceso en 1986, se empezó a construir en el año 1868 según un proyecto aprobado por R.O. de 28 de marzo de 1865, cuyo presupuesto ascendía a la cantidad de 425,599.65 reales. Las obras fueron recibidas el 26 de mayo de 1879.

En el emplazamiento del puente actual (en realidad 14 m aguas abajo) existía un masivo puente de construcción anterior, en fecha desconocida. La única referencia sobre tal puente es la cita que hace el ingeniero D. Manuel Tabuenca en una memoria de 1878 y que es el primer apunte sobre problemas geotécnicos del emplazamiento:

"El proyecto aprobado sitúa al puente definitivo sobre el viejo de piedra que se halla en completa ruina, cuyas bóvedas de medio punto se encuentran desconcertadas por efecto de los asientos de las pilas en todas direcciones, debidos sin duda a estar fundadas sobre una capa de fango de mucha profundidad con escollera de piedra perdida. El grande espesor de las pilas hizo que, estrechada la corriente de la ría en este punto, fuese excavando sus cauces bajo los arcos y enterrando la piedra hasta quedar establecido el régimen de las aguas, excavando sus cimientos y arruinando algunos tajamares: el haberse conservado tanto tiempo es sólo debido a sus grandes dimensiones y a los pequeños esfuerzos que ha tenido que soportar, y no se conoce que hayan existido nunca ni aún pretiles en sus arcos que sólo miden tres metros de ancho; esto no obstante, toda la fábrica está desconcertada, arruinada en muchos puntos y con notables asientos de larga fecha"

El nuevo puente aportó lo máximo de la tecnología de construcción de puentes de fábrica del último cuarto del siglo XIX. Salta el río en 5 vanos de unos 8.50 m de luz libre y 4 pilas esbeltas en el cauce, de 1.50 m de ancho en cabeza aproximadamente. Los arcos de directriz circular son muy rebajados (escarzanos), con una relación flecha/luz próxima a 1/7, valor próximo a la relación más rebajada de la construcción de la época [139]. Las bóvedas se ejecutaron en una excelente sillería de granito procedente de una cantera abierta en Canduas, con un canto de 0.70 m, lo que supone una relación canto luz de 1/12.

Conscientes de los problemas de cimentación, los ingenieros dispusieron encepados sobre pilotes de madera (se tiene constancia de la compra de 133 pinos y 4 abetos). La longitud de tales pilotes no podía sobrepasar la de los troncos disponibles, con la limitación adicional del transporte y, sobre todo, de los útiles de hinca. Por ello, la longitud máxima usual era de unos 10 m.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Inspección especial en la terminología usual en Conservación y Mantenimiento

El estudio de los daños se complementó con un análisis estructural preliminar que permitió descartar las acciones gravitatorias del tráfico como causa general de las patologías detectadas.

## Auscultación de la estructura y del terreno de cimentación

A la vista de los daños observados se consideró conveniente conocer con detalle la geometría externa e interna de la estructura y las características resistentes y de durabilidad de la piedra que forma la fábrica. Asimismo, los indicios de fallo en la cimentación aconsejaron realizar un estudio geotécnico.

Se encargaron por tanto dos campañas: un levantamiento topográfico del puente (geometría completa de ambos alzados y tres perfiles longitudinales) y 4 sondeos (en ambos estribos, la pila 1 que presuntamente giró y la pila 3) atravesando el puente y tomando testigos de la estructura y del terreno para su posterior ensayo. Elaboró ambas campañas la empresa GOC.

Los planos de la figura 6.2.2 se elaboraron con la geometría real de los levantamientos. Las tablas siguientes muestran la dispersión de los parámetros geométricos más importantes.

Geometría

<i>L</i> , luz libre de las bóvedas [m]. media=8.42 m cV=0.9 %							
Bóveda	1	2	3	4	5		
Aguas arriba	8.51	8.47	8.34	8.45	8.35		
Aguas abajo	8.44	8.30	8.53	8.40	8.43		
Media	8.48	8.39	8.44	8.43	8.39		
f, flecha de las bóvedas [m] media=1.21 m cV=3.8 %							
Bóveda	1	2	3	4	5		
Aguas arriba	1.16	1.19	1.19	1.19	1.19		
Aguas abajo	1.18	1.17	1.24	1.30	1.27		
Media	1.17	1.18	1.22	1.25	1.23		
$h_0$ , sobre-espesor en clave [m] media=0.48 m $cV$ =15.5 %							
Bóveda	1	2	3	4	5		
Aguas arriba	0.65	0.52	0.51	0.47	0.47		
Aguas abajo	0.52	0.48	0.44	0.39	0.39		
Media	0.59	0.50	0.48	0.43	0.43		
$b_{sup}$ , ancho de pila en cabeza [m] media=1.62 <i>cV</i> =3.0%							
Pila	1	2	3	4			
Aguas arriba	1.54	1.65	1.64	1.54			
Aguas abajo	1.70	1.69	1.6	1.57			
Media	1.62	1.67	1.62	1.56			
c, canto de la bóveda = 0.70 m sin apenas variaciones							

Tabla 6.2.1 Parámetros geométricos obtenidos por topografía

Puede comprobarse que las dispersiones, en términos de coeficiente de variación, son relativamente bajas, excepto en el caso del sobre-espesor en clave. También es notable la falta de coincidencia entre las dimensiones de

ambos alzados, especialmente en el ancho de las pilas.

Hoy se sabe que en el estribo sur la profundidad del sustrato rocoso es superior a 10 m, por lo que posiblemente estos vanos no resultaron adecuadamente calzados.

El puente está incluido en el Inventario de Pontes Históricas de Galicia, con el número de inventario C-55 y categoría II.

En cuanto a su encuadre tipológico se trata de un puente *canónico* respecto a las reglas constructivas de la época. La figura 6.2.3 sitúa el canto frente a la luz junto a diversas fórmulas empíricas del s. XIX, referidas en [15].



Figura 6.2.3 Relación canto en clave frente a la luz y reglas constructivas de la época

## Análisis de los daños

El síntoma más inmediatamente evidente es el asiento de la segunda bóveda (contando desde el estribo izquierdo o sur). Este asentamiento se manifiesta en el pretil (figura 6.2.4). El trazado rectilíneo del tubo de conducciones aguas arriba demuestra que el movimiento no es reciente.

Tablero y bóvedas



**Figura 6.2.4** *Asentamiento de la segunda bóveda manifestado en el pretil, vista aguas abajo (izq.) y aguas arriba (der.)* 

En el intradós de las bóvedas se manifiestan eflorescencias, síntoma de insuficiencia de drenaje. En la segunda bóveda se manifiestan los peores problemas, con sillares dislocados que amenazan desprenderse (figura 6.2.5)



Sillar desprendido

**Figura 6.2.5** Vista del intradós de la segunda bóveda y detalle del sillar desprendido y fisuración longitudinal

y una fisuración longitudinal especialmente localizada en el primer tercio del ancho más próximo al paramento de aguas arriba. La primera bóveda, por el contrario, se encuentra en mejor estado aparente (no hay eflorescencias apenas), debido al estado de compresión que tiene prácticamente todo el intradós.

El contraste de situaciones entre los vanos primero y segundo es síntoma del descenso del segundo y el ascenso del primero, estado inducido por el giro de la segunda pila hacia la margen sur.

Otros daños menores son la presencia de vegetación en el voladizo de la imposta y tímpanos y la incipiente meteorización de sillares, sobre todo en el arranque.

En conjunto las pilas muestran un buen aspecto estructural con la excepción de la segunda, en la que es posible apreciar un giro de la cimentación en torno a un eje horizontal perpendicular al alzado. La magnitud de este giro se puede valorar considerando la primera pila y segunda bóveda como un sólido rígido articulado y admitiendo que la segunda pila no haya girado. Llamando  $\delta$  al descenso de la clave (estimado en 0.10 m),  $h_p$  a la altura de pila, L a la luz libre, f a la flecha y  $\alpha$  al giro experimentado por la pila, se tiene la relación [15]:

$$\alpha \left(\frac{Lh_p}{2} + \frac{\alpha h_p^2}{4}\right) = \delta(2f - \delta)$$

de donde se deduce un giro de unos  $0.8^{\circ}$  para producir el asentamiento $\delta$ =0.10 m, valor pequeño, como es típico de la tipología de bóvedas rebajadas, muy sensible a los giros en cimentación.

*Cimentación* No se apreciaron síntomas de socavación o pérdida de material.

La flecha de la segunda bóveda, la descendida, es aparentemente algo mayor que la de la primera, la elevada; hay que aclarar que la flecha se determinó desde la línea (no horizontal) que une los arranques de bóvedas. La pila 1 se encuentra 0.15 m más baja que la pila 2, y el estribo 1 otros 0.14 m más bajo que la pila 1. Se concluye por tanto que, además del giro, han existido asentamientos del estribo 1 y la pila 1.

La notable diferencia de flecha entre los dos alzados de la primera bóveda concuerda con la fisuración longitudinal observada, confirmándose que se trata de un daño producido por compatibilidad de movimientos y no por causas tensionales.

El canto de la bóveda se determinó topográficamente y posteriormente se confirmó mediante un sondeo inclinado desde la rasante hasta una de las bóvedas, para asegurar que el canto en la boquilla no es mayor que en el resto de la bóveda.

*Materiales* Los sondeos efectuados permitieron caracterizar los materiales del puente y el terreno. Los rellenos granulares del puente se componen de gravas angulosas envueltas en una matriz limo-arenosa.

El relleno rígido de pilas y estribos aparece a una profundidad de 2.00 m, en las proximidades del arranque de las bóvedas, y está compuesto por todo uno de cantera envuelto en una matriz de mortero.

Los encepados son de hormigón ciclópeo. Los sondeos recuperaron, además, fragmentos de madera en buen estado, correspondientes a los pilotes.

El terreno de cimentación se compone de un primer nivel de depósitos sedimentarios de ría, permeables y de muy baja competencia (SPT<10). La



potencia de este estrato es variable: el máximo es de unos 10 m y se alcanza en el estribo sur y primera pila, en el estribo norte el espesor de depósitos es de menos de 5 m.

En los sondeos del estribo sur y primera pila aparecen unos 3.5 m de suelos limosos procedentes de la alteración del sustrato rocoso subyacente; en los sondeos del lado norte no se detecta este material, pasándose de los depósitos al gneis compacto con grado de alteración entre I y II del estrato base.

Se extrajeron 5 testigos de los sillares del puente para su ensayo a compresión y estudio petrográfico y una muestra del sondeo de la tercera pila para su ensayo a compresión (con resultado de 37.3 N/mm<sup>2</sup>).

Los testigos se eligieron tomando dos aparentemente sanos y tres afectados por alteraciones. El estudio petrológico concluyó que las alteraciones (meteorización y microfisuración) son heredadas y no son producto de una degradación ocurrida en el emplazamiento. Los ensayos a compresión (tabla 6.2.2) permiten deducir un nivel de  $f_b = 40$  N/mm<sup>2</sup>, con una baja del 35% en las muestra alteradas.

Table	( ) )	<b>D</b> ecenses					4.		4.	1		
i abla	0.2.2	Ensay	us a	com	JUSION	simple	ue:	muestras	ue	108 3	smares	

Muestra	Procedencia	Profundidad	Grado de alteración	<i>f<sub>b</sub></i> [N/mm²]
1	PILA 1	5.20 – 5.60 m	Aparentemente sano	39.3
2	BÓVEDA 2	1.80 - 2.00 m*	Alterado	25.8

(\*) Testigo inclinado 61º con la horiz. desde la primera pila hacia la segunda bóveda

# Análisis estructural

El análisis estructural que se presenta aquí se centra en el estado posterior a la reparación y ampliación proyectadas. Los criterios de la intervención son los siguientes.

- La actual cimentación no es fiable por lo que se dimensiona el refuerzo para asumir la totalidad de las cargas permanentes y de uso, que pueden y deben ser las de la vigente Instrucción de acciones en puentes de carretera.
- Teniendo en cuenta los condicionantes constructivos y económicos que impone el régimen de mareas, no pueden construirse nuevos encepados suplementando o sustituyendo a los actuales por lo que se utilizarán las pilas y estribos como encepados.
- No se contemplan soluciones que anulen la función estructural del puente como ensillados etc., sino que se confía, con las oportunas comprobaciones, en el mecanismo resistente de las bóvedas.

La ampliación de la sección, de 8.95 m en total (figura 6.2.7), es asimétrica, por requisitos patrimoniales, para dejar intacto uno de los alzados. Incluye una losa de hormigón de 7.05x0.30 [m] y una acera de rejilla electrosoldada apoyada en ménsulas metálicas dispuestas cada 2.00 m. El voladizo total es de 3.47 m, contado desde el primer punto de apoyo sobre los rellenos ya que se evita apoyar la losa sobre el tímpano.



Figura 6.2.7 Sección transversal de la sección ampliada

El refuerzo final de la cimentación consistió en micropilotes ejecutados a través de las pilas y estribos hasta el estrato de roca donde se empotran una profundidad suficiente, figura 6.2.8.



Figura 6.2.8 Alzado del recalce mediante micropilotes.

Bases de cálculo. Hipótesis de carga En cada pila se dispone un total de 16 micropilotes distribuidos en dos alineaciones a ambos lados del eje, hay tres familias alternadas al tresbolillo, una vertical y dos con inclinaciones opuestas de 5° con la vertical.

En los estribos se disponen 18 micropilotes en tres alineaciones. La principal, inclinada 15.8°, consta de 8 elementos, siguen 2 alineaciones más con 5 cada una, éstos últimos verticales. Las dimensiones interiores del estribo no eran conocidas y se reconstruyeron a partir de casos similares descritos en la literatura [140].

En planta (figura 6.2.11), se disponen más concentrados hacia el lado de aguas arriba, de forma que su centro de gravedad se aproxime más al punto de aplicación de las cargas permanentes.

Las cargas permanentes se evalúan de acuerdo con las densidades de los materiales, 24 kN/m<sup>3</sup> para la sillería de granito y 19 kN/m<sup>3</sup> para el relleno. Los pesos específicos del hormigón y pavimento son 25 y 23 kN/m<sup>3</sup>, la

rejilla de la acera tiene un peso de 0.50 kN/m². Los pretiles suponen una carga lineal de 6 kN/m.

La carga uniforme de tráfico y peatones vale 4.00 kN/m<sup>2</sup> y se aplica según un damero en vanos alternos o contiguos, y extendida a toda la sección (máxima carga) o a la parte comprendida entre el eje de la bóveda y el extremo del voladizo (máxima excentricidad).

El vehículo pesado de la Instrucción (3 ejes de 200 kN) se aplica en tres posiciones en alzado: en riñones (a cuartos de la luz), en clave y sobre cada pila o estribo; en sección se sitúa siempre con uno de sus ejes a 0.50 m del pretil del lado del voladizo.

Hay tres grupos de comprobaciones necesarias:

- 1. Comprobación de las bóvedas
- 2. Comprobación de los micropilotes
- 3. Comprobación de la interacción entre micropilotes y las pilas y estribos (mecanismos de transferencia)

En principio, como se ha explicado en 5.2.6, para esta tipología de estructuras y cargas se deben considerar dos formatos de seguridad que, como se vio en 5.2.6, no son equivalentes:

*Coeficiente global de seguridad.* Consistente en calcular la respuesta de la estructura ante cargas en servicio y fijar un margen de seguridad hasta el estado de fallo. Es equivalente en cierta forma al diseño en tensiones admisibles, ya que si se pueden descartar (en servicio) los modos de fallo asociados a formación de mecanismos y fallos por cortante (prevalencia del esfuerzo cortante al agotamiento en criterios I y II), la comprobación se reduce a comprobar si el nivel tensional (distribución elástica) no supera la resistencia de la fábrica minorada por el citado *coeficiente global.* 

El valor del coeficiente de seguridad, puede obtenerse aproximadamente a partir de un índice de fiabilidad estimado de la forma propuesta en el capítulo 5.

En primer lugar, se obtiene un índice básico para una vida útil de 100 años de la tabla 5.4. El coste relativo de un aumento de seguridad puede considerarse medio a alto (ejecución de micropilotes) y las consecuencias del fallo son, naturalmente, graves. Ello da un índice base  $\beta$ =4.25.

A continuación se modifica este índice con los incrementos deducidos de la tabla 5.5. El comportamiento estructural de las bóvedas es dúctil, mientras el que el de las pilas es frágil (pequeñas rotaciones producen grandes esfuerzos en la super-estructura). Esta consideración lleva a elevar en 0.25 el índice necesario en las pilas ( $\beta$ =4.50) y quizás reducirlo en esa cantidad en las bóvedas ( $\beta$ =4.00). El nivel de inspección es bueno, pero, del lado de la seguridad, no se disminuirá  $\beta$  por este concepto.

A continuación se consideran los coeficientes parciales de la normativa más adecuados al caso. Para sobrecargas se tiene  $\gamma_Q=1.50$ , para las cargas permanentes  $\gamma_G=1.35$ . Dado el buen conocimiento de la geometría y propiedades de los materiales, así como la menor incertidumbre del método

Bases de cálculo. Formato de seguridad de cálculo por tratarse de una estructura tipológicamente bien condicionada, de la tabla 5.8 puede escogerse para las bóvedas la categoría B y control I, con lo que  $\gamma_m$ =2.2. Para las pilas parece más recomendable una opción más conservadora (control II) adoptando  $\gamma_m$ =2.5.

El último paso es utilizar la expresión (5.14) para deducir el incremento que se debe aplicar a los coeficientes de la norma para aplicarlos al caso en estudio. Para ello, se hace la hipótesis de que la norma maneja un índice de 3.8. Las relaciones de fiabilidad son 4.5/3.8=1.18 para pilas y 4.0/3.8=1.05

Para pilas:

•  $\gamma_Q = 1 + 0.50 \cdot 1.18 = 1.60$   $\gamma_G = 1 + 0.35 \cdot 1.18 = 1.41$ •  $\gamma_m = 1 + 1.50 \cdot 1.18 = 2.77$ 

Para bóvedas:

- $\gamma_0 = 1 + 0.50 \cdot 1.05 = 1.53$   $\gamma_G = 1 + 0.35 \cdot 1.05 = 1.37$
- $\gamma_m = 1 + 1.2 \cdot 1.05 = 2.26$

El coeficiente global, admitiendo (5.18) resulta:

Para pilas

- $\gamma = 1.60 + 2.77 1 = 3.37$  (sobrecargas)
- $\gamma = 1.41 + 2.77 1 = 3.18$  (carga permanente)

Para bóvedas

- $\gamma = 1.53 + 2.26 1 = 2.79$  (sobrecargas)
- $\gamma = 1.37 + 2.26 1 = 2.63$ (carga permanente)

Los valores de referencia de la figura 5.52, para un índice  $\beta$ =4.75 y distribución log-normal se encuentran en el intervalo de 2 a 3.

Finalmente se adopta un coeficiente global de 3.3 para la seguridad de las pilas y de 2.7 para las bóvedas. Para los elementos de hormigón y los micropilotes se utilizan los coeficientes parciales de las respectivas normativas aplicados sobre las acciones en servicio deducidos de la estructura.

*Coeficiente de seguridad ante sobrecargas.* Consistente en calcular la respuesta de la estructura ante dos combinaciones que mayoran selectivamente las sobrecargas según el modo de fallo de que se trate:

- Combinación de fallo por formación de mecanismo:

Se aplican las cargas distribuidas con su valor nominal y las cargas puntuales (el vehículo pesado) mayoradas por el citado coeficiente *de seguridad ante sobrecargas*. En principio, el valor admisible de este coeficiente no tienen por qué coincidir con el anterior coeficiente. En [15] se propone un valor de 3.5.

- Combinación de fallo por compresión

Se aplican las cargas distribuidas y las puntuales mayoradas por coeficientes distintos. La referencia [15] propone como combinación válida el par de valores 1.35 y 3.5, respectivamente.

Además del hecho de que ambos planteamientos involucren niveles distintos de fiabilidad, la respuesta de la estructura ante las cargas aplicadas con uno u otro formato puede ser, como en este caso, completamente diferente. Si los resultados del análisis se utilizan para el dimensionamiento de la cimentación (con criterios geotécnicos) el primer planteamiento parece más adecuado.

Resultados. Comprobación de las bóvedas

La figura 6.2.9.a muestra la respuesta de la estructura frente a la situación de peso propio más el carro en clave en una de las bóvedas, ambas cargas con valores característicos. Se admite un reparto transversal para la carga del carro con un ancho efectivo de bóveda de 3.00 m. Los cálculos se realizan para 1 m de bóveda.

El nivel de empuje horizontal resulta de unos 350 kN/m (frente a los 175 kN/m de peso propio). El desequilibrio de carga entre vanos se compensa con el diferente peralte (y luz real) de la línea de empuje en ambas bóvedas y con una excentricidad de la reacción de la pila (hacia el vano cargado) de 0.23 m, un séptimo del canto de la misma.

Para una resistencia a compresión de los sillares de 26 N/mm<sup>2</sup>, una relación  $ft_b/f_b$ =0.05 y un valor de  $\alpha$ =0.02, se obtiene una resistencia a compresión simple de la fábrica (fórmula de Ohler simplificada (2.41)) de unos 12 N/mm<sup>2</sup>, considerándose hasta un 50%<sup>2</sup> más ante cargas excéntricas. Las tensiones *admisibles*, con un coeficiente de seguridad global de 2.7, serían de 4.5 N/mm<sup>2</sup> con picos de hasta 6.7 N/mm<sup>2</sup> en las zonas de gran excentricidad. Las tensiones obtenidas no superan estos márgenes.

La figura 6.2.9.b muestra los esfuerzos seccionales ( $N^*-M^*$ ) junto a los diagramas de interacción deducidos para la fábrica (se ha supuesto  $f_{\nu0}=0$  y  $\mu=0.6$ ). Los máximos cortantes fueron de unos 40 kN por metro de bóveda, lo que supone valores de  $V^*\sim0.004$ .



**Figura 6.2.9** *a) Línea de empuje, reacciones y nivel tensional para la hipótesis de carro en clave. b) Comprobación de esfuerzos en el diagrama de interacción. Ancho unidad* 

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Se considera de esta forma muy simplificada, aunque conservadora, el fenómeno de sobre-resistencia



**Figura 6.2.10** *a) Línea de empuje, reacciones y nivel tensional para la hipótesis de carro mayorado en clave. b)* Comprobación de esfuerzos en el diagrama de interacción. Ancho unidad

Con el criterio del coeficiente de seguridad global = 2.7, la solución propuesta es admisible.

La figura 6.2.10 muestra la misma hipótesis de carga en el contexto del coeficiente de seguridad frente a sobrecargas. El peso propio se aplica con su valor nominal, mientras el carro se mayora con un factor de 3 (intermedio entre la propuesta de [15] 3.5 y el global deducido aquí de 2.7).

En este caso, el desequilibrio entre vanos no puede compensarse sólo con momentos sobre la pila, sino que precisa una importante acción horizontal de 350 kN, aproximadamente la mitad del empuje del vano cargado.

Las tensiones pueden mantenerse en un rango admisible (ante cargas mayoradas se compararían las tensiones con los valores de resistencia).

Los esfuerzos de la bóveda (figura 6.2.10.b) se encuentran en la zona segura de los diagramas, pero ahora diferenciados los de las secciones de una y otra bóveda, resultando más crítica la que no soporta el carro. Los valores de cortante adimensional llegan a niveles de  $V^*=0.010$ .

La comprobación de las bóvedas es satisfactoria según los dos criterios mostrados. Sin embrago, la acción horizontal que aparece ante cargas mayoradas produce un momento en la base de la pila que conduce a un dimensionamiento prohibitivo de los micropilotes.

Las características geotécnicas del estrato competente inferior permiten evaluar el tope geotécnico de los micropilotes diseñados en 415 kN.

El dimensionamiento de la armadura interior permite fijar el tope estructural por encima del valor anterior.

Resultados. Comprobación de los micropilotes

La tercera condición que limita la carga última de los micropilotes es la capacidad de la conexión con la estructura de fábrica (pilas y estribos). El parámetro resistente que gobierna esta condición es la adherencia límite.

Existen pocos datos experimentales que traten esta variable. Para el proyecto se adoptaron los valores dados en [143] (tabla 6.2.3).

Tabla 6.2.3 Tensiones de adherencia admisibles en micropilotes

Tipo de fábrica	$f_{\nu}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
Mampostería de rocas de resistencia media a baja y mortero pobre	0.01 - 0.05
Mampostería de rocas resistentes con mortero de buena calidad	0.10 - 0.30

Se consideró una tensión de adherencia de 0.30 N/mm<sup>2</sup> con un coeficiente de seguridad de 3.3, deducido más arriba. El diámetro de los micropilotes era de 200 mm si bien, para mejorar la transferencia se dispuso un diámetro de 300 mm en la zona en contacto con la fábrica. La capacidad de la conexión resultante es de 372 kN en las pilas y 424 kN en los estribos.

Los esfuerzos solicitantes en cada micropilote se deducen de las resultantes de esfuerzos sobre la base de las pilas. El axil y el momento longitudinal (de eje perpendicular al alzado) se deducen de los cálculos efectuados con líneas de empuje admisibles ante cargas de servicio. Dados lo reducido del brazo de las dos familias principales de micropilotes y su pequeña inclinación (5°) en las pilas, se han buscado en todas las hipótesis de carga soluciones que no impliquen acción horizontal sobre la cabeza de las pilas.

El momento transversal  $(M_x)$  se deduce de la posición de las cargas en la sección transversal. Los cálculos se realizan para todo el ancho de la bóveda.

La figura 6.2.11 muestra la planta inferior de las pilas y los axiles de servicio resultantes en cada micropilote, inferiores a la carga admisible minorada.





Figura 6.2.11 Sección del refuerzo típico en pilas y axiles en micropilotes

Para la comprobación de los estribos, además del axil N y los momentos  $M_x$ ,  $M_{y}$ , se tiene el empuje neto de las bóvedas  $F_{x}$ . Este empuje se equilibra en parte con la componente horizontal de los micropilotes (inclinados 15°) y con la acción del terreno en el trasdós del estribo (acotada por el empuje pasivo del terreno). Esta reacción adicional es incógnita y el cálculo se realiza iterativamente. El espesor en el pie del estribo no es conocido y fue estimado en 3.50 m a partir de ejemplos similares, como se ha dicho, y de las fórmulas de Levillé (figura 5.25.b). La figura 6.2.11 presenta una planta y alzado de los estribos y el esquema de cálculo de esfuerzos en el pie del encepado.



Figura 6.2.12 Alzado lateral y sección del refuerzo de estribos

Resultados. Mecanismos de tranferencia Los mecanismos de tranferencia de carga entre encepados (las pilas y estribos) y micropilotes por adherencia pueden movilizar tracciones en la fábrica.

En el caso de las pilas se dispuso un cosido con una capacidad mecánica equivalente a un cuarto del axil bajo carga permanente, situado en el tercio inferior de la pila, ya que la zona superior está comprimida lateralmente por las propias bóvedas. La figura 6.2.13 muestra el mecanismo de bielas y tirantes utilizado para el dimensionamiento del cosido. Como puede verse, la zona interior de la pila, donde se bifurcan las bielas, está sometida a compresión, mientras los bordes, (próximos a los micropilotes) están traccionados. Por ello es fundamental disponer los micropilotes a una cierta

distancia del borde (recubrimiento) y asegurar el anclaje de las barras muy cerca del borde. El dimensionamiento final del cosido consistió en 30 ø 16 en cada pila dispuestos perimetralmente en 3 filas al tresbolillo.



**Figura 6.2.13** *Transferencia de compresión centrada a los micropilotes a través de las pilas y tracciones resultantes. Bielas y tirantes.* 

En el caso de los estribos, la acción del terreno en el trasdós (pasivo limitado) comprime horizontalmente la fábrica, de forma que es posible encontrar mecanismos de bielas sin tracciones, lo que permite no disponer cosido. Estos mecanismos son más complejos que en la pila y, en general, hiperestáticos. La figura 6.2.14 reproduce el esquema correspondiente al paso del carro por la clave de la primera bóveda.



**Figura 6.2.14** *Transferencia de esfuerzos de las bóvedas a los micropilotes dentro del estribo para la hipótesis de máximo empuje horizontal.* 

# 6.2.4 Conclusiones

El ejemplo muestra cómo los métodos desarrollados en la tesis permiten la evaluación de la estructura estudiada en los tres aspectos que presentaban mayor interés:

- Ayuda al diagnóstico de los daños detectados.
- Evaluación de la capacidad portante de la estructura ante las cargas del estado reparado y ampliado.
- Dimensionamiento del refuerzo proyectado.

El estudio de materiales, incluido en la evaluación, permite descartar causas estructurales en los deterioros observados y es imprescindible para asegurar la durabilidad de la intervención.

El cálculo de líneas de empuje mediante la herramienta informática desarrollada en esta tesis y que trata geometrías genéricas ha permitido, al modelizar dos vanos consecutivos junto a la cabeza de la pila con sus dimensiones, encontrar soluciones admisibles sin introducir acciones horizontales en las pilas lo que redunda en un diseño óptimo del refuerzo de la cimentación.

La introducción de la seguridad de acuerdo con las bases de cálculo del capítulo 5 permite, por un lado, comprobar la seguridad de la estructura reforzada frente a las acciones de la normativa y, por otro, dimensionar el propio refuerzo y la interacción de éste con los elementos del puente original.

Los formatos de seguridad formulados en términos globales o de mayoración de sobrecargas no son equivalentes. El comportamiento no lineal de la estructura determina que los efectos mayorados de las acciones no coincidan con los efectos de las acciones mayoradas.

Ciertos elementos planos, como los encepados, requieren un análisis de detalle que escapa al alcance del método utilizado a nivel de estructura. Las técnicas de bielas y tirantes aparecen como una herramienta eficaz a la vez que sencilla para un primer cálculo de tales situaciones.

Este ejemplo constituye también una muestra de que el conocimiento del comportamiento resistente de las obras de fábrica ayuda a conservarlas sin incapacitar ni sustituir la *estructura* por otra más convencional. Esta manera de pensar está en sintonía con lo *sostenible* y con los principios de actuación sobre el patrimonio estructural.

6.3 Cúpula del Evangelio en la iglesia de La Mantería en Zaragoza. Análisis de las causas del colapso y recomendaciones para la intervención en las cúpulas gemelas.



**Figura 6.3.1** Cúpula del Evangelio en la Iglesia de la Mantería en Zaragoza. Replanteo de las fisuras sobre los frescos de Claudio Coello
#### 6.3.1 Introducción

La Iglesia de Santo Tomás de Villanueva es un templo barroco, de planta de cruz latina y nave única de cuatro tramos. El lado largo de la cruz es de unos 30 m y el perpendicular de 23 m (figura 6.3.1). El edificio está adosado, en su lado sur, al Colegio de las Madres Escolapias, a quienes pertenece en la actualidad.



**Figura 6.3.2** *Planta del edificio con la cúpula del Evangelio del lado sur y vista de la portada desde la Plaza de San Roque, a la izquierda el edificio del colegio.* 

El espacio central del crucero lo cubre una cúpula de media naranja de 11 m de diámetro rematada por una linterna y apoyada sobre un poderoso tambor octogonal. La altura desde el suelo hasta el arranque de la linterna es de 23 m y de 30 m hasta el intradós de su coronación.

La nave principal consta, además, de 2 cúpulas elípticas con su eje menor alineado con el de la nave, que cubren los dos primeros tramos, y una tercera en el presbiterio o ábside.

A ambos lados del crucero se tienen dos cúpulas elípticas más, orientadas en ángulo recto respecto a las de la nave. Las cúpulas del crucero (llamadas del Evangelio y de la Epístola) están concebidas como elipsoides. Los ejes en planta miden aproximadamente 4,50 y 7,50 m, siendo la altura del semieje vertical de unos 2,25 m.

La linterna, también de planta elíptica, era grande en proporción a la cúpula. El óculo era de dimensiones interiores  $1,50 \ge 2,20$  m. La altura total era de 3,15 m y entroncaba con la superficie de la cúpula sin anillo de compresión.

El valor artístico y patrimonial más sobresaliente del edificio son las pinturas realizadas en las cúpulas por Claudio Coello, uno de los principales representantes de la escuela barroca madrileña y célebre, precisamente, por

su dominio de la técnica de la pintura al fresco, poco habitual en los pintores españoles de la época.

### 6.3.2 Necesidad de la evaluación

En la primavera de 2001 la escuela taller de *La Mantería* estaba restaurando las pinturas de la cúpula de la Epístola al mismo tiempo que se llevaban a cabo trabajos de restauración y reparación de las cubiertas sobre las cúpulas elípticas para eliminar los problemas de humedades que afectaban a las pinturas.

En la mañana del 31 de mayo de 2001 se produjo el derrumbe súbito de la Cúpula del Evangelio (figura 6.3.3), siendo testigos del mismo los operarios que trabajaban precisamente sobre la cúpula y que afortunadamente resultaron indemnes.



**Figura 6.3.3** Vista elevada de la Cúpula del Evangelio tras el colapso. A la izquierda el muro aledaño del colegio de las monjas Escolapias, a la derecha la iglesia. Se marca la posición del ave fénix en el lado de la iglesia. Foto: GEOCISA

El Departamento de Cultura del Gobierno de Aragón encarga urgentemente la instrumentación del edificio y el análisis de las causas del colapso a GEOTECNIA Y CIMIENTOS S.A. Luis Ortega Basagoiti y Juan Pedro Cortés Pérez, ingenieros estructurales de la mencionada empresa solicitan la colaboración de la Unidad Docente de Hormigón Estructural y Construcciones de Fábrica del Departamento de Estructuras de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos de Madrid. El alcance de la colaboración se refiere a la asistencia en la realización e interpretación de modelos de cálculo, ensayos mecánicos y redacción de un diagnóstico sobre las causas del colapso así como recomendaciones para la intervención en las otras cúpulas de la iglesia, análogas a la destruida. El director y el autor de esta tesis se encargan del estudio, que se plasma en un informe firmado en diciembre de 2001.

### 6.3.3 Anamnesis

El primer paso de la evaluación, la anamnesis, se compone de la revisión documental y de la inspección del edificio y restos de la cúpula siniestrada. Para efectuar un diagnóstico se realizó además un análisis estructural en dos niveles, que se exponen más adelante.

La documentación disponible es la siguiente:

- 1. Proyecto de restauración de la Iglesia de la Mantería. Tres fases y modificaciones, 1987. Arq. Ramón Bescós.
- 2. Proyecto de restauración y reparación de las cubiertas de la Mantería, mayo de 2000. Arq. Begoña Genua Díaz de Tuesta.
- 3. Proyecto de restauración de la Cúpula del Evangelio. junio 2000. TARACEA S.L. CONSERVACIÓN Y RESTAURACIÓN.
- 4. Diario de obras del proceso de restauración y reparación de las cubiertas de la iglesia de Santo Tomás de Villanueva "La Mantería", 2001. Arq. Begoña Genua Díaz de Tuesta
- Informe provisional sobre el desplome de una cúpula de la iglesia de Santo Tomás de Villanueva (La Mantería). Junio 2001, Arq. Begoña Genua Díaz de Tuesta.
- Los resultados preliminares de los ensayos realizados por GEOCISA sobre muestras de ladrillos, mortero y bloques de fábrica de la linterna y de la cúpula, secas y saturadas. Diciembre 2001.

#### Antecedentes históricos

A continuación se da un breve resumen de los hechos históricos más relevantes, en lo que se refiere a su repercusión estructural, según se desprende del estudio de los documentos citados anteriormente.

La iglesia barroca de la Mantería se comenzó a construir en 1660, siendo maestro de obras Pedro Cuieo. En 1683 el templo debía estar totalmente terminado puesto que se encarga a Claudio Coello la realización de las pinturas murales de todas las cúpulas [3].

La iglesia fue dañada durante la Guerra de la Independencia y en 1815 "queda en ruinas". A lo largo del siglo XIX, el mantenimiento y la conservación debieron ser muy deficientes, ya que el templo es desamortizado sin éxito en varias ocasiones y no llegó a tener un dueño fijo y responsable. Sirvió sucesivamente como almacén de madera, talleres de hilados de una prisión de mujeres, y almacén de "*sal, paja, habichuelas* ...". En 1870 fue sacado a subasta hasta 4 veces, vendiéndose finalmente por el valor del solar. En 1883 el templo es comprado por las madres escolapias para dedicarlo al culto. En 1884 se reabre la iglesia. En esta época se acometen, por parte de un clérigo<sup>1</sup> "costosas obras de consolidación y embellecimiento" del edificio. Se detectó que "los machones del crucero se hallaban desviados 18 cms. de la vertical. Necesitaban tirantes y se pusieron dos barras de hierro en cada uno". Se cosieron exteriormente dichos machones con pletinas de hierro grapadas a la fábrica y se zunchó exteriormente el tambor de la cúpula. Esta operación parece haber sido eficaz y perdura hasta hoy, figura 6.3.4. En el documento (3), que maneja una abundante documentación histórica, se cita que " [en las obras de 1883] la cúpula, colmada de escombros, hubo de limpiarse y descargarse". Lo anterior se refiere a la cúpula semiesférica principal y, en el texto, no se distingue entre escombros y rellenos estructurales. No se menciona si se realizaron operaciones "de limpieza" similares en el extradós de las cúpulas elípticas, en particular en la Cúpula del Evangelio.



Figura 6.3.4 Aspecto actual del zunchado del tambor

La iglesia fue declarada Monumento Histórico-Artístico de carácter nacional en 1946 (1).

En 1955 las pinturas fueron restauradas. Probablemente en esta época se realizaron obras en el brazo sur (donde se sitúa la cúpula siniestrada) en su encuentro con el muro del colegio de las escolapias. De hecho, las cubiertas sobre la Cúpula del Evangelio presentaban una tipología distinta de la de sus compañeras del lado norte y oeste que son a tres aguas. La cúpula colapsada estaba cubierta con un solo faldón vertiente sobre el muro medianero con el colegio. Las rollizas de la estructura de cubierta apoyaban directamente sobre la linterna y el extradós de la cúpula y sobre el muro del colegio. En concreto había palos que apoyaban en el lado sur de la linterna y sobre cajeados en el muro del colegio. Estas barras sin duda podían actuar como

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Cuya identificación no pudo recordar sor Visitación —que acompañó a los autores de esta nota durante la inspección del edificio— y es de gran interés rescatar por su vinculación con la estructura del edificio.

codales, como prueba el hecho de que, en el colapso de la cúpula, uno de los maderos punzonó el muro del colegio apareciendo por el interior del edificio.

La arquitecta autora del proyecto de restauración de las cubiertas, D<sup>a</sup> Begoña Genua, asegura en el diario de obras (4) que los rellenos de los senos de la Cúpula del Evangelio en ambos extremos del eje mayor fueron retirados cuando se construyeron las paredes perpendiculares al muro del colegio, probablemente en los años 1950. Tampoco existían rellenos en el extremo del eje corto próximo al muro del colegio, donde había un sumidero que recogía las pluviales de la cubierta.

El proyecto de restauración de cubiertas (2) decidió cambiar la tipología de un solo faldón de la cubierta sobre la Cúpula del Evangelio retirando la teja y palazón y saneando el extradós de la cúpula "*eliminando restos orgánicos acumulados sobre la madera y sobre las bóvedas, pero sin descargar sus riñones*", figura 6.3.5

En varias ocasiones se alude a la existencia de goteras y humedades en el lado sur. En (2): *"Hay problemas de goteras en diversos puntos del interior de la iglesia, sobre todo en las zonas de encuentro entre el volumen de la iglesia y el del colegio"*. El proyecto de restauración de las pinturas señala una pérdida pictórica en esta cúpula mucho mayor que en las otras cúpulas elípticas.



**Figura 6.3.5** *Plantas de cubierta en el estado anterior a las obras y según estaban previstas en el proyecto de restauración* 

#### Descripción del colapso

Las operaciones realizadas desde el 25 de mayo de 2001, día en que comienzan los trabajos para el cambio de la cubierta, hasta las 11 h del día 31 de mayo en que se produce el derrumbe (figura 6.3.3) se hallan descritas en el diario de obras (4).

El día 29 de mayo se finaliza el desmontaje del tablero de rasilla eliminándose la carga de cubierta. A continuación, se desmontan los rollizos que forman la vertiente que da al peto del patio del colegio (lado oeste, extremo del semieje largo). Por la tarde, durante una visita de obra, se observan dos grietas similares a las que aparecían en la cúpula ya restaurada, la del presbiterio (figura 6.3.6-2 y 3). Son grietas meridianas que separan los gajos orientados según los ejes mayor y menor.

El día 30 de mayo se continúa el desmontaje de los rollizos de la vertiente principal. Al estar empotrados en el muro del colegio se necesita picar dicho muro y cortar con motosierra los maderos, eliminando instantáneamente el posible codal que éstos constituían.



Figura 6.3.6 Secuencia del colapso según el diario de obras (4).

1 Cubiertas antes del comienzo de los trabajos.

2 Se desmonta el tablero de rasilla quedando al descubierto las rollizas que apoyan sobre el muro del edificio del colegio.

3 Se desmontan las rollizas, siendo preciso cortar con sierra algunas de ellas. Se señala la ausencia de rellenos en los extremos del eje mayor que fueron retirados al levantar o recrecer las paredes, y la presencia de humedades del lado del colegio.

4 Se abre una importante grieta meridiana y a continuación otras grietas verticales menores en la zona de humedades.

5 El mecanismo de colapso se precipita al formarse una gran grieta horizontal en riñones y grietas verticales hasta formar un mecanismo. La linterna cae hacia el lado del colegio.

El 31 de mayo por la mañana se concluye el desmontaje de la estructura de madera. Tras el almuerzo, pasadas las 11 h, se empieza a limpiar las pechinas de cascotes. En ese momento se observa que se abre una gran grieta meridiana (figura 6.3.6-4). En pocos instantes se produce un patrón generalizado de fisuración vertical, grietas horizontales de gran tamaño y el hundimiento súbito de la cúpula, volcando la linterna hacia el lado del muro del colegio (figura 6.3.6-5).

Los restos de la cúpula, que pueden verse en planta en la figura 6.3.3, se limitan al arranque hasta una cota aproximada de 1.00 m (sobre la cabeza del ave Fénix dorada) del lado del semieje menor en la parte que da a la iglesia.

#### Caracterización geométrica y mecánica

Las cúpulas elípticas se han caracterizado geométricamente a partir de los planos y, sobre todo, de medidas tomadas in situ sobre la cúpula gemela de la colapsada. Se concluyó que el intradós de la cúpula elíptica se ajustaba aproximadamente a un elipsoide de ejes 7.15 x 4.25 x 4.15 (la última medida es el eje vertical). El espesor de la cúpula, medido sobre los restos recuperados es de 180 a 200 mm. La fábrica es de ladrillo, distinguiéndose por su coloración dos ó tres materiales cerámicos distintos que aparecen ubicados aleatoriamente. Las dimensiones de las piezas eran aproximadamente 200 x 200 x 50 mm. El aparejo, a tizón, presentaba juntas en escopeta de espesor variable entre 20 y 25 mm, en muchos casos mayores. El peso específico de la fábrica es de 18 kN/m<sup>3</sup>.

Se realizaron dos series de ensayos de resistencia a compresión, sobre los componentes y sobre muestras de fábrica procedentes del colapso, tanto de la linterna como de la bóveda, una vez recuperados los restos de frescos.

Las probetas de la primera fase eran cilíndricas de diámetro 40 mm y esbeltez próxima a 1. Se ensayaron 6 probetas de mortero y 17 de los distintos ladrillos, en estado seco y saturado (24 h de inmersión el mortero y 96 los ladrillos) para conocer la influencia de esta circunstancia. La tabla 6.3.1 presenta los resultados medios.

	$f_m \circ f_b$	[N/mm²]
Material	Seco	Saturado
Mortero	3.9	1.2
Ladrillo ocre	8.5	8.5
Ladrillo amarillo claro	12.2	10.6
Ladrillo teja	15.8	13.5

Tabla 6.3.1 Resistencia a compresión de ladrillo y mortero.

Como puede apreciarse, dos de los tipos de ladrillo muestran una disminución de resistencia del 15%, siendo ésta del 300% en el caso del mortero, compuesto de cal y yeso.

La resistencia media de las piezas puede correlacionarse con la de las probetas mediante los coeficientes adecuados (tabla 2.5):

 $f_b = f_{probetas} \cdot 0.85 / 1.15 = 0.74 f_{probetas}$ 

Considerando un valor de  $\alpha$ =0.5 y  $f_{tb}/f_b$ =0.05, resultan unas resistencias de la fábrica, según las fórmulas de Ohler y de Ohler simplificada (2.31 y 2.41) dadas en la tabla 6.3.2:

	f [N/mm <sup>2</sup> ]			
	Ohler		Ohler simplificada	
Tipo de ladrillos	Seco	Saturado	Seco	Saturado
Ladrillo ocre	2.2	1.2	0.7	0.7
Ladrillo amarillo claro	2.5	1.3	1.0	0.8
Ladrillo teja	2.8	1.6	1.3	1.1
Media	2.5	1.4	1.0	0.9

Tabla 6.3.2 Resistencia teórica a compresión de la fábrica

Los resultados de la fórmula simplificada parecen demasiado conservadores; considerando los de la fórmula de Ohler, la resistencia de la fábrica en seco puede situarse en torno a 2.5 N/mm<sup>2</sup>, con una posible baja importante (del 75%) en estado saturado, hasta un valor de 1.5 N/mm<sup>2</sup>. El módulo de deformación de la fábrica, evaluado como (2.37)  $E=1180 \cdot f^{0.83}$ , debe tener valores próximos a 2,500 en estado seco y de 1,500 saturada, suponiendo una bajada de hasta el 60% el efecto de la humedad en este parámetro.

Terminados los trabajos de recuperación de las pinturas originales existentes en los fragmentos grandes de cúpula y linterna, se realizaron los ensayos de rotura a compresión sobre las muestras de fábrica, una vez talladas y refrentadas con gran cuidado. Estas probetas fueron instrumentadas mediante LVDT's colocados tanto en la dirección de la compresión (perpendicular a la tabla del ladrillo) como en la transversal (figura 6.3.7), con objeto de obtener datos de la deformabilidad de la fábrica.

Tres probetas se ensayaron en seco, en las condiciones ambientales normales de la nave de ensayos, mientras las otras tres fueron ensayadas después de sometidas a distintos procesos de humectación: dos de ellas en cámara húmeda al 98% de humedad durante 72 horas (la segunda fue además sumergida posteriormente durante 24 horas); y la última sumergida durante 96 horas en agua.



**Figura 6.3.7** Ensayo de una de las muestras de fábrica obtenidas de la cúpula colapsada

En la tabla 6.3.3 se recogen las dimensiones de cada una de las probetas ensayadas y los valores obtenidos de la tensión de rotura a compresión en  $N/mm^2$ .

Procedencia de la muestra	LINTERNA			CÚPULA		
Ensayo	1	2	3	4	5	6
Dimensiones [mm]	370x510x400	370x490x380	230x510x170	170x510x200/130	420x360x190	370x270x190
Condiciones de ensayo	Normales	Normales	C. húmeda 72 h.	C. húmeda 72 h y 24 h sumergida.	Normales	Sumergida 96 h.
Tensión de rotura	1.64	1.59	0.78	1.34	2.44	1.21

 Tabla 6.3.3 Ensayo de muestras de fábrica de ladrillo de la cúpula y la linterna

Los valores experimentales de la fábrica de la cúpula son similares a las predicciones teóricas, la resistencia de la fábrica de la linterna resultó menor aún, debido probablemente al menor cuidado en su ejecución, por ser un elemento de menor responsabilidad.

#### Inspección de la construcción

Como parte imprescindible del proceso de diagnóstico, se realizó una inspección de la construcción. En este caso, la visita pudo hacerse tanto a los restos de la cúpula colapsada como a las cúpulas gemelas del brazo norte (cúpula de la Epístola) y del presbiterio. La primera de ellas se encontraba cimbrada, por lo que fue posible examinar de cerca su intradós. En la segunda no habían concluido los trabajos de reforma de la cubierta, por lo que se pudo acceder al trasdós.

En la cúpula de la Epístola se constató la presencia de grietas meridianas desde la linterna hasta los arranques, de una amplitud aproximada de 45° en planta, separando los ejes mayor y menor de la elipse de la proyección del elipsoide. Estas grietas no son en principio alarmantes, sino indicativas de un comportamiento de equilibrio en gajos según dos direcciones. Su trazado era similar al mostrado en la figura 6.3.1.

Además de las grietas meridianas existía otra, sensiblemente horizontal y abierta hacia el intradós, continua en todo el perímetro de la cúpula. Su posición es más alta en el lado del eje mayor, figura 6.3.8, y más baja en el menor, aproximadamente un palmo por encima de la cabeza del ave Fénix, figura 6.3.9, que también está representada en las pinturas del lado norte<sup>2</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Las grietas se observan desde el intradós, donde se encuentran las pinturas. La ejecución de las pinturas al fresco se organizaba por zonas que se pintaban cada día, quedando separadas por contornos o *líneas de jornada*. Se prestó especial atención para no confundir dichas líneas con fisuras estructurales.







**Figura 6.3.9** *La misma grieta horizontal, ahora en el eje menor en la cúpula de la Epístola a una altura marcada por la cabeza del ave.* 

En la colapsada cúpula del Evangelio se reconoció el espacio sobre las pechinas, junto al muro del colegio, donde, en efecto, había rellenos en los extremos del eje menor pero faltaban en la dirección perpendicular, lado mayor. Asimismo se reconocieron los restos de la fábrica, encontrándose que la última hilada no colapsada en el lado norte (eje menor) se encontraba a una cota de 0.80 ó 0.90 m sobre el arranque, aproximadamente en el mismo sitio que la grieta análoga encontrada en la cúpula de la Epístola, como muestra la coincidencia de los motivos pictóricos.



**Figura 6.3.10** Última hilada no colapsada en el eje corto de la Cúpula del Evangelio, algo por encima de la posición del ave del fresco

La inspección del trasdós de la cúpula del presbiterio permitió comprobar la existencia de rellenos, aunque no pudo medirse la cota de los mismos. En esta cúpula, como en la del lado norte, dada la disposición de los faldones de cubierta, los maderos no apoyan en la linterna.

#### Análisis estructural

#### Planteamiento

Se realizaron dos tipos de análisis: un análisis de 2° nivel (equilibrio y ley constitutiva) y un análisis elástico tridimensional.

El primero, líneas de empuje sobre gajos de ancho variable, viene apoyado por la fisuración meridiana de la cúpula inspeccionada y tiene como objetivo comprobar las condiciones de estabilidad (sobre todo ante la ausencia de rellenos) y la influencia que pudo tener la retirada de la carga de cubierta y de los puntales que apoyaban en la linterna y el muro.

El análisis elástico tenía como objetivo evaluar la influencia de la mayor deformabilidad de la zona sometida a humedades, con la cúpula exenta y considerando la acción de los maderos que pudieron actuar como puntales.

El análisis límite por gajos fue utilizado, quizás por primera vez, en 1748 por Giovanni Poleni al redactar su informe sobre las grietas aparecidas en la cúpula de San Pedro de Roma. Ante la evidencia de que el comportamiento tridimensional no estaba asegurado, Poleni imaginó la cúpula divida en un número finito de gajos de ancho y espesor variable (figura 6.3.11) y evaluó el equilibrio de la cúpula a través del equilibrio de cada gajo, comprobando que una catenaria invertida sometida a pesos proporcionales a los de cada dovela ideal del gajo cabía dentro del espesor de la cúpula en cada sección. Si además de asegurar la existencia de una línea de empujes contenida en la fábrica, se establecen unos mínimos controles tensionales y se tiene en cuenta la anisotropía de la fábrica considerando su aparejo para descartar problemas de deslizamiento en las juntas, se puede realizar un análisis conservador, pero riguroso y acorde con las incertidumbres presentes.

Para ello, una vez propuesta la línea de empujes, se proyecta sobre cada sección la fuerza exterior F según las direcciones perpendicular y paralela a los tendeles. La



**Figura 6.3.11** *Análisis de una cúpula por Poleni, considerando el equilibrio de segmentos meridianos de ancho variable.* 

primera de las componentes es el axil N que produce tensiones normales, la segunda el cortante V, que produce principalmente tensiones tangenciales.

En este caso, los cortantes están fuera del plano (tangente) de la fábrica, por lo que no es posible aplicar directamente los diagramas de comportamiento dentro del plano, sino diagramas axil-momento (fuera del plano) de acuerdo con 2.3.3 para validar o descartar las soluciones estáticas que proporciona el análisis límite.

La presencia de la linterna o la geometría aproximadamente elíptica de las cúpulas estudiadas no invalida en modo alguno el enfoque expuesto en el párrafo precedente. De hecho, el método se adapta a cualquier geometría definida por un contorno superior y otro inferior y admite cargas puntuales o distribuidas en cualquier posición.

#### Criterios de fallo y niveles tensionales admisibles

La forma de trabajo de la cúpula de una rosca como la estudiada se caracteriza por flexo-compresión y corte fuera de su plano. Los criterios de fallo aplicables son los recogidos en el punto 2.3.3.

Un planteamiento equivalente consiste en establecer limitaciones respecto a las tensiones normales (deducidas de los esfuerzos axiles y su excentricidad) y a las combinaciones de compresión y corte.

Teniendo en cuenta la caracterización mecánica efectuada, la importante dispersión y variedad de materiales, y el hecho de que las cúpulas hayan estado en servicio durante un periodo de más 300 años, parece razonable la hipótesis de que su coeficiente global de seguridad (exceptuando cambios en su esquema resistente) era de orden de 2.50 a 3, de acuerdo con las bases del apartado 5.2. El historial de problemas de humedades sugiere que el estado saturado era habitual, pudiendo ser considerado como situación casi permanente. La resistencia a compresión simple de la fábrica saturada de la cúpula puede estimarse en 1.2 N/mm<sup>2</sup>, igual al valor del ensayo 6 y al valor teórico (tabla 6.3.2) para la fábrica de ladrillo ocre.

Las soluciones estáticamente admisibles deberían por tanto llevar asociadas tensiones medias no mayores de 1.2/3=0.4 N/mm<sup>2</sup>, para resultar verosímiles.

En zonas de gran excentricidad puede admitirse hasta 1/3 de incremento, por sobre-resistencia, hasta valores de pico de 0.5 N/mm<sup>2</sup> aproximadamente.

No se dispone de ensayos en corte. No obstante, para niveles muy moderados de tensión normal, el modo de fallo a corte más probable es el de deslizamiento. Este modo de fallo depende del coeficiente de rozamiento y de la cohesión. Despreciando este último término,  $f_{vo}$ , puede pensarse en un valor de  $\mu$ =0.60. Las soluciones estáticas deberían, por tanto, implicar combinaciones axil-cortante (fuera del plano) no mayores de V/N=1/3·0.6=0.2.

El nivel de compresiones es moderado y la esbeltez de la cúpula no parece significativa. De hecho la tensión crítica puede estimarse como (5.2):

$$\sigma_{cri} = 0.2E \frac{t}{\rho} = 0.2 \cdot 1,500 \frac{180}{6,250} = 8.6 \text{ N/mm}^2$$

mucho mayor que la resistencia a compresión simple, deducida más arriba.

#### Análisis elástico, influencia de la deformabilidad diferencial

Se realizaron 4 modelos elásticos con elementos de comportamiento membrana y placa (tipo SHELL) variando las rigideces de las regiones de la cúpula. El primer modelo utilizaba un material homogéneo para toda la cúpula, mientras los otros tres variaban el módulo de deformación en un cuarto de ésta, adoptando el valor del módulo saturado de la fábrica y otros intermedios (semisaturado y húmedo). Se evaluaron 6 hipótesis de carga considerando siempre el peso propio de la cúpula y la linterna y distintas combinaciones con y sin el peso de la cubierta, los rellenos y la acción de los puntales.

La cúpula se supuso simplemente apoyada en la cota de arranques. Los resultados obtenidos fueron deformadas, reacciones y tensiones según las direcciones de paralelos y meridianos del elipsoide.

La figura 6.3.12 muestra el aspecto del modelo y de las gráficas de resultados tensionales. Los resultados en términos absolutos de tensiones no se consideraron significativos. Sí se pudieron obtener conclusiones sobre la influencia de la deformabilidad diferenciada de la zona húmeda. Las



**Figura 6.3.12** Alzados del modelo elástico y perspectiva de resultados tensionales para una de las hipótesis analizadas

deformadas de los modelos asimétricos mostraban la tendencia de la linterna a inclinarse del lado del muro del colegio o a poner en carga los maderos, como cabía esperar.

Las tensiones verticales (meridianas) en el eje menor en la zona del lado húmedo mostraban incrementos de entre el 400 y el 600 % en el modelo de rigidez diferenciada respecto al uniforme, siendo más acusadas las diferencias ante la retirada de puntales.

#### Análisis límite mejorado o de 2º nivel

En principio se consideraron gajos de pequeña amplitud, representativos de los comportamientos en los ejes mayor y menor. Las cargas consideradas fueron las de peso propio, peso de la linterna, acción de los rellenos, en su caso, y las cargas de la cubierta.

La carga de la linterna, de 81 kN en total, se impuso en cada gajo en proporción a la longitud relativa de elipse interceptada en planta, respecto a la longitud total desarrollada, unos 5.85 m. Las cargas de cubierta se aplicaron de forma concentrada en los puntos de contacto de los maderos sobre la cúpula, deducidos a partir de los planos y de las huellas (cajeados) del muro del colegio.

La figura 6.3.13 muestra un resumen del análisis de un gajo orientado según el eje mayor (zona en que se habían suprimido los rellenos).



**Figura 6.3.13** Sección por el eje mayor y análisis de un gajo de 15° de amplitud. Línea de empuje, tensiones normales y tensiones tangenciales (abajo a la derecha).

Pudo comprobarse que los esquemas de equilibrio ante peso propio y peso propio más cubierta eran muy similares. De hecho, el gran peso de la linterna convierte la línea de empujes en una casi recta y el problema de equilibrio de la cúpula se convierte en el problema geométrico de inscribir una línea casi recta de pendiente dada en el espesor de la fábrica.

Para ambas hipótesis de carga fue imposible encontrar una línea de empujes que abandonara la fábrica para una cota más baja que 0.80 ó 0.90 m desde el arranque.

Al salirse la línea de empuje por el extradós de la sección, las compresiones están localizadas en la cara superior y las tracciones y consiguiente fisuración en el intradós, por lo que esta situación sería observable desde el interior de la cúpula, como muestran las fotografías de las figuras 6.3.8 y 9.

La figura 6.3.14 muestra una sección por el eje menor. Aquí la línea de empujes abandona la fábrica en la zona de rellenos, a una cota algo más baja que en el lado mayor, manteniéndose las tensiones en el rango seguro.



**Figura 6.3.14** Sección por el eje menor y análisis de un gajo de 20° de amplitud. Se acota la línea del relleno o trasdosado del muro. A la derecha, línea de empuje, tensiones normales y tensiones tangenciales (abajo).

Los cálculos anteriores muestran lo precario del equilibrio en el lado mayor, teniendo en cuenta la ausencia de rellenos, por lo que, probablemente, la carga de la linterna debió haberse redistribuido hacia el eje menor. La figura 6.3.15 muestra cómo era posible el equilibrio, aún sin rellenos en el eje mayor. Se analizaron dos gajos que cubren toda la cúpula, con 110° en el eje menor (ancho variable entre 2.20 m y 4.80 m) y 70° en el eje mayor (ancho variable entre 1.50 m y 4.30 m), configuración aproximada al patrón de fisuración original (figura 6.3.1). El eje mayor puede contener una línea de empuje si no recibe carga alguna de linterna, con tensiones normales máximas en torno a 0.5 N/mm<sup>2</sup>, relaciones cortante/axil no mayores de 0.3 y un empuje horizontal total igual a 16 kN (figura 6.3.15.a).



**Figura 6.3.15** Equilibrio completo de la cúpula con toda la carga de la linterna asumida por el eje menor (amplitud 110°). Líneas de empuje: a) sección por el eje mayor, b) sección por el eje menor, c) reparto en planta de los gajos

A cambio, el eje menor debe asumir los 81 kN totales de la linterna (figura 6.3.15.b), el nivel tensional muestra picos de hasta  $0.8 \text{ N/mm}^2$ , más próximo al valor probable de la resistencia a compresión simple de la fábrica saturada. Además, el gajo se encuentra casi triarticulado con la grieta del intradós en la cota de 0.80 a 0.90 m sobre arranques y una fisura incipiente visible desde el trasdós por encima de la cota de rellenos (pico de tensiones en x=1.40 m). El empuje total necesario en cada semigajo menor es de 53 kN.

A esta solución de equilibrio hay que añadir la tendencia de la estructura a sobrecargar la parte sur de la cúpula, por la influencia de la mayor deformabilidad de la fábrica húmeda. Esta suma de efectos es difícilmente cuantificable, sin embargo parece claro que los puntales de madera estaban sometidos a una carga de varias decenas de kN: los 53 kN de equilibrio estricto más la sobrecarga por deformación global hacia el sur. Toda o parte de esta carga estaba sin duda equilibrada por los puntales (visibles en la figura 6.3.6\_2), elementos muy rígidos a compresión.

En estas condiciones, se produjeron dos operaciones consecutivas: la retirada de las cargas de cubierta (ejecutada de forma asimétrica) y la retirada súbita (incluso serrando algunos maderos) de los puntales o codales que conectaban la linterna y el muro del colegio.

La retirada súbita de los puntales produciría un déficit de empuje horizontal sobre el eje menor. Al producirse esta descarga de forma instantánea es posible que la estructura no fuera capaz de reacomodar los empujes. La grieta vertical descrita en el apunte 4, figura 6.3.6, parece corresponder a un *desesperado* intento de la cúpula por repartir en otros gajos más favorables el peso de la linterna; como se ha visto, el eje mayor no estaba en condiciones de contribuir a esta tarea. La grieta horizontal que se abrió en el eje menor del lado sur (figura 6.3.6\_5) corresponde con la zona de articulación por el trasdós de la figura 6.3.15.b y, probablemente, las *pequeñas grietas verticales donde el material es deleznable* correspondan a la compresión excesiva del pico de tensiones que se da en esa posición.

#### Reconstrucción del colapso

La historia resistente de la cúpula hasta su colapso pudo ser como se describe a continuación.

**Figura 6.3.16.a**: En principio, la carga de la linterna debió ser asumida de forma aproximadamente isostática por ambas direcciones, según esquemas de equilibrio como los representados en las figuras 6.3.13 y 14, con empujes reducidos y tensiones pequeñas, aún comparadas con la baja resistencia a compresión de la fábrica. Estas líneas de empuje, se saldrían de la fábrica pasando a los rellenos y produciendo fisuras visibles desde el intradós a una cota de 0.90 m desde los arranques, fisuras como las detectadas en la cúpula de la espístola (figuras 6.3.8 y 9).

**Figura 6.3.16.b**: Al retirarse los rellenos de los riñones del lado mayor (en algún momento pasado, al realizarse obras en la cubierta) el peso de la linterna debió ser asumido en solitario por el eje menor, según un esquema de equilibrio como el representado en 6.3.15. Este esquema era asimétrico en el eje menor por dos razones: la mayor deformabilidad de la fábrica del lado sur, por efecto de la humedad (figura 6.3.12) que sobrecargaría el lado del colegio y por la presencia de puntales rígidos que seguramente asumieron el importante empuje horizontal de unos 50 kN (figura 6.3.16.b).

**Figura 6.3.16.c:** Al retirarse los maderos del lado del colegio, actuó sobre la linterna y sobre el lado sur del eje menor de la cúpula un empuje descompensado de 50 kN en dirección N-S. Ante la falta de contrarresto inmediato y la imposibilidad de llevar el peso de la linterna al eje mayor, se produjo un mecanismo de 5 rótulas girando y desplazándose la linterna en la dirección de los empujes.

Este mecanismo de colapso muestra una grieta horizontal por el extradós en el lado sur, como está descrito en el diario de obras, y una grieta abierta al intradós del lado de la iglesia como se ve en la figura 6.3.10.

El hecho de que la linterna cayera hacia el colegio y la presencia de escombros en ese lado y su ausencia en el opuesto apoyan esta descripción cinemática del derrumbe.









 a) Estado original antes de retirarse los rellenos en el extremo del eje mayor.
 b) Equilibrio en la sección de eje menor (única que actuaba al haberse retirado los rellenos del lado mayor) después de retirarse la cubierta del lado de la iglesia cuando aún actuaba el puntal del lado del colegio. c) Desequilibrio final al retirarse el puntal y mecanismo de colapso con 5 rótulas

S

SIM PUNTAL

#### 6.3.4 Conclusiones

En el colapso de la cúpula parecen haber confluido varias circunstancias desgraciadas.

- En primer lugar, la fábrica no era de buena calidad, concretamente, el mortero utilizado contenía yeso y era especialmente susceptible a la humedad. La resistencia era baja, en torno a 2.5 N/mm<sup>2</sup> en seco y a 1.0 N/mm<sup>2</sup> en estado saturado. Sin embargo, el equilibrio es posible con coeficientes de 2 a 3 en términos de tensiones normales, si se asegura el contrarresto de la cúpula.

– En segundo lugar, la zona de la iglesia colindante con el colegio se ha visto sometida a graves problemas de humedades, que han deteriorado la fábrica y modificado su esquema de equilibrio.

– La tercera circunstancia es la presencia de elementos estructurales extraños de gran rigidez, como son los codales de madera que se dispusieron para recibir las cargas de cubierta pero debieron asumir empujes horizontales.

– La cuarta y última causa es la ausencia de rellenos en los riñones del eje mayor, suprimidos al efectuarse una intervención pasada. Ésta es la circunstancia más grave, ya que los anteriores problemas podrían seguramente haberse salvado si la cúpula hubiera dispuesto de recursos para redistribuir el equilibrio ante la retirada de los puntales.

Las recomendaciones para las cúpulas gemelas se centran en la realización de una caracterización geométrica y material para conocer sus características (que se han supuesto similares a las de la cúpula del Evangelio), especialmente en lo concerniente a la presencia y cota de rellenos y estado de conservación o deterioro de la fábrica.

Asegurando una protección eficaz frente a la humedad y un adecuado contrarresto (rellenos y estribos) los análisis aquí mostrados prueban que las cúpulas pueden cumplir su función estática con unos márgenes de seguridad aceptables.

Otras conclusiones referentes a los métodos de análisis empleados son las siguientes:

– La versatilidad y sentido físico de la aproximación con la herramienta de segundo nivel, que permite –previa identificación de los elementos estructurales resistentes– explicar la existencia del equilibrio (o su imposibilidad) y el nivel de tensiones de la fábrica en distintas situaciones.

– La necesidad de caracterizar mecánicamente las fábricas. En este ejemplo se detecta, en efecto, que la ruina se ha producido al desencadenarse un mecanismo de colapso, favorecido por haberse alcanzado una tensión de compresión próxima a la de agotamiento de la fábrica. En este sentido, merece la pena destacar que una herramienta de primer nivel (equilibrio sin control del nivel de solicitación) daría lugar a una estimación optimista del nivel de seguridad. Cabe destacar en este sentido la extensión del procedimiento de segundo nivel propuesto al caso de estructuras no planas y de ancho no constante. Aceptando y conociendo la existencia de efecto lámina y las variaciones o redistribuciones de las cargas –surge de nuevo la necesidad ineludible de realizar estudios paramétricos– esta herramienta demuestra su validez en el contexto ingenieril en que se plantea.

# Capítulo 7

## Conclusiones y líneas futuras de investigación

En este capítulo se exponen las conclusiones que pueden obtenerse de la lectura de la tesis, recapitulando los objetivos inicialmente propuestos. En el segundo apartado se sugieren cuestiones de interés para futuros trabajos de investigación.

## 7.1 Conclusiones

El objetivo de la tesis, enunciado en 1.3, es el de aportar una herramienta de análisis de segundo nivel, práctica, sencilla y fiable que pueda aplicarse a construcciones históricas de fábrica.

La combinación del análisis límite y los diagramas de interacción de esfuerzos, en el contexto de la evaluación propuesto en 1.1, constituye una contribución útil para el técnico involucrado en el análisis de estas estructuras.

Capítulo 2 Comportamiento mecánico El capítulo 2 sitúa el estado del conocimiento en lo que se refiere al comportamiento mecánico.

En compresión uniaxial se muestra la deducción de la fórmula de **Ohler**, de extraordinaria importancia por su capacidad para adaptarse a fábricas antiguas, a diferencia de las fórmulas empíricas basadas en ajustes estadísticos, habituales en las normas modernas. Para optimizar su aplicación a fábricas reales se ha realizado una búsqueda bibliográfica que aporta distintos coeficientes correctores no recogidos por el autor de la fórmula. Finalmente se propone una expresión simplificada y conservadora para fábricas históricas con morteros deteriorados.

En el apartado de compresión y corte en el plano se recogen los trabajos experimentales de **Page** sobre estados biaxiales que describen el carácter anisótropo de la fábrica. Además, se profundiza en el fenómeno de interacción de corte y tensiones normales de **Mann y Müller**, fundamental para el desarrollo posterior de la interacción.

El apartado dedicado a la flexión fuera del plano aporta métodos del mundo del hormigón para la consideración de la influencia de la esbeltez y describe el fenómeno de *sobre-resistencia* encontrado experimentalmente por **Yokel y Dikkers** y no completamente cuantificado ni justificado teóricamente.

Otros puntos de interés mostrados en el capítulo 2 son las leyes tensióndeformación de las fábricas, las estimaciones de las rigideces longitudinales y transversales, el comportamiento de la deformabilidad transversal del mortero en las juntas y el comportamiento reológico de la fábrica del apartado 2.4.

El capítulo 3 realiza la propuesta teórica de los diagramas de interacción de esfuerzos en el plano como una extensión del comportamiento ante solicitaciones simples. Se hace uso del mínimo número de parámetros posible, una vez identificados en el capítulo anterior, aquellos que resultan ser los más determinantes del comportamiento.

Se plantean tres hipótesis de distribución tensional sobre la sección: diagrama rectangular, distribución lineal y leyes genéricas  $\sigma$ - $\varepsilon$ . Las primeras dos hipótesis permiten en virtud de su simplicidad, cuando se aplican a una sección rectangular (caso muy común en la práctica), obtener expresiones analíticas de los diagramas de interacción en términos de esfuerzos. Ello facilita su compresión y les confiere una dimensión didáctica además de permitir su uso inmediato en aplicaciones prácticas en un contexto de comprobación de segundo nivel, sin necesidad de utilizar recursos computacionales excepcionales.

Para la construcción de diagramas con leyes genéricas y secciones de geometría arbitraria, necesarios en problemas más complejos, se desarrolla una aplicación informática en 3.6.2 que adicionalmente permite obtener la respuesta deformacional de la sección en forma de diagramas momentocurvatura o directrices mecánicas. Ello hace posible su aplicación a piezas con efectos de segundo orden debidos a la esbeltez.

Se realiza un estudio paramétrico para indagar sobre la influencia de las variables. Cabe destacar la notable influencia de la resistencia a tracción de las piezas.

Finalmente, se presenta una extensión del desarrollo teórico para tener en cuenta el fenómeno de sobre-resistencia en flexocompresión detectado en los ensayos del capítulo 4.

La campaña experimental llevada a cabo para tener una confirmación empírica de las expresiones propuestas se desarrolla en el capítulo 4. Los

Capítulo3 Desarrollo teórico de los diagramas

Capítulo 4 Experimentación ensayos se diseñan jerárquicamente obteniendo primero los parámetros mecánicos de los materiales constituyentes y después la respuesta de la fábrica ante solicitaciones compuestas.

Para obtener la **resistencia a tracción** de las piezas se ideó un procedimiento similar al ensayo brasileño, aplicable al tipo de ladrillo utilizado.

Los ensayos de **compresión simple** sobre muretes confirmaron la idoneidad de la fórmula de Ohler modificada con los coeficientes correctores reseñados más arriba.

Los ensayos de **compresión y corte** sobre tripletas de ladrillo permiten caracterizar los parámetros de resistencia a corte en los tres dominios descritos por Mann y Müller. El dispositivo de ensayo permitió obtener roturas por deslizamiento con compresión prácticamente nula. No fue posible, sin embargo, obtener medidas deformacionales. Los ensayos de compresión simple sobre tripletas, comparados con los de muretes, mostraron los efectos de tamaño y coacción de los platos cuantificados en 2.3.1.

Los ensayos de **compresión excéntrica** sobre muretes pusieron de manifiesto la existencia del efecto de sobre-resistencia también en la flexión en el plano, de forma muy acusada. Los diagramas desarrollados en el capítulo 3, punto 3.7 predicen de forma satisfactoria los ensayos realizados.

Los ensayos de **compresión excéntrica y corte** sobre muros muestran el carácter extremadamente frágil de las roturas con fuerte influencia del cortante y la anulación en estos casos del efecto de sobre-resistencia detectado en compresión compuesta.

Los estudios numéricos del apartado 4.3 complementan la interpretación de los resultados experimentales, aportando una explicación teórica al fenómeno de aparente sobre-resistencia de la fábrica en su respuesta ante compresión excéntrica. También se indaga sobre la atenuación de tal fenómeno en determinados casos de solicitación de flexocompresión con cortante.

Al final del capítulo 4 se incluye una relación más detallada de las conclusiones de la campaña experimental.

Capítulo5 Propuesta metodológica El capítulo 5 propone una metodología completa de análisis de estructuras históricas a través de tres temas relacionados con la metodología de análisis de construcciones históricas de fábrica que incorpora los diagramas de interacción de esfuerzos deducidos.

El primer apartado describe funcionalmente algunos de los elementos estructurales más habituales y recopila las reglas de dimensionamiento usuales en distintas épocas.

El apartado 5.2 trata de las bases de cálculo e incluye una propuesta para la introducción de la seguridad en el análisis. Finalmente, se describe el desarrollo de una aplicación herramienta de comprobación para el análisis de 2º nivel, basada en la obtención de líneas de presiones y esfuerzos sobre las

secciones que incorpora un post-proceso para la comprobación mediante los diagramas de interacción propuestos en la tesis. Otros aspectos que recoge la aplicación son las geometrías tridimensionales –mediante la modelización en gajos– y la acción del relleno. El método se implementa en una aplicación informática que permite la aplicación versátil de la metodología a problemas como los mostrados en el capítulo 6.

El capítulo concluye con un anejo donde se muestra el estado de la tecnología en lo que se refiere a las técnicas de reconocimiento y auscultación e estructuras de fábrica.

El capítulo 6 presenta tres ejemplos reales de evaluación de estructuras históricas de fábrica. En todos ellos se sigue la metodología propuesta y se hace uso de los desarrollos teóricos y las herramientas informáticas expuestas en la tesis. Este capítulo muestra mediante su aplicación las posibilidades –y también las limitaciones– de la revisión del conocimiento y las aportaciones de la tesis.

## 7.2 Líneas futuras de investigación

El trabajo desarrollado no agota ni mucho menos el amplísimo campo de estudio abordado. Ciertos aspectos han quedado deliberadamente fuera del alcance de la investigación, como sucede con toda labor que debe limitar su desarrollo a un periodo razonable; otras cuestiones de interés han surgido a partir de los trabajos de la tesis.

Sin intención de establecer una prelación entre las diferentes líneas de investigación que pueden plantearse, se reseñan a continuación las más importantes.

La deducción de la respuesta de la fábrica ante la interacción de esfuerzos se basa, como se ha dicho, en hipótesis sencillas cuya virtud es que precisan pocos datos y permiten un desarrollo formal explícito y de fácil interpretación. Como contrapartida, no puede tenerse en cuenta la influencia de ciertas variables, en principio secundarias, que se han dejado fuera del estudio.

El desarrollo de los métodos numéricos y el acceso creciente a recursos informáticos cada vez más potentes hacen posible el estudio de elementos estructurales simples mediante micromodelos de los que es posible deducir diagramas de interacción que incorporen variables no tenidas en cuenta, como los parámetros deformacionales.

Tales desarrollos serían útiles en el análisis de distintos tipos de fábrica, secciones compuestas, aparejos de varias roscas, mampostería ordinaria, etc.

Hay otros aspectos concretos que merecen la atención del investigador. Por citar los ejemplos mejor identificados en la tesis, se menciona en primer lugar, que los ensayos de compresión y corte sobre *bocadillos* indican que la envolvente de Mann y Müller queda del lado de la inseguridad en la zona frontera entre los criterios de corte diagonal (criterio II) y rotura por aplastamiento (criterio III). La causa reside en la hipótesis realizada para la

Capítulo 6 Ejemplos de aplicación

Desarrollos teóricos del comportamiento mecánico condición de agotamiento en modo II que no tiene en cuenta la interacción entre compresiones transversales y resistencia a tracción de las piezas. Es posible mejorar la envolvente de Mann y Müller incorporando la envolvente de Hendry y Khoo (figura 2.15).

En los ensayos de flexocompresión y corte se ha observado que el efecto de sobre-resistencia se atenúa o elimina para determinadas condiciones de solicitación. En conjunto con campañas experimentales o de modelización numérica mediante micromodelos no lineales, sería posible abordar el estudio de este problema para refinar los diagramas de interacción en este tipo de solicitaciones.

*Experimentación* La experimentación disponible en la bibliografía está dedicada, en una altísima proporción, a fábrica de ladrillo o fábrica de bloques de cemento. Las fábricas de sillería, mampostería, secciones compuestas o fábricas con juntas a hueso están muy poco estudiadas. En el momento presente, al analizar tales tipologías se recurre a extrapolaciones, cuando sería preferible disponer de resultados experimentales sobre las fábricas específicas.

También son minoría los ensayos sobre fábricas construidas con materiales antiguos. Una interesante línea de investigación podría basarse en el ensayo de probetas confeccionadas con materiales elaborados *a imitación* de los antiguos (como los fabricados para rehabilitaciones, por ejemplo), simulando su geometría, materiales y puesta en obra.

Las solicitaciones compuestas en el plano no han sido tampoco objeto preferente de la experimentación. En esta tesis se ha ensayado un único tipo de fábrica, en cuanto a materiales y aparejo. La extensión de los ensayos propuestos a otros tipos de fábrica es también una interesante línea de investigación.

Se precisa, como se ha dicho, un mayor número de resultados experimentales para conocer la relación entre la sobre-resistencia en flexocompresión y el efecto de fuertes cortantes. El estudio de este tipo de solicitaciones, además de su interés teórico, es de utilidad práctica ya que se presenta en estructuras de fábrica muy comprimidas que hayan sufrido descensos diferenciales, por ejemplo puentes rebajados de fábrica (especialmente de ladrillo) con problemas de cimentación.

*Metodología* Existe una importantísima línea de investigación abierta sobre la fiabilidad, la seguridad y las bases de cálculo de estructuras existentes. Cuál debe ser el nivel de seguridad de las estructuras históricas y como introducirlo en el análisis es un tema suficiente para desarrollar varias tesis.

Los métodos de monitorización, auscultación y determinación de las propiedades geométricas y mecánicas de la fábrica son herramientas metodológicas en expansión, impulsadas por distintas tecnologías.

En este campo son muy numerosas las líneas de investigación planteadas. Sólo con una óptima aplicación de los métodos de inspección y monitorización puede aprovecharse la ventaja de tratar con estructuras existentes, en lugar de estructuras proyectadas.

Finalmente, tanto el apartado dedicado a la identificación de los elementos estructurales como los ejemplos tratados han puesto de manifiesto la importancia del conocimiento de la historia en el análisis de construcciones antiguas. El estudio de las técnicas constructivas, los materiales y los criterios de proyecto y de reparación a lo largo de la historia, así como las intervenciones y sucesos acaecidos es un apasionante tema de investigación fundamental para entender las estructuras que deseamos conservar.

## Notación

### Mayúsculas latinas

- A superfície
- *E* módulo de deformación longitudinalde la fábrica para deformaciones perpendiculares a los tendeles
- $E_{dif}$  módulo de deformación longitudinal equivalente ante cargas permanentes
- $E_b$  módulo de deformación longitudinal de las piezas
- *E<sub>m</sub>* módulo de deformación longitudinal del mortero
- $E_{\infty}$  módulo de deformación longitudinal de la fábrica a tiempo infinito
- $G_f$  energía de fractura
- $G_c$  energía de fractura en compresión
- *H* altura del muro
- *N* esfuerzo axil perpendicular a los tendeles
- *V* esfuerzo cortante contenido en el plano de la fábrica y paralelo a los tendeles
- *M* momento flector contenido en el plano de la fábrica
- $M_x$  momento flector fuera del plano, su eje es paralelo a los tendeles
- $M_z$  momento flector fuera del plano, su eje es perpendicular a los tendeles
- *N*\* axil adimensional
- *V*\* cortante adimensional
- *M*<sup>\*</sup> momento adimensional

#### Minúsculas latinas

- *a,b* constantes reales en la fórmula de Ohler
- *a* coeficiente de sobre-resistencia, igual a la relación  $f_{ap}/f$
- $a_{max}$  coeficiente de sobre-resistencia para excentricidad máxima
- c cohesión de la interfaz pieza mortero. Igual a  $f_{v0.}$
- e excentricidad
- $e_0$  excentricidad umbral de sobre-resistencia
- *f* resistencia a compresión de la fábrica
- $f_{ap}$  resistencia aparente a flexocompresión de la fábrica
- $f_b$  resistencia a compresión uniaxial de las piezas
- $f_b$  resistencia a compresión de las piezas en presencia de tracciones transversales
- $f_m$  resistencia a compresión uniaxial del mortero
- $f'_m$  resistencia a compresión del mortero en presencia de compresiones transversales
- $f_{tb}$  resistencia a tracción uniaxial de las piezas
- $f_{tb,II}$  resistencia a tracción biaxial de las piezas
- $f_{xb}$  resistencia a flexotracción de las piezas
- $f_t$  resistencia a tracción de la fábrica
- $f_x$  resistencia a flexotracción de la fábrica
- $f_{\nu}$  resistencia al deslizamiento del tendel

$f_{v0}$	resistencia al deslizamiento del tendel en ausencia de tensiones
	normales. Igual a c.
$f_{100x100}$	resistencia normalizada a compresión uniaxial de las piezas.
	Obtenida en probetas cúbicas de 100 mm de lado o valor
	equivalente
h	ancho del muro
t	espesor del muro
$h_b$	alto de la pieza
$k_b$	módulo de entumecimiento de las piezas (ladrillos cerámicos)
т	pendiente de la envolvente de rotura del mortero
$t_b$	tizón de la pieza
$w_b$	soga de la pieza
x	eje cartesiano en la dirección de los tendeles. Profundidad de la
	fibra neutra en flexión
у	eje cartesiano en el plano de la junta del tendel (tabla) en dirección
	perpendicular al tendel
Z.	eje cartesiano en la dirección perpendicular al plano de la junta del
	tendel (tabla)

## Minúsculas griegas

relación entre el alto de la pieza y el espesor de la junta de mortero α

- relación entre el módulo de deformación longitudinalde la pieza y β el del mortero
- δ relación entre la resistencia a compresión de una probeta cúbica de 100 mm de lado y la de una pieza o probeta de otras dimensiones.Movimiento.
- deformación unitaria longitudinal ε
- deformación de fluencia de la fábrica  $\mathcal{E}_{c}$
- deformación de retracción de la fábrica  $\mathcal{E}_{s}$
- deformación unitaria longitudinal para la tensión de pico  $\mathcal{E}_{max}$
- peso específico, coeficiente parcial de seguridad γ
- coeficiente corrector para la resistencia a compresión de la fábrica η
- coeficiente de fluencia del mortero. Coeficiente de fluencia a  $\varphi_m$ tiempo infinito del mortero
- coeficiente de fricción μ
- coeficiente de Poisson v
- $\theta$ ángulo
- tensión normal  $\sigma$
- tensión principal mayor (máxima tracción)  $\sigma_l$
- tensión principal intermedia  $\sigma_2$
- tensión principal mayor (máxima compresión)  $\sigma_3$
- tensión tangencial τ
- ξ relación entre el alto y la soga de las piezas
- ángulo de rozamiento interno de la fábrica ø

## Bibliografía

[1] *Métodos de Análisis de estructuras de fábrica*. Javier León. Jornada técnica sobre criterios para la caracterización estructural de edificios históricos IABSE, COAM, Madrid, noviembre 2000.

[2] Evaluación de estructuras existentes mediante métodos semiprobabilistas. Borrador septiembre 2001. Grupo de trabajo 4/5- ACHE

[3]*General Criteria for the investigation of the structural behaviour of historical monuments. Application to the St. Mark Basilica in Venice.* Franco Mola. Jornada técnica sobre criterios para la caracterización estructural de edificios históricos IABSE, COAM, Madrid, noviembre 2000.

[4] *Historia de las restauraciones de la Catedral de León*. J. Rivera, Publicaciones de la Universidad de Valladolid, 1993.

[5] Sicherung historischer Bauten. K. Pieper. Berlin-München, 1983.

[6] General Methology. The Combined use of Experimental and Numerical Thechniques inside a Single Study. G. Macchi. Structural analysis of historical constructions. Possibilities of numerical and experimental techniques. Eds. P. Roca, J.L. González, E. Oñate and P.B. Lourenço-CIMNE, Barcelona, 1998.

[7] *Informe Euroconstruct 2000 / 2003.* The European forecasting Group for the Construction.

[8] *Instrucción de Hormigón Estructural, EHE*. Comisión Permanente del Hormigón. 1999.

[9] *Prontuario Informático del Hormigón Estructural 3.0.* H. Corres, A. Pérez, J. L. Martínez, J.C. López. Instituto Español del Cemento y sus Aplicaciones, Madrid, 2001.

[10] Structural Análisis and durability Assessment of Historical Constructions using a Finite Element Damage Model. E. Oñate, A. Hanganu, A. Barbat, S. Oller, R. Vitaliani, A. Saetta, R. Scotta. Structural analysis of historical constructions. Possibilities of numerical and experimental techniques. Eds. P. Roca, J.L. González, A.R. Marí and E. Oñate CIMNE, Barcelona, 1997.

[11] Aplicación de los modelos numéricos al estudio del comportamiento de muros de cortante en estructuras de fábrica, simples y armadas, con o sin aberturas. J. G. Rosas. Tesis Doctoral. E.T.S. Ingenieros de Caminos, C. y P. Universidad de Cantabria. Santander, 2001.

[12] *Computational Strategies for Masonry Structures*. P. B. Lourenço, Delft University Press, 1996.

[13] Un modelo para el análisis del comportamiento resistente de construcciones de fábrica. C. Molins. Tesis doctoral, ETSICCP Barcelona, UPC, 1996.

[14] *Ancient domes in Spain.* J. M. Izquierdo. Structural analysis of historical constructions. Possibilities of numerical and experimental techniques. Eds. P. Roca, J.L. González, A. R. Marí y E. Oñate - CIMNE, 1997, Barcelona.

[15] Análisis estructural de puentes arco de fábrica. Criterios de comprobación. Tesis doctoral, J. A. Martín-Caro, E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid, 2001.

[16] *Structural Masonry. Second Edition.* A.W. Hendry. Macmillan Press Ltd. 1998.

[17] *La seguridad de los arcos de fábrica*. J. Heyman. Teoría, historia y restauración de estructuras de fábrica. CEHOPU, CEDEX, Instituto Juan de Herrera, Madrid, 1995.

[18] P.I.E.T. 70 Obras de fábrica. Prescripciones del Instituto Eduardo Torroja. Consejo Superior de Investigaciones Científicas. Madrid, 1971.

[19] *NBE FL 90 Muros resistentes de fábrica de ladrillo*. Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo de España. 1990.

[20] Proyecto de reconstrucción del brazo sur y crucero en la zona de la nave alta de la Catedral de León. Demetrio de los Ríos. Pliego de condiciones facultativas, León 1882.

[21] A Treatise on Masonry Construction. Baker I. John Wiley & Sons, Londres 1909.

[22] *El esqueleto de Piedra.* J. Heyman. Teoría, historia y restauración de estructuras de fábrica. CEHOPU, CEDEX, Instituto Juan de Herrera, Madrid, 1995.

[23] Torres de ascendencia islámica en las comarcas de Calatayud y Daroca. Estructura, decoración y relaciones con otras torres islámicas de oriente y occidente. Agustín Sanmiguel Mateo. Centro de Estudios Bilbilitanos, Institución Fernando el Católico, CSIC, Calatayud 1998.

[24] *La piedra de Cantería en España I*. M Regueiro y J.M.Quereda. Boletín Geológico y Minero. Vol. 105-4, Madrid 1994.

[25] *La piedra de Cantería en España II*. M Regueiro y J.M.Quereda. Boletín Geológico y Minero. Vol. 108-1, Madrid 1997.

[26] *Materiales de Construcción. Tomo I. Piedras naturales y artificiales.* A. Camuñas. Dossat, Madrid 1955.

[27] El Manual Hütte del Ingeniero. A. Hütte. Ed. Gustavo Gili,1984.

[28] *Estudio de Materiales*. F. Arredondo y otros. Publicaciones ROP, Madrid 1983.

[29] Code UIC 778-3. Recomendations pour l'evaluation de la capacité portante des ponts-voûtes existants en maçonnerie et beton. Union Internationales des Chemins de fer. 1995.

[30] *Les Ponts en maçonnerie*. Ministere des Transports de France. Direction des Routes. 1982.

[31] *Eurocódigo 6, Proyecto de estructuras de Fábrica.* UNE-ENV 1996-1-1, marzo 1997.

[32] *The Maintenance of Brick and Stone Masonry Structures.* Ed. A. M. Sowden. E. & F. N. Spon, 1990.

[33] A study of the influence of brick size on the compressive strength of calcium silicate masonry. A. W. Page. Eng. Bull. CE 13, 1984.

[34] Fracture mechanics of concrete. Applications of fracture mechanics to concrete, rock and othe quasi-brittle materials. P. Surenda, E. Stuart. John Wiley & Sons, 1995

[35] Fracture Mechanics of Concrete: Concepts, Models and Determination of Material Properties. ACI Committee 446, American Concrete Institute, 1989.

[36] Stability of Structures. Bazânt y Celdoni. Accademic Press, 1997

[37] ACI 318. Building Code Requirements for Concrete Construction. American Concrete Institute, 1999.

[38] Model Code 1990, CEB-FIP. Thomas Telford 1991

[39] *Eurocódigo-2. Proyecto de estructuras de hormigón*. Comité Europeo de Normalización. 1997

[41] *Geotecnia y Cimientos I y II*. J.A. Jimenez Salas, J.L. de Justo Alpañés y A.A. Serrano gonzález. Ed. Rueda, Madrid 1981

[42] Standard Test Method for Elastic Moduli of Intact Rock Core Specimens in Uniaxial Compression. ASTM D 3148-96

[43] *Hypothesis for shear failure in masonry joints*. J. R. Riddington y M. Z. Ghazali. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, marzo 1989.

[44] Shear and tension behaviour of in-plane loaded masonry. V. Pluijm. Delft Univ. 2000

[45] ACI 530-99. Building Code Requirements for Masonry Structures. American Concrete Institute, 1999.

[46] Mortars in old buildings and in masonry conservation: A historical and practical treatise, Lauren-Brook Sickels, University of Edimburgh, 1988

[48] L'art de batir. J. Rondelet, París, 1818.

[49] *The masonry arch.* J. Herman. Ellis Horwodd series in engineering science. 1982

[50] The effect of joint thickness and other factors on the compressive strength of brickwork. A. J. Francis, C. B. Norman . Proc. Of the 2<sup>nd</sup> Internacional Brick Masonry Conference. 1971.

[51] *Recherches sur les mortiers*. L.J. Vicat, París 1818. (Edición facsimile de INTEMAC, Madrid 1998).

[52] Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings.T. Paulay, M. J. N. Priestley. John Wiley & Sons, 1992.

[53] Zur Berechnung der Druckfestigeit von Mauerwerk unter Berucksichtigung der mehrachsigen Spannungszustande in Stein und Mortel.A. Ohler Bautechnik 5, 1986.

[54] Stress-strain curves for unreinforced and confined concrete masonry.M. J. N. Priestley, D. M. Elder. Journal ACI, vol 80, nº 3, 1983.

[55] *In Plane Strength of brickwork*. W. Samasharinge, PhD Thesis (Univ. of Edimburg, 1980.

[56] *Análisis de la sección transversal de la catedral de Palma de Mallorca.* J. L. Martínez, J. León, J.A. Martín-Caro, H. Corres. II Congreso ACHE "Puentes y Estructuras de Edificación", Madrid, 2002. [57] DIN 1053. Mauerwerksbau.

[58] Zur Interaktion von Boden und Mauerwerk. A. Ruile. Technische Universitat Munchen, 2000.

[59] *Masonry properties for assessing arch bridges*. A. W. Hendry. Contractor Report 244, TRANSPORT AND ROAD RESEARCH LABORATORY, U.K., 1990

[60] *Recommended Practice for Engineered Brick Masonry*. Structural Clay Products Institute. McLean VA 1969.

[61] Standard Association of Australia Brickwork Code, 1974.

[62] *The Effect of Slenderness and End Conditions on the Strength of Clay Unit Prisms*. JL Noland, KT Hanada, CC FENA. 1969

[63] *Masonry strength determination from tests*. M. Holický, D. Pume, M. Vorliěk, Computer Methods in Structural Masonry –3. Ed. J. Middlenton & G.N. Pande, Books and Journals International 1995.

[64] *The Assessment of Highway Bridges and Structures*. *BD21/93*, British Standards 1993.

[65] *Recommended Practice for Engineered Brick Masonry*. Brick Institute of America, Reston VA, 1969.

[66] *Failure Modes For In-Plane Mono And Biaxially Loaded Brickwork Masonry*. Vlatko Bosiljkov. The 9<sup>th</sup> Canadian Masonry Symposium, 1999.

[67] *Numerical analysis of masonry pannels under biaxial stress* Stavickaks, Ignatakis y Perelis, en Computer Methods in Structural Masonry –3. Ed. J. Middlenton & G.N. Pande, Books and Journals International 1995.

[68] Some experimental results on the strength of brick masonry walss. V. Turnsek, F. Cacovic. Proc. Of the 2<sup>nd</sup> Internacional Brick Masonry Conference. 1971.

[69] Failure of Shear-Stressed Masonry. An Enlarged Theory, Tests and Application to Shear Walls. W. Mann, H. Müller. Proceedings of the British ceramic society. 1982

[70] *Hipothesis for shear failure in masonry joints* J. R. Riddington y M. Z. Ghazali. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, marzo 1989.

[71] *The Elastic Buckling of Brittle Columns*, JC Chapman, J. Slatford Proceedings of the Institution of Civil Engineers, 6, 1957

[72] *Stability and Load Capacity of Members with no Tensile Strength*. F. Y. Yokel. Proceedings of the American Society of Engineers, V97, 1971.

[73] El método de las curvas de referencia (un método para el dimensionamiento directo de soportes esbeltos de hormigón armado). H. Corres, F. Morán. Monografía nº 370 I.E.T.C.C, 1980

[74] Strength of Masonry Walls under Compressive and Transverse Loads. F.Y. Yokel, R.G. Mathey y R.D. Dikkers. Building Sciencie Series 34, National Bureau of Standars ,1971

[75] Le calcul de la résistance à l'effort tranchant des poutres en béton armé ou en béton precontrait. R. Walter. CEB. Bull. 42, Julio 1964.

[76] The shear strength of rectangular reinforced and prestressed concrete beams. S.K. OJHA Mag. Concr. Res. 60, (Sept. 1967)

[77] *Strength of Load Bearing Masonry Walls*. F. Y. Yokel y R. D. Dikkers Journal of the STRUCTURAL DIVISION. Proceedings of the American Society of Civil Engineers. Mayo, 1971

[78] Strength of Load Bearing Masonry Walls. Closure to the Discussion. Proceedings of the American Society of Engineers, Yokel, Dikkers y Fatal ASCE, mayo 1973.

[79] Unreinforced Brick Masonry Walls Under Vertical Load. D. Burns, Tech. Rep. SM7 2-1, Dept. of Civil Engineering, McGill University, Montreal, Quebeq, Canada, 1972

[80] Structural Performance of Masonry Walls under Compression and Flexure. SG Fattal, LE Cattaneo Building Sciencie Series 73, National Bureau of Standars, 1977.

[81] An Investigation into the Failure Mechanism of Brick Masonry Loaded in Axial Compression. H.K. Hilsdorf. Designing, Engineering and Constructing with Masonry Products, 1969.

[82] A Failure Criterion for Brickwork in Axial Compression. C.L. Khoo, Ph. Dr. Thesis, Edimburg University, 1972.

[83] *Recommended Practice for Engineered Brick Masonry*. Structural Clay Products Institute, 1969.

[84] *The Moment-Magnifier Method Applied to Brick Walls*. C.J. Turkstra, J Ojinaga. 4<sup>th</sup> International Masonry Conference, Brujas, Bélgica 1976.

[85] Concrete Strength and Strains. C. Avram, Elsevier, 1981

[86] Stress-Strain relationships for concrete and analysis of structural concrete sections. M. Sargin. Tesis doctoral. University of Waterloo. 1970.

[87] *Strain Gradient Effects in Masonry*. CJ Turkstra, G.R. Thomas. McGill Univ. Montreal, 1972.

[88] Mechanics of fracture in concrete. J. Planas P. Bazant., 2001.

[89] BS 5628. British Code of Practice BS 5628 Part 1, Structural use of unreinforced masonry.1996

[90] *Comportamiento en servicio del hormigón structural. Estudio teórico y experimental.* A. Pérez. Tesis doctoral. E.T.S. Ingenieros de Caminos, C. y P. de Madrid. 1996.

[91] Informe sobre el resultado de los ensayos efectuados sobre muestras obtenidas de la Catedral de Palma de Mallorca. INTEMAC, 2000.

[92] Un approccio allo studio della stabilità delle antiche torri: il crollo della torre civica di Pavia. D. Ferretti, I. Iori, R. Riva. STUDI E RICERCHE – Vol 19,1998.

[93] La torre civica di Pavia: indagine sui materiali e sulla struttura. L. Binda, G. Gatti, G. Mangano, C. Poggi, G. Sacchi Landriani. L'EDILICIA E L'INDUSTRALIZZAZIONE, Nº 11, 1990

[94] *Time Dependent Damage of rubble masonry walls*. A. Anzani, L. Binda, Melchirri G. 4<sup>th</sup> INTERNATIONAL 1995.

[95] A rapidly convergent descent method for minimization. R. Fletcher, H.J.D. Powell. Computer Journal, 1963.

[96] *Comportamiento diferido del hormigón structural considerando la no linealidad mecánica. Estudio teórico y experimental*.M. V. Sánchez. Tesis doctoral. E. T. S. Ingenieros de Caminos, C. y P. Universidad Politécnica de Madrid. Madrid, 2002.

[97] Diseño estructural de arcos, bóvedas y cúpulas en España. ca. 1500 – ca. 1800. Tesis doctoral, S. Huerta, E.T.S. Arquitectura, Universidad Politécnica de Madrid, 1990.

[98] History of architectural construction. R. Mark. McMillan Press, 1994.

[99] *La construcción medieval*. E. Viollet-le-Duc. CEHOPU, Instituto Juan de Herrera, Madrid, 1996.

[100] *The History of Structural engineering*. J. Heyman. CEHOPU, Instituto Juan de Herrera, Madrid, 1999.

[101] *Estudio experimental de secciones de hormigón en flexo-compresión.* M. A. Vicente. Tesis doctoral, E.T.S. Ingenieros de Caminos, C. y P. Santander, 2000.

[102] Combined analisys and monitoing in the Silla de la Reina Tower in the cathedral of León J. L. Martínez, J. León, J. A. Martín-Caro.

[103] Contribución al estudio de la influencia de las inclusiones de sillería en el comportamiento de los muros de mampostería en la rehabilitación de edificios históricos. J.M. Izquierdo B. de Q. Cuadernos Intemac, Nº 17, 1995.

[104] *Structural Problems Connected with Restoration and Stregthening*, Fritz Wenzel. Proceedings of the IABSE Symposium, Venezia 1983 : Strengthening of building structures.

[105] Analysis of the structure of gothic cathedrals. Application to Barcelona Cathedral. P. Roca, L. Pellegrini, E. Oñate, A. Hanganu. Structural analysis of historical constructions. Possibilities of numerical and experimental techniques. Eds. P. Roca, J.L. González, E. Oñate and P.B. Lourenço- CIMNE, Barcelona, 1998.

[106] *El esqueleto de Piedra. La escala de tiempo en los asientos.* J. Heyman. CEHOPU, CEDEX, Instituto Juan de Herrera, Madrid, 1999.

[107] *Bóvedas de goma*. J. Heyman. Teoría, historia y restauración de estructuras de fábrica. CEHOPU, CEDEX, Instituto Juan de Herrera, Madrid, 1995.

[108] Proyectos de evaluación, reparación, refuerzo y ampliación de estructuras históricas de fábrica. FHECOR Ingenieros Consultores . Pdte. de publicación.

[109] *La ricostruzione del Campanile di S. Marco a Venecia*. D. Donghi. Memoria, Venecia 1913.

[110] *General principles on reliability for structures*. International Standard ISO 2394, 1994.

[111] *Eurocode 0. Basis of design.* ERN-1990. Comité Europeo de Normalización. 2000

[112] Desmontable y sostenible. El pabellón español en la expo-2000 de Hanover. A. Cruz, A. Ortiz, J. L. Bellod, P. Tanner, M. Sanz. Ponencia

monográfica celebrada en el Colegio de Ingenieros de Caminos de Madrid. 2 de noviembre de 2000.

[113] ¿Cuánta seguridad necesitan las estructuras? Calibración de códigos.
P. Tanner. J.A. Sobrino. CEMCO 98. Fiabilidad Estructural. Tratamiento de las acciones especiales. IETCC 1998

[114] *Review of Probability based Limit State Design*. T. Vrouwendelver TNO/ Technical University, Delft,2001.

[115] *Catálogo de daños en puentes arco de fábrica de la red ferroviaria.* U.D. Hormigón estructural de la E.T.S. Ingenieros de Caminos, C. y P. de Madrid. Unidad de mantenimiento de infraestructura RENFE. 2002.

[116] *Análisis de riesgos y planificación de medidas*. P. Tanner. CEMCO 98. Fiabilidad Estructural. Tratamiento de las acciones especiales. IETCC 1998

[117] Existing Bridge Evaluation. Supplement N<sup>o</sup> 1-1990 to CSA Standard CAN/CSA-S6-88 Design of Highway Bridge. Canadian Standard Association, 1990.

[118] The Assessment of Concrete Highway Bridges and Structures. BD 44/95.

[119] Evaluación del comportamiento funcional y de la seguridad estructural de puentes existentes de hormigón armado y pretensado. Tesis doctoral. J. A. Sobrino. Tesis doctorales ACHE, 1999.

[120] Ruinas en construcciones antiguas. Causas, consolidaciones y traslados. Gabriel López Collado. Ed. Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo, Madrid 1976.

[121] Análisis de las variables condicionantes del comportamiento estructural de los puentes arco de fábrica, de los daños y sus causas a partir de cinco ejemplos en Extremadura. A. Morales. Trabajo tutelado de D.E.A. E.T.S.I. Caminos, C. y P. de Madrid, 2002.

[122] Caracterización estructural de los puentes arco de fábrica de la red ferroviaria. Línea Madrid-Hendaya. U.D. Hormigón estructural de la E.T.S. Ingenieros de Caminos, C. y P. de Madrid. Unidad de mantenimiento de infraestructura RENFE. 2001.

[123] Saint Mary's Catedral in Vitoria. Study of its Structure and Restoration Proporsals. L. Cámara, P. Latorre. Structural analysis of historical constructions. Possibilities of numerical and experimental techniques. Eds. P. Roca, J.L. González, E. Oñate and P.B. Lourenço-CIMNE, 1998, Barcelona.

[124] *Plan director de la Catedral de Palma de Mallorca*. Arq. E. Taltavull y otros. Ministerio de Educación y Cultura. Instituto del Patrimonio Español. 1999

[125] *Possibilities of the Experimental Techniques for Auscultation of Historical Constructions.* P.P. Rossi. Structural analysis of historical constructions. Possibilities of numerical and experimental techniques. Eds. P. Roca, J.L. González, E. Oñate and P.B. Lourenço- CIMNE, 1998, Barcelona.

[126] *Investigation Procedures for the Diagnosis of Historic Masonries.* L. Binda, A. Saisi, C. Tiraboschi. Construction and Building Materials, Ed. Elsevier, 14-2000, pág. 199-233.

[127] Review of NDT Methods in the Assessment of Concrete and Masonry Structures. D.M. McCann, M.C. Forde. NDT&E International 34 (2001) pág. 71-84.

[128] Analysis, Diagnosis and Preservation of Ancient Monuments: the St. Mark's Basilica in Venice. F. Mola, R. Vitaliani, Structural analysis of historical constructions. Possibilities of numerical and experimental techniques. Eds. P. Roca, J.L. González, A.R. Marí and E. Oñate CIMNE, 1997, Barcelona.

[129] Application of Sonic Tests to the Diagnosis of Damaged and Repaired Structures. Binda L, Saisi A, Tiraboschi C. Proceedings of the International Conference on Structural Faults & Repair, Londres, 1999.

[130] *Estudi-prova de les columnes I parets de la Seu de Palma amb radar d'impulsos*. APERIO ESPAÑA. 1999. Informe incorporado al Plan Director de la Seu de Palma.

[131] Determinación de características mecánicas y profundidad de cimentación en estructuras de fábrica mediante la medición de ondas elásticas superficiales inducidas por pequeños impactos. J.L. Martínez. Trabajo de investigación de Doctorado para la asignatura "Instrumentación aplicada a la Ingeniería civil", curso 1998/1999 E.T.S.I. Caminos, C. Y P. Universidad Politécnica de Madrid.

[132] *Experimental Techniques for Auscultation of Historical Constructions.* R. Astudillo. Structural analysis of historical constructions. Possibilities of numerical and experimental techniques. Eds. P. Roca, J.L. González, A.R. Marí and E. Oñate CIMNE, 1997, Barcelona.

[133] Surveillance and monitoring of ancient structures: recent developments. P.P. Rossi, C. Rossi. Structural analysis of historical constructions. Possibilities of numerical and experimental techniques. Eds. P. Roca, J.L. González, E. Oñate and P.B. Lourenço- CIMNE, 1998, Barcelona.

[134] Non-Destructive Techniques and Identification Applied to Historical Constructions. A. Nappi. Structural analysis of historical constructions. Possibilities of numerical and experimental techniques. Eds. P. Roca, J.L. González, A.R. Marí and E. Oñate CIMNE, 1997, Barcelona.

[135] *Los ensayos no destructivos en las obras de fábrica*. B. Martínez, T. González. Jornadas de Nuevas Técnicas de Evaluación Estructural, Rehabilitación y Refuerzo de Estructuras. Grupo Español de IABSE, Madrid, mayo 1999.

[136] Structural Behaviour of the Leaning Tower, Pisa. L. Sanpaolesi. Structural engineering International,1-93. 1993

[137] Aforismos Estructurales. J. Rui-Wamba. Fundación ESTEYCO. 1998

[138] *Pontes Históricas de Galicia*. S. Alvarado, M. Durán, C. Nárdiz. Colegio Oficial de Enxeñeiros de Camiños, Canais e Portos, Xunta de Galicia. Galicia, 1991

[139] Los puentes históricos de Galicia. C. Nárdiz . OP nº 19, 1991

[140] Actuaciones en Puentes históricos. L. F. Troyano, J. Manterola. OP nº 19, 1991
[142] *Puentes de fábrica y hormigón armado*. Segunda ed., J. E. Ribera, Madrid, 1936.

[143] *Curso de Rehabilitación. La cimentación* J. M. Rodríguez. Publicaciones del Colegio Oficial de Arquitectos de Madrid. 1984.

[144] *Sobre las bóvedas "de goma" de la Edad Media y otros temas .*J. Heyman. Teoría, historia y restauración de estructuras de fábrica. CEHOPU, CEDEX, Instituto Juan de Herrera, Madrid, 1995.

[145] *Soluciones de cáscara para cúpulas de fábrica* .J. Heyman. Teoría, historia y restauración de estructuras de fábrica. CEHOPU, CEDEX, Instituto Juan de Herrera, Madrid, 1995.

[146] *Comportamiento mecánico de la fábrica*. J. L. Martínez, J. A. Martín-Caro, J. León. Monografías sobre el análisis estructural de construcciones históricas de fábrica. Publicaciones de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid. 2ª Edición, 2002

[147] *Studies on the structure of Gothic Cathedrals*. P. Roca. Historical Constructions. Possibilities of numerical and experimental techniques. ed. P. B. Lourenço y P. Roca. Guimaraes, Portugal, nov. 2001.

[148] ARCHIE-M. Masonry Arch Bridge and Viaduct Assessment Software. User guide. OBVIS Ltd 85 Pennsylvania Road Exeter EX4 6DW United Kingdom. 2001.